

Métodos dinâmicos para previsão e controle do comportamento de estacas cravadas

Antonio Marcos de Lima Alves¹, Francisco de Rezende Lopes² & Bernadete Ragoni Danziger³

¹*Programa de Engenharia Civil, COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, amlalves@aol.com*

²*Programa de Engenharia Civil, COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, flopes@pec.coppe.ufrj.br*

³*Departamento de Engenharia Civil, UFF, Niterói, RJ, bernadeterd@hotmail.com*

RESUMO: Os métodos dinâmicos constituem-se, atualmente, em importante e usual ferramenta para projeto, controle e garantia de qualidade de fundações profundas constituídas por estacas cravadas. Apresenta-se no trabalho, resumidamente, os fundamentos das principais técnicas de análise dinâmica utilizadas na engenharia de fundações. Será dada ênfase às contribuições pioneiras no assunto, bem como à comparação conceitual entre as chamadas “fórmulas dinâmicas” e as análises baseadas na Equação da Onda.

1.INTRODUÇÃO

A monitoração durante a cravação tem sido, desde o século passado, ferramenta importante e usualmente empregada no controle e aferição de fundações em estacas cravadas. A tradicional medida da penetração permanente sob um golpe do martelo, a “nega”, que tem como principal finalidade o controle da homogeneidade de um estaqueamento, costuma ser também empregada, através de alguma “fórmula dinâmica”, para previsão da capacidade de carga estática da estaca.

Por outro lado, o uso das fórmulas dinâmicas sempre foi motivo de discussões no meio técnico. O número enorme de fórmulas disponíveis, associado à falta de embasamento físico das mesmas (muitas são parcial ou totalmente empíricas), impossibilitou a adoção de uma única fórmula pelos engenheiros.

Com a evolução das técnicas de execução de fundações e devido ao grau de responsabilidade de certas obras (como estruturas “offshore”, por exemplo), tornou-se imperioso um avanço nas técnicas de monitoração, visando a obtenção de melhores e mais abundantes informações durante as cravações, possibilitando um controle mais adequado às novas necessidades. Foi neste contexto que surgiram os métodos baseados na equação da propagação de ondas de tensão em barras, a chamada “Equação da Onda”.

Como muito bem expuseram Goble et al. [7], estes métodos foram desenvolvidos com o intuito de responder a uma ou mais das seguintes questões:

- Qual é a capacidade de carga estática da estaca, dadas as observações tomadas durante a cravação?
- A estaca pode ser cravada, uma vez conhecidas as propriedades da estaca, do solo e do martelo de cravação (cravabilidade)?
- A estaca está estruturalmente sólida (integridade)?
- Quais são as tensões na estaca durante a cravação?
- Qual é a eficiência do sistema de cravação?

Um marco importante que permitiu o avanço da técnica de monitoração de estacas foi o trabalho de Smith [13], que introduziu de maneira prática na engenharia de fundações a idéia (já concebida por Isaacs [8] em 1931) de representar a cravação de uma estaca, não como um fenômeno de impacto newtoniano entre dois corpos rígidos (como supõem as fórmulas dinâmicas), mas como um fenômeno de transmissão, através da estaca, de ondas de tensão.

Com a evolução dos equipamentos eletrônicos de medição e dos computadores digitais, as monitorações ganharam muito em acurácia e agilidade, permitindo que modelos complexos para a representação do

comportamento da estaca e do solo durante a cravação fossem adotados.

Com um caráter mais informativo do que analítico, este trabalho busca fazer uma descrição sucinta das principais técnicas de monitoração e análise dinâmica de estacas adotadas na engenharia de fundações.

2.FÓRMULAS DINÂMICAS

As fórmulas dinâmicas surgiram com o objetivo de tentar correlacionar a resistência do solo à penetração da estaca, durante a cravação, com a sua capacidade de carga estática. A grande maioria destas fórmulas foi deduzida com base na lei de Newton referente ao impacto entre dois corpos rígidos, modificadas para levar em conta as perdas de energia que ocorreriam durante o processo de cravação.

2.1 Medidas de nega e repique

O controle da cravação de uma estaca é, tradicionalmente, efetuado pela medição do número de golpes necessário para uma dada penetração permanente da estaca no terreno. Denomina-se *nega* ao valor do deslocamento permanente médio obtido nos 10 últimos golpes do processo de cravação. Outra maneira de se obter a nega é através da técnica da colagem de uma folha de papel na estaca, sobre a qual um lápis é movimentado horizontalmente, durante o golpe do martelo (Figura 1). Esse procedimento permite não só a medição da nega, mas também do *repique* (deslocamento elástico), também usado na estimativa de capacidade de carga.

Caso uma estaca não atinja a nega especificada, a estaca não está aceita, devendo-se proceder a uma recravação ou até mesmo reforço (em casos mais críticos).

A nega é correlacionada à capacidade de carga da estaca através das fórmulas dinâmicas. Assim, a partir da capacidade de carga desejada (determinada através de métodos teóricos ou semi-empíricos), pode-se fixar a nega máxima satisfatória para determinada estaca em uma obra. Por outro lado, poder-se-ia estimar a capacidade de carga de uma estaca conhecendo-se sua nega.

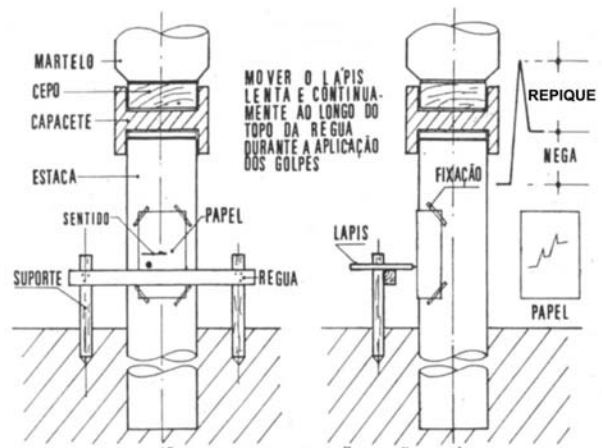


Figura 1 – Medição da nega e repique (Aoki [1])

2.2 Alguns exemplos de fórmulas dinâmicas

Serão citadas a seguir algumas das fórmulas dinâmicas mais conhecidas. Uma lista maior de fórmulas pode ser encontrada em Chellis [4].

Será usada a seguinte simbologia geral na representação das fórmulas:

A = área da seção transversal da estaca

c = deslocamento elástico (repique)

E = módulo de elasticidade do material da estaca

h = altura de queda do martelo de cravação

L = comprimento da estaca

P = peso da estaca

s = nega

R_d = resistência do solo à cravação da estaca

R = carga de trabalho da estaca ($R = R_d / FC$)

W = peso do martelo de cravação

O fator de correção FC , mais do que um simples fator de segurança, procura correlacionar a resistência dinâmica da estaca, durante a sua cravação, com a resistência que a mesma estaca terá sob carregamento estático.

A fórmula de Sanders, proposta em 1851, iguala a energia de queda do martelo com o deslocamento da estaca (nega) multiplicado pela resistência à cravação, desprezando qualquer perda de energia (Figura 2). O fator de correção indicado é igual a 8.

$$W \cdot h = R_d \cdot s \quad (1)$$

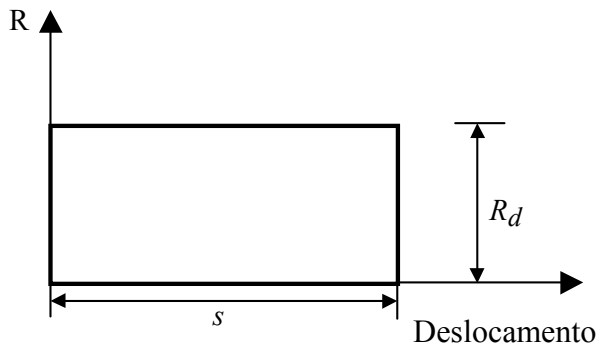


Figura 2 – Hipótese adotada na fórmula de Sanders

A fórmula do Engineering News Record, proposta por Wellington em 1888, contém uma constante que considera as perdas elásticas (Figura 3), devendo ser usada com um fator de correção 6:

$$W \cdot h = R_d \cdot \left(s + \frac{c}{2} \right) \quad (2)$$

onde $c/2 = 2,54$ cm para martelos de queda livre e $0,254$ cm para martelos de ação simples, dupla e diferenciais a vapor.

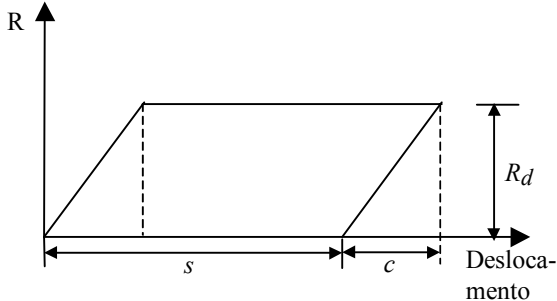


Figura 3 – Hipótese adotada na fórmula do Engineering News Record

A fórmula dos Holandeses, proposta em 1812, utiliza a relação entre o peso da estaca e o peso do martelo de cravação, para considerar as perdas de energia no impacto entre os dois corpos:

$$W \cdot h = R_d \cdot s \cdot \left(1 + \frac{P}{W} \right) \quad (3)$$

A fórmula dos Holandeses deve ser usada com fator de correção 10 para martelos de queda livre e 6 para martelos a vapor.

A fórmula de Hiley, de 1925, supõe que haja perdas de energia:

1. no martelo (e_f);
2. no impacto ($e_f \cdot W \cdot h \cdot \frac{P \cdot (1 - e^2)}{W + P}$, onde e é o coeficiente de restituição do choque);
3. por compressão elástica do capacete ($\frac{R_d \cdot c_1}{2}$);
4. por compressão elástica da estaca ($\frac{R_d}{2} \cdot \frac{R_d \cdot L}{E \cdot A} = \frac{R_d \cdot c_2}{2}$);
5. por compressão elástica do solo ($\frac{R_d \cdot c_3}{2}$).

Então:

$$R_d \cdot s = e_f \cdot W \cdot h - e_f \cdot W \cdot h \left[\frac{P \cdot (1 - e^2)}{W + P} \right] - \frac{R_d \cdot c_1}{2} - \frac{R_d \cdot c_2}{2} - \frac{R_d \cdot c_3}{2}$$

Combinando os termos, chega-se na fórmula de Hiley (fator de correção 3):

$$R_d = \frac{e_f \cdot W \cdot h}{s + \frac{1}{2} \cdot (c_1 + c_2 + c_3)} \cdot \frac{W + e^2 \cdot P}{W + P} \quad (4)$$

Valores recomendados de c_1 , c_2 , c_3 e e podem ser encontrados em Araújo [2] e Chellis [4].

A fórmula de Janbu, proposta em 1953, adota constantes empíricas e a relação entre pesos da estaca e do martelo, bem como perdas de energia por compressão elástica da estaca (fator de correção=2):

$$W \cdot h = R_d \cdot s \cdot \left(0,75 + 0,15 \cdot \frac{P}{W} \right) \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{\lambda}{0,75 + 0,15 \cdot \frac{P}{W}}} \right) \quad (5)$$

onde:

$$\lambda = \frac{W \cdot h \cdot L}{E \cdot A \cdot s^2}$$

A fórmula dos Dinamarqueses, desenvolvida por Sorensen e Hansen em 1957, considera a eficiência do martelo, e_f , e a perda de energia na compressão elástica da estaca (fator de correção =2):

$$e_f \cdot W \cdot h = R_d \cdot s + \frac{R_d}{2} \sqrt{2 \cdot e_f \cdot W \cdot h \cdot \frac{L}{E \cdot A}} \quad (6)$$

2.3 Críticas às fórmulas dinâmicas

Existe uma enorme quantidade de fórmulas propostas desde o século 19. Nos arquivos da Engineering News Record constam 450 diferentes fórmulas (Smith [13]).

A grande crítica às fórmulas dinâmicas reside no fato de que a teoria newtoniana de impacto pressupõe que o choque ocorre entre corpos livres. Se isto é aproximadamente verdade para o martelo, o mesmo não pode ser dito com relação à estaca, que está imersa no solo, e com este interage intimamente durante a cravação.

Danziger & Ferreira [6] verificaram boa concordância entre a análise com equação da onda e a aplicação da fórmula dos Dinamarqueses, na cravação de estacas metálicas. Apesar de fornecerem boas previsões sob certas condições, as fórmulas dinâmicas nunca terão uma aplicação geral. O uso destas fórmulas deve ser restrito ao controle da uniformidade do estaqueamento, sendo que o engenheiro deve escolher uma fórmula de acordo com a sua experiência e julgamento e utilizá-la como critério de paralisação da cravação de cada estaca. Também é sempre aconselhável aferir o fator de correção em cada obra, através da execução de provas de carga estáticas.

3. EQUAÇÃO DA ONDA

A aplicação da equação da onda na análise da cravação de estacas constitui-se em grande avanço qualitativo em relação ao uso de

fórmulas dinâmicas. Isto porque, fisicamente, a cravação de uma estaca está muito mais relacionada ao fenômeno da transmissão de ondas de tensão através da estaca do que ao impacto puro e simples entre dois corpos.

A equação da onda foi desenvolvida por Saint-Venant por volta de 1866 para o estudo do impacto sobre a extremidade de uma barra. Ele encontrou a equação diferencial que governa a propagação de ondas unidimensionais em uma barra elástica e também sua solução para alguns casos limitados de condições de contorno:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (7)$$

onde u é o deslocamento longitudinal da barra, t é o tempo, x é a coordenada espacial e $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ é a velocidade de propagação da onda na

barra (E é o módulo de elasticidade e ρ a massa específica do material da barra). No Apêndice do presente artigo há um estudo sobre a estimativa da velocidade c para os materiais mais comumente utilizados na fabricação de estacas.

3.1 Aplicação à cravação de estacas - o modelo de Smith

A primeira constatação de que a cravação de estacas envolve o fenômeno da propagação de ondas de tensão, segundo consta na maioria dos trabalhos já publicados sobre o assunto, é atribuída a Isaacs [8]. Porém, a utilização da equação da onda na análise da cravação de estacas só ganhou impulso mundialmente a partir da publicação do trabalho clássico de Smith [13], onde um algoritmo para solução numérica da equação da onda por diferenças finitas é desenvolvido, sendo a estaca, o martelo e os acessórios de cravação representados por meio de massas e molas interligadas (Figura 4).

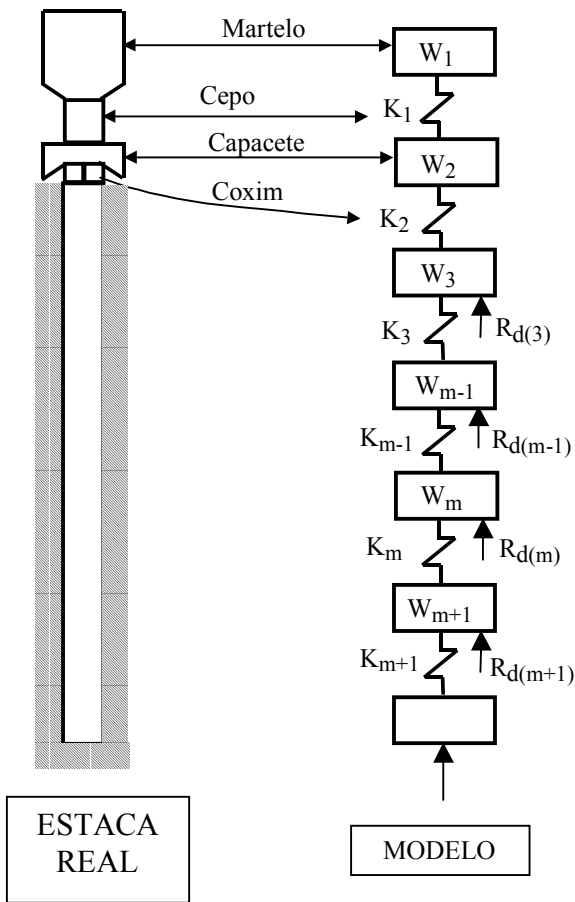


Figura 4 – Representação de Smith

Para representação da interação dinâmica estaca-solo durante a passagem da onda de tensão, Smith propôs um modelo simplificado, formado por um bloco de atrito em série com uma mola, e ambos em paralelo com um amortecedor:

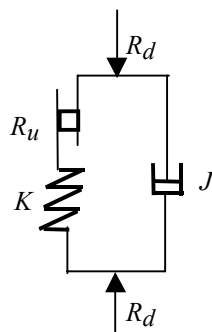


Figura 5 – Modelo de Smith

O modelo de Smith é representado da seguinte forma:

$$R_d = K \cdot w + J \cdot v \quad (8)$$

sendo w o deslocamento e v a velocidade em uma certa seção da estaca.

A parcela estática da reação do solo apresenta comportamento elasto-plástico, sendo que o diagrama força x deslocamento é admitido como igual ao da Figura 6, onde Q (“quake”) é o deslocamento para o qual ocorre escoamento plástico do solo. Então:

$$K = \frac{R_{mola}}{w} = \frac{R_u}{Q} \quad (9)$$

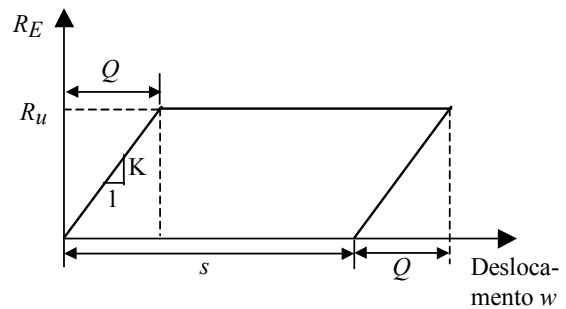


Figura 6 – Parcela estática de reação do solo

A parcela não-estática da reação é admitida por Smith como proporcional, além da velocidade da estaca, à reação estática (Figura 7). Assim, para atender à Equação 8:

$$J = J_{Smith} \cdot K \cdot w \quad (10)$$

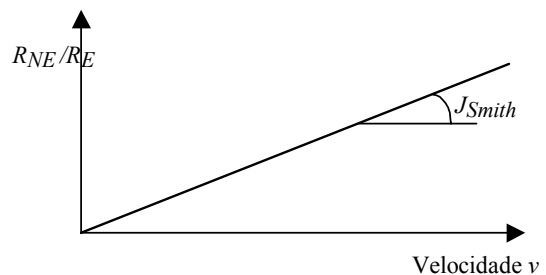


Figura 7 – Parcela não-estática de reação

Apesar de Smith comentar em seu trabalho que a parcela não-estática de reação representa um “amortecimento viscoso”, na prática o parâmetro J_{Smith} engloba diversos fenômenos físicos, tais como viscosidade e inércia.

A reação do solo fica, então, representada da seguinte forma:

$$R_d = K \cdot w \cdot (1 + J_{Smith} \cdot v) \quad (11)$$

ou:

$$R_d = \frac{R_u}{Q} \cdot w \cdot (1 + J_{Smith} \cdot v), \text{ para } w < Q, \quad (12)$$

e

$$R_d = R_u \cdot (1 + J_{Smith} \cdot v), \text{ para } w \geq Q$$

Smith considera, de sua experiência pessoal e de alguns resultados de provas de carga, que o “quake” Q do solo é igual a 2,54 mm, tanto para ponta como para atrito lateral, independente do tipo de solo e da geometria da estaca.

Para os valores de J_{Smith} , Smith propõe:

- Ponta: $J_{Smith} = 0,492 \text{ s/m}$
- Atrito Lateral: $J_{Smith} = 0,164 \text{ s/m}$

O método numérico proposto por Smith tinha como principal objetivo a previsão das tensões de cravação nas estacas e acessórios de cravação. Com o passar do tempo e o uso cada vez maior do método por parte dos engenheiros, sua aplicação foi sendo ampliada, abrangendo também a previsão de negas e a confecção de curvas resistência x nega.

Hoje em dia, dispõe-se de programas computacionais bastante elaborados, que aliam simplicidade na operação com adaptabilidade às mais diversas condições de cravação (representação de vários tipos de martelos, por exemplo). Pode-se citar, como exemplo, os programas GRLWEAP (Goble Rausche Likins and Associates, Inc., Estados Unidos), TNOWAVE (Institute TNO for Building Materials and Building Structures, Holanda) e MICROWAVE (TTI – Texas Transportation Institute, Estados Unidos). Versões de alguns programas estão disponíveis na Internet [14].

3.2 O método CASE

Quase paralelamente ao início do uso da proposta de Smith para previsão do comportamento de estacas cravadas, surgiu no meio técnico a idéia de monitorar a cravação de estacas, através de acelerômetros (que, por

integração, detectam a velocidade) e transdutores de força, instalados no fuste da estaca.

O método Case, que leva o nome da instituição na qual ele foi desenvolvido nas décadas de 60 e 70 (Case Western Research University, Ohio, USA), permite que se estime a reação total mobilizada em um golpe do martelo, através dos sinais de força e velocidade medidos.

A Equação 13 é a fórmula básica dos ensaios dinâmicos em estacas, e é conhecida como *Fórmula Expedita de Case*. Ela mostra explicitamente que a soma das reações por atrito lateral e de ponta podem ser determinadas através dos registros de força e velocidade totais medidos na cabeça da estaca, durante a passagem da onda.

$$R_d = R_P + \sum R_L = \frac{F_{t_1} + Z \cdot v_{t_1}}{2} + \frac{F_{t_2} - Z \cdot v_{t_2}}{2} \quad (13)$$

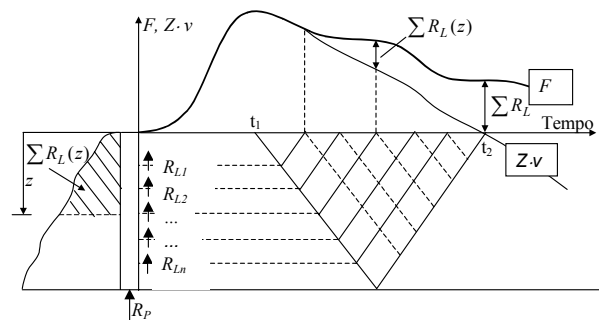


Figura 8 - Registro típico das curvas de força e velocidade (Niyama [10])

Na Equação 13, t_1 é o instante da passagem da onda incidente pela seção instrumentada, e $t_2 = 2L/c$ é o instante da chegada da onda refletida na ponta (Figura 8). Z é a impedância da estaca, calculada da seguinte forma:

$$Z = \frac{E \cdot A}{c} \quad (14)$$

onde E é o módulo de elasticidade da estaca, A é a seção transversal e c é a velocidade de propagação da onda de tensão.

Considerando-se que exista um registro contínuo, no tempo, das grandezas força e

velocidade num ponto da estaca junto à cabeça, o resultado seria um par de curvas como o apresentado na Figura 8. As curvas de força e velocidade mantêm a proporcionalidade através da impedância Z , até que comecem a chegar as ondas refletidas de cada uma das singularidades, no caso representadas pelos atritos laterais unitários. A partir daí, as duas curvas começam a se afastar, sendo a distância vertical entre elas igual ao somatório dos atritos laterais até uma determinada profundidade. Desta forma, com uma certa experiência, é possível avaliar-se a porção de resistência por atrito lateral durante a cravação, através da interpretação destes registros (Niyama [10]).

A reação total R_d é composta por uma parcela estática e uma não-estática. A parcela não-estática, simplificada, é considerada proporcional à velocidade da ponta v_P , de acordo com a seguinte equação:

$$R_{NE} = J_{Case} \cdot \frac{E \cdot A}{c} \cdot v_P \quad (15)$$

Admitindo-se algumas hipóteses simplificadoras (para maiores detalhes, ver, por exemplo, as ref. [5], [9] e [10]), tem-se que:

$$R_{NE} = J_{Case} (2 \cdot F_{t1} - R_T) \quad (16)$$

A reação estática pode, então, ser obtida como a diferença entre a reação total e a não-estática:

$$R_E = R_T - J_{Case} (2 \cdot F_{t1} - R_T) \quad (17)$$

Rausche et al. [12] sugerem os valores da tabela 1 para a constante de amortecimento J_{Case} .

Apesar das simplificações adotadas, o método é bastante interessante uma vez que permite a produção de resultados imediatos no campo, a tempo real.

Tabela 1 - Valores de J_{Case}

Tipo de solo	J_{Case}
Areia	0,05 – 0,20
Areia siltosa ou silte arenoso	0,15 – 0,30
Silte	0,20 – 0,45
Argila siltosa ou Silte argiloso	0,40 – 0,70
Argila	0,60 – 1,10

3.3 O método CAPWAP

O método CAPWAP (*Case Pile Wave Analysis Program*) foi desenvolvido paralelamente ao método Case na Case Western Research University (EUA), mas permite uma análise mais elaborada dos sinais de cravação obtidos no topo da estaca.

O objetivo do método é a determinação das forças de reação do solo e sua distribuição ao longo da estaca, a partir dos sinais de força e velocidade medidos na seção instrumentada.

O modelo de Smith apresenta três parâmetros para o solo:

1. A resistência estática limite (R_u);
2. A deformação elástica máxima (Q);
3. As constantes de amortecimento (J).

Os parâmetros do solo são inicialmente admitidos, nos vários trechos em que se subdividiu a estaca, conforme o esquema da Figura 4 e do modelo da Figura 5, e o movimento da estaca é simulado através da resolução da equação da onda, utilizando como condição de contorno uma das variáveis, que pode ser a força medida na seção instrumentada, a velocidade medida, ou a combinação das duas na forma $(F_m + v_m \cdot Z)/2$ (onda descendente), sendo Z a impedância da estaca. O processo fornece os deslocamentos de cada ponto da estaca, bem como os valores da reação do solo. As forças (por exemplo) calculadas no topo da estaca são comparadas com os valores medidos, e o modelo do solo é iterativamente modificado, até que se alcance o mais perfeito ajuste possível entre os resultados. Ao final, obtém-se a previsão da reação mobilizada durante o golpe do martelo, bem como sua distribuição ao longo da

profundidade. Todo o processo computacional pode ser resumido no fluxograma da Figura 9.

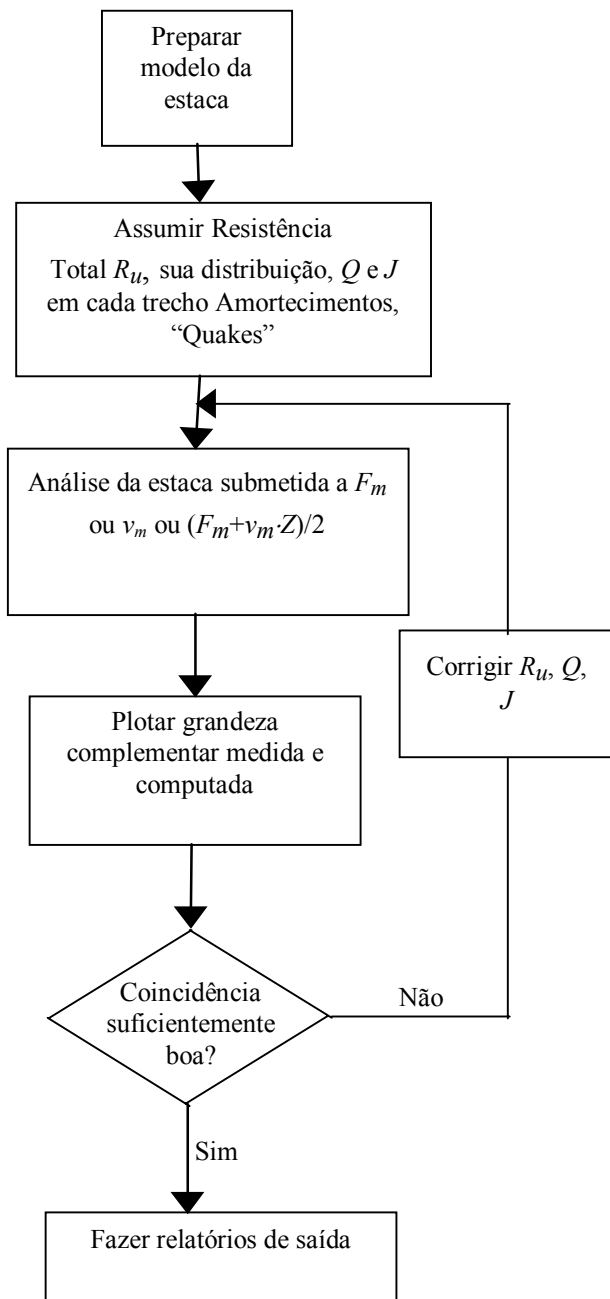


Figura 9 - Método CAPWAP – Fluxograma

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os métodos dinâmicos baseados na Equação da Onda tiveram um desenvolvimento extraordinário nas últimas décadas, tanto em termos de equipamentos de monitoração quanto em relação à evolução dos modelos para representação da interação dinâmica estaca-solo. Porém, infelizmente, ainda não fazem parte do dia-a-dia dos escritórios de

projeto, estando as fórmulas dinâmicas, apesar de todas as limitações, ainda em uso na prática corrente. Uma exceção são os projetos na área “offshore”, onde os métodos baseados na equação da onda são amplamente utilizados para a aferição da capacidade de carga das estacas em alto mar, com grandes comprimentos e elevados trechos livres sob lâmina d’água. Neste tipo de projeto, a verificação do desempenho através de provas de carga estáticas se torna inviável, na grande maioria dos casos.

Este trabalho procurou descrever os ensaios dinâmicos de forma abrangente, sem detalhamento dos aspectos relativos a particularidades intrínsecas da evolução dos modelos do solo ao longo dos últimos anos, da influência importante e interpretação adequada das tensões residuais (que podem ser reveladas através da análise CAPWAP), da sua capacidade de verificar danos na estaca, durante a cravação, da verificação do desempenho dos equipamentos disponíveis para a execução dos serviços, bem como de outras potencialidades do ensaio que o tornam cada vez mais promissor.

Há também que se ressaltar o uso desta metodologia de ensaio e interpretação visando a verificação da energia transmitida no ensaio SPT realizado nas sondagens, o que vem contribuir para a sua real padronização e interpretação, com conseqüente melhoria de sua confiabilidade.

Convém salientar que todo o progresso recente e o que ainda está por vir nesta área não exclui a necessidade e a melhor representatividade das provas de carga estáticas, as únicas capazes de aferir diretamente a capacidade de carga estática da estaca embutida no solo suporte. Este ponto deve ser ressaltado, uma vez que a simplicidade, rapidez e o baixo custo envolvido nas provas de carga dinâmicas levam à tentativa de substituição integral, e até eliminação, da execução de provas de carga estáticas em grande parte das obras civis. O conhecimento real da capacidade de carga estática é, inclusive, essencial para a aferição dos parâmetros do solo necessários ao modelo dinâmico, sendo este o aspecto que tem merecido a atenção dos pesquisadores que atuam nesta especialidade.

REFERÊNCIAS

1. Aoki, N. - *Controle in situ da Capacidade de Carga de Estacas Pré-Fabricadas Via Repique Elástico da Cravação*. ABMS, São Paulo, 1986.
2. Araújo, M.G. - *Avaliação de métodos de controle da cravação de estacas – aplicação a dois casos de obras*. Tese de M.Sc., COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 1988.
3. Associação Brasileira de Normas Técnicas. *Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado. NBR 6118*. Rio de Janeiro, 1980.
4. Chellis, R.D. - *Pile Foundations*. McGraw-Hill, 2a. ed., 1961.
5. Danziger, B.R. - *Análise dinâmica da cravação de estacas*. Tese de D.Sc., COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 1991.
6. Danziger, B.R.; Ferreira, J.S. - *Back-analysis of steel pile driving for quality assurance*. Anais, 6. International Conference on the Application of the Stress-Wave Theory to Piles, São Paulo, Brasil, pp.657 – 663, 2000.
7. Goble, G.G.; Rausche, F.; Likins, G. - *The analysis of pile driving – a state-of-the-art*. Anais, 1. International Conference on the Application of the Stress-Wave Theory to Piles, Estocolmo, Suécia, pp. 130 – 161, 1980.
8. Isaacs, D.V. - *Reinforced concrete pile formulas*. Anais, Institution of Engineers, Austrália, no. 12, pp. 305 – 323, 1931.
9. Nakao, R. - *Aplicação da equação da onda na análise do comportamento de estacas cravadas*. Tese de M.Sc., COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 1981.
10. Niyama, S. - *Medições dinâmicas na cravação de estacas – fundamentos, instrumentação e aplicações práticas*. Tese de M.Sc., EPUSP, São Paulo, Brasil, 1983.
11. Petrucci, E. - *Materiais de Construção*. Manual do Engenheiro Globo, Editora Globo, 8a. ed., Vol. 4, Tomo 1, 1979.
12. Rausche, F.; Goble, G.G.; Likins, G.E. - *Dynamic determination of pile capacity*. ASCE Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 3, Nº 3, pp. 367 – 383, 1985.
13. Smith, E.A.L. - *Pile driving analysis by the wave equation*. ASCE Journal of the Soil

Mechanics and Foundations Division, Vol. 86, Nº SM4, pp. 35 – 61, 1960.

14. The Wave Equation Page for Piling - <http://www.vulcanhammer.net/wave/>

APÊNDICE – ESTIMATIVA DA VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO DA ONDA ELÁSTICA

A velocidade de propagação da onda c é uma característica do material da barra e independe da tensão aplicada. A Tabela 2 mostra alguns valores típicos das propriedades de materiais usualmente utilizados na fabricação de estacas (fontes: refs. [3], [9] e [11]).

Tabela 2 - Velocidade de propagação c

Material	ρ (t/m ³)	E (GN/m ²)	c (m/s)
Madeira	0,51–1,02	8,8–15,7	2900–5500
Concreto	2,30–2,50	19,0–38,0	2700–4000
Aço	8,00	210,0	5123

Tanto no caso da madeira como no caso do concreto, há uma relação entre a massa específica ρ e o módulo de elasticidade E . Para a madeira, existe a relação proposta pelo U.S. Forest Products Laboratory:

$$E = 252117 + 14175450 \cdot \rho \quad (18)$$

com E em kN/m² e ρ em t/m³. Desprezando-se a primeira parcela da equação (intercepto, bem menor do que o coeficiente angular), chega-se a:

$$\frac{E}{\rho} = 14175450$$

e:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{14175450} = 3765 \text{ m/s}$$

valor situado na faixa de variação para as madeiras (conforme a Tabela 2), podendo ser utilizado como estimativa aproximada.

Para o concreto, têm sido propostas relações entre E , ρ e a resistência característica f_{ck} do concreto. A fórmula do American Concrete Institute, para concretos com a massa específica ρ igual a $2,32 \text{ t/m}^3$ (admitida como a massa específica normal do concreto), é a seguinte:

$$E = 4730\sqrt{f_c} \quad (19)$$

sendo f_c a resistência de corpos de prova cilíndricos de concreto em MPa e E o módulo de elasticidade em MPa.

A norma brasileira NBR 6118 [3] segue esta mesma filosofia, sendo que a relação proposta é a seguinte:

$$E = 6600\sqrt{f_{cj}} = 6600\sqrt{f_{ck} + 3,5} \quad (20)$$

com f_{ck} e E em MPa.

Interessante notar que, se for admitido que $f_c = f_{cj}$, as fórmulas do ACI e da NBR 6118 são exatamente iguais, a menos de um fator multiplicativo igual a 1,4.

Tomando a fórmula da NBR 6118 (com E em kN/m^2) e adotando para ρ o valor de $2,32 \text{ t/m}^3$, vem:

$$\frac{E}{\rho} = \frac{6600000}{2,32}\sqrt{f_{ck} + 3,5} = 2844828\sqrt{f_{ck} + 3,5}$$

e:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = 16874\sqrt[4]{f_{ck} + 3,5} \quad (21)$$

com c em m/s e f_{ck} em MPa.

Para concretos com massa específica diferente daquela admitida como normal, o ACI propõe a seguinte relação:

$$E = 1360 \cdot \rho^{1,5} \sqrt{f_c} \quad (22)$$

com f_c e E em MPa e ρ em t/m^3 .

Multiplicando a expressão anterior por 1,4, tentando assim reproduzir a relação entre a fórmula do ACI e a fórmula da NBR 6118, vem:

$$E = 1,4 \cdot 1360 \cdot \rho^{1,5} \sqrt{f_c} = 1904 \cdot \rho^{1,5} \sqrt{f_c}$$

Tomando E em kN/m^2 , vem:

$$\frac{E}{\rho} = 1904000\sqrt{\rho} \cdot \sqrt{f_c}$$

Observe-se que, devido ao expoente igual a 1,5 de ρ , é impossível explicitar E/ρ em função de f_c .

Tomando o valor de ρ adotado como normal pelo ACI (igual a $2,32 \text{ t/m}^3$), pode-se obter, como aproximação:

$$\frac{E}{\rho} = 1904000\sqrt{2,32} \cdot \sqrt{f_c} = 2900086 \cdot \sqrt{f_c}$$

A velocidade de propagação de onda será, então:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = 1703 \cdot \sqrt[4]{f_c} \quad (23)$$

Note-se que, admitindo que $f_c = f_{cj} = f_{ck} + 3,5$ MPa, as Equações 21 e 23 são praticamente iguais. Assim, propõe-se a seguinte relação entre c e f_{ck} do concreto:

$$c = 1700 \cdot \sqrt[4]{f_{ck} + 3,5} \quad (24)$$

com c em m/s e f_{ck} em MPa.

Cabe ressaltar que todas as equações mostradas neste Apêndice, relacionando E , ρ , e f_{ck} , não são homogêneas, ou seja, só são válidas se utilizadas com as unidades indicadas.