

# Estudo de dois aplicativos para solução de escoamento de fluidos com superfície livre

Mario A. L. Silva<sup>1</sup> & Paulo R. F. Teixeira<sup>2</sup>

*Mestrando do Curso de Engenharia Oceânica –FURG, Rio Grande, RS - mals@dmc.furg.br*  
*Departamento de Materiais e Construção – FURG, Rio Grande, RS – teixeira@dmc.furg.br*

**RESUMO:** O conhecimento da circulação de oceanos, regiões costeiras, estuários rios e lagoas é um campo relativamente novo e de fundamental importância pela sua influência no clima e nas atividades comerciais e industriais. Existem inúmeros aplicativos utilizados na modelagem numérica da dinâmica de circulação de águas. A proposta deste trabalho é a de realizar uma análise comparativa entre os modelos Delft-3D-Flow e POM, utilizados na simulação da circulação em regiões costeiras e estuarinas, analisando as equações governantes do problema, o método de integração destas equações, as condições de contorno, os modelos de turbulência e alguns aspectos numéricos.

**PALAVRAS CHAVES:** Modelos de circulação costeira e estuarina, Simulação Numérica.

## 1. INTRODUÇÃO

O crescimento da atividade econômica sempre esteve intimamente relacionado aos estuários, pois são locais adequados para a instalação de portos, são férteis e podem produzir grandes quantidades de matéria orgânica, constituem uma via de acesso importante para o interior do continente, suas águas são renovadas periodicamente sob a influência da maré. Por estas razões, cerca de 60% das grandes cidades distribuídas ao redor da Terra estão localizadas nas proximidades dos estuários.

A grande importância das zonas costeiras levou ao desenvolvimento de muitos modelos numéricos para o estudo do comportamento das correntes costeiras, da maré e de outros fenômenos. Desde a década de 60, muitos modelos tem sido propostos, mas somente nas últimas décadas, com o surgimento de computadores mais avançados, tornou-se possível um grande crescimento nessa área.

O objetivo deste trabalho é o de comparar os modelos de circulação de águas rasas Delft3D-Flow [3] e POM [10], analisando as equações governantes, o modo de integração das equações governantes, as condições de contorno, os modelos de turbulência e alguns aspectos numéricos. Estes modelos são utilizados na simulação de circulação em regiões costeiras e estuarinas e adotam a aproximação de águas rasas

O modelo de circulação oceânica POM (Princeton Ocean Model) foi criado por Blumber e Mellor em 1977 [2], para ser aplicado em problemas oceanográficos da Universidade de Princeton, é um aplicativo de livre uso público, e desde então recebeu várias contribuições de outros autores. O modelo Delft3D-Flow faz parte do módulo hidrodinâmico do aplicativo comercial Delft, desenvolvido pela Delft Hydraulics da Holanda.

## 2. EQUAÇÕES GOVERNANTES

Os modelos numéricos para circulação em águas rasas estão baseados em um sistema de equações hidrodinâmicas e termodinâmicas, formado pelas equações da continuidade, da conservação do momento (Navier-Stokes), da conservação da salinidade, da conservação da temperatura potencial e do estado do mar. Estas sete equações descrevem os campos de velocidade  $(u, v, w)$ , densidade  $(\rho)$ , pressão  $(P)$ , temperatura potencial  $(\theta)$ , e salinidade  $(S)$ .

### 2.1 Considerações e simplificações dos modelos de águas rasas

As seguintes considerações e simplificações são adotadas pelos dois modelos analisados (Delft3D-Flow e POM):

- O fluido (água) é considerado **incompressível**.
- As equações de movimento são consideradas com base num sistema de referência **Euleriano**.
- Como a Terra é um sistema de referência não inercial, surge uma força não inercial fictícia (força centrífuga) devido à rotação da Terra à força centrípeta produzindo a aceleração de coriolis. Tal força é adicionada através do termo de coriolis nas equações de conservação do momento.
- No escoamento em águas rasas, as dimensões horizontais são muito maiores que a vertical, portanto a componente vertical da velocidade é muito maior que as componentes horizontais. As acelerações e tensões de cisalhamento verticais também são consideradas pequenas, ou seja, as forças de fricção são sobrepujadas pelas forças de gravidade, permitindo a aproximação de um equilíbrio hidrostático na vertical, conhecida como **aproximação hidrostática**.
- Como as variações de densidade nos oceanos são muito pequenas, a densidade pode ser considerada constante  $(\rho_0)$ , exceto quando as forças de corpo (gravitacionais), devido ao movimento de um fluido estratificado por densidade, estão presentes no termo de pressão hidrostática (equação da conservação do momento na direção vertical). Esta é a chamada **aproximação de Boussinesq**.
- As componentes de **tensões de Reynolds** que resultam de flutuações turbulentas do campo de velocidades e têm analogia às tensões de cisalhamento molecular, são proporcionais à taxa de deformação. A constante de proporcionalidade é referida como viscosidade turbulenta e, muitas vezes, é superior à viscosidade molecular. As tensões de Reynolds são parametrizadas através de coeficientes de viscosidade e de difusão turbulentos anisotrópicos.
- A variação de densidade no campo de gravidade é determinada não por divergência do campo de velocidades, mas em função de estratificação por temperatura e salinidade, tornando necessária conservação para ambos. A Equação de Estado que relaciona a

densidade com a temperatura e a salinidade é expressa empiricamente na forma de polinômios.

## 2.2 Equações governantes da circulação em água rasas

As equações governantes podem ser representadas num sistema cartesiano ortogonal, no qual é descrito o espaço físico. Em muitas situações, os contornos computacionais não coincidem com os contornos do espaço físico. No método de diferenças finitas, usado em inúmeros modelos de circulação oceânica, a imposição de condições de contorno para contornos irregulares requer uma complicada interpolação sobre as linhas de grades locais, implicando em um aumento do custo computacional e uma perda de precisão na solução.

Por tais dificuldades, é que são necessárias transformações do sistema do espaço físico para o sistema do espaço computacional, o qual pode ser descrito em coordenadas curvilíneas ortogonais  $(x_1, x_2)$  no plano e em coordenada sigma ( $\sigma$ ) na vertical.

### 2.2.1 Relações de transformação para coordenadas curvilíneas

O uso de coordenadas curvilíneas ortogonais implica na transformação de uma região no espaço físico irregular em uma retangular em coordenadas do espaço computacional. Assim, sejam as coordenadas cartesianas representadas por  $(x, y)$  e as coordenadas curvilíneas ortogonais representadas por  $(x_1, x_2)$ , então o comprimento de arco infinitesimal  $ds$ , no espaço das coordenadas curvilíneas, é definido como :

$$(ds)^2 = h_1^2 dx_1 + h_2^2 dx_2 \quad (1)$$

onde  $h_1$  e  $h_2$  são os fatores de proporcionalidade ou de escala expressos por [2]:

$$h_1 = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2} \quad h_2 = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial x_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)^2} \quad (2)$$

### 2.2.2 Relações de transformação para coordenada sigma

Os métodos que usam grades de espessura constante para reproduzir processos verticais, como é o caso do método de diferenças finitas, freqüentemente falham em regiões de topografia fortemente irregular, com variações abruptas na superfície ou no fundo. Então, para contornar estes problemas e tornar o espaço físico dimensionável computacionalmente, introduz-se a coordenada sigma através da transformação:

$$\sigma = \frac{z - \zeta}{\zeta + H} = \frac{z - \zeta}{D} \quad (3)$$

onde  $H$  é a profundidade em relação ao nível médio da superfície livre,  $D$  é a profundidade total,  $\zeta$  é a elevação da superfície e sigma varia de  $\sigma = 0$  na superfície livre ( $z = \zeta$ ) a  $\sigma = -1$  no fundo ( $z = -H$ ). Desta forma, não importando o quanto irregular possa ser a topografia do fundo ou da superfície, o número de camadas de espessura constante  $\Delta\sigma$ , é mantido em todo o domínio computacional, o que é requerido pelo método de diferenças finitas.

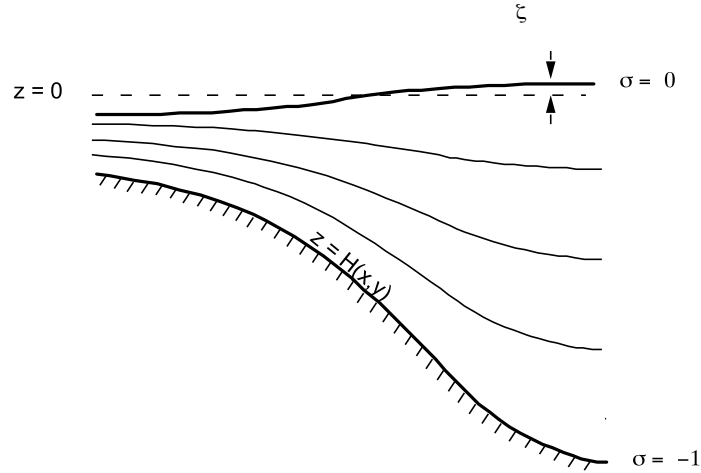


Figura 1. Sistema de coordenadas sigma

Assim, considerando um sistema de coordenadas  $(x_1, x_2, z, t)$  e o sistema  $(x_1^*, x_2^*, \sigma, t^*)$ , relacionados da forma:

$$x_1 = x_1^*, \quad x_2 = x_2^*, \quad t = t^*, \quad \sigma = \frac{z - \zeta}{\zeta + H} = \frac{z - \zeta}{D}, \quad (4)$$

as derivadas de uma variável dependente  $\phi$  com respeito ao novo sistema, são expressas da seguinte forma:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x_{1,2}} = \frac{\partial \phi}{\partial x_{1,2}^*} - \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \frac{1}{D} \left( \sigma \frac{\partial D}{\partial x_{1,2}^*} + \frac{\partial \zeta}{\partial x_{1,2}^*} \right)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{1}{D} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \frac{1}{D} \left( \sigma \frac{\partial D}{\partial t^*} + \frac{\partial \zeta}{\partial t^*} \right)$$

### 2.2.3 Equações governantes

As equações que servem de base para os modelos Delft3D-Flow e POM e que descrevem o campo de velocidades, a elevação da superfície livre e os campos de salinidade e temperatura, são descritas a seguir. Considera-se um sistema ortogonal de coordenadas horizontais com  $x_1$  aumentando para leste e  $x_2$  aumentando para o norte e coordenada sigma na vertical variando de  $\sigma = -1$  no fundo à  $\sigma = 0$  na superfície.

#### Equação da continuidade

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{h_1 h_2} \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} (h_2 u_1 D) + \frac{\partial}{\partial x_2} (h_1 u_2 D) \right] + \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} = Q_{io} \quad (6)$$

onde  $u_1$  e  $u_2$  são as componentes da velocidade na direção  $x$  e  $y$  respectivamente,  $w$  a componente vertical da velocidade e  $Q_{io}$  representa as contribuições de fontes ou sumidouros, precipitação e evaporação.

#### Equação de conservação do momento na direção horizontal $x_1$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (u_1 D)}{\partial t} + \frac{1}{h_1 h_2} \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} (h_2 u_1^2 D) + \frac{\partial}{\partial x_2} (h_1 u_1 u_2 D) \right] + \frac{D}{h_1 h_2} \left[ u_1 u_2 \frac{\partial h_1}{\partial x_2} - u_2^2 \frac{\partial h_2}{\partial x_1} \right] + \frac{\partial (u_1 \omega)}{\partial \sigma} - f u_2 D + \\ g D \frac{\partial \zeta}{\partial x_1} = - \frac{g D^2}{h_1 \rho_o} \int_{\sigma}^{\sigma'} \left[ \frac{\partial \rho'}{\partial x_1} - \frac{\sigma'}{D} \frac{\partial D}{\partial x_1} \frac{\partial \rho'}{\partial \sigma'} \right] d\sigma' + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ \frac{K_V}{D} \frac{\partial u_1}{\partial \sigma} \right] + F_1 + M_1 \end{aligned} \quad (7)$$

#### Equação de conservação do momento na direção horizontal $x_2$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (u_2 D)}{\partial t} + \frac{1}{h_1 h_2} \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} (h_2 u_1 u_2 D) + \frac{\partial}{\partial x_2} (h_1 u_2^2 D) \right] + \frac{D}{h_1 h_2} \left[ u_1 u_2 \frac{\partial h_2}{\partial x_1} - u_1^2 \frac{\partial h_1}{\partial x_2} \right] + \frac{\partial (u_2 \omega)}{\partial \sigma} + f u_1 D + \\ g D \frac{\partial \zeta}{\partial x_2} = - \frac{g D^2}{h_2 \rho_o} \int_{\sigma}^{\sigma'} \left[ \frac{\partial \rho'}{\partial x_2} - \frac{\sigma'}{D} \frac{\partial D}{\partial x_2} \frac{\partial \rho'}{\partial \sigma'} \right] d\sigma' + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ \frac{K_V}{D} \frac{\partial u_2}{\partial \sigma} \right] + F_2 + M_2 \end{aligned} \quad (8)$$

onde  $\rho'$  é a flutuação da densidade,  $K_V$  é o coeficiente cinemático de viscosidade turbulenta vertical,  $M_1$  e  $M_2$  são as perdas em estruturas hidráulicas [3] e  $f$  é o parâmetro de Coriolis expresso por:

$$f = 2\Omega \operatorname{sen}\phi \quad (9)$$

sendo  $\phi$  a latitude e  $\Omega$  a velocidade de rotação da Terra. Os termos de difusão horizontais das equações de conservação do momento são expressos como:

$$F_1 = \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial x_1} (\tau_{11}) + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial x_2} (\tau_{12}) \quad (10)$$

$$F_2 = \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial x_1} (\tau_{21}) + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial x_2} (\tau_{22}) \quad (11)$$

onde as tensões de Reynolds são definidas por:

$$\tau_{11} = 2K_H \left[ \frac{1}{h_1} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{u_2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial x_2} \right] \quad (12)$$

$$\tau_{12} = \tau_{21} = K_H \left[ \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{u_1}{h_1} \right) + \frac{h_2}{h_1} \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{u_2}{h_2} \right) \right] \quad (13)$$

$$\tau_{22} = 2K_H \left[ \frac{1}{h_2} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{u_1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x_1} \right] \quad (14)$$

sendo  $K_H$  o coeficiente cinemático horizontal de viscosidade turbulenta.

### **Equação de conservação do momento na direção vertical**

$$\rho g = \frac{1}{\rho_o D} \frac{\partial P}{\partial \sigma} \quad (15)$$

onde  $\rho_o$  é a densidade de referência,  $g$  é a aceleração da gravidade e  $P$  a pressão.

### **Equação da conservação salinidade**

$$\frac{\partial (SD)}{\partial t} + \frac{1}{h_1 h_2} \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} (h_2 u_1 SD) + \frac{\partial}{\partial x_2} (h_1 u_2 SD) \right] + \frac{\partial (\omega S)}{\partial \sigma} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ \frac{D_V}{D} \frac{\partial S}{\partial \sigma} \right] + F_S \quad (16)$$

onde  $S$  é a salinidade e  $D_V$  o coeficiente vertical de difusão turbulenta.

## Equação de conservação da temperatura potencial

$$\frac{\partial(\theta D)}{\partial t} + \frac{1}{h_1 h_2} \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} (h_2 u_1 \theta D) + \frac{\partial}{\partial x_2} (h_1 u_2 \theta D) \right] + \frac{\partial(\omega \theta)}{\partial \sigma} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ \frac{D_V}{D} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} \right] + F_\theta + \frac{1}{D} \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (17)$$

onde  $\theta$  é a temperatura. Os termos de difusão horizontais das equações de transporte da temperatura potencial e da salinidade são expressos da forma:

$$F_{\theta, S} = \frac{1}{h_1 h_2} \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} \left( D_H \frac{h_2}{h_1} \frac{\partial(\theta, S)}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( D_H \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial(\theta, S)}{\partial x_2} \right) \right] \quad (18)$$

onde  $D_H$  é o coeficiente horizontal de difusão turbulenta.

## Equação de Estado

$$\rho = \rho(\theta, S, P) \quad (19)$$

sendo  $\rho$  a densidade. A equação de estado expressa a dependência da densidade  $\rho$ , com a temperatura potencial  $\theta$ , a salinidade  $S$  e a pressão  $P$ . O modelo Delft3D-Flow utiliza a equação de Eckart (1958) [3] e modelo POM a equação da UNESCO [6].

Nestas equações,  $\omega$  é a componente vertical da velocidade normal às superfícies sigma, obtida da equação da continuidade, que tem a expressão:

$$w = \omega + u_1 \left( \sigma \frac{\partial D}{\partial x_1} + \frac{\partial \zeta}{\partial x_1} \right) + u_2 \left( \sigma \frac{\partial D}{\partial x_2} + \frac{\partial \zeta}{\partial x_2} \right) + \sigma \frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial \zeta}{\partial t} \quad (20)$$

## 2.3 Equações governantes integradas verticalmente

A chamada aproximação para águas rasas [9] consiste em um sistema de equações bidimensional oriundo da integração vertical das equações governantes, obtendo-se as variações do nível do mar ao longo do tempo, como é o caso de correntes de marés, e considerando apenas as variações barotrópicas. A estrutura vertical de densidade é eliminada, por isso o sistema é considerado verticalmente homogêneo.

Com o objetivo de diminuir o tempo computacional de solução, o modelo POM utiliza o método denominado de “*mode splitting*” [9], que divide a solução em dois modos. O modo externo, para as ondas externas (rápidas), resolvido com um passo de tempo pequeno e o modo interno, para ondas internas (lentas), resolvido com um passo de tempo longo. As equações verticalmente integradas, que serão apresentadas a seguir, compõem o modo externo, enquanto

que as equações (6) à (20) e as equações das quantidades de turbulência compõem o modo interno [2,9]. Segundo Kowalik e Murty [9] as equações dos campos de salinidade e temperatura não precisam ser integradas verticalmente, pois variam lentamente, podendo ser calculadas com o passo de tempo longo do modo interno.

### 2.3.1 Integração da equação da continuidade

A equação da continuidade, expressa em coordenadas cartesianas ortogonais  $(x,y,z)$ , integrada na profundidade, ou seja, do fundo  $z = -H$  até a superfície  $z = \zeta$ , fica da forma:

$$\int_{-H}^{\zeta} \frac{\partial u}{\partial x} dz + \int_{-H}^{\zeta} \frac{\partial v}{\partial y} dz + [w]_{z=\zeta} - [w]_{z=-H} = 0 \quad (21)$$

Aplicando a regra de Leibnitz da derivada de uma integral para os dois primeiros termos da equação e considerando-se as condições cinemáticas de contorno de superfície livre e de fundo dadas por:

$$[w]_{z=\zeta} = \left[ \frac{\partial \zeta}{\partial t} \right]_{z=\zeta} + \left[ u \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right]_{z=\zeta} + \left[ v \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right]_{z=\zeta} \quad e \quad (22)$$

$$[w]_{z=-H} = - \left[ u \frac{\partial H}{\partial x} \right]_{z=-H} - \left[ v \frac{\partial H}{\partial y} \right]_{z=-H} \quad (23)$$

obtém-se [9]:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial [UD]}{\partial x} + \frac{\partial [VD]}{\partial y} = 0 \quad (24)$$

A Equação (24) em coordenadas generalizadas ortogonais no plano e em coordenada sigma na vertical é expressa por:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{h_1 h_2} \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} (h_2 U_1 D) + \frac{\partial}{\partial x_2} (h_1 U_2 D) \right] = 0 \quad (25)$$

onde  $U_1$  e  $U_2$  são as velocidades verticalmente integradas nas direções  $x_1$  e  $x_2$ , respectivamente, definidas por:



$$U_1, U_2 = \int_{-1}^0 (u_1, u_2) d\sigma \quad (26)$$

### 2.3.2 Integração das equações de conservação do momento

De forma semelhante à integração da equação da continuidade, fazendo-se as mesmas considerações, integra-se verticalmente as Equações (7) e (8) de  $\sigma = -1$  à  $\sigma = 0$ , sujeitas às condições de contorno:

$$[u_1]_{\sigma=-1} = [u_2]_{\sigma=-1} = [\omega]_{\sigma=-1} = 0 \quad (27)$$

Assim, obtém-se as equações de conservação do momento na direções  $x_1$  e  $x_2$ , expressas da forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(U_1 D)}{\partial t} + \frac{1}{h_1 h_2} \left[ \frac{\partial(h_2 U_1^2 D)}{\partial x_1} + \frac{\partial(h_1 U_1 U_2 D)}{\partial x_2} \right] - f U_2 D = -\frac{\partial \zeta}{\partial x_1} - \frac{D}{\rho_o} \frac{\partial P_a}{\partial \sigma} + \frac{1}{\rho} (\tau_{w1} - \tau_{B1}) - \bar{F}_1 \\ - \frac{gD}{\rho_o} \int_{-1}^0 \int_{\sigma}^{\sigma'} \left[ D \frac{\partial \rho'}{\partial x_1} - \frac{\partial D}{\partial x_1} \sigma' \frac{\partial \rho'}{\partial \sigma} \right] d\sigma' d\sigma - \left[ \frac{1}{h_1 h_2} \left( \frac{\partial(h_2 U_1'^2 D)}{\partial x_1} + \frac{\partial(h_1 U_1' U_2' D)}{\partial x_2} \right) \right] \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(U_2 D)}{\partial t} + \frac{1}{h_1 h_2} \left[ \frac{\partial(h_2 U_1 U_2 D)}{\partial x_1} + \frac{\partial(h_1 U_2^2 D)}{\partial x_2} \right] + f U_1 D = -\frac{\partial \zeta}{\partial x_2} - \frac{D}{\rho_o} \frac{\partial P_a}{\partial \sigma} + \frac{1}{\rho} (\tau_{w2} - \tau_{B2}) - \bar{F}_2 \\ - \frac{gD}{\rho_o} \int_{-1}^0 \int_{\sigma}^{\sigma'} \left[ D \frac{\partial \rho'}{\partial x_2} - \frac{\partial D}{\partial x_2} \sigma' \frac{\partial \rho'}{\partial \sigma} \right] d\sigma' d\sigma - \left[ \frac{1}{h_1 h_2} \left( \frac{\partial(h_2 U_1' U_2' D)}{\partial x_1} + \frac{\partial(h_1 U_1' D)}{\partial x_2} \right) \right] \end{aligned} \quad (29)$$

onde  $U_1'$  e  $U_2'$  representam as flutuações das velocidades verticalmente integradas e definidas como:

$$U_1'^2 = \int_{-1}^0 (u_1 - U_1)^2 d\sigma \quad (30)$$

$$U_2'^2 = \int_{-1}^0 (u_2 - U_2)^2 d\sigma \quad (31)$$

$$U_1'U_2' = \int_{-1}^0 (u_1 - U_1)(u_2 - U_2) d\sigma \quad (32)$$

As tensões de Reynolds Verticalmente integradas são expressas por:

$$\bar{\tau}_{11} = 2K_H \left[ \frac{1}{h_1} \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + \frac{U_2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial x_2} \right] \quad (33)$$

$$\bar{\tau}_{12} = \bar{\tau}_{21} = K_H \left[ \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{U_1}{h_1} \right) + \frac{h_2}{h_1} \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{U_2}{h_2} \right) \right] \quad (34)$$

$$\bar{\tau}_{22} = 2K_H \left[ \frac{1}{h_2} \frac{\partial U_2}{\partial x_2} + \frac{U_1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x_1} \right] \quad (35)$$

e os termos difusivos horizontais são definidos como:

$$\bar{F}_1 = \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial x_1} (\bar{\tau}_{11}) + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial x_2} (\bar{\tau}_{12}) \quad (36)$$

$$\bar{F}_2 = \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial x_1} (\bar{\tau}_{21}) + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial x_2} (\bar{\tau}_{22}) \quad (37)$$

### 3. MODELOS DE TURBULÊNCIA

A turbulência tem um papel importante nos processos dissipativos em corpos de água. Não é uma tarefa fácil incorporar a turbulência nas equações governantes através de uma parametrização. Usualmente isto é feito considerando que as tensões de Reynolds são proporcionais às taxas de deformação média do fluido. Em analogia à viscosidade molecular, a constante de proporcionalidade é chamada de coeficiente de viscosidade turbulento. Considerando o fato que as dimensões horizontais são muito maiores que as dimensões verticais, é necessário definir tais coeficientes com valores diferentes para as direções vertical e horizontal. A temperatura e a salinidade têm seu transporte descrito por coeficientes de difusividade turbulento também diferentes nas direções vertical ou horizontal.

#### 3.1 Modelos de turbulência no POM

A parametrização da turbulência no modelo POM está baseada no trabalho de Mellor e Yamada [12], que calcula os coeficientes turbulentos  $K_V$  e  $D_V$  à partir das equações da energia cinética turbulenta ( $q^2/2$ ) e da turbulência em macro escala ( $q^2 l$ ). Em coordenadas cartesianas

curvilíneas ortogonais generalizadas nas direções horizontais  $x_1$  e  $x_2$  e coordenada sigma na direção vertical, as equações são descritas por [1]:

### Equação da energia cinética turbulenta

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(q^2 D) + \frac{1}{h_1 h_2} \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} (h_2 u_1 q^2 D) + \frac{\partial}{\partial x_2} (h_1 u_2 q^2 D) \right] + \frac{\partial}{\partial \sigma} (\omega q^2) = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ \frac{K_q}{D} \frac{\partial q^2}{\partial \sigma} \right] \\ + \frac{2K_V}{D} \left[ \left( \frac{\partial u_1}{\partial \sigma} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_2}{\partial \sigma} \right)^2 \right] + \frac{2g}{\rho_o} K_V \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} - \frac{2Dq^3}{B_1 \ell} + F_{q^2} \end{aligned} \quad (38)$$

### Equação da energia cinética em macro escala

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(q^2 \ell D) + \frac{1}{h_1 h_2} \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} (h_2 u_1 q^2 \ell D) + \frac{\partial}{\partial x_2} (h_1 u_2 q^2 \ell D) \right] + \frac{\partial}{\partial \sigma} (\omega q^2 \ell) = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ \frac{K_q}{D} \frac{\partial q^2 \ell}{\partial \sigma} \right] \\ + E_1 \ell \left( \frac{K_V}{D} \left[ \left( \frac{\partial u_1}{\partial \sigma} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_2}{\partial \sigma} \right)^2 \right] + E_3 \frac{g}{\rho_o} K_H \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right) - \frac{Dq^3}{B_1} \tilde{W} + F_{q^2 \ell} \end{aligned} \quad (39)$$

onde

$$F_{q^2, q^2 \ell} = \frac{1}{h_1 h_2} \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} \left( A_H \frac{\partial}{\partial x_1} (q^2, q^2 \ell) \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( A_H \frac{\partial}{\partial x_2} (q^2, q^2 \ell) \right) \right] \quad (40)$$

$$L^{-1} \equiv (\zeta - z)^{-1} + (H + z)^{-1} \quad (41)$$

$$\tilde{W} \equiv 1 + E_2 \left( \frac{L}{\kappa L} \right)^2 \quad (42)$$

sendo  $q^2/2$  a energia cinética turbulenta,  $L$  a escala característica de comprimento para o movimento turbulento,  $\tilde{W}$  a função de proximidade do contorno e  $F_{q^2, q^2 \ell}$  os termos horizontais de mistura para  $q^2$  e  $q^2 \ell$ , respectivamente. Os coeficientes de turbulência são expressos por:

$$K_V = q S_M, \quad D_V = l q S_H, \quad K_q = l q S_q \quad (43)$$

onde as funções do número de Richardson,  $S_M$ ,  $S_H$  e  $S_q$  bem como as constantes  $E_1, E_2$  e  $E_3$  são estabilizadores do método conforme [12].

As condições de contorno para as Equações (33) e (34) são:

$$\left( q^2(-1), q^2\ell(-1) \right) = \left( B_1^{2/3} u_*^2(-1), 0 \right) \quad \text{e} \quad \left( q^2(0), q^2\ell(0) \right) = \left( B_1^{2/3} u_*^2(0), 0 \right) \quad (44)$$

onde  $u_*(0)$  é a velocidade de atrito na superfície livre,  $u_*(-1)$  é a velocidade de atrito no fundo, e  $B_1$  é uma constante do modelo de turbulência [13].

O coeficiente de difusão turbulenta horizontal  $D_H$  é tomado como valor constante ou obtido pela fórmula de Smagorinsky que, em coordenadas cartesianas ortogonais, é expressa por:

$$D_H = C\Delta x\Delta y \frac{1}{2} \left| \nabla \mathbf{V} + (\nabla \mathbf{V})^T \right| \quad (45)$$

onde

$$/2 =, \quad (46)$$

$C$  é uma constante definida pelo usuário e  $\Delta x$  e  $\Delta y$  são espaçamentos da grade.

O coeficiente de viscosidade turbulenta horizontal,  $K_H$  é obtido por:

$$K_H = T_{prin} D_H \quad (47)$$

sendo  $T_{prin}$  uma constante definida pelo usuário.

### 3.2 Modelos de turbulência no Delft3D-Flow

No aplicativo Delft3D-Flow, quatro modelos de turbulência são implementados para determinar os coeficientes de viscosidade turbulenta vertical  $K_V$  e a difusividade turbulenta vertical  $D_V$ . São o modelo de turbulência algébrico ALG, o modelo de turbulência de Prandtl mixing length PML, o modelo de turbulência  $k-l$  e o modelo de turbulência  $k-\varepsilon$ .

#### 3.2.1 Viscosidade turbulenta vertical

A viscosidade turbulenta vertical é parametrizada da forma:

$$K_V = c_\mu l \sqrt{k} \quad (48)$$

onde  $c_\mu$  é uma constante determinada por calibração,  $l$  é o comprimento de mistura e  $k$  é a energia cinética turbulenta. O comprimento de mistura  $l$  é determinado por:

$$l = \kappa(z + H)\sqrt{1 - \frac{z + H}{D}} \quad (49)$$

onde  $\kappa$  é a constante de Von Karman ( $\kappa \approx 0.41$ ).

Quando ocorre estratificação vertical da densidade, ela é caracterizada pelo número de Richardson  $Ri$ :

$$R_i = \frac{g}{\rho} \frac{\frac{\partial \rho}{\partial z}}{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2} \quad (50)$$

A estratificação estável leva a um amortecimento de  $l$ , que é matematicamente descrito pela função de amortecimento  $F_L(R_i)$  da forma:

$$l = \kappa(z + H)\sqrt{1 - \frac{z + H}{D}}F_L(R_i) \quad (51)$$

onde :

$$F_L(R_i) = \exp(-2.3R_i) \quad \text{para } Ri \geq 0 \quad (52)$$

$$F_L(R_i) = (1 - 14R_i)^{0.25} \quad \text{para } Ri < 0 \quad (53)$$

### 3.2.2 Difusividade turbulenta vertical

A difusividade turbulenta vertical é obtida à partir da viscosidade turbulenta vertical pela expressão:

$$D_v = \frac{K_v}{\sigma_c} \quad (54)$$

O parâmetro  $\sigma_c$  é o número de Prandtl-Schmidt que depende da substância e da função de amortecimento [3].

### 3.2.3 Modelo de fechamento algébrico (ALG)

No ALG é considerado um perfil logarítmico para a velocidade, proporcionando uma relação linear entre a energia cinética turbulenta no fundo e a energia cinética turbulenta na superfície livre. A energia cinética turbulenta é dada pela expressão:

$$k = \frac{1}{\sqrt{c_\mu}} \left[ \left[ u_*^b \right] \left( 1 - H \frac{z+d}{H} \right)^{\frac{1}{2}} + \left[ u_{*s} \right]^2 \frac{z+d}{H} \right] \quad (55)$$

onde  $c_\mu$  é uma constante de calibração,  $u_{*s}$  e  $u_*^b$  são as velocidades de atrito na superfície e no fundo, respectivamente [3].

### 3.2.4 Modelo de comprimento de mistura de Prandtl (PML).

Neste modelo a energia cinética turbulenta é função dos gradientes verticais de velocidade, já que os gradientes horizontais de velocidade são negligenciados por serem muito menor que os verticais. A equação da energia cinética turbulenta é dada por:

$$k = \frac{1}{\sqrt{c_\mu}} L^2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (56)$$

### 3.2.5 Modelo de fechamento de AEM

O modelo de fechamento algébrico da viscosidade turbulenta não envolve equações de transporte. Este esquema de fechamento, denominado de ordem zero, é uma combinação de duas formulações algébricas, usando expressões algébricas para determinar  $k$  e  $L$ . Os modelos ALG e PML são combinados e fornecem o modelo AEM e a viscosidade turbulenta vertical é calculada como o maior valor entre as duas formulações, ou seja

$$K_V = \max(K_{PML} + K_{ALG}) \quad (57)$$

### 3.2.6 Modelos de fechamento de turbulência $k-l$ e $k-\varepsilon$

O modelo  $k-l$  considera que a energia de dissipação depende do comprimento de mistura e da energia cinética turbulenta, da forma:

$$\varepsilon = c_D \frac{k\sqrt{k}}{l} \quad (58)$$

No modelo  $k-\varepsilon$  o comprimento de mistura é determinado pela relação:

$$l = c_D \frac{k\sqrt{k}}{\varepsilon} \quad (59)$$

sendo  $c_D$  um coeficiente de calibração.

A energia cinética turbulenta  $k$  e a dissipação da energia cinética turbulenta  $\varepsilon$  são expressas a partir das seguintes equações de conservação:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{u_1}{h_1} \frac{\partial k}{\partial x_1} + \frac{u_2}{h_2} \frac{\partial k}{\partial x_2} + \frac{\omega}{D} \frac{\partial k}{\partial \sigma} = \frac{1}{D^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \left( K_{mol} + \frac{K_{3D}}{\sigma_K} \right) \frac{\partial k}{\partial \sigma} \right) + P_k + B_k - \varepsilon \quad (60)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{u_1}{h_1} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} + \frac{u_2}{h_2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta} + \frac{\omega}{D} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = \frac{1}{D^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \left( K_{mol} + \frac{K_{3D}}{\sigma_K} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} \right) + P_\varepsilon + B_\varepsilon - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (61)$$

onde  $c_{2\varepsilon}$  é um coeficiente do modelo,  $\sigma_{k/\varepsilon}$  é o número de Prandtl-Schmidt,  $P_{k/\varepsilon}$  é o termo de produção e  $B_{k/\varepsilon}$  é o termo de flutuabilidade. As equações (60) e (61) são resolvidas considerando as condições de contorno de fundo e superfície [3].

## 4. CONDIÇÕES DE CONTORNO

Para garantir a unicidade da solução, as equações governantes devem satisfazer determinadas condições de contorno superior (na superfície livre), inferior (no fundo) e nos contornos abertos e laterais.

### 4.1 Condição de Contorno de superfície

Na superfície livre devem ser consideradas as tensões tangenciais provocadas pela ação do vento. A magnitude da tensão do vento, segundo a ref.[8], é expressa por:

$$\tau_s = \rho_{ar} C_d |U_{10}| U_{10} \quad (62)$$

onde

$$|U_{10}| = \sqrt{U_{10x}^2 + U_{10y}^2} \quad (63)$$

Ambos os modelos utilizam a lei quadrática, diferindo na forma de estimar o coeficiente de arrasto  $C_d$ , cujas formulações podem ser encontradas nas ref.[2] e [3].

## 4.2 Condição de Contorno de fundo

A tensão de cisalhamento no fundo induzida por um escoamento turbulento é expressa pela lei de atrito quadrática [11]:

$$\tau_b = \frac{\rho_o g}{C_D^2} |U|^2 \quad (64)$$

onde  $|U|$  é o módulo da velocidade horizontal e  $C_D$  é o coeficiente de Chézy cujo valor é proposto por vários autores (ver ref. [2], [3] e [8]).

## 4.3 Condições de contorno aberto

Contornos abertos surgem devido à necessidade de limitar-se o domínio computacional com relação ao domínio físico. Devem ser eficientemente formuladas de forma que a unicidade da solução seja satisfeita. Além disso, deve permitir que o sinal gerado no interior do domínio se propague para fora deste sem reflexão e que sinais de forçantes externas possam interagir no contorno. De acordo com a ref.[1] as condições de contorno aberto podem ser ativas no sentido daquelas em que as variáveis no contorno são previamente especificadas ou passivas, quando os valores na borda são dependentes da dinâmica no interior. Também podem ser classificadas como baroclínicas ou barotrópicas.

### 4.3.1 Condição de contorno aberto de Sommerfeld

Tais condições são variações da equação de Sommerfeld (1949) expressa da forma:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} \pm C \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (65)$$

onde  $\phi$  é uma variável incógnita, tal como elevação,  $C$  é a velocidade de fase e  $x$  é a coordenada normal ao contorno aberto. O sinal positivo é usado para o contorno direito ( $x=L$ ) e o sinal negativo para o contorno esquerdo( $x=0$ ).

### 4.3.2 Condição de contorno aberto de Blumberg e Kantha (BLK)

Para minimizar o problema de modos espúrios no nível do mar no interior do domínio, Blumberg e Kantha [1] propuseram a adição de termo restaurador à direita da equação. Este termo representa um amortecimento que tende a forçar o valor no contorno  $\phi$  para um valor prescrito  $\phi_k$  dentro de um tempo  $T_f$ , o que representa uma condição parcialmente prescrita (*camped*).





## 5.1 Aspectos numéricos no modelo Delft3D-Flow

O modelo está baseado em três métodos de integração no tempo implícitos: o método Implícito de Direção Alternada (Alternating Direction Implicit - ADI), o método do Operador Implícito Alternado (Alternating Operator Implicit - AOI) e o método Cíclico. Os termos de viscosidade e de difusão turbulentas são resolvidos implicitamente e as tensões de Reynolds são integradas explicitamente condicionadas a CFL. As equações de transporte são integradas pelo método Cíclico. O modelo possui um procedimento para marés enchentes e vazantes, na primeira são adicionados grades de pontos e na segunda são removidas grades de pontos.

### 5.1.1 Método de integração Implícito de Direção Alternada (ADI)

Neste método, conforme Weian [18], o tempo de integração é dividido em dois estágios. No primeiro estágio, primeira metade do tempo, é resolvida a equação de momento implicitamente na direção horizontal  $x$  e na segunda metade na direção horizontal  $y$ , omitidos os termos viscosos, na forma de um vetor como segue:

Primeiro estágio:

$$\frac{\bar{U}^{l+1/2} - \bar{U}^l}{1/2 \Delta t} + \frac{1}{2} A_x \bar{U}^{l+1/2} + \frac{1}{2} A_y \bar{U}^l = \bar{0} \quad (68)$$

Segundo estágio:

$$\frac{\bar{U}^{l+1} - \bar{U}^{l+1/2}}{1/2 \Delta t} + \frac{1}{2} A_x \bar{U}^{l+1/2} + \frac{1}{2} A_y \bar{U}^{l+1} = \bar{0} \quad (69)$$

A solução após um passo de tempo é da forma

$$\bar{U}^{l+1} = \left( I + \frac{1}{2} \Delta t A_y \right)^{-1} \times \left( I - \frac{1}{2} \Delta t A_x \right)^{-1} \times \left( I + \frac{1}{2} \Delta t A_x \right)^{-1} \times \left( I - \frac{1}{2} \Delta t A_y \right)^{-1} \bar{U}^l \quad (70)$$

onde  $\bar{U} = (u, v, \zeta)^T$  e

$$A_x = \begin{bmatrix} u \frac{\partial}{\partial x} & -f & g \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & u \frac{\partial}{\partial x} & g \frac{\partial}{\partial y} \\ -h \frac{\partial}{\partial x} & 0 & u \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad A_y = \begin{bmatrix} v \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 \\ f & v \frac{\partial}{\partial y} & g \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & h \frac{\partial}{\partial y} & v \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (71)$$

### 5.1.2 Método do Operador Implícito Alternado (AOI)

Embora o método ADI seja bastante econômico computacionalmente, ele apresenta resultados imprecisos quando o passo de tempo utilizado é relativamente grande. Segundo ref. [3] quando isto ocorre, é mais adequado o uso do método AOI. De forma semelhante ao método ADI, está baseado em um particionamento horizontal. Na primeira metade do tempo os termos difusivos e advectivos são resolvidos implicitamente e na segunda metade de tempo os termos que descrevem a propagação de ondas superficiais são integrados implicitamente.

Primeiro estágio:

$$\frac{\bar{U}^{l+\frac{1}{2}} - \bar{U}^l}{\frac{1}{2}\Delta t} + \frac{1}{2} A_{A-D} \bar{U}^{l+\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} A_{onda} \bar{U}^l = \bar{0} \quad (72)$$

Segundo estágio:

$$\frac{\bar{U}^{l+1} - \bar{U}^{l+\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}\Delta t} + \frac{1}{2} A_{A-D} \bar{U}^{l+\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} A_{onda} \bar{U}^{l+1} = \bar{0} \quad (73)$$

onde os operadores para as ondas superficiais  $A_{onda}$  e para os termos advectivos e difusivos  $A_{A-D}$  são expressos por:

$$A_{onda} = \begin{bmatrix} 0 & f & g \frac{\partial}{\partial x} \\ -f & 0 & g \frac{\partial}{\partial y} \\ h \frac{\partial}{\partial x} & h \frac{\partial}{\partial x} & u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad A_{A-D} = \begin{bmatrix} u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} & -f & 0 \\ f & u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & -h \frac{\partial}{\partial x} & u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (74)$$

### 5.1.3 Método Cíclico

Este método é adequado para solução das equações de transporte segundo os autores Stelling e Leendertse [17]. No primeiro estágio, as derivadas com relação à  $x$  são resolvidas

implicitamente e no segundo estágio as derivadas com relação à  $y$  são resolvidas explicitamente. Em cada passo, os sistemas implícito e explícito são intercambiados.

## 5.2 Métodos de integração no aplicativo POM

Como já comentado no item 2.3, o POM utiliza um método de solução particionado (*splitting mode*), o qual está dividido em um modo externo e outro interno, conforme esquema da Figura 3.

A estratégia computacional consiste na solução das equações governantes integradas verticalmente (24), (28) e (29) com um passo de tempo pequeno  $\Delta t_e$ . Durante esta solução, os termos do lado direito das Equações (28) e (29) são mantidos fixos, já que o modo interno é o responsável pela atualização dos referidos termos. O modo externo fornece o campo de elevações para as equações do modo interno (6) à (20) e (38) e (39) através dos termos  $\partial \zeta / \partial x$  e  $\partial \zeta / \partial y$ . Estas equações são resolvidas utilizando um passo de tempo grande  $\Delta t_i$  (de 50 a 80 vezes maior que  $\Delta t_e$ ). Assim, a estrutura vertical fica determinada, atualizando o lado direito das equações do modo externo, permitindo uma nova solução das equações desse modo. Em simulações futuras, os termos advectivos e difusivos do lado esquerdo das equações do modo externo também são atualizados pelo modo interno.

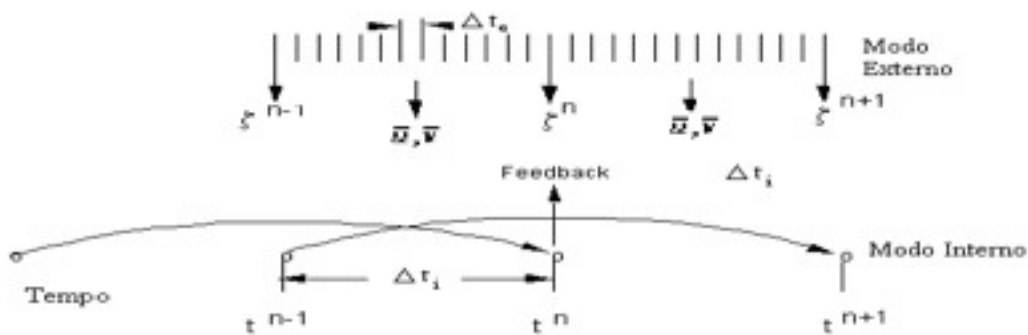


Figura 3. Esquema de solução do POM (*Splitting mode*)

O método explícito *Leap frog* [9,18] é utilizado na integração temporal, que implica na limitação dos passos de avanço no tempo pelas condições de Courant-Friedrichs-Levy (CFL), citadas na ref. [12].

Os modos externo e interno tem diferentes erros de truncamento, causando uma diferença entre os valores calculados das velocidades. Por isso, a cada passo de tempo  $\Delta t_i$ , o campo de velocidades no modo externo é substituído pelo campo médio de velocidades do modo interno.

Diferentemente dos outros termos, os termos de difusão vertical são integrados implicitamente [1], pela necessidade de solução das camadas limites de topo e fundo do domínio.

## 6. CONCLUSÃO

Neste trabalho apresentou-se uma análise comparativa entre os modelos Delft3D-Flow e POM, consagrados na modelagem de circulação costeira e estuarina. Observou-se que ambos os modelos baseiam-se nas mesmas equações governantes, mas tratam as mesmas de forma diferente. As equações governantes são descritas em coordenadas curvilíneas ortogonais na horizontal e coordenada sigma na vertical.

O modelo POM utiliza o método de diferenças finitas para a discretização no espaço e o esquema *Leap-frog* para a discretização temporal. Essa técnica gera duas soluções, uma solução baseada nas propriedades físicas e outra espúria, devido ao uso de três níveis de tempo ( $t^{n-1}$ ,  $t^n$ ,  $t^{n+1}$ ) para completar um passo de avanço no tempo. Tal fato pode ocasionar problemas de estabilidade numérica na integração dos termos não lineares. Para contornar tal problema, a solução é suavizada a cada passo de tempo por um filtro fraco [2].

Os dois modelos utilizam nas suas formulações a coordenada vertical sigma, adequada principalmente em regiões de topografia fortemente irregular. Mellor et al. [11] apresenta estudos indicando que a aplicação da coordenada sigma pode levar a erros na solução devido ao cálculo do gradiente de pressão e da vorticidade.

Uma das grandes preocupações dos modelos tridimensionais está relacionada com o tempo gasto nas simulações, de forma que vários métodos têm sido propostos para reduzir o tempo computacional. Uma técnica muito utilizada na integração das equações é o *splitting mode*, onde as ondas superficiais, que compõem o modo externo, são integradas com um passo de tempo pequeno e as ondas internas, que compõem o modo interno, mais lentas que as superficiais, são integradas com um passo de tempo muitas vezes maior que o utilizado no modo externo. Este método é utilizado pelo modelo POM e a integração de ambos os modos é explícita, sujeita à condição de CFL. Segundo Kowalik e Murty [9] e Blumberg e Mellor [2], a principal desvantagem deste método é que ele produz grandes erros de truncamento e sua principal vantagem é a de proporcionar passos de tempo adequados para solução das ondas externas e internas. Neste modelo, os termos difusivos verticais são solucionados de forma implícita, para melhor resolver tais processos, utilizando o método de Richtmeyer e Morton [2].

O modelo Delft3D-Flow usa esquemas implícitos (ADI e AOI) para a solução de um sistema de equações tridimensional. Nestes métodos, o passo de tempo é dividido em dois estágios. No primeiro estágio são integradas as derivadas ao longo de uma direção horizontal e no segundo estágio ao longo da outra direção horizontal [9]. Embora estes métodos sejam eficientes computacionalmente, eles requerem passos de tempo relativamente pequenos para que as ondas externas sejam captadas. Neste modelo, as equações de transporte são resolvidas pelo método Cíclico, também implícito [17].

A turbulência domina o processo dissipativo nas equações governantes, portanto a sua efetiva parametrização é requerida para que o modelo consiga reproduzir os processos físicos. No POM, a introdução dos processos turbulentos está baseada nas hipóteses de Rotta (1951) e Kolmogorov (1941) citados por Mellor e Yamada [12]. Segundo estes autores, o modelo reproduz os processos turbulentos em águas estratificadas com boa aproximação. O modelo Delft3D-Flow utiliza os modelos de turbulência consagrados  $k-\varepsilon$  e  $k-L$  [4].

O Delft3D-Flow possui um procedimento para vazantes e enchentes de maré. Muitas vezes, determinadas áreas estão secas na maré vazante e com água na maré enchente, tal procedimento consiste basicamente em retirar ou adicionar grades de pontos conforme a maré.

## REFERÊNCIAS

1. BLUMBERG, A. F.; KANTHA H. L. *Open boundary condition for circulation models*. Journal Hydraulic Engineering, 11, p. 237-255, 1985.
2. BLUMBERG, A. F.; MELLOR G. L. *A description of a three-dimensional coastal ocean model*. American Geophysical Union, Washington, 1987.
3. DELFT3D-FLOW *User Manual*, version 3.05, delft hydraulics, 1999.
4. DRONKERS, J.; LEUSSEN, W.V. *Physical Process in Estuaries*. Springer-Verlag, New York, 1988.
5. DYER, K. R. *Estuaries: A Physical Introduction*. John Wiley & Sons, New York, 1973.
6. FOFONOFF, N. P. *Physical properties of sea water: a new salinity scale and equation of state for seawater*. Journal Geophysical Research, 90, p. 3332-3342, 1985.
7. JOHNS, B. *Physical oceanography of coastal and shelf seas*. Elsevier Oceanography Series, Amsterdam, 1983.
8. JONES, I. S. F.; TOBA, Y. *Wind stress over the ocean*. Cambridge University Press, Cambridge, 1999.
9. KOWALIK, Z.; MURTY, T. S. *Numerical Modeling of Ocean Dynamics*. World Scientific, Singapore, 1993
10. MELLOR, G. L. *Users guide for a three-dimensional, primitive equation, numerical ocean model*. Program in Atmospheric and Oceanic Science, Princeton University, Princeton, 2003.
11. MELLOR, G. L.; OEY, L.Y.; EZER T. *Sigma Coordinate Gradient Errors and the Seamount Problem*. Journal of Atmospheric and Ocean Technology, 20, p.1122-1131, 1997.
12. MELLOR, G. L.; YAMADA, T. *Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems*. Reviews of Geophysics and Space Physics, 20, p.851-875, 1982.
13. MIRANDA, L. B.; CASTRO, B. M.; KJERFVE, B. *Princípios de Oceanografia Física de Estuários*. Edusp, São Paulo, 2002.
14. PALMA, E. D.; MATANO R. P. *On the implementation of open boundary conditions for a general circulation model: The barotropic mode*. Journal Geophysical Research, 103, p. 1319-1341, 1998.
15. PALMA, E. D.; MATANO R. P. *On the implementation of passive open boundary conditions for a general circulation model: The three-dimensional case*. Journal Geophysical Research, 105, p. 8605-8627, 2000.
16. SCHLICHTING, H. *Boundary-Layer Theory*. McGraw-Hill, New York, 1968.
17. STELLING, G. S.; LEENDERTSE, J. J. *Approximation of Convective Process by Cyclic ACI methods*. Proceeding 2nd ASCE Conference on Estuarine and Coastal Modelling, Tampa, 1991.
18. WEIAN, T. *Shallow water hydrodynamics*. Elsevier Oceanography Series, Amsterdam, 1992.
19. ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. *Finite Element Method-Solid and Fluid Mechanics: Dynamics and Nonlinearity*, Vol. 2. McGraw-Hill, New York, 1991.