



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E FÍSICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Dissertação de Mestrado

# Fragmentação de Jatos e Perda de Energia em Colisões Ultrarelativísticas de Íons Pesados

Sony Martins

Rio Grande  
2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E FÍSICA

# Fragmentação de Jatos e Perda de Energia em Colisões Ultrarelativísticas de Íons Pesados.\*

Sony Martins

Dissertação realizada sob orientação do Prof. Dr. Cristiano Brenner Mariotto (IMEF-FURG) e apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Física da FURG em preenchimento de requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Rio Grande  
2013

---

\* Trabalho financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE – FURG

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA - IMEF

CP 474 – Rio Grande – RS - CEP 96201-900 – Fone: (53) 3233-6796

pgfisica@furg.br - <http://www.pgfisica.furg>

Fragmentação de Jatos e Perda de Energia em Colisões  
Ultrarelativísticas de Íons Pesados

**SONY MARTINS**

**Orientador:** Prof. Dr. Cristiano Brenner Mariotto

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Matemática, Estatística e Física, da Universidade Federal do Rio Grande - FURG, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Física.

Aprovada por:

Prof. Dr. Cristiano Brenner Mariotto (Presidente)

Prof. Dr. Victor Paulo Barros Gonçalves

Prof. Dr. Otávio Socolowski Junior

Rio Grande, 27 de março de 2013.

*Aos meus pais: Marta Martins e Alessandro Lima.*

# Agradecimentos

- Ao professor *Dr. Cristiano Brenner Mariotto* pela excelente orientação, que de forma prática e efetiva, soube direcionar este trabalho até sua conclusão.
- Também ao professor *Marcos Rodriguez* que mesmo sem estar envolvido com este trabalho, sempre esteve disposto a responder dúvidas gerais de física.
- A *Jeferson Gonçalves* pelas inúmeras conversas filosóficas a respeito de física, religião, tempo e comportamento humano, que certamente contribuíram para o aumento da minha admiração pelo mundo natural.
- A *Glauber dos Santos* que esteve sempre disposto a ajudar quando requisitado.
- A *Fábio Kopp* pelas diversas brincadeiras no corredor da física tornando o trabalho menos cansativo.
- A minha vó, *Terezinha Martins* que já se aventurou na biblioteca da universidade a procura de um livro que eu precisava.
- E principalmente aos meus pais que mesmo sem compreender profundamente a importância da física, sempre se esforçaram para que eu pudesse alcançar meus objetivos acadêmicos.

# Resumo

Nesta dissertação, estudamos a produção de hádrons em processos de fragmentação de jatos, bem como alguns mecanismos de perda de energia, em colisões ultrarelativísticas de íons pesados, onde é esperada a produção de um novo estado da matéria chamado Plasma de Quarks e Glúons (QGP). Neste estado, que sobrevive por um curto período, acredita-se que os quarks e glúons encontram-se desconfinados, ao contrário do que acontece na matéria nuclear que constitui prótons, nêutrons e núcleos.

Ao longo deste trabalho, calculamos a produção de jatos em colisões próton-próton e por meio da fragmentação destes jatos, calculamos a produção de hádrons em colisões próton-próton (pp), próton-núcleo (pA) e núcleo-núcleo (AA) nos colidores *Relativistic Heavy Ion Collider* (RHIC), em Brookhaven National Laboratory (EUA), e no *Large Hadron Collider* (LHC), no CERN (Suíça). A produção de hádrons na fragmentação de jatos é descrita com o auxílio das funções de fragmentação, que fornecem a probabilidade de um párton (quark ou glúon) originar um hádron que porte uma fração de momento  $z$  do párton. Nas colisões pA, abordamos primeiramente os efeitos nucleares frios. Neste caso, levamos em consideração os efeitos de sombreamento de várias distribuições partônicas nucleares e posteriormente calculamos o fator de modificação nuclear para a produção de hádrons. Por outro lado, nas colisões entre íons pesados (colisões AA), observa-se uma grande supressão no número de hádrons produzidos e acredita-se que este efeito ocorra principalmente devido à perda de energia sofrida pelo párton ao atravessar o QGP formado. Neste caso, implementamos além dos efeitos nucleares de sombreamento, também os efeitos nucleares quentes, característicos do QGP. Numa primeira abordagem, calculamos a perda de energia utilizando os mecanismos de perda de energia propostos pelos grupos BDMPS e GLV, onde o primeiro descreve o meio desconfinado como um grande conjunto de centros de espalhamento estáticos causadores de múltiplos espalhamentos, enquanto o segundo descreve o meio desconfinado como um conjunto de pouquíssimos centros espalhadores, que combinados, causam um único espalhamento duro. Em seguida, implementamos o efeito da perda de energia por meio do deslocamento positivo da fração de momento  $z$  do párton, o que leva a uma menor probabilidade do párton se fragmentar num hádron. Além disso, a fim de tratarmos a perda de energia de uma forma mais completa, utilizamos o mecanismo dos pesos de supressão por meio do qual é obtida uma função de fragmentação modificada pelo meio. Posteriormente calculamos o fator de modificação nuclear para estes três modelos e comparamos os resultados com os dados do RHIC e com dados recentes do LHC. A partir destas comparações, inferimos propriedades do QGP, como a sua opacidade. Em geral, mesmo considerando apenas os processos em ordem dominante, encontramos bons resultados para a produção de jatos e hádrons.

# Abstract

In this master thesis work, we study the production of hadrons in jet fragmentation processes, and some mechanisms of energy loss, in ultrarelativistic heavy ion collisions, where it is expected the production of a new state of matter called Quark Gluon Plasma (QGP). In this new state of matter, which survives for a short period, the quarks and gluons are expected to be deconfined, contrary to the usual nuclear matter that constitute the protons, neutrons and nuclei.

Along this work we calculate the jet production in proton-proton collisions and by considering the fragmentation of these jets, we calculate the production of hadron in proton-proton (pp), proton-nucleus (pA) and nucleus-nucleus (AA) collisions at the Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC), in Brookhaven, and in the Large Hadron Collider (LHC), at CERN. The hadron production through jet fragmentation is described with the help of the fragmentation functions, that give the probability of a parton (a quark or a gluon) to originate a hadron which carries a momentum fraction  $z$  of the parton. In pA collisions, we first consider cold nuclear effects. In this case, taking into account the shadowing effects of various nuclear parton distributions, we calculate the nuclear modification factor for the hadron production. On the other hand, in heavy ion collisions (AA), it is observed a large suppression in the number of hadrons produced, which is believed to happen mainly because of the energy loss suffered by the partons when flying through the formed QGP. In this case, in addition to the nuclear shadowing effects, we implement the hot nuclear effects, characteristic of the QGP. As a first approach, we consider different models for the energy loss, proposed by the BDMPS and GLV groups, where the former model describes the deconfined medium as a large set of static and soft scattering centers, while the latter describes the medium as a set of a very few hard scattering centers, which combined, produce a single hard scattering. We then implement these energy loss models via positive shifting in the momentum fraction  $z$ , such that the fragmentation function gives a smaller probability of the parton to fragment into a hadron. Furthermore, in order to treat the energy loss in a more complete way, we implement the quenching weights mechanism through which we obtain the fragmentation functions modified by the medium. For the three models, we calculated the nuclear modification factor and compared the results with RHIC and with recent LHC data. From these comparisons, we infer properties of the QGP, such as its opacity. In general, even considering only the processes in leading order, we find good results for the production of jets and hadrons.

# Sumário

<b>Introdução</b> . . . . .	1
<b>1. A Cromodinâmica Quântica e Elementos do Modelo Partônico</b> . . . . .	4
1.1 Cromodinâmica Quântica - QCD . . . . .	4
1.1.1 Liberdade Assintótica e Confinamento . . . . .	7
1.2 Espalhamento Profundamente Inelástico - DIS . . . . .	9
1.2.1 Modelo Partônico . . . . .	10
1.3 Equações de Evolução Partônicas - DGLAP . . . . .	16
1.4 Fatorização da Seção de Choque . . . . .	22
1.5 Parametrização das Distribuições Partônicas . . . . .	25
1.5.1 Análise Global . . . . .	25
1.6 Funções de Fragmentação . . . . .	27
1.7 Plasma de Quarks e Glúons - QGP . . . . .	30
1.8 Conclusão . . . . .	34
<b>2. Produção de Jatos em Colisões Hadrônicas</b> . . . . .	35
2.1 Algoritmos de Jato . . . . .	36
2.1.1 Algoritmo do tipo Cone . . . . .	37
2.1.2 Algoritmo $k_T$ : modo inclusivo . . . . .	39
2.1.3 Algoritmo $k_T$ : modo exclusivo . . . . .	40
2.2 Produção de di-jatos em colisões próton-próton . . . . .	41
2.3 Conclusão . . . . .	48
<b>3. Produção de hádrons na fragmentação de jatos</b> . . . . .	49
3.1 Produção de Hádrons em Colisões $pp$ . . . . .	49
3.2 Conclusão . . . . .	54
<b>4. Produção de hádrons em colisões próton-núcleo</b> . . . . .	55
4.1 Efeitos Nucleares . . . . .	55
4.2 Efeitos Nucleares de Sombreamento . . . . .	56
4.3 Distribuições Partônicas Nucleares . . . . .	58
4.4 Produção de hadrons em colisões pA . . . . .	59
4.5 Conclusão . . . . .	61

---

<b>5. Produção de hádrons em colisões núcleo-núcleo</b> . . . . .	62
5.1 BDMPS . . . . .	63
5.2 GLV . . . . .	66
5.3 Fração de Momento Modificada . . . . .	66
5.4 Formalismo dos Pesos de Supressão . . . . .	69
5.4.1 Aproximação de múltiplos espalhamentos suaves . . . . .	71
5.4.2 Aproximação de um único espalhamento duro . . . . .	72
5.5 Radiação de glúons para um meio em expansão . . . . .	75
5.6 Conclusão . . . . .	76
<b>Conclusões e Perspectivas</b> . . . . .	77
<b>A. Cinemática Relativística</b> . . . . .	79
A.1 Rapidez e Pseudo-Rapidez . . . . .	79
A.2 O Sistema de Momento Infinito . . . . .	82
<b>Referências</b> . . . . .	85

# Introdução

Nos últimos anos, a física de partículas ampliou nosso conhecimento a respeito da estrutura da matéria e suas interações. Acredita-se atualmente que a natureza seja composta por 12 partículas fundamentais que se dividem em seis quarks e seis léptons (mais as correspondentes antipartículas) formando a classe dos férmions. Existem também as partículas bosônicas que intermediam a interação entre os férmions: fóton, glúon,  $Z^0$ ,  $W^+$ ,  $W^-$  e o recém descoberto bóson de Higgs<sup>1</sup>, responsável por dar massa as partículas. Quarks e glúons são os constituintes dos hádrons e formam a base de estudos da Cromodinâmica Quântica (QCD) que é a teoria das interações fortes. Embora muito já tenha sido descoberto, ainda há diversas questões em aberto, tais como: a quebra da simetria quiral, a assimetria matéria-antimatéria, os mecanismos por trás da inflação cósmica, a possível existência de uma quinta força fundamental (energia escura), entre outros. Dentro da QCD, uma destas questões é a respeito da existência de um novo estado da matéria conhecido como Plasma de Quarks e Glúons (QGP), o qual se acredita ter sido essencial na formação do universo. Atualmente, as colisões ultrarelativísticas de íons pesados realizadas no Large Hadron Collider (LHC) criam singularidades conhecidas como “little bangs” por meio dos quais, o QGP é criado e sobrevive por um curto período de tempo, suficiente para extraírmos algumas de suas propriedades. Nestas colisões, uma das formas de se obter informações a respeito do plasma, é através da análise da produção de hádrons no Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) e no LHC. Nessa produção, detecta-se claramente um decréscimo no número de hádrons produzidos com grande momento transversal  $q_T$  em relação ao valor esperado caso os núcleos se comportassem como uma superposição incoerente de prótons e nêutrons. Neste trabalho, incluímos a perda de energia no meio nuclear como a principal responsável por essa supressão, onde implementamos diferentes mecanismos de perda de energia através da modificação das funções de fragmentação. Efeitos nucleares de shadowing são levados em consideração por meio de diversas parametrizações que podem acrescentar uma supressão ou um enaltecimento, dependendo da região cinemática analisada.

No primeiro capítulo, apresentamos um resumo sobre a QCD e diversos tópicos relacionados ao estudo das colisões ultrarelativísticas. Estudamos os processos de espalhamento profundamente inelásticos (DIS) que, aliados ao modelo partônico, implicam numa importante relação conhecida como escalonamento de Bjorken. Contudo, veremos que devido aos vértices da QCD, o escalonamento de Bjorken é violado levando a formulação das equações de evolução DGLAP que, por sua vez, caracterizam os possíveis desdobramentos partônicos, antes ou depois do espalhamento duro. Também caracterizamos as funções de distribuição partônicas e funções de fragmentação, juntamente com a separação das regiões perturbativas e não-perturbativas por meio da fatorização. Também realizamos uma breve análise sobre

---

<sup>1</sup> Foi descoberta no LHC uma partícula cujas características parecem ser a do bóson de Higgs.

algumas propriedades do plasma de quarks e glúons, e o seu papel tanto na cromodinâmica quântica quanto na história do universo.

No segundo capítulo, definimos o conceito de jatos de quarks e glúons, como são produzidos e porque estudá-los. Incluímos um pouco do contexto experimental por meio dos algoritmos de jatos, visto que são por meio destes que os jatos são identificados produzindo dados que podem ser comparados com os resultados teóricos. Calculamos a seção de choque para produção de jatos inclusivos, onde obtemos o espectro de momento transversal  $p_T$  numa grande região de rapidez. Os resultados são posteriormente comparados com os dados recentes do LHC.

No terceiro capítulo, por meio da inclusão das funções de fragmentação, estabelecemos a fórmula padrão para o cálculo da seção de choque inclusiva para a produção de hádrons a partir da fragmentação dos jatos partônicos. Por meio desta fórmula, calculamos numericamente a produção de hádrons carregados em ordem dominante para o simples processo  $p + p \rightarrow h + X$ , onde  $h$  é um hádron (méson ou bárion) que se originou da fragmentação de um jato partônico, e  $X$  são outras partículas produzidas mas não identificadas. Os resultados obtidos para produção de hádrons carregados são comparados com dados do RHIC e do LHC.

No quarto capítulo, estudamos colisões mais complexas do tipo próton-núcleo, onde implementamos os efeitos nucleares de shadowing que pertencem a uma classe de efeitos nucleares conhecidos como efeitos nucleares de matéria fria. Iniciamos realizando uma breve análise sobre os efeitos nucleares de shadowing caracterizando quatro diferentes efeitos (shadowing, antishadowing, EMC e movimento de Fermi) juntamente com seus respectivos domínios cinemáticos. Calculamos a produção de hádrons utilizando algumas parametrizações (EPS, EKS, DS, HKNS) e comparamos nossos resultados com os dados de RHIC e LHC.

No último capítulo mostramos que apenas efeitos nucleares de estado inicial são insuficientes para explicar a grande supressão existente nas colisões de íons pesados no LHC. Por este motivo, aplicamos efeitos de estado final como a perda de energia no meio desconfinado estimada por alguns modelos, tais como BDMPs, GLV e o modelo dos pesos de supressão (*quenching weights*). Primeiramente, implementamos a perda de energia exclusivamente no momento transversal do parton que atravessa o meio desconfinado e obtemos bons resultados na região de grande momento transversal, tanto para o RHIC quanto para o LHC. Um trabalho utilizando esta primeira abordagem foi apresentado na XII Hadron Physics, sendo posteriormente publicado nos Proceedings do evento. Na segunda abordagem, aplicamos o mecanismo dos pesos de supressão formulado por Salgado e Wiedmann através do qual, a modificação ocorre nas funções de fragmentação do vácuo. Calculamos a produção de hádrons neutros e carregados, tais como píons, káons e prótons na região de grande momento transversal e comparamos nossos resultados com os dados de RHIC e LHC, respectivamente. Através dos observáveis calculados, inferimos propriedades do QGP, tais como vínculos cinemáticos caracterizando o fato do plasma ser limitado, bem como a sua opacidade.

Nesta dissertação de mestrado, trabalhamos com colisões centrais e tratamos o meio como estático. No entanto, mostramos que é possível reinterpretar os resultados para um meio em expansão hidrodinâmica, o qual trata a dinâmica do plasma de uma forma mais realística. Os estudos necessários para o desenvolvimento deste trabalho serviram como base para o artigo que, neste momento, encontra-se em elaboração.

## Capítulo 1

# A Cromodinâmica Quântica e Elementos do Modelo Partônico

### 1.1 Cromodinâmica Quântica - QCD

A criação da câmara de bolhas possibilitou a descoberta de um grande número de partículas, sendo em sua grande maioria, partículas pesadas denominadas *hádrons*. A fim de organizar essa grande quantidade de partículas em busca daquelas que fossem fundamentais, os hádrons foram agrupados conforme suas características. Porém, tanto a classificação através da carga e isospin, como através do número de estranheza, não se mostrou muito eficaz. Somente com os estudos de Gell-Mann e Zweig [1], os hádrons puderam ser explicados de forma simples através da existência de três “sabores” de quarks, denominados up, down e strange, os quais seriam os constituintes fundamentais dos hádrons. No entanto, a descoberta da partícula  $\Delta^{++}$ , formada por três quarks (uuu) com spins paralelos, violaria o princípio de exclusão de Pauli uma vez que quarks são férmions. A fim de resolver o dilema, foi introduzido um novo número quântico denominado “carga de cor”, responsável pela interação forte entre os quarks. Por este motivo, a teoria das interações fortes recebeu o nome de Cromodinâmica Quântica (dinâmica das cores). De acordo com essa teoria, as interações fortes são descritas por uma teoria de gauge local não-abeliana, onde SU(3) é o grupo de gauge e os glúons são os bósons de gauge que intermediam a interação forte entre os quarks. Cada quark carrega uma carga de cor que pode ter três tipos - “vermelha”, “verde” e “azul” (red (R), green (G), blue (B)), tal que nos hádrons a soma das cores sempre resulta na cor branca (neutra). Quando o campo do glúon é emitido, a cor do quark pode ou não se modificar permitindo nove formas de acoplamento do glúon entre o quark inicial e final. Entre os nove glúons da teoria, oito formam o octeto de cor de SU(3),

$$\begin{aligned} g_1 &= R\bar{G} & g_2 &= R\bar{B} & g_3 &= G\bar{R} \\ g_4 &= G\bar{B} & g_5 &= B\bar{R} & g_6 &= B\bar{G} \\ g_7 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (R\bar{R} - G\bar{G}) \\ g_8 &= \frac{1}{\sqrt{6}} (R\bar{R} + G\bar{G} - 2B\bar{B}) \end{aligned}$$

enquanto o remanescente, simétrico e não interagente, forma o singlete de SU(3)

$$g_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} (R\bar{R} + G\bar{G} + B\bar{B})$$

A lagrangeana da QCD, de acordo com a teoria de campos, pode ser escrita como [2]

$$\mathcal{L}_{QCD} = \mathcal{L}_{clássico} + \mathcal{L}_{gauge-fixa} + \mathcal{L}_{fantasma} \quad (1.1)$$

onde o termo  $\mathcal{L}_{clássico}$ , responsável pela interação entre os campos físicos, é expresso por

$$\mathcal{L}_{clássico} = \sum_{sabores} -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} + \bar{\psi}_j (i\gamma^\mu \partial_\mu \delta_{jk} - g_s \gamma^\mu (t_{jk}^a \mathcal{A}_\mu^a) - M_j \delta_{jk}) \psi_k$$

O espinor  $\psi_j(x)$  descreve o campo do quark enquanto  $M_j$  é a massa do quark. Os índices  $a, j, k$  referem-se às cores através dos valores  $a = 1, \dots, 8$  sendo  $j, k = 1, 2, 3$ . Os termos  $\mathcal{L}_{gauge-fixa}$  e  $\mathcal{L}_{fantasma}$  são introduzidos para fixar a arbitrariedade dos campos de glúons e eliminar problemas matemáticos resultantes da teoria não-abeliana, respectivamente. Podemos separar o termo clássico em duas partes, uma representando a interação quark-glúon

$$\mathcal{L}_{qqg} = \sum_{sabores} \bar{\psi}_j (i\gamma^\mu \partial_\mu \delta_{jk} - g_s \gamma^\mu (t_{jk}^a \mathcal{A}_\mu^a) - M_j \delta_{jk}) \psi_k$$

e outra representando a interação glúon-glúon

$$\mathcal{L}_{gg} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu}$$

O campo tensorial gluônico  $F_{\mu\nu}^a$  é dado por

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu \mathcal{A}_\nu^a - \partial_\nu \mathcal{A}_\mu^a - g_s f^{abc} \mathcal{A}_\mu^b \mathcal{A}_\nu^c$$

onde  $\mathcal{A}_\mu$  é o campo do glúon na representação adjunta do grupo SU(3) enquanto  $g_s$  é a constante de acoplamento forte. O tensor antissimétrico  $f^{abc}$  representa as constantes de estrutura da QCD, calculadas através de

$$f^{abc} = -2i \text{tr} ([t^a, t^b] t^c)$$

onde

$$\begin{aligned} t^1 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & t^2 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & t^3 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & t^4 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ t^5 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} & t^6 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & t^7 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} & t^8 &= \frac{1}{2\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

são os geradores do grupo SU(3), proporcionais às matrizes de Gell-Mann. Na representação fundamental, estes geradores obedecem à relação

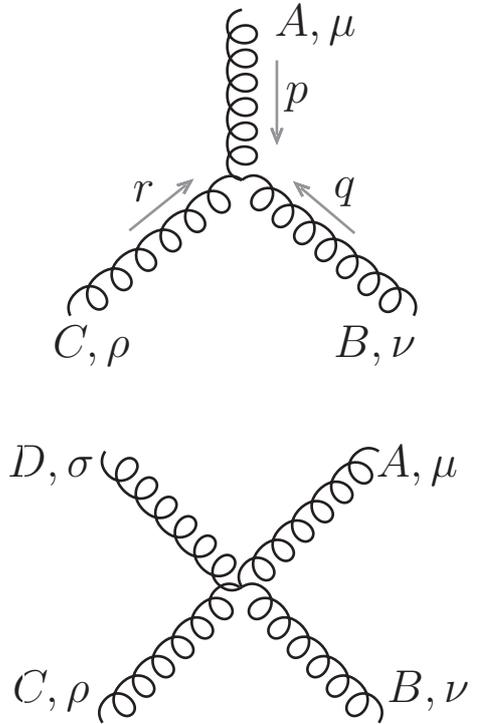
$$[t^a, t^b] = i f^{abc} t^c$$

enquanto na representação adjunta, fundamental para glúons, temos

$$[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c \quad (T^a)_{bc} = -i f^{abc}.$$



Devido à natureza não abeliana da teoria, surgem vértices de auto-interação glúon-glúon



$$\begin{aligned}
 & -g_s f^{ABC} [(p - q)^\rho g^{\mu\nu} \\
 & \quad + (q - r)^\mu g^{\nu\rho} \\
 & \quad + (r - p)^\nu g^{\rho\mu}]
 \end{aligned}$$

onde  $p + q + r = 0$

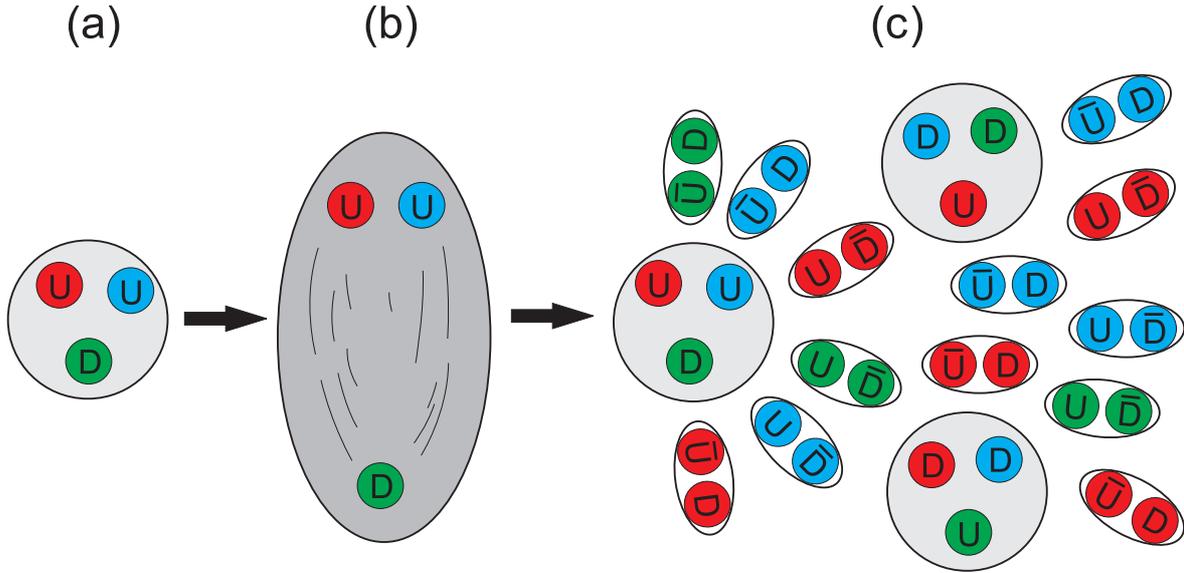
$$\begin{aligned}
 & -ig_s^2 [f^{CDX} f^{ABX} (g^{\mu\sigma} g^{\rho\nu} - g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}) \\
 & \quad + f^{CAX} f^{DBX} (g^{\mu\rho} g^{\sigma\nu} - g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}) \\
 & \quad + f^{CBX} f^{DAX} (g^{\mu\rho} g^{\sigma\nu} - g^{\mu\sigma} g^{\rho\nu})]
 \end{aligned}$$

Estas sete representações diagramáticas de propagadores e vértices são conhecidas como *regras de Feynman da QCD*. Embora não exista uma regra estabelecida, normalmente os diagramas são lidos da esquerda para a direita. Neste caso, a esquerda representa a natureza da partícula antes da interação enquanto o lado direito representa a natureza da partícula após a interação. Desse modo, as setas que estão apontadas para a direita, representam partículas viajando pra frente no tempo enquanto que as setas que apontam para a esquerda, são tidas como antipartículas viajando pra frente no tempo. O análogo destas representações também existe na Eletrodinâmica Quântica (QED), porém sem as auto-interações bosônicas. Deve-se salientar que os diagramas representam as interações de partículas, mas não representam o caminho percorrido pelas partículas no espaço-tempo.

### 1.1.1 Liberdade Assintótica e Confinamento

Na QCD as auto-interações dos glúons provocam dois fenômenos ausentes na QED conhecidos como Liberdade Assintótica e Confinamento. Conforme a energia do nucleon cresce, a interação entre os quarks, intermediada pelos glúons, torna-se mais forte impedindo a fuga dos quarks e portanto mantendo a estrutura do hádron. O potencial de confinamento é tão intenso que ao passo em que aumentamos a energia do sistema, é mais fácil ocorrer a produção de um par quark-antiquark do que a ruptura da ligação entre os quarks, Fig.1.1. Experimentalmente, nunca se detectou um quark isolado, apenas mésons ou bárions que são singletos de cor, ou seja, quarks e glúons estão sempre confinados dentro de hádrons. Mesmo dispondo deste conhecimento, ainda não há uma teoria fechada da QCD não-perturbativa, que a partir de primeiros princípios reproduza a propriedade do confinamento. Por outro

lado, conforme diminuimos a energia do nucleon, a interação se torna fraca o bastante para que possamos considerar os quarks livres com um mínimo de interação. Uma possível explicação provém das auto-interações gluônicas, onde se supõem que a curtas distâncias a carga de cor dos glúons se espalha aos arredores, no vácuo, provocando a blindagem da interação entre os quarks.



**Fig. 1.1:** Ilustração do que ocorre conforme adicionamos energia ao sistema hadrônico. (a) Um bário flutuando no vácuo, neste caso, um próton. (b) Com adição de energia, começa a ocorrer uma excitação no vácuo e os quarks tentam romper o confinamento. (c) A excitação no vácuo produz inúmeros mésons e bárions.

Um potencial que descreve um par quark-antiquark no vácuo é dado por

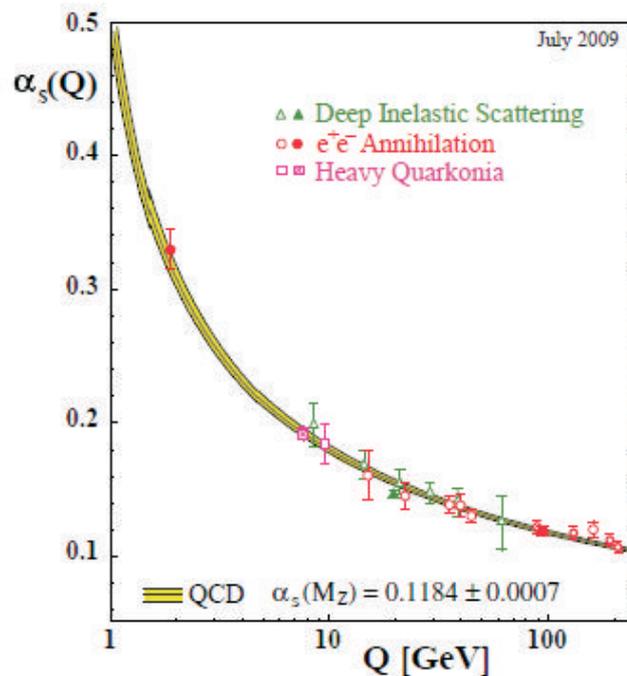
$$V(r) = \frac{-k_1}{r} + k_2 r$$

onde o primeiro termo está relacionado com a força de atração coulombiana dos quarks, enquanto o segundo termo representa a força de atração de cor. Na QCD perturbativa, uma quantidade usualmente utilizada que descreve a força das interações é a constante de acoplamento forte. Neste trabalho utilizaremos a expressão dessa constante em primeira ordem, cuja forma é

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2n_f) \ln(Q^2/\Lambda^2)}$$

onde  $n_f$  representa o número de quarks ativos que contribuem na produção de pares, e  $Q^2$  é interpretado como a resolução com a qual o sistema está sendo sondado. O fator  $\Lambda \approx 0.2$  GeV é um parâmetro característico da QCD determinado experimentalmente. Quando o comprimento de onda da partícula que está sondando o sistema está em torno do raio de um próton (baixa resolução), a constante de acoplamento adquire um valor ao redor de 1. Nesta região não se pode usar esta constante como um parâmetro na expansão perturbativa. Para

descrever a força da interação forte entre nucleons utiliza-se, por exemplo, teorias efetivas de troca de píons (modelo de Yukawa). Entretanto, para sondar a estrutura do próton, um fóton com energia ao redor de 1 TeV faz com que a constante de acoplamento caia para  $\alpha \approx 0.1$ . Isto representa uma baixa interação entre os constituintes do próton, caracterizando a liberdade assintótica. Na Fig.1.2, extraída de [4], está ilustrado o comportamento da constante de acoplamento  $\alpha_s$  da QCD. Para valores um pouco acima de 1 GeV ou maiores, podemos usar  $\alpha_s$  como um parâmetro perturbativo, e desta forma o cálculo dos processos em termos dos graus de liberdade fundamentais - quarks e glúons, faz sentido.



**Fig. 1.2:** *Resumo da variação das medidas de  $\alpha_s$  com relação a escala de energia  $Q$ . Mais detalhes referentes a figura podem ser vistas na referência [4] de onde a figura foi extraída.*

## 1.2 Espalhamento Profundamente Inelástico - DIS

Em 1964, Murray Gell-Mann e George Zweig postularam de forma independente a existência de partículas fundamentais denominadas *quarks*. Tais partículas seriam responsáveis pela composição de outras partículas mais pesadas como prótons, nêutrons e os demais hádrons. A fim de sondar a estrutura dos hádrons e confirmar essa predição, foram realizados espalhamentos profundamente inelásticos (DIS), nos quais fótons com altas energias eram capazes de sondar a estrutura interna dos hádrons. Em 1968, experimentos envolvendo esse tipo de espalhamento, realizados no Stanford Linear Accelerator Center (SLAC), puderam confirmar a existência de uma estrutura interna pontual nos prótons e neutrons. Os experimentos, inicialmente envolvendo um feixe de elétrons e posteriormente múons e neutrinos, mostraram que nos bárions eram compostos por três quarks, enquanto que os mésons

eram compostos por dois quarks [5, 6]. Estes quarks, denominados *quarks de valência* são responsáveis pela identificação e números quânticos do bárion. No entanto, conforme aumentamos a energia do bárion, as flutuações de glúons em pares quark-antiquark provocam a formação de novos quarks chamados *quarks de mar*.

O primeiro modelo desenvolvido para explicar a existência dos quarks foi o Modelo Partônico, formulado por Feynman (1972), mas antes formalizado por Bjorken e Paschos (1969). Neste modelo, a estrutura dos hádrons é descrita como uma distribuição de partículas, denominadas *pártons*, que carregam uma fração de momento  $x_a$  de seus respectivos hádrons. Assim, para colisões em altas energias, a partícula incidente interage com o parton ao invés do hádron, podendo ser absorvida ou espalhada, Fig. 1.3.

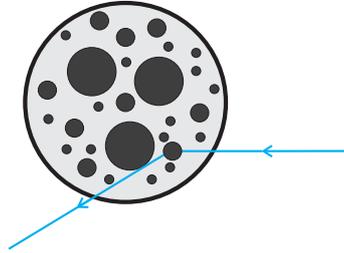


Fig. 1.3: Espalhamento sobre um parton de mar.

Posteriormente, através de dados experimentais, estes partons foram reconhecidos como sendo os quarks e glúons. Uma condição necessária ao modelo partônico é a de que durante a colisão o tempo de alteração do número e das frações de momento dos partons deve ser superior ao tempo de interação. Isso pode ser satisfeito facilmente através da escolha de um sistema de momento infinito, uma aproximação válida em altas energias, onde tanto o feixe como o alvo se movem relativisticamente.

Nesta seção nosso objetivo é abordar as idéias básicas por trás da construção inicial e aperfeiçoamento do modelo partônico que foi utilizado como base no desenvolvimento da Cromodinâmica Quântica (QCD).

### 1.2.1 Modelo Partônico

Iniciamos nossa subseção calculando a seção de choque para a reação lépton-nucleon, mostrada na Fig. 1.4. Ao decorrer do cálculo, definiremos as funções de estrutura  $F_{1,2}$  que caracterizam a constituição dos nucleons, nome usado para designar prótons ou nêutrons. A partir destas funções, juntamente com o cálculo das seções de choque de foto-absorção virtual, aplicaremos aproximações essenciais no modelo partônico que levarão ao chamado escalonamento de Bjorken. Portanto, vamos iniciar considerando a reação inclusiva

$$\ell_{inicial} + N_{inicial} \rightarrow \ell'_{final} + X$$

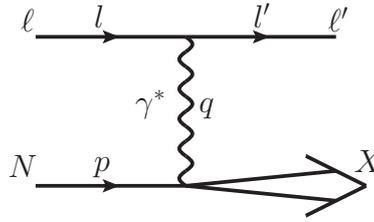
onde  $N$  é um nucleon e  $X$  representa quaisquer outras partículas produzidas no estado final. No sistema do laboratório, podemos definir os quadrimomentos (negligenciando a massa do

lépton) como

$$\begin{aligned} l^\mu &= (E, 0, 0, E) \\ l'^\mu &= (E', E' \sin\theta, 0, E' \cos\theta) \\ P^\mu &= (M, 0, 0, 0) \end{aligned}$$

a partir dos quais calculamos os invariantes DIS

$$\begin{aligned} s &= (l + P)^2 \\ Q^2 &= -q^2 = -(l - l')^2 = 2EE' (1 - \cos\theta) = 4EE' \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \nu &= \frac{q \cdot P}{M} = E - E' \end{aligned}$$



**Fig. 1.4:** Espalhamento profundamente inelástico entre lépton e um nucleon.

O quadrado da amplitude invariante, tomando a média sobre os spins iniciais e somando sobre os spins finais, pode ser escrito como o produto do tensor leptônico com o tensor hadrônico,

$$\overline{|M|^2} = \frac{e^4}{(q^2)^2} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu}$$

O tensor leptônico é calculado com o auxílio das regras de Feynman da QED, levando à

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu} &= \frac{1}{2} e^2 \left[ \bar{v}^{s'}(l') \gamma^\mu u^s(l) \right] \left[ \bar{v}^{s'}(l') \gamma_\nu u^s(l) \right]^* \\ &= 2 [l'_\mu l_\nu + l'_\nu l_\mu - l \cdot l' g_{\mu\nu}] \end{aligned}$$

Apesar de  $W_{\mu\nu}$  não ser conhecido, é possível parametrizá-lo em termos do tensor  $g_{\mu\nu}$ , dos vetores de momento  $q^\mu$  e  $p^\mu$  presentes no vértice e de seis funções escalares  $V_i$ , com  $i=1, \dots, 6$ . Assim, podemos escrever o tensor  $W_{\mu\nu}$  na forma geral

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu} &= V_1 g_{\mu\nu} + V_2 P_\mu P_\nu + V_3 (P_\mu q_\nu + P_\nu q_\mu) \\ &+ V_4 (P_\mu q_\nu - P_\nu q_\mu) + V_5 q_\mu q_\nu + V_6 \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} P^\alpha q^\beta \end{aligned}$$

que contém uma série de termos de interação entre o fóton virtual e o nucleon. Levando-se em consideração a simetria de  $L_{\mu\nu}$  sob a troca de índices  $\mu$  e  $\nu$ , percebe-se que apenas

os termos simétricos de  $W_{\mu\nu}$  contribuirão com a amplitude de espalhamento. Portanto, descartando os termos antisimétricos de  $V_4$  e  $V_6$ , juntamente com a aplicação da conservação de corrente

$$q^\mu W_{\mu\nu} = 0 = q^\nu W_{\mu\nu}$$

chegamos em

$$V_1 q_\nu + V_2 (q \cdot P) P_\nu + V_3 (q \cdot P q_\nu + q^2 P_\nu) + V_5 q^2 q_\nu = 0$$

Aplicando a condição

$$\begin{aligned} V_1 + V_3 q \cdot P + V_5 q^2 &= 0 \\ V_2 (q \cdot P) + V_3 q^2 &= 0 \end{aligned}$$

obtemos a expressão do tensor hadrônico,

$$W_{\mu\nu} = V_1 \left( g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) + V_2 \left[ P_\mu - \frac{(q \cdot P) q_\mu}{q^2} \right] \left[ P_\nu - \frac{(q \cdot P) q_\nu}{q^2} \right]$$

que por conveniência, podemos escrever na forma

$$W_{\mu\nu} = -W_1 \left( g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) + \frac{W_2}{M^2} \left[ P_\mu - \frac{(q \cdot P) q_\mu}{q^2} \right] \left[ P_\nu - \frac{(q \cdot P) q_\nu}{q^2} \right]$$

Dentro das funções  $W_{1,2}$  estão contidas as informações sobre a estrutura do nucleon, “vista” pelo fóton virtual. Lembrando que a massa do lépton foi desprezada, podemos escrever as relações

$$l \cdot l' = q \cdot l' = -q \cdot l = \frac{Q^2}{2}$$

tal que, no sistema do laboratório, obtemos

$$L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} = 4EE' \left[ 2W_1(\nu, Q^2) \text{sen}^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) + W_2(\nu, Q^2) \text{cos}^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right]$$

Dessa forma, substituindo na seção de choque diferencial lépton - nucleon, encontramos

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{dE' d\Omega'} &= \frac{1}{16\pi^2} \frac{E'}{E} \frac{1}{|M|^2} \\ &= \frac{(4\pi\alpha)^2}{16\pi^2 Q^4} \frac{E'}{E} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} \\ &= \frac{4\alpha^2 E'^2}{Q^4} \left[ 2W_1(\nu, Q^2) \text{sen}^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) + W_2(\nu, Q^2) \text{cos}^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right] \end{aligned}$$

que pode ser reescrita em termos dos invariantes  $\nu$  e  $Q^2$  como

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{dQ^2 d\nu} &= \frac{\pi}{EE'} \frac{d^2\sigma}{dE' d\Omega'} \\ &= \frac{4\pi\alpha^2 E'}{Q^4} \frac{1}{E} \left[ 2W_1(\nu, Q^2) \text{sen}^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) + W_2(\nu, Q^2) \text{cos}^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (1.2)$$

Podemos ver que as funções  $W_{1,2}$  estão relacionadas com a seção de choque total fóton virtual - nucleon caracterizando a interação do nucleon com o fóton. A partir delas, são então definidas as funções de estrutura usuais  $F_i(x, Q^2)$

$$\begin{aligned} F_1(x, Q^2) &= MW_1(x, Q^2) \\ F_2(x, Q^2) &= \nu W_2(x, Q^2) \end{aligned}$$

onde

$$x = \frac{Q^2}{2P \cdot q} = \frac{Q^2}{2M\nu} \quad (1.3)$$

é obtido através do limite de Bjorken  $\nu, Q^2 \rightarrow \infty$  válido em altas energias. Para relacionar as funções de estrutura com as seções de choque longitudinais e transversais de fotoabsorção virtual, devemos primeiramente lembrar que a seção de choque de absorção de um fóton virtual com helicidade  $\lambda$  pode ser escrita na forma

$$\sigma_\lambda(\gamma^* N) = \epsilon_\mu(\lambda) \epsilon_\nu^*(\lambda) \sigma_{\mu\nu}(\gamma^* N), \quad (1.4)$$

onde

$$\sigma_{\mu\nu}(\gamma^* N) = \frac{4\pi^2\alpha}{q_{lab}} W_{\mu\nu}$$

O quadrivetor de polarização  $\epsilon_\mu(\lambda)$  do fóton virtual com helicidade  $\lambda = \pm 1$  (para fótons transversais) e  $\lambda = 0$  (para fótons longitudinais), normalmente é definido como

$$\epsilon_\mu(\lambda = \pm 1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \pm i \\ 0 \end{pmatrix} \quad \epsilon_\mu(\lambda = 0) = \frac{1}{Q} \begin{pmatrix} \sqrt{\nu^2 + Q^2} \\ 0 \\ 0 \\ \nu \end{pmatrix}$$

Para um fóton se propagando ao longo do eixo-z no sistema do laboratório, podemos definir seu quadrimomento, de acordo com a referência [7], como sendo

$$q_\mu = \begin{pmatrix} q_0 \\ 0 \\ 0 \\ q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu \\ 0 \\ 0 \\ \sqrt{\nu^2 + Q^2} \end{pmatrix}$$

tal que o módulo do trimomento será dado por  $q_{lab} = \sqrt{\nu^2 + Q^2}$ . Logo, somando sobre todos os estados de polarização do fóton virtual e utilizando a identidade

$$\sum_\lambda \epsilon_\mu(\lambda) \epsilon_\nu^*(\lambda) \rightarrow -g_{\mu\nu}$$

obtemos a seção de choque de absorção total,

$$\begin{aligned} \sigma_\Sigma(\gamma^* N) &= -\frac{4\pi^2\alpha}{\sqrt{\nu^2 + Q^2}} g_{\mu\nu} W_{\mu\nu} \\ &= 2\sigma_T(\gamma^* N) - \sigma_L(\gamma^* N) \\ &= \frac{4\pi^2\alpha}{\sqrt{\nu^2 + Q^2}} \left\{ 3W_1 - \left( 1 + \frac{\nu^2}{Q^2} \right) W_2 \right\}, \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned}
 \sigma_T(\gamma^* N) &= \frac{1}{2} [\sigma_{\lambda=1}(\gamma^* N) + \sigma_{\lambda=-1}(\gamma^* N)] \\
 &= \frac{4\pi^2\alpha}{\sqrt{\nu^2 + Q^2}} W_1 \\
 \sigma_L(\gamma^* N) &= \frac{4\pi^2\alpha}{\sqrt{\nu^2 + Q^2}} \left\{ -W_1 + \left(1 + \frac{\nu^2}{Q^2}\right) W_2 \right\}
 \end{aligned} \tag{1.5}$$

são as respectivas seções de choque de foto absorção virtual transversais e longitudinais.

Por estarmos tratando de colisões profundamente inelásticas, onde há uma grande transferência de momento, a aplicação do limite de Bjorken  $\nu, Q^2 \rightarrow \infty$  juntamente com a relação (1.3), levam às seguintes aproximações:

$$1 + \frac{\nu^2}{Q^2} \xrightarrow[Q^2 \rightarrow \infty]{x \text{ fixo}} \frac{\nu}{2Mx}$$

e

$$M\sqrt{\nu^2 + Q^2} \xrightarrow[Q^2 \rightarrow \infty]{x \text{ fixo}} \frac{Q^2}{2x}$$

Podemos expressar a seção de choque total fóton virtual - nucleon  $\sigma_\Sigma(\gamma^* N)$  em termos da seção de choque total fóton virtual - parton  $\hat{\sigma}_\Sigma(\gamma^* p)$ , mostrado na Fig.1.5. Primeiramente, podemos decompor a função de estrutura  $F(x, Q^2)$  na forma

$$F(x, Q^2) dx = q_{p \rightarrow q}^{(0)}(y) dy \hat{F}(z, Q^2) dz \tag{1.6}$$

onde  $q_{p \rightarrow q}^{(0)}(y) dy$  é a probabilidade de encontrar um quark com quadrimomento

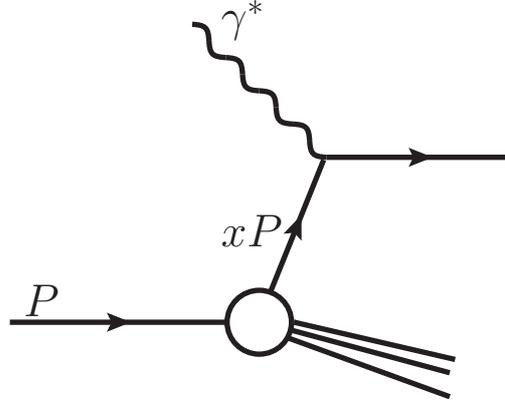
$$p = yP,$$

e  $\hat{F}(z, Q^2)$  é a função de estrutura correspondente a seção de choque total fóton virtual - parton. A variável  $z$  é análoga ao  $x$  de Bjorken para o espalhamento  $\gamma^*$  - parton, tal que

$$z = \frac{Q^2}{2p \cdot q} = \frac{x}{y}$$

Em particular, de acordo com [7], temos

$$\begin{aligned}
 F_\Sigma(x, Q^2) &= 6F_1(x, Q^2) - \frac{1}{x}F_2(x, Q^2) \\
 &= \int_x^1 \frac{dy}{y} q_{p \rightarrow q}^{(0)}(y) \hat{F}_\Sigma(z, Q^2) \\
 &= \int_x^1 \frac{dy}{y} q_{p \rightarrow q}^{(0)}(y) \left( \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha z} \right) \hat{\sigma}_\Sigma(\gamma^* q)
 \end{aligned} \tag{1.7}$$



**Fig. 1.5:** Ilustração da interação entre um fóton virtual emitido por um lépton e um parton do hádron.

enquanto

$$\begin{aligned} F_L(x, Q^2) &= F_2(x, Q^2) - 2xF_1(x, Q^2) \\ &= \int_x^1 \frac{dy}{y} q_{p \rightarrow q}^{(0)}(y) \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha} 2\hat{\sigma}_L(\gamma^*q) \end{aligned} \quad (1.8)$$

onde o fator 2 na frente de  $\hat{\sigma}_L$  é devido ao fato de que em (1.5) definimos  $\hat{\sigma}_L$  através da média entre as duas helicidades. Do ponto de vista do modelo partônico, considerando apenas o processo  $\gamma^*q \rightarrow q$ , o cálculo da seção de choque total fóton virtual - parton nos leva a

$$\hat{\sigma}_\Sigma(\gamma^*q \rightarrow q) = \left( \frac{8\pi^2\alpha e_q^2 z}{Q^2} \right) \delta(1-z) \quad (1.9)$$

enquanto que, para a seção de choque longitudinal, temos

$$\hat{\sigma}_L(\gamma^*q \rightarrow q) = \left( \frac{4z^2}{Q^2} \right) p_\mu p_\nu \hat{\sigma}_{\mu\nu}(\gamma^*q \rightarrow q) = 0 \quad (1.10)$$

na qual desprezamos a massa do quark. Logo, substituindo em (1.7) e (1.8), obtemos

$$\begin{aligned} F_\Sigma(x, Q^2) &= 2e_q^2 G_{p \rightarrow q}^{(0)}(x) \\ F_L(x, Q^2) &= 0 \end{aligned}$$

Dessa forma,

$$\begin{aligned} F_2(x, Q^2) &= F_2(x) = xe_q^2 q_{p \rightarrow q}^{(0)}(x) \\ F_1(x, Q^2) &= F_1(x) = \frac{1}{2}e_q^2 q_{p \rightarrow q}^{(0)}(x) \end{aligned}$$

Portanto, ao aplicarmos o limite de Bjorken, as funções de estrutura tornam-se independentes de  $Q^2$ , dependendo unicamente da variável  $x$  de Bjorken. Este efeito, conhecido

como escalonamento de Bjorken, foi de fato identificado no DIS elétron-próton no SLAC [8]. A escala de Bjorken implica que o fóton virtual, ao penetrar o próton, é espalhado por constituintes pontuais. Do contrário, conforme o valor  $Q^2$  fosse aumentando, as funções de estrutura dependeriam da razão  $\frac{Q}{Q_0}$ , com  $\frac{1}{Q_0}$  sendo uma escala de comprimento característica dos constituintes. Deve-se levar em consideração que no modelo de pártons, adota-se um sistema de referência, tal que as partículas em colisão são rápidas o suficiente para que seja possível desprezar o momento transversal delas. No entanto, na QCD os efeitos de estado inicial como a emissão de glúons faz com que o quark adquira uma grande quantidade de momento transversal  $k_T$ . Isto leva a quebra da escala de Bjorken devido ao surgimento de logaritmos de  $Q^2$ . Veremos mais detalhes na próxima seção, onde aplicamos as correções necessárias ao modelo partônico devido aos efeitos da QCD e obtemos as equações de evolução partônicas DGLAP.

### 1.3 Equações de Evolução Partônicas - DGLAP

Como vimos na seção anterior, através do modelo partônico obtemos uma aproximação válida no limite de grande  $Q^2$  para  $x$  fixo,

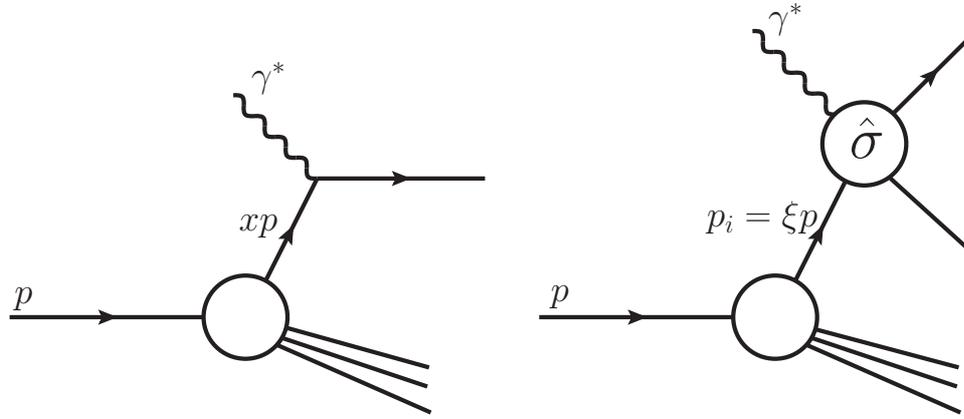
$$F_{1,2}(x, Q^2) = F_{1,2}(x)$$

Contudo, ao contrário do modelo partônico onde desprezamos o momento transversal dos pártons no estado inicial, a QCD prevê a emissão de glúons antes da colisão, o que faz com que os pártons adquiram uma grande quantidade de momento transversal  $k_T$ . A adição deste efeito, juntamente com a produção de pares  $q\bar{q}$ , leva à quebra do escalonamento de Bjorken e novamente a função de estrutura passa a depender de  $Q^2$ . Assim, o diagrama de Feynman para o processo  $\gamma^*p$  sofre uma correção, passando a incluir o termo  $\hat{\sigma}$  que caracteriza os espalhamentos duros do fóton com o quark ou glúon do próton, Fig.1.6. Neste caso, poderão ocorrer uma ou mais interações gluônicas, antes ou depois do fóton ser absorvido pelo quark, Fig.1.7. Através do cálculo perturbativo das *Funções de Desdobramento*, são obtidas as funções de estrutura modificadas e renormalizadas que irão construir as equações de evolução partônica DGLAP - Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli e Parisi [9, 10, 11].

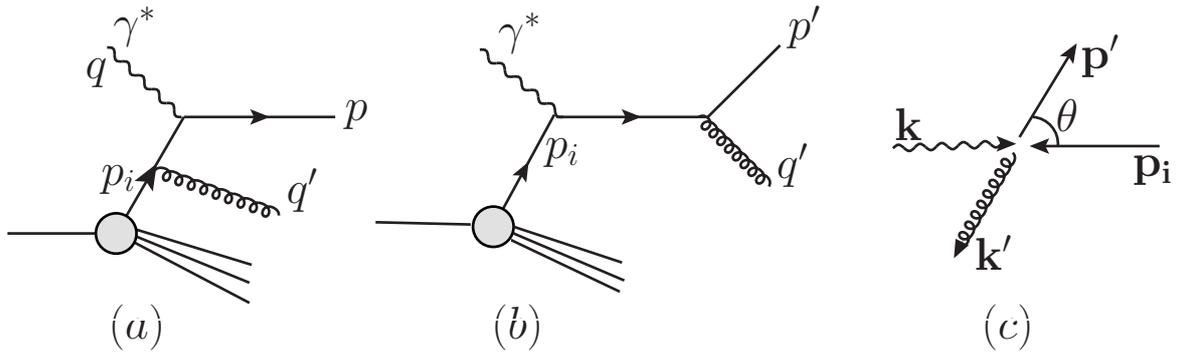
Assim como na seção anterior, podemos usar a relação (1.6) para decompor a função de estrutura  $F_2(x, Q^2)$  na forma

$$\begin{aligned} \frac{F_2(x, Q^2)}{x} &= \int_0^1 dz \int_0^1 d\xi q_i(\xi) \delta(x - z\xi) e_i^2 \delta(1 - z) \\ &= \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} q_i(\xi) e_i^2 \delta(1 - x/\xi) \\ &= e_i^2 q_i(x) \end{aligned} \tag{1.11}$$

onde usamos as relações (1.9) e (1.10).



**Fig. 1.6:** Ilustrações para a interação  $\gamma^*p$ : (a) aproximação via modelo partônico; (b) versão melhorada pela QCD.



**Fig. 1.7:** (a,b) Diagramas para a radiação de glúons em DIS via espalhamento compton da QCD; (c) Indicação dos trimomentos no sistema do centro de massa partônico.

A fim de acrescentar a primeira correção ao modelo partônico, vamos considerar o processo de radiação gluônica cuja seção de choque em nível partônico para o processo de espalhamento Compton na QCD é dada por [12]

$$\left. \frac{d\hat{\sigma}}{d\Omega} \right|_{QCD} = \frac{2}{3} \frac{e_i^2 \alpha_s}{\hat{s}} \left[ -\frac{\hat{t}}{\hat{s}} - \frac{\hat{s}}{\hat{t}} + \frac{2\hat{u}Q^2}{\hat{s}\hat{t}} \right] \quad (1.12)$$

na qual

$$\hat{s} = (p_i + q)^2 = Q^2 (1 - z) / z \quad (1.13)$$

$$\hat{t} = (q - p')^2 = -2 |\mathbf{k}| |\mathbf{p}'| (1 - \cos\theta) \quad (1.14)$$

$$\hat{u} = (q - q')^2 = -2 |\mathbf{k}| |\mathbf{p}'| (1 + \cos\theta) \quad (1.15)$$

são as variáveis de Mandelstam, calculadas no sistema do centro de massa (CM) partônico, onde desprezamos a massa do quark, Fig.1.7c. Substituindo na equação (1.12), o termo

entre [ ] torna-se

$$[ ] \rightarrow \left[ \frac{1}{1-z} \left( \frac{1-c}{2} \right) + (1-z) \left( \frac{2}{1-c} \right) + \frac{2z}{1-z} \left( \frac{1+c}{1-c} \right) \right]$$

onde  $c = \cos(\theta)$ . Os dois últimos termos dominam a integração angular criando uma singularidade conforme  $c \rightarrow 1$ , ou seja, quando o glúon é emitido colinearmente com a direção do quark. A partir do teorema de Cauchy, é fácil encontrar o valor do resíduo no pólo  $c = 1$ , que vale  $2(1+z^2)/(1-z)$ . Lembrando que estamos no CM, o momento transversal do quark (ou gluon) pode ser dado por

$$k_T^2 = k'^2 \sin^2 \theta \simeq \frac{\hat{s}}{4} \theta^2 \quad \text{para pequeno } \theta$$

Assim, podemos reescrever a equação (1.12) na forma

$$\hat{\sigma} \simeq \hat{\sigma}_0 e_i^2 \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{4}{3} \left[ \frac{1+z^2}{1-z} \right] \int_0^{k_T^2(max)} \frac{dk_T^2}{k_T^2}$$

onde  $k_T^2(max) = \hat{s}/4 = Q^2(1-z)/4z$  e  $\hat{\sigma}_0 = 4\pi^2\alpha/\hat{s}$ . A integral em  $k_T^2$  é regularizada no limite inferior introduzindo um corte,  $\kappa^2$ . Isto resulta em

$$\int_{\kappa^2}^{k_T^2(max)} \frac{dk_T^2}{k_T^2} = \ln \left( \frac{Q^2}{\kappa^2} \right) + \ln \left( \frac{1-z}{4z} \right)$$

onde vemos claramente que surge uma dependência da seção de choque com o logaritmo de  $Q^2$  devido ao fato de termos levado em consideração o momento  $k_T$ . Definindo a função “desdobramento”

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \left[ \frac{1+z^2}{1-z} \right]$$

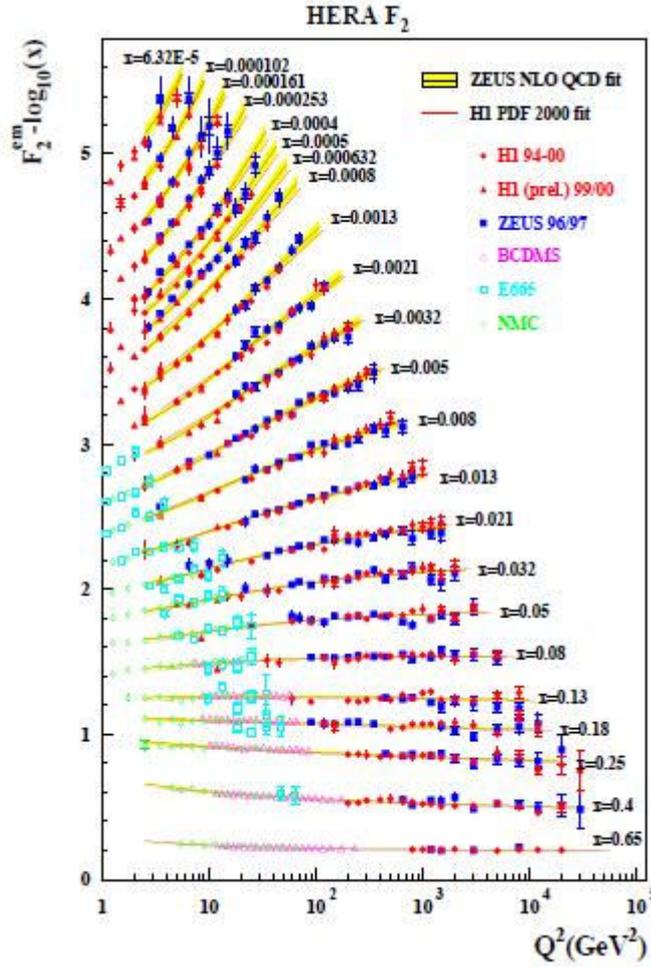
como a probabilidade de um quark se dividir em um quark com fração de momento  $q(z)$  e um glúon com fração de momento  $g(1-z)$ , podemos reescrever a seção de choque como

$$\hat{\sigma} = \hat{\sigma}_0 e_i^2 \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[ P_{qq}(z) \ln \left( \frac{Q^2}{\kappa^2} \right) + C(z) \right]$$

onde  $C(z)$  inclui os termos que sobraram após a identificação do termo principal  $\alpha_s \ln \left( \frac{Q^2}{\kappa^2} \right)$ . Portanto, acrescentando  $\hat{\sigma}(z)$  em (1.11) e negligenciando o termo  $C(z)$ , encontramos

$$\begin{aligned} \frac{F_2(x, Q^2)}{x} &= \int_0^1 dz \int_0^1 d\xi q_i(\xi) \delta(x - z\xi) \left[ e_i^2 \delta(1-z) + \frac{\hat{\sigma}(z)}{\hat{\sigma}_0} \right] \\ &= e_i^2 \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} q_i(\xi) \left[ \delta \left( 1 - \frac{x}{\xi} \right) + \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{qq} \left( \frac{x}{\xi} \right) \ln \left( \frac{Q^2}{\kappa^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (1.16)$$

onde vemos claramente a dependência da função de estrutura com  $\ln \left( \frac{Q^2}{\kappa^2} \right)$ , refletida nos dados experimentais para a função de estrutura  $F_2$ , mostrada na Fig.1.8. Nota-se que para



**Fig. 1.8:** Resultados de  $F_2$  em função de  $Q^2$  para diferentes valores da variável de Bjorken  $x$ , comparados aos dados fornecidos por diferentes colaborações. Figura extraída de [13]

valores de  $x$  em torno de 0.1, o escalonamento de Bjorken se mantém válido. Contudo, conforme entramos na região de pequeno  $x$ , que corresponde ao limite de altas energias,  $F_2$  cresce com  $Q^2$  violando o escalonamento de Bjorken.

Analisando a equação (1.16), poderíamos redefinir a densidade partônica por

$$q_i(x) = q_i(x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} q_i(\xi) P_{qq}\left(\frac{x}{\xi}\right) \ln\left(\frac{Q^2}{\kappa^2}\right)$$

porém, a idéia de  $q_i(x)$  dependente de um corte arbitrário  $\kappa$ , não é nada satisfatória. A saída para o problema se dá através da definição de uma nova escala  $\mu^2 \gg \kappa^2$ , a qual inclui um pequeno efeito não-perturbativo na densidade partônica renormalizada  $q_i(x, \mu^2)$  que agora depende de  $\mu$ . Essa nova escala, conhecida como escala de fatorização colinear, é a

escala na qual a singularidade colinear é absorvida dentro da densidade partônica, conforme

$$\ln\left(\frac{Q^2}{\kappa^2}\right) \rightarrow \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) + \ln\left(\frac{\mu^2}{\kappa^2}\right).$$

Portanto, definimos

$$q_i(x, \mu^2) = q_i^0(x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} q_i^0(\xi) P_{qq}\left(\frac{x}{\xi}\right) \ln\left(\frac{\mu^2}{\kappa^2}\right)$$

que leva em

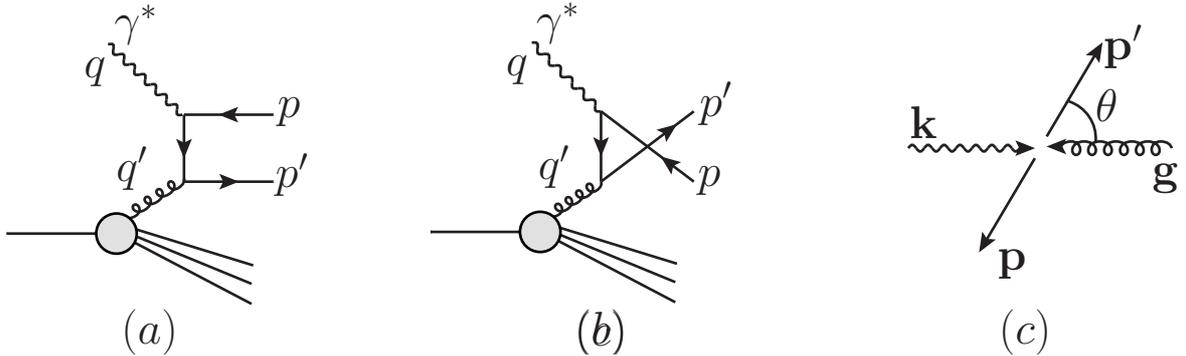
$$\frac{F_2(x, Q^2)}{x} = e_i^2 \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} q_i(\xi, \mu^2) \left[ \delta\left(1 - \frac{x}{\xi}\right) + \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{qq}\left(\frac{x}{\xi}\right) \ln\left(\frac{Q^2}{\kappa^2}\right) + \frac{\alpha_s}{2\pi} C\left(\frac{x}{\xi}\right) \right]$$

onde reintegramos o termo  $C(z)$ . A densidade partônica renormalizada  $q_i(x, \mu^2)$  não pode ser calculada perturbativamente, mas sua variação com  $\ln(\mu^2)$  é dada por

$$\frac{\partial q_i(x, \mu^2)}{\partial \ln(\mu^2)} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} q_i(x, \mu^2) P_{qq}\left(\frac{x}{\xi}\right) \quad (1.17)$$

onde vemos que a densidade partônica evolui através da função de desdobramento  $P_{qq}$  conforme varia a escala  $\mu^2$ .

Em adição à radiação gluônica dos quarks, vamos considerar o processo de fusão fóton-glúon (ou bóson-glúon) BGF onde o glúon se desdobra em um par quark-antiquark que interage com o fóton.



**Fig. 1.9:** (a,b) Diagramas para a produção  $q\bar{q}$  via BGF; (c) Representação dos trimomentos no sistema do centro de massa partônico.

Os possíveis processos em ordem mais baixa são mostrados na figura Fig.1.9, cuja seção de choque é dada por:

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\Omega}\Big|_{BGF} = \frac{1}{4} \frac{e_i^2 \alpha \alpha_s}{\hat{s}} \left[ \frac{\hat{u}}{\hat{t}} + \frac{\hat{t}}{\hat{u}} - \frac{2\hat{s}Q^2}{\hat{t}\hat{u}} \right]$$

onde as variáveis de Mandelstam foram definidas em (1.13), (1.14) e (1.15). De forma similar a anterior, obtemos

$$\frac{F_2^g(x, Q^2)}{x} = e_i^2 \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} g^0(\xi) \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{qg}\left(\frac{x}{\xi}\right) \ln\left(\frac{Q^2}{\kappa^2}\right)$$

sendo  $g^0(\xi)$  a função densidade gluônica (ainda não renormalizada) e

$$P_{qg}\left(\frac{x}{\xi}\right) = \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2]$$

a função desdobramento que representa a probabilidade do processo  $g \rightarrow q(z) \bar{q}(1-z)$  ocorrer. A densidade gluônica (renormalizada por  $g^0(x) \rightarrow g(x, \mu^2)$ ) contribui com a variação de  $q_i(x, \mu^2)$ . Logo, reescrevemos a equação (1.17) como

$$\frac{\partial q_i(x, \mu^2)}{\partial \ln \mu^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \left[ \sum_i q_i(\xi, \mu^2) P_{qq}\left(\frac{x}{\xi}\right) + g(\xi, \mu^2) P_{qg}\left(\frac{x}{\xi}\right) \right] \quad (1.18)$$

Outros dois possíveis processos de desdobramento,

$$\begin{aligned} q &\rightarrow g(z) q(1-z) \\ g &\rightarrow g(z) g(1-z) \end{aligned}$$

devem também ser levados em consideração. A combinação destes dois últimos leva a uma equação de forma similar a (1.18):

$$\frac{\partial g(x, \mu^2)}{\partial \ln \mu^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \left[ \sum_i q_i(\xi, \mu^2) P_{gq}\left(\frac{x}{\xi}\right) + g(\xi, \mu^2) P_{gg}\left(\frac{x}{\xi}\right) \right] \quad (1.19)$$

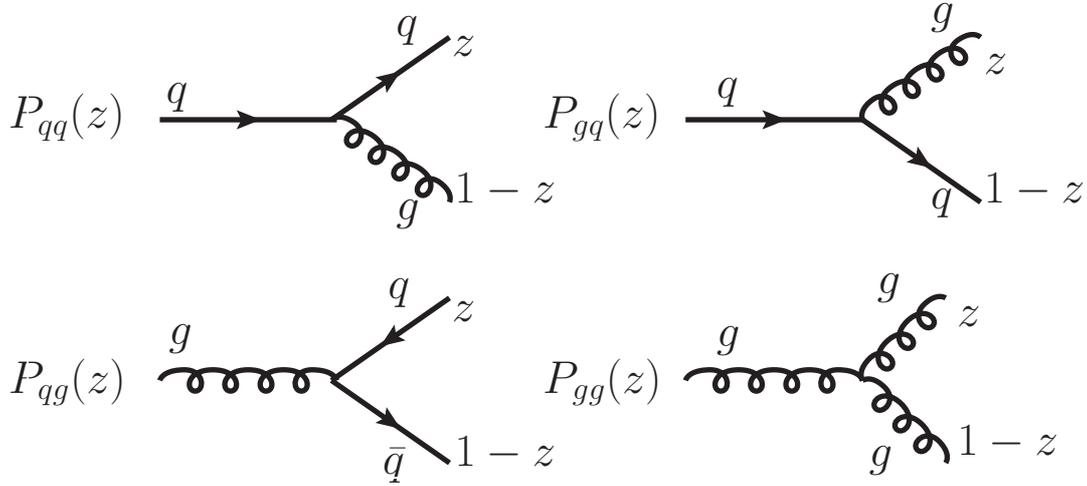
com

$$\begin{aligned} P_{gq}(z) &= \frac{4}{3} \left[ \frac{1 + (1-z)^2}{z} \right] \\ P_{gg}(z) &= 6 \left[ \frac{1-z}{z} + \frac{z}{1-z} + z(1-z) \right] \end{aligned}$$

Em resumo, as funções de desdobramento em primeira ordem podem ser representadas diagramaticamente como na Fig.1.10.

Contudo, existe um problema de singularidade com  $P_{qq}$  conforme  $z \rightarrow 1$ . Este limite está associado com a emissão de glúons suaves por radiação bremsstrahlung [12], mas é naturalmente corrigido no cálculo da seção de choque em ordens mais altas. Aqui, deve-se notar que  $P_{qq}$  se comporta como uma distribuição, visto que aparece sempre integrado com uma função de qualquer quantidade física. Portanto, a singularidade  $\frac{1}{1-z}$  é regularizada pela "prescrição +",

$$\frac{1}{1-z} \rightarrow \frac{1}{(1-z)_+} \quad \text{onde} \quad \int_0^1 dz \frac{f(z)}{(1-z)_+} = \int_0^1 dz \frac{f(z) - f(1)}{1-z}$$



**Fig. 1.10:** As funções de desdobramento DGLAP.

com a condição  $\frac{1}{(1-z)_+} = \frac{1}{(1-z)}$  para  $z < 1$ . Dessa forma, a função desdobramento regularizada será

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \left[ \frac{1+z^2}{(1-z)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-z) \right]$$

Similarmente, o termo  $P_{gg}$  que também possui uma singularidade em  $\frac{1}{(1-z)}$ , é regularizado resultando em

$$P_{gg}(z) = 6 \left[ \frac{1-z}{z} + \frac{z}{(1-z)_+} + z(1-z) \right] + \frac{33-2n_f}{6} \delta(1-z)$$

Finalmente, combinando o resultados (1.18) e (1.19), são obtidas as equações de evolução partônicas DGLAP,

$$\frac{\partial}{\partial \ln Q^2} \begin{pmatrix} q_i(x, Q^2) \\ g(x, Q^2) \end{pmatrix} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \sum_j \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \begin{pmatrix} P_{q_i q_j} \left( \frac{x}{\xi}, \alpha_s(Q^2) \right) & P_{q_i g} \left( \frac{x}{\xi}, \alpha_s(Q^2) \right) \\ P_{g q_j} \left( \frac{x}{\xi}, \alpha_s(Q^2) \right) & P_{g g} \left( \frac{x}{\xi}, \alpha_s(Q^2) \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_j(\xi, Q^2) \\ g(\xi, Q^2) \end{pmatrix}$$

onde  $q_i$  e  $q_j$  incluem as distribuições de quarks e antiquarks. Estas equações definem como as densidades partônicas evoluem com  $Q^2$ .

## 1.4 Fatorização da Seção de Choque

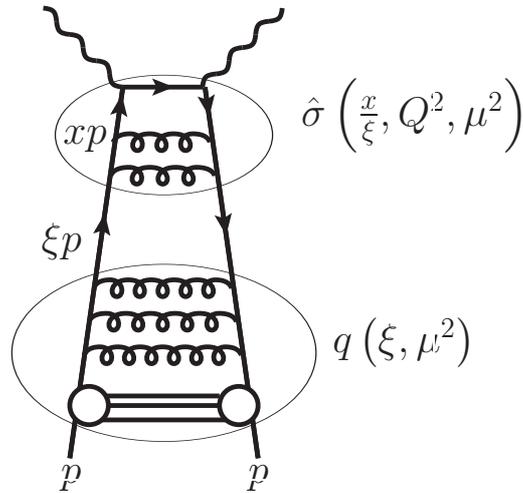
A teoria da perturbação nos permite escrever a seção de choque total de algum processo de espalhamento como uma série de termos cujos parâmetros fundamentais são as constantes

de acoplamento  $g(\mu_R)$ . Se fizermos uma boa escolha para a escala de renormalização  $\mu_R$  tal que a constante de acoplamento efetiva se torne pequena, termos de ordem mais alta se tornarão desprezíveis e poderão ser desconsiderados. Em altas energias, a liberdade assintótica da QCD nos permite escolher grandes valores para a escala de renormalização e como consequência,  $g(\mu_R) \sim 1/\ln(\mu_R/\Delta_{QCD})$  se torna pequeno. No entanto, a escala de renormalização aparecerá também nas razões  $Q/\mu_R$  e  $\mu_R/m$ , de forma que ao menos uma dessas razões será grande. Escolhendo  $\mu_R \sim Q$ , onde  $Q$  é a escala de energia cinemática do espalhamento, a constante de acoplamento após  $n$  loops geralmente aparecerá na combinação  $g^{2n}(Q)\ln^{an}(Q/m)$ , com  $a = 1$  ou  $2$ . Como resultado, a série de perturbação não será mais uma combinação de pequenos termos. A presença de logaritmos envolvendo as massas mostram a importância das contribuições de longa distância onde os valores precisos das massas são importantes. Portanto, a seção de choque total em altas energias não pode ser diretamente calculada por meio da teoria de perturbação. É neste ponto que o teorema da fatorização se torna fundamental, pois ele divide a seção de choque total em contribuições de curta e longa distância que estão envolvidas na colisão. Nesta seção, focamos em dar uma noção mais intuitiva sobre a fatorização pois estamos interessados apenas em aplicar o teorema. Uma abordagem mais consistente e bem mais detalhada pode ser vista na referência [14].

Utilizando como exemplo o modelo partônico, vamos considerar um espalhamento elétron-hádron inclusivo, no qual ocorre uma grande transferência de momento por meio da troca de um fóton virtual. Adotando-se o sistema do centro de massa, tanto o hádron como o elétron estarão se movendo relativisticamente e portanto, os efeitos da contração de Lorentz e dilatação do tempo devem ser aplicados. Para o hádron, haverá uma contração na direção do movimento, enquanto seus pártons terão um tempo de vida maior. Consequentemente, as interações entre os pártons ocorrerão de forma mais lenta e o tempo para a modificação dos seus respectivos momentos será maior. Para o elétron, o tempo de travessia através do hádron será inferior ao tempo de interação entre os pártons de modo que estes estarão praticamente “congelados” enquanto o elétron atravessa o hádron. Por meio do princípio da incerteza, podemos também afirmar que um fóton virtual com grande momento, terá um pequeno tempo de vida e assim não será capaz de ir muito longe. Portanto, supondo que a densidade partônica não seja muito alta, o elétron será capaz de interagir no máximo com um único párton. Como o tempo do espalhamento duro é muito pequeno, podemos assumir que tantos os efeitos de estado final, quanto as interações entre os pártons antes ou depois da travessia do elétron, ocorrem em escalas de tempo grandes o suficiente para que não interfiram no espalhamento duro. Dessa forma, é viável pensar numa possível separação entre o espalhamento duro e os demais efeitos permitindo que a seção de choque possa ser calculada por meio da combinação de probabilidades, ao invés de amplitudes.

Definindo a distribuição  $f_i(\xi)$  como sendo a probabilidade de que o elétron encontre um párton do tipo  $i$  portando uma fração de momento  $\xi$  do hádron, a seção de choque para o espalhamento elétron-hádron poderá ser dada por

$$\sigma_{eH}(x, Q^2) = \sum_i \int_x^1 d\xi f_i(\xi) \hat{\sigma}(x/\xi, Q^2)$$



**Fig. 1.11:** Forma fatorizada da amplitude de espalhamento Compton virtual via aproximação OPE (figura retirada do capítulo 3 de [12])

onde  $\hat{\sigma}(x/\xi, Q^2)$  é a seção de choque para o espalhamento elétron-párton. Embora nesse exemplo tenhamos considerado o processo de espalhamento do ponto de vista partônico, é útil utilizar esta abordagem para expressar de forma clara a idéia por trás da Fatorização. O objetivo é simplesmente separar as regiões de longa distância às quais ainda somos incapazes de calcular, das de curta distância onde métodos perturbativos podem ser aplicados. Ao acrescentarmos os efeitos da QCD, a seção de choque total fóton virtual - nucleon ( $\gamma^*N$ ) no processo  $q \rightarrow qg$  é escrita como

$$\sigma(x, Q^2) = \sum_i \int_0^1 dz \int_0^1 d\xi f_i(\xi, \mu^2) \delta(x - z\xi) \hat{\sigma}(z, Q^2, \mu^2)$$

onde as singularidades infravermelhas<sup>1</sup> são absorvidas pelo termo não perturbativo,  $f_i(\xi, \mu^2)$ . Na Fig.1.11 mostramos a radiação de glúons dividida em duas regiões: uma representa as correções radiativas duras incluídas em  $\hat{\sigma}(\gamma^*q)$  e a outra representa os glúons mais suaves que são absorvidos dentro da densidade partônica  $f_i(\xi, \mu^2)$ .

No caso de colisões hadrônicas, que será efetivamente utilizado nesta dissertação, a Fig. 1.12 ilustra a fatorização da seção de choque, cuja expressão pode ser escrita como [2]

$$\sigma(P_1, P_2) = \sum_{i,j} \int dx_1 dx_2 f_i(x_1, \mu^2) f_j(x_2, \mu^2) \hat{\sigma}_{ij}(p_1, p_2, \alpha_s(\mu^2), Q^2/\mu^2)$$

<sup>1</sup> A seção de choque para a radiação de fótons suaves emitidos por um elétron no estado final ( $e \rightarrow e + \gamma$ ) é dada por

$$d\sigma \sim \frac{\alpha^2}{E_p^2 (1 - \cos(\theta_{e\gamma}))} \frac{dE_k}{E_k} d\Omega$$

onde  $E_p$  e  $E_k$  são as energias do elétron final e do fóton, enquanto  $\theta_{e\gamma}$  é o ângulo entre eles. Neste caso, dizemos que temos uma singularidade colinear conforme  $\theta_{e\gamma} \rightarrow 0$  e uma singularidade logarítmica “infravermelha” conforme integramos o espectro  $dE_k/E_k$  até a energia zero.

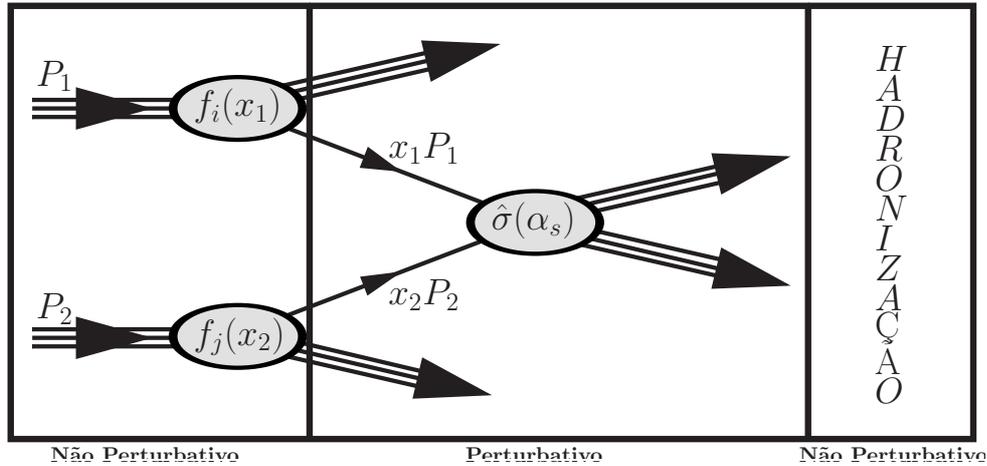


Fig. 1.12: Separação entre as regiões perturbativas e não perturbativas.

Neste caso, um parton (quark ou glúon) de cada hádron carrega a fração de momento  $x_1$  e  $x_2$  dos hádrons iniciais, interagindo via espalhamento duro, cuja seção de choque partônica é dada por  $\hat{\sigma}$ , calculada perturbativamente para os vários subprocessos possíveis. A distribuição inicial de partons nos nucleons, bem como a posterior hadronização, estão relacionados à física não perturbativa e devem ser determinados a partir do experimento.

## 1.5 Parametrização das Distribuições Partônicas

Nas seções anteriores definimos o que são as funções de distribuição partônicas  $q(x, Q^2)$  e como elas evoluem com  $Q^2$  por meio das equações DGLAP. Desta vez estamos interessados em descobrir a forma de  $q(x, Q^2)$ , ou seja, como as distribuições variam com a fração de momento  $x$  carregada pelos partons e com a resolução  $Q^2$ . Contudo, não é possível obter expressões analíticas que sejam válidas para um grande região de  $x, Q^2$ . Por isso, uma possível saída consiste em encontrar uma parametrização inicial dependente de  $x$  fixando um valor  $Q^2 = Q_0^2$ , tal que  $\alpha_s(Q_0^2)$  seja pequeno o suficiente para que os métodos perturbativos possam ser aplicados. Posteriormente, para obter a evolução das distribuições partônicas para diferentes valores de  $Q^2$ , devem ser aplicadas as equações de evolução DGLAP. Os parâmetros das distribuições são então ajustados com os dados obtidos por diversos experimentos a fim de encontrar uma equação válida numa grande região de  $Q^2$ .

### 1.5.1 Análise Global

Um dos métodos mais confiáveis na obtenção de dados é o da Análise Global, onde um grande número de dados é utilizado com o objetivo de encontrar a função de distribuição partônica mais geral possível. Os processos normalmente incluídos na análise global são: DIS, Drell-Yan, produção de jatos, entre outros. Grupos teóricos como MSTW (Martin, Stirling, Thorne, Watt) [15], JR (Jimenez-Delgado, Reya) [18] e CTEQ (The Coordinated Theoretical - Experimental Project on QCD) [19] têm nestas análises o objetivo de selecionar

os dados mais consistentes dos diferentes processos, ajustando-os às diferentes distribuições partônicas de cada grupo. Existe uma certa flexibilidade na escolha de quais distribuições partônicas serão parametrizadas. Na data deste trabalho, as parametrizações e os códigos usados pelos diversos grupos são obtidos pelo site HEPDATA<sup>2</sup> onde temos parametrizações para  $u$ ,  $u_v$ ,  $d$ ,  $d_v$ ,  $\bar{u}$ ,  $\bar{d}$ ,  $s$ ,  $c$ ,  $b$  e  $g$ . Como exemplo, mostramos abaixo os resultados para a distribuição partônica de alguns grupos:

MSTW

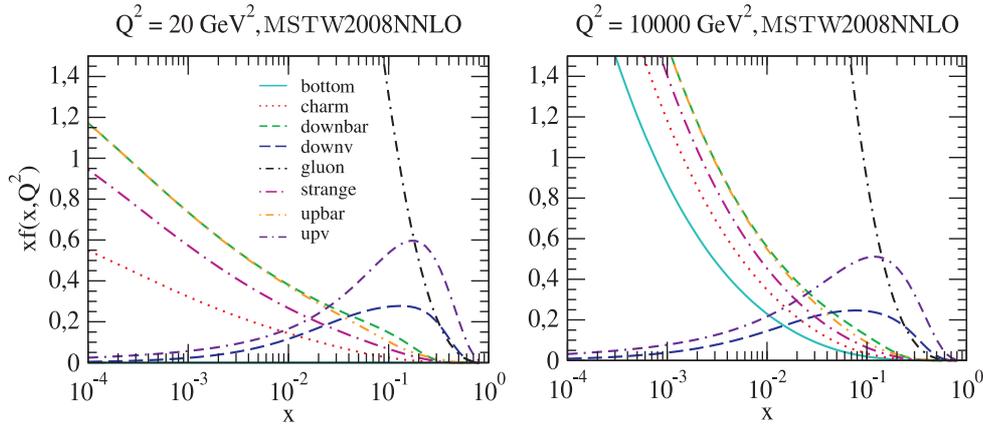


Fig. 1.13: Parametrização do grupo MSTW [15] para as funções de distribuição partônicas.

CTEQ

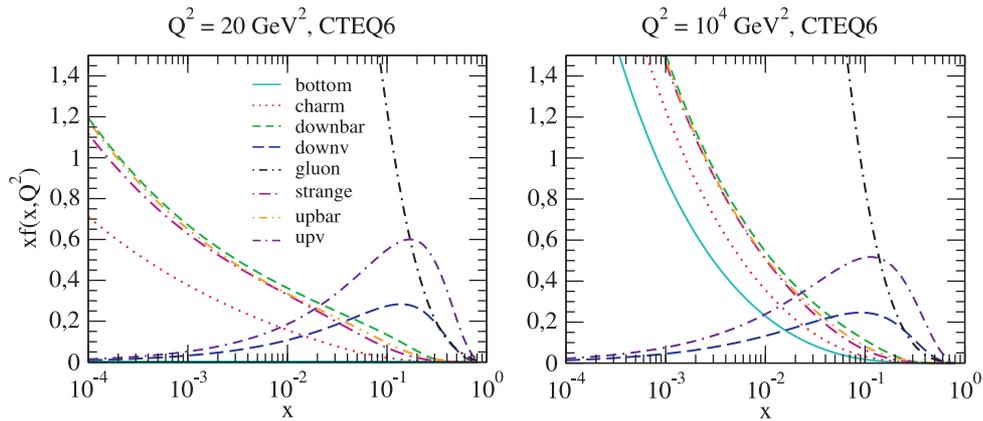
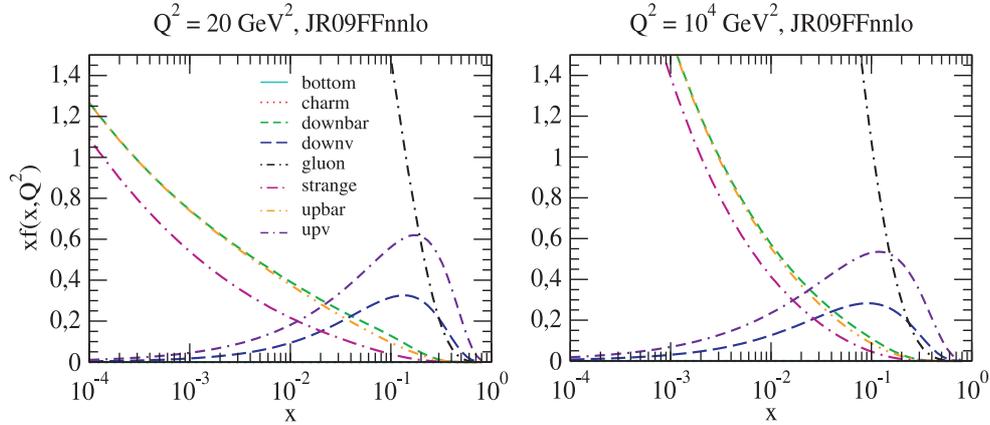


Fig. 1.14: Parametrização do grupo CTEQ [19] para as funções de distribuição partônicas

<sup>2</sup> <http://hepdata.cedar.ac.uk/pdfs>

JR



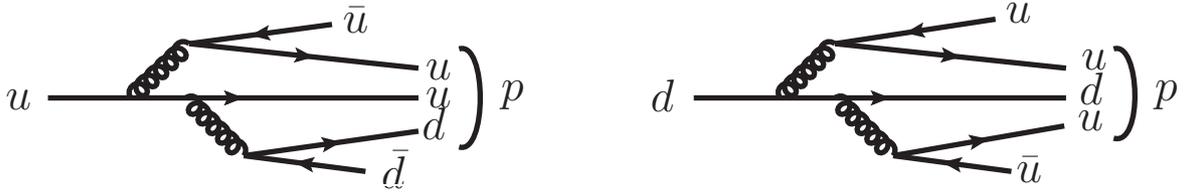
**Fig. 1.15:** Parametrização do grupo JR [18] para as funções de distribuição partônicas.

Podemos ver que a distribuição de quarks e glúons que compõem os hádrons, é bastante sensível a variação do parâmetro de resolução  $Q$ . Além disso, fica evidente nestas três parametrizações, que sob altas energias (pequeno  $x$ ), os hádrons são formados praticamente por glúons, independente do nível de resolução. Outro fato importante que podemos ver é a predominância dos quarks de valência na região de pico  $x \approx \frac{1}{3}$  (baixas energias), o que está de acordo com o resultado obtido pelo SLAC a respeito dos bárions serem formados por três quarks. Nota-se também a ausência do quark charm na parametrização JR e a presença do mesmo nas parametrizações CTEQ e MSTW. Isto ocorre devido as diferentes escolhas do esquema para a produção de quarks pesados, sendo estes: esquema com número de sabores fixos (FFNS) [16] e esquema com número de sabores variável (VFNS) [17]. No primeiro, por definição, o número de sabores ativos que contribuem para a distribuição partônica do hádron é mantido fixo, independente da escala de energia  $Q^2$ . Dessa forma, o quark charm, por exemplo, nunca é tratado como um parton e portanto a sua distribuição partônica é nula. No segundo caso, admite-se a criação de quarks pesados conforme a escala de energia supera as suas respectivas massas,  $m_Q$ 's. Assim, a função de estrutura destes quarks se torna não nula e passa a evoluir de acordo com as equações de evolução DGLAP.

## 1.6 Funções de Fragmentação

Na seções anteriores estabelecemos as idéias básicas relacionadas a construção das funções de distribuição partônicas e como elas evoluem para diferentes valores de  $Q^2$ . Agora estamos interessados em descrever o que ocorre após a interação forte, a partir da qual são emitidos quarks e glúons que se propagam pelo espaço até a formação dos hádrons. Assim como nunca foram detectados quarks isolados, também nunca foram vistos hádrons carregando carga de cor que não fosse a neutra (hádrons brancos). Nas colisões profundamente inelásticas, a energia dos quarks emitidos nas colisões é grande o suficiente para que ocorra a produção de inúmeros pares quark-antiquark e os vários componentes coloridos dessa produção se re-combinam em hádrons de cor neutra. Este processo é conhecido como *Fragmentação* sendo

seguido pela *Hadronização*. Desde que o reagrupamento ocorra localmente, podemos inferir como uma boa aproximação, que a fragmentação ocorre independentemente em cada parton Fig.1.16.



**Fig. 1.16:** Representação diagramática de um possível processo de fragmentação para os quarks up e down.

Dado um parton  $k$  com energia  $E_k$ , a probabilidade desse parton se fragmentar num hádron  $h$  com fração de energia entre  $z$  e  $z + dz$  é definida por  $dzD_k^h(z, Q_f^2)$ , onde  $D_k^h$  é a chamada função de fragmentação e  $Q_f^2$  é a escala de fragmentação. Para hádrons relativísticos produzidos colinearmente com os partons, a variável do cone de luz  $z$ , de acordo com o apêndice (A.2), pode ser definida como

$$z = \frac{E_h}{E_k}, \quad 0 \lesssim z \lesssim 1. \quad (1.20)$$

Integrando  $D_k^h(z, Q_f^2)$  sobre toda a região física de  $z$ , pode-se encontrar o número médio de hádrons provenientes de um único parton  $k$ ,

$$\langle n_k^h \rangle = \int_{z_{min}}^1 dz D_k^h(z)$$

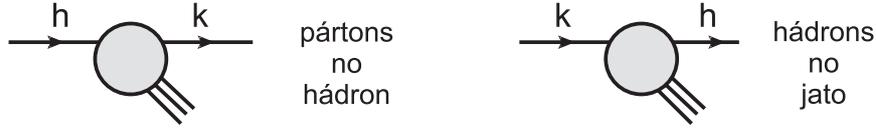
onde o limite inferior é dado pela energia do parton,  $E_k$ ,

$$z_{min} = \frac{m_h}{E_k}$$

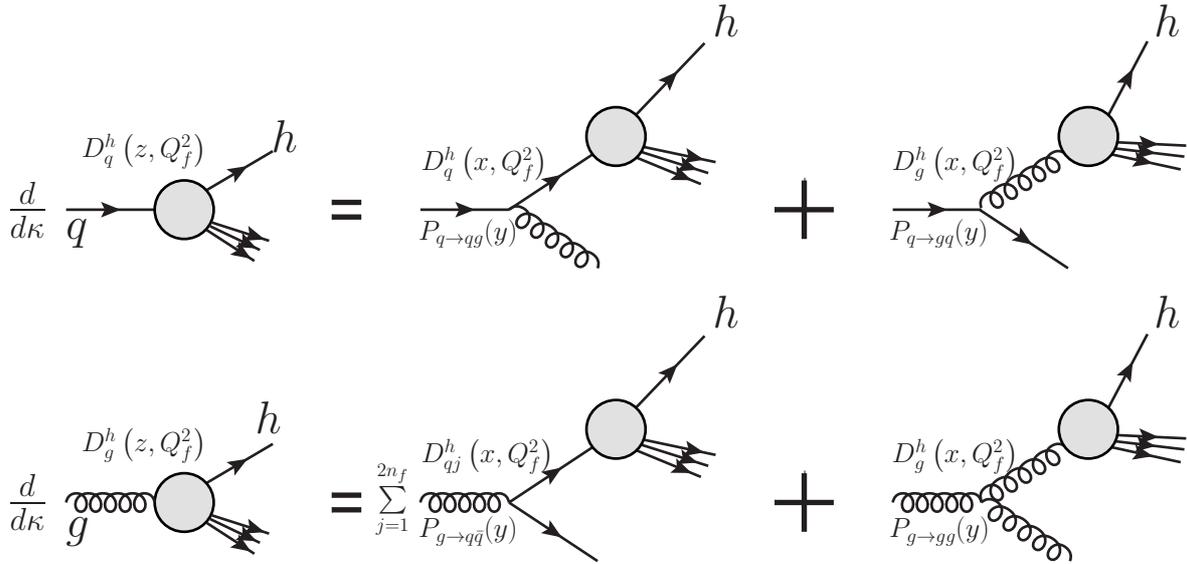
Existe uma analogia próxima entre as funções de fragmentação  $D_k^h(z)$  e as funções de distribuição partônicas  $f_{k/h}$ , ilustrada na Fig. 1.17. Assim, não é difícil imaginar que as funções de fragmentação evoluam em  $Q_f^2$  de forma análoga à evolução das distribuições partônicas.

De acordo com a referência [7], as equações DGLAP para as funções de fragmentação são dadas por

$$\begin{aligned} \frac{dD_q^h(z, Q_f^2)}{d\kappa} &= P_{q \rightarrow qg} \star D_q^h(Q_f^2) + P_{q \rightarrow gq} \star D_g^h(Q_f^2) \\ \frac{dD_g^h(z, Q_f^2)}{d\kappa} &= \sum_{j=1}^{2n_f} P_{g \rightarrow q\bar{q}} \star D_{q_j}^h(Q_f^2) + P_{g \rightarrow gg} \star D_g^h(Q_f^2) \end{aligned}$$



**Fig. 1.17:** Analogia entre componentes partônicos de um hádron e componentes hadrônicas de um (párton) jato. Figura extraída de [3]



**Fig. 1.18:** Ilustração dos possíveis desdobramentos das funções de fragmentação de quarks e glúons em ordem dominante.

onde o símbolo  $\star$  representa convolução e  $\tau = \log(Q_f^2/\Lambda^2)$ , tal que

$$\frac{d\kappa}{d\tau} = \frac{\alpha_s}{2\pi}$$

Os possíveis desdobramentos partônicos são agora representados pelos diagramas da figura Fig.1.18. Assim como no caso das funções de distribuição partônicas, as funções de fragmentação também possuem um comportamento não-perturbativo de forma que não temos como calcular sua forma final analiticamente. Portanto, novamente são usados dados experimentais a fim de encontrar os melhores parâmetros que possam fornecer uma boa parametrização. Por meio de reações do tipo  $e^+ + e^- \rightarrow h + X$ , a forma das parametrizações são elaboradas por diversos grupos teóricos, tais como: HKNS (M. Hirai, S. Kumano, T.-H Nagai, K. Sudoh) [20], Kretzer (S. Kretzer) [21], KKP (B. A. Kniehl, G. Kramer, B. Pötter)[22] e AKK (S. Albino, B. A. Kniehl, G. Kramer) [23], onde esta última é uma versão atualizada da KKP. Na tabela 1.1 destacamos algumas características de cada grupo.

O comportamento destas quatro parametrizações para  $(\pi^+ + \pi^-)/2$  em  $Q_f^2 = 2, 10$  e  $100 \text{ GeV}^2$  é visto na Fig. 1.19, onde percebe-se que em geral as quatro curvas referentes aos grupos citados estão dentro da região de incerteza. No entanto, a parametrização HKNS apresenta um melhor acordo com a região de incerteza do que as demais. Em geral, nas

	HKNS	Kretzer	KKP(AKK)
Forma da Função	$N_i^{\pi^+} z^{\alpha_i^{\pi^+}} (1-z)^{\beta_i^{\pi^+}}$	$N_i^{\pi^+} z^{\alpha_i^{\pi^+}} (1-z)^{\beta_i^{\pi^+}}$	$N_i^{\pi^\pm} z^{\alpha_i^{\pi^\pm}} (1-z)^{\beta_i^{\pi^\pm}}$
Nº de Parâmetros	14	11	15(18)
Escala Inicial( $Q_0^2$ )	1.0 GeV <sup>2</sup>	0.4 GeV <sup>2</sup>	2.0 GeV <sup>2</sup>

Tab. 1.1: Algumas características gerais para 4 funções de fragmentação.

colisões semi-inclusivas onde algumas partículas produzidas são identificadas, obtemos a seção de choque convoluindo as funções de distribuição partônicas com a seção de choque partônica e com as funções de fragmentação para cada parton. Isto resulta em

$$\sigma = \sum_{a,b,c} f_a(x_a, Q^2) \otimes f_b(x_b, Q^2) \otimes \hat{\sigma}(ab \rightarrow cX) \otimes D_c^h(z, Q_f^2).$$

cuja representação diagramática é vista na Fig. 1.20.

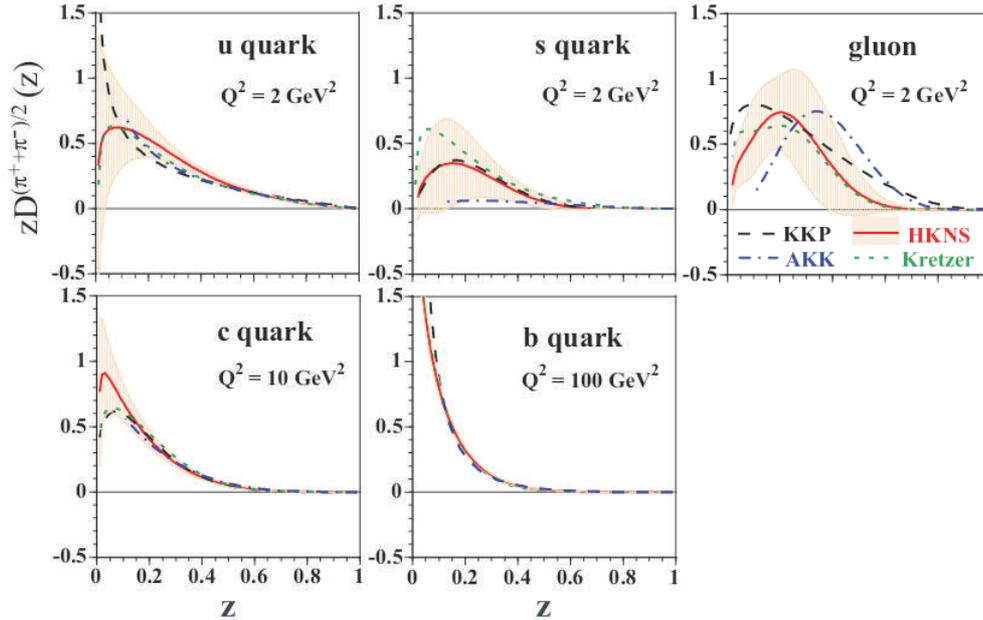


Fig. 1.19: Funções de fragmentação para  $(\pi^+ + \pi^-)/2$  em  $Q_f^2 = 2, 10$  e  $100 \text{ GeV}^2$  para os quatro grupos: HKNS, Kretzer, KKP e AKK. Figura extraída de [20].

No terceiro capítulo apresentaremos formalmente como calcular a produção de hádrons em colisões próton-próton, onde implementaremos a parametrização KKP para as funções de fragmentação.

## 1.7 Plasma de Quarks e Glúons - QGP

De acordo com a Cromodinâmica Quântica, quando um sistema hadrônico é submetido a altas temperaturas ou densidades energéticas, ocorrem duas transições de fase que por

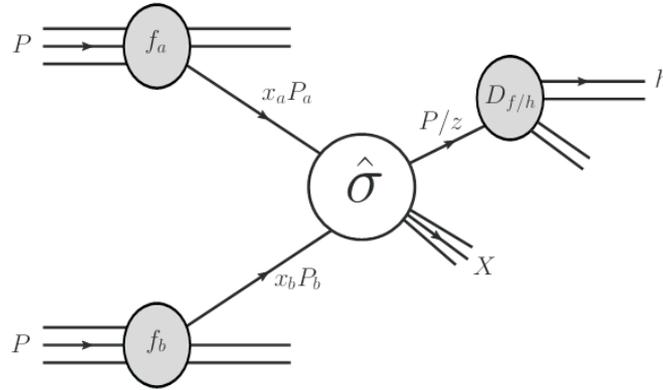


Fig. 1.20: Ilustração de um processo de produção de hádrons em uma colisão próton-próton.

fim, fazem com que os constituintes dos hádrons, antes confinados, passem para um estado desconfinado conhecido como *Plasma de Quarks e Glúons* (QGP). A confirmação e o estudo deste plasma não só aumentam nossa compreensão sobre as propriedades básicas da QCD, como também nos ajudam a entender a evolução desde os primórdios do universo, por volta de  $10^{-5}$ s após o Big Bang, até a formação dos hádrons, Fig. 1.21. Acredita-se que nestes primeiros instantes, o plasma se expandiu e esfriou, liberando uma grande quantidade de radiação juntamente com inúmeros quarks e glúons que se fragmentaram em hádrons, permitindo a formação dos elementos químicos que vemos hoje Fig. 1.21.

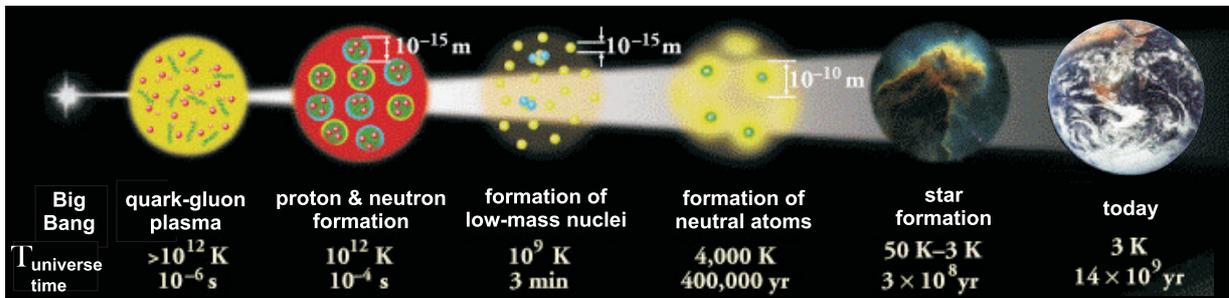


Fig. 1.21: Evolução do universo separada nos diversos estágios da evolução cósmica.<sup>3</sup>

Embora tanto a temperatura como a densidade energética no início do universo fossem extremamente altas, estamos interessados nos valores críticos que levam a criação do plasma e que são possíveis de produzir em laboratório. Ao redor da temperatura crítica [24]

$$T_c \approx 170 \text{ MeV} = 190 \times 10^{10} \text{ K}$$

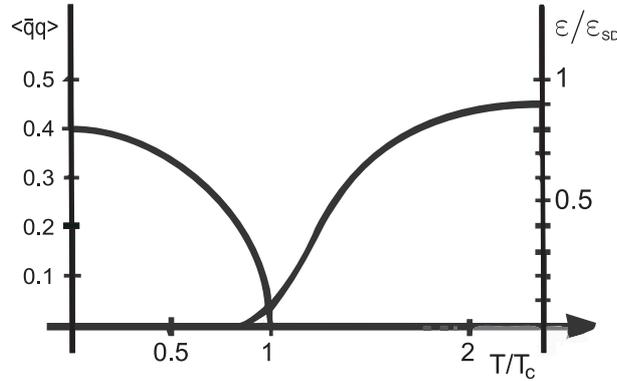
que é por volta de 170000 vezes mais quente que o núcleo do sol, acredita-se que ocorram duas transições de fase, uma ligada a transição do estado confinado para o estado desconfinado e outra ligada a restauração da simetria quiral<sup>4</sup>. No primeiro caso, a densidade de energia

<sup>3</sup> Figura extraída de [http://www-alice.gsi.de/fsp201/qgp/hist\\_univ.gif](http://www-alice.gsi.de/fsp201/qgp/hist_univ.gif)

<sup>4</sup> Do ponto de vista da teoria quântica de campos, a simetria quiral é uma simetria da lagrangeana na qual os componentes de mão direita e esquerda do campo de Dirac se transformam independentemente.

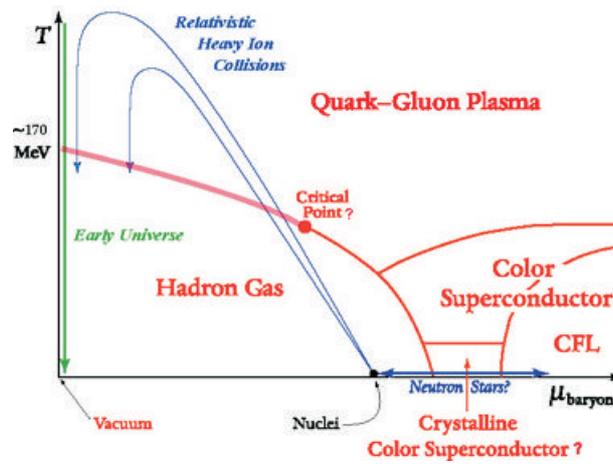
$\varepsilon$  e pressão  $P$  aproximam-se rapidamente do correspondente limite de Stefan-Boltzmann para um gás de quarks e glúons livres acima da transição de fase [25]. Simultaneamente, a simetria quiral vai sendo restaurada, já que o termo que caracteriza a magnitude dessa quebra de simetria em temperatura finita denominado *condensado de quarks*,  $\langle \bar{q}q \rangle$ , cai a zero [26]. Esta quantidade é considerada o parâmetro de ordem da transição de fase. Estas duas transições estão ilustradas na Fig. 1.22, na qual ainda não há um consenso à respeito da ligação entre essas duas transições de fase ao redor de  $T \sim T_c$ .

Na Fig. 1.23, mostramos o diagrama de fases da QCD no plano  $T\mu$ , onde  $\mu$  é o potencial químico dos quarks e pode ser visto como uma medida do desequilíbrio entre quarks e antiquarks. Quanto maior o valor de  $\mu$ , maior a densidade de quarks. Nesta figura estão ilustrados os aspectos mais conhecidos (teoricamente) sobre o diagrama de fases para as interações fortes da matéria nuclear.



**Fig. 1.22:** Resultados da QCD na rede, na qual as transições da fase quiral e confinamento-desconfinamento parecem ocorrer na mesma temperatura. Figura extraída de [25]

Acredita-se que ao aumentarmos o valor de  $\mu$  mantendo uma baixa temperatura, ocorra primeiramente a formação de uma nova fase conhecida como *non-CFL quark liquid* com propriedades ainda desconhecidas [27, 28]. Contudo, para valores de densidade ainda mais altos, supõe-se haver uma nova fase da matéria de quarks conhecida como *color-flavor-locked (CFL)* onde uma das principais características é a presença de uma supercondutividade colorida [27]. Por outro lado, mantendo  $\mu$  pequeno enquanto aumenta-se a temperatura, encontramos primeiramente um gás de hádrons. Ao redor da temperatura 170 MeV, ocorre uma transição de fase para o plasma de quarks e glúons. A linha que sobe em direção ao eixo- $T$  e termina no ponto intitulado “ponto crítico”, representa a linha que separa os estados confinados dos desconfinados, a qual se supõe também que seja a linha que separa o rompimento e a restauração da simetria quiral. Atualmente, acredita-se que o plasma esteja presente no núcleo de estrelas superdensas, tais como: estrelas de neutrons [29, 30] ou as possíveis estrelas de quarks [31, 32]. Entretanto, podemos estudar as características do QGP por meio de colisões ultrarelativísticas de íons pesados nos aceleradores de partículas, capazes de fornecer os valores críticos de temperatura necessários para a formação do plasma. Isto está representado na Fig. 1.23 por meio das setas que saem da matéria nuclear e



**Fig. 1.23:** Ilustração para o diagrama de fases para as interações fortes da matéria nuclear. Figura extraída de <http://nuclear.ucdavis.edu/calderon/Research/physicsResearch.html>

avançam até chegarem no plasma de quarks e glúons. Nesse caso, são produzidos pequenos “Little Bang” por meio de colisões ultrarelativísticas de núcleos pesados, capazes de formar o plasma por um curto espaço de tempo,  $10^{-22}$ s, suficiente para estudá-lo. Nestas colisões nucleares, ocorre uma grande produção de partículas e a expansão do sistema pode ser tratada por meio de modelos hidrodinâmicos. Entre estes modelos, o de expansão do plasma termalizado localmente é governado pelas leis da hidrodinâmica relativística originalmente introduzida por Landau(1953) [33], na qual são escolhidos parâmetros chaves, tais como: densidade inicial de energia, tempo inicial de termalização, temperaturas de solidificação, entre outros. Em seguida, um código hidrodinâmico é estabelecido a fim de relacionar estes parâmetros com os dados obtidos por diversos experimentos.

Ao longo dos estudos teóricos a respeito desse novo estado da matéria, foram propostas diversas assinaturas a respeito da existência do plasma, tais como:

- Crescimento na produção de estranheza e charme;
- Crescimento na produção de anti-partículas;
- Supressão de hádrons com alto momento transversal  $q_T$  devido a perda de energia dos partons no plasma;
- Supressão de mésons pesados ( $J/\psi$ ,  $\psi'$ ,  $\Upsilon$ ,  $\Upsilon'$ ) devido à blindagem de cor de Debye;
- Crescimento de fótons termais e diléptons devido a emissão a partir da QGP;

Foi primeiramente por meio do colisor Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC), dedicado a colisões de íons pesados relativísticos com energias de até 200 GeV, que ocorreram as confirmações das diversas propostas citadas. Atualmente, os dados para a produção de hádrons em colisões de íons pesados são obtidos tanto pelo RHIC, quanto pelo Large Hadron Collider (LHC), projetado para alcançar energias de até 5500 GeV (até o momento têm-se dados de

até 2760 GeV) nas colisões nucleares. Os dois aceleradores confirmam que o plasma possui uma baixa viscosidade tal que este novo estado da matéria pode ser considerado um líquido quente e ideal [34]. Dos diversos resultados obtidos por inúmeros experimentos, infere-se que o QGP seja um líquido denso, opaco e altamente interagente, capaz de suprimir a produção de jatos e levar a uma grande supressão no número de partículas provenientes destas colisões nucleares. Veremos mais sobre esta supressão no quinto capítulo, onde adicionamos mecanismos que quantificam a perda de energia dos jatos que atravessam o meio desconfinado.

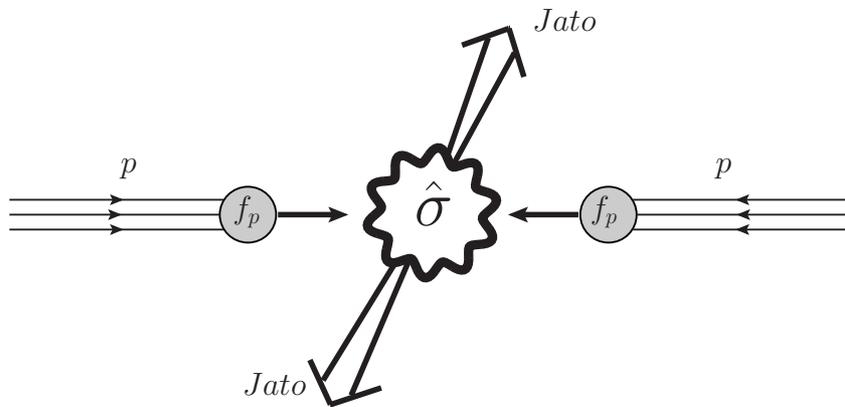
## 1.8 Conclusão

Neste capítulo exploramos alguns elementos da física necessária para uma boa compreensão dos mecanismos que contribuem no desenvolvimento da física das colisões ultrarelativísticas. Iniciamos com uma breve apresentação da Cromodinâmica Quântica, a teoria das interações fortes. Também estudamos em detalhe o processo do Espalhamento Profundamente Inelástico (DIS) e o Modelo de Pártons, bem como a sua generalização ao incluir-se a QCD, o que leva às equações de evolução DGLAP. Estas equações são responsáveis por caracterizar o comportamento evolutivo das funções de distribuição partônicas. Utilizando uma abordagem mais intuitiva, estabelecemos a idéia básica por trás da fatorização, através da qual é possível dividir o processo total em regiões perturbativas, onde os processos físicos são calculáveis utilizando a QCD perturbativa (pQCD), das não perturbativas, que requerem a utilização de modelos e comparação com os dados experimentais. Na última seção focamos no plasma de quarks e glúons, pois acredita-se que este seja o principal responsável pela perda de energia em colisões núcleo-núcleo, a qual veremos mais detalhadamente no quinto capítulo. Nosso objetivo agora é reunir alguns desses ingredientes e darmos início a construção da equação que calcula a produção de jatos em colisões próton-próton.

## Capítulo 2

# Produção de Jatos em Colisões Hadrônicas

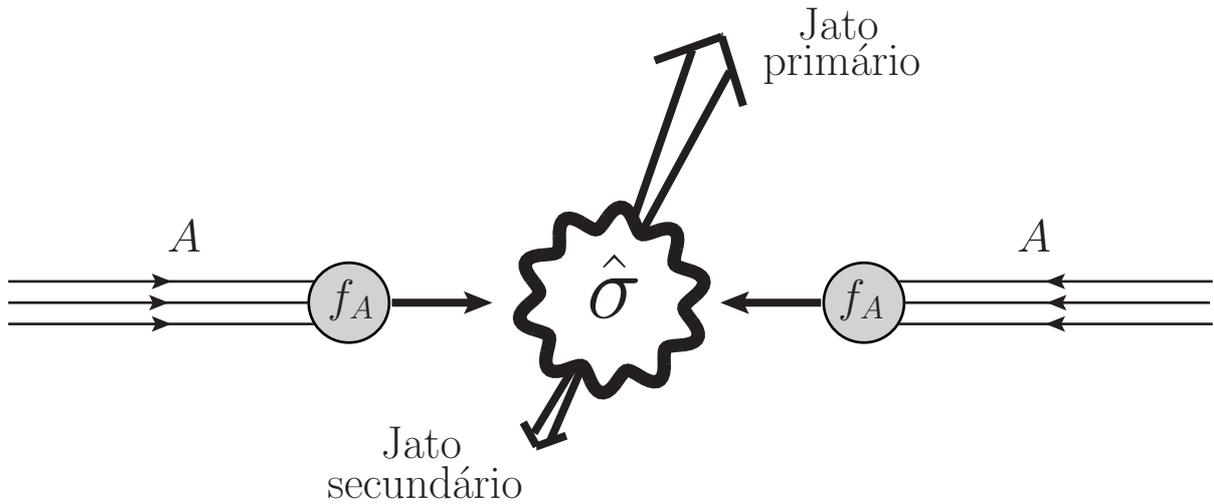
Em geral, existe um certo problema na identificação individual de hádrons remanescentes de uma colisão hadrônica ultrarelativística. Muitos tem pouca energia e podem ser imperceptíveis aos detectores. Nestas circunstâncias, é mais útil identificar grupos ou “clusters” de hádrons no estado final, *jatos hadrônicos*, gerados a partir da fragmentação dos partons remanescentes do processo duro, que análogo ao caso dos hádrons, formam os *jatos partônicos*. Em colisões próton - próton, é visível a existência da conservação de momento de dois jatos principais sendo emitidos na mesma direção e em sentidos opostos. Este resultado é conhecido como *correlação de jatos* e está ilustrado na Fig. 2.1.



**Fig. 2.1:** Ilustração da correlação dos jatos.

No entanto, nas colisões entre íons pesados, verifica-se que esta correlação não é mantida, Fig. 2.2, e que portanto, temos um jato principal com energia  $E_p$  e um jato secundário com energia  $E_s$ , tal que,  $E_p > E_s$ . Esta diferença na energia dos jatos é vista como uma assinatura da existência do plasma de quarks e glúons, sendo que um dos jatos percorre uma região maior do que o outro dentro do QGP, perdendo mais energia. Acredita-se que os jatos que atravessam o plasma, interagem com seus constituintes provocando a perda de energia dos jatos levando a uma supressão na produção de hádrons. As primeiras evidências da formação de jatos de quarks surgiram em processos de aniquilação  $e^+e^-$  no Stanford Linear

Accelerator Center (SLAC) [35]. Posteriormente, eventos com três jatos foram observados no Deutsches Elektronen-Synchrotron (DESY) [36]. Atualmente, a procura por jatos ocorre por meio da criação de algoritmos cuja função é explorar o momento transverso de hádrons criados a partir da fragmentação de quarks ou glúons bastante energéticos. Além da análise dos jatos ser utilizada na identificação do plasma, o seu estudo também permite uma análise mais detalhada sobre as características dos pártons e suas interações (constante de acoplamento, funções de distribuição, etc).



**Fig. 2.2:** Quebra da correlação dos jatos devido à perda de energia de um dos jatos.

Neste capítulo, nosso principal objetivo é calcular a produção de jatos em colisões próton-próton, sendo este cálculo utilizado como base para o desenvolvimento dos próximos capítulos, nos quais consideramos a produção de hádrons. Vamos primeiramente tratar dos algoritmos para a definição de jatos, para a seguir procedermos com os cálculos de produção de jatos.

## 2.1 Algoritmos de Jato

Algoritmos de jatos fornecem a ligação entre o experimento e a teoria pois carregam as informações necessárias para que os experimentais possam identificar possíveis jatos hadrônicos (detectores), provenientes de algum jato partônico (QCD). Embora exista mais de uma definição para jatos, é fundamental que a definição utilizada na teoria seja a mesma utilizada no experimento. Um bom algoritmo deve procurar satisfazer certas exigências, tais como:

- Fácil implementação experimental;
- Produzir resultados que sejam relativamente insensíveis a hadronização;
- Ter um procedimento idêntico em nível partônico e nível hadrônico para que cálculos teóricos possam ser comparados com os dados experimentais;
- Estar a salvo das divergências colineares e infravermelhas, ou seja, o jato não pode depender das emissões suaves ou das “divisões” colineares;

De um ponto de vista mais experimental, também é necessário acrescentar ingredientes fundamentais que possam criar um certo padrão na busca por jatos, independente do algoritmo. São eles:

- um inicializador (muitas vezes hádrons carregados ou um grande depósito de energia hadrônica);
- uma medida de separação entre duas partículas (pode ser uma diferença entre os momentos ou ângulos de espalhamento);
- uma condição que finalize o processo de busca pelo jato;

Em geral, define-se um parâmetro de resolução  $y_{res}$  e um parâmetro de separação  $y_{ij}$  para todo par de partículas  $(ij)$ ,

$$y_{ij} = \frac{M_{ij}^2}{E_{tot}^2}$$

onde  $M_{ij}^2$  é a massa invariante e  $E_{tot}$  é a soma de toda a energia das partículas. Se  $\min(y_{ij}) < y_{res}$ , então combinamos as partículas  $(ij)$  em  $k$ ,

$$p_k = p_i + p_j$$

tal que,

$$\vec{p}_k = E_k \frac{\vec{p}_i + \vec{p}_j}{|\vec{p}_i + \vec{p}_j|}$$

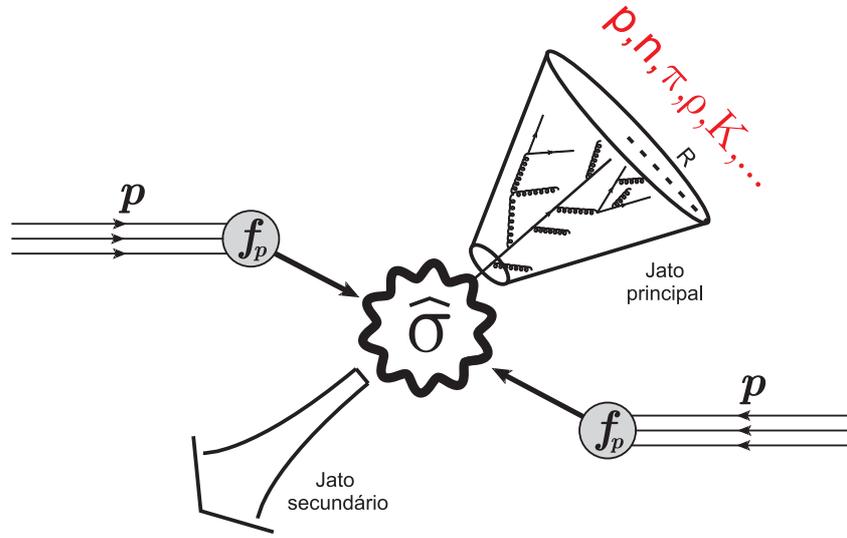
Embora exista um grande número de algoritmos atualmente, a grande maioria pode ser classificada em duas classes:

- **Algoritmos do tipo Cone** - baseados na prescrição original de Stermann e Weinberg para a soma do fluxo de energia através de um cone de raio fixo no plano  $\eta - \phi$  [37];
- **Algoritmos do tipo Cluster** - dentro desta classe, os mais utilizados são os algoritmos do tipo  $k_T$  [38, 39].

Portanto, vamos apresentar brevemente um resumo sobre as principais características de cada uma dessas classes, utilizando como exemplo o algoritmo do tipo cone original e dois algoritmos complementares do tipo  $k_T$ .

### 2.1.1 Algoritmo do tipo Cone

O Algoritmo do tipo cone, hoje aperfeiçoado e usado no LHC, é o mais intuitivo visto que possui uma estrutura mais geométrica que os do tipo cluster. Cada objeto energético que atravessa o detector é descrito pela energia transversa  $E_T = E \sin(\theta)$ , ângulo azimutal  $\phi$  e a pseudo-rapidez  $\eta = -\ln \tan(\theta/2)$ , onde  $\theta$  é o ângulo de espalhamento. Objetos com  $E_T > E_T^{res}$  são consideradas os inicializadores e cada um deles define um eixo inicial de um



**Fig. 2.3:** Ilustração de um párton energético sendo reconhecido como um jato e portanto, englobado num cone de raio  $R$ . A hadronização deste jato leva a formação dos jatos hadrônicos que serão mais tarde captados pelo detector.

cone de raio  $R$  com superfície definida por  $\eta_{cone}$  e  $\phi_{cone}$ , Fig. 2.3. Todos os objetos com  $E_T < E_T^{res}$  e direção  $\eta_i, \phi_i$  que satisfazem a relação

$$\sqrt{(\eta_{cone} - \eta_i)^2 + (\phi_{cone} - \phi_i)^2} < R$$

são incluídos dentro do cone. A posição do cone é então redefinida usando todos os objetos englobados pelo cone inicial, tal que, as novas coordenadas do cone serão dadas por

$$\eta_{cone} = \frac{1}{E_{T,cone}} \sum_{i \in R} E_{T,i} \eta_i$$

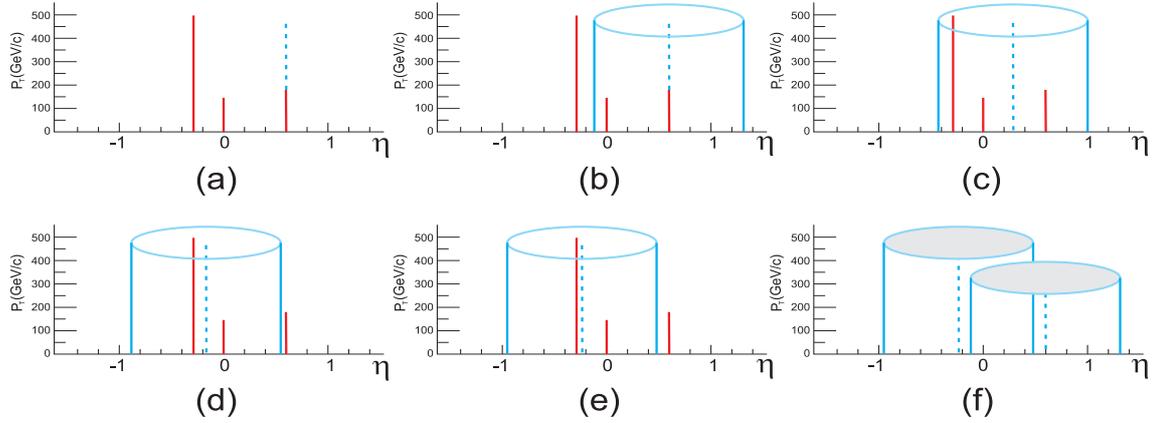
$$\phi_{cone} = \frac{1}{E_{T,cone}} \sum_{i \in R} E_{T,i} \phi_i$$

com

$$E_{T,cone} = \sum_{i \in R} E_{T,i}$$

Conforme novos objetos vão sendo incluídos ou excluídos a cada reposicionamento do cone, o processo é repetido até que a posição do cone convirja, Fig. 2.4.

Se dois cones vizinhos se sobrepõem, novos processos algorítmicos são incluídos para averiguar se os cones serão ou não fundidos e como os objetos em comum serão redistribuídos nos jatos. Por fim, um corte  $E_T^{jato,min}$  é aplicado nas energias do cone a fim de isolar os processos duros. Vale salientar que há um tempo atrás havia um certo problema com relação a emissão de partículas suaves que desestabilizavam os cones já fixados. Contudo, o problema foi resolvido após o trabalho de Salam e Soyez [40].



**Fig. 2.4:** (a) Temos 3 partículas bastante energéticas, das quais a terceira é escolhida como inicializadora. (b) O cone é projetado, onde a formação deste inclui a segunda e a terceira partícula. (c) O cone é reposicionado e engloba as três partículas. (d) Uma nova reposição e a partícula inicializadora é excluída. (e) Num último reposicionamento, já se nota a convergência. (f) São estabelecidos dois cones cuja sobreposição é resolvida por fusão ou divisão.

### 2.1.2 Algoritmo $k_T$ : modo inclusivo

Neste algoritmo, os objetos são descritos pelo conjunto de variáveis  $(E_T, \eta, \phi)$  e a recombinação é análoga ao caso do algoritmo do cone mencionado anteriormente.

**Passo 1:** Define-se um parâmetro de separação entre todo par de objetos  $i, j$ ,

$$d_{ij} = \min [k_{Ti}^2, k_{Tj}^2] \frac{\Delta R_{ij}^2}{R^2} \quad \text{onde,} \quad \Delta R_{ij}^2 = (\eta_i - \eta_j)^2 + (\phi_i - \phi_j)^2$$

e um parâmetro de separação entre cada partícula e a direção do feixe,

$$d_{iB} = k_{Ti}^2 R^2$$

onde  $R$  é um parâmetro adimensional que faz um papel semelhante ao do raio no algoritmo do cone, definindo a extensão dos jatos.

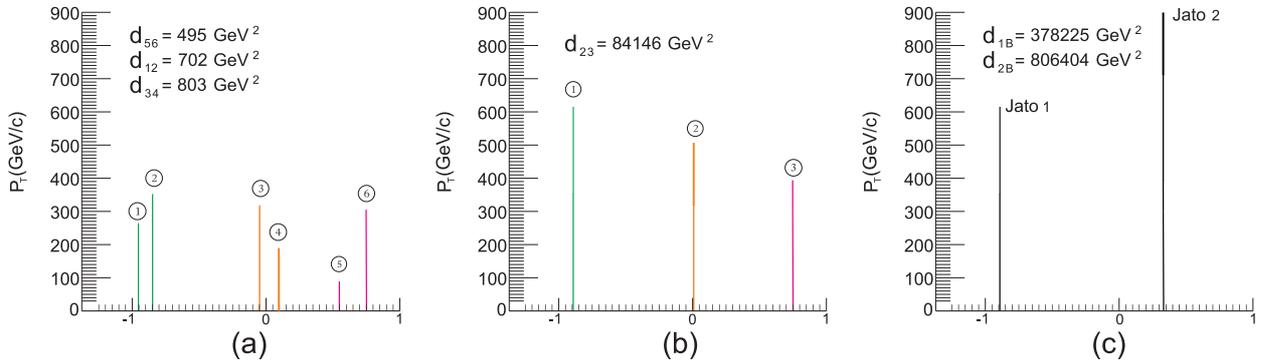
**Passo 2:** Procura-se o valor mínimo entre todos os parâmetros  $d_{ij}$  e  $d_{iB}$ . Se este valor for  $d_{ij}$ , então os objetos são fundidos para formar um novo objeto descrito pelas variáveis  $(k_{T,k}, \eta_k, \phi_k)$ , onde

$$\eta_k = \frac{1}{k_{T,k}} (k_{T,i}\eta_i + k_{T,j}\eta_j)$$

$$\phi_k = \frac{1}{k_{T,k}} (k_{T,i}\phi_i + k_{T,j}\phi_j)$$

com

$$k_{T,k} = k_{T,i} + k_{T,j}$$



**Fig. 2.5:** Ilustração do processo de iteração do algoritmo  $k_T$ . (a) Dos seis objetos, as três primeiras iterações levam a recombinação dos objetos 5,6, 1,2 e 3,4 com os respectivos valores  $d_{56} = 495 \text{ GeV}^2$ ,  $d_{12} = 702 \text{ GeV}^2$  e  $d_{34} = 803 \text{ GeV}^2$ . (b) Na quarta iteração, os objetos 2,3 são combinados sendo  $d_{23} = 84146 \text{ GeV}^2$ . (c) Na última iteração, nota-se que  $d_{1B} = 378225 \text{ GeV}^2 < d_{ij}$ . Neste caso, de acordo com o passo 2, o objeto 1 é classificado como um jato (Jato 1) e excluído da lista. Sobrando apenas o objeto 2, esse também é classificado como um jato (Jato 2), finalizando a lista e terminando o processo de busca por jatos.

Porém, se  $d_{iB}$  for o valor mínimo, então o objeto  $i$  é classificado como um jato e portanto é removido da lista de objetos a serem fundidos, Fig. 2.5.

**Passo 3:** Retorna ao passo 1 e repete o processo até que não haja mais objetos a serem analisados.

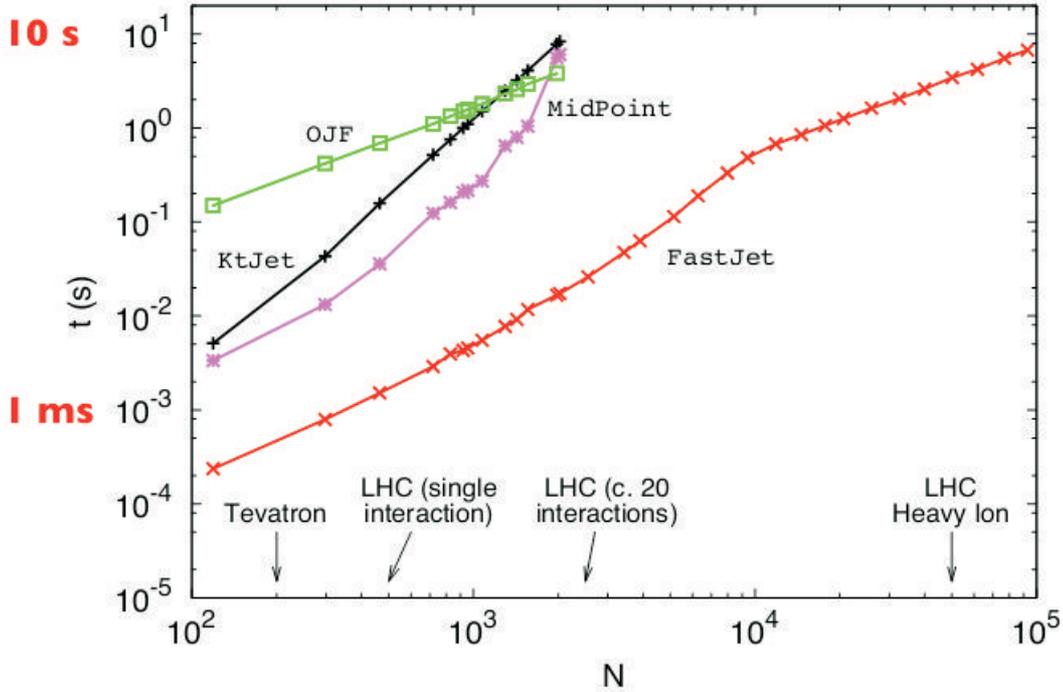
Assim como o algoritmo do tipo cone tinha problemas relacionados as singularidades infravermelhas e colineares, o algoritmo do tipo  $k_T$  apresentava problemas com relação a velocidade. O problema foi resolvido após o trabalho de Salam [41] que tornou o processo de busca mais rápido por meio do algoritmo *FastJet*. Ilustramos na Fig. 2.6 a diferença na velocidade de diferentes algoritmos clusters para os diferentes números de partículas produzidas desde Tevatron até o LHC.

### 2.1.3 Algoritmo $k_T$ : modo exclusivo

Neste algoritmo, as quantidades  $d_{ij}$  e  $d_{iB}$  são as mesmas definidas anteriormente.

Primeiramente, encontra-se o menor valor entre todos os parâmetros  $d_{ij}$  e  $d_{iB}$ . Se este valor for superior ao parâmetro de corte  $d_{min}$ , então todos os objetos remanescentes no evento serão classificados como jatos e o processo de busca por jatos termina. Do contrário, se este valor for inferior a  $d_{min}$  e provém de  $d_{ij}$ , então o par de objetos  $i, j$  é combinado em um único objeto com momento  $p_k = p_i + p_j$ . Se o valor mínimo provém de  $d_{iB}$ , então o objeto  $i$  é considerado um jato e assim é excluído da lista de objetos a serem analisados.

O procedimento é repetido até que se encontre um valor mínimo superior a  $d_{min}$ . Este algoritmo ainda pode ser rodado de duas formas: fixando o valor do parâmetro de corte



**Fig. 2.6:** Ilustração da tempo de espera entre diferentes algoritmos de cluster com relação ao número de partículas a serem analisadas.

e conseqüentemente produzindo um número variável de jatos ou ajustando esse parâmetro para que seja produzido um número fixo de jatos em cada evento.

## 2.2 Produção de di-jatos em colisões próton-próton

Nas colisões hadrônicas de altas energias, sabemos que a interação não ocorre diretamente entre os hádrons, mas sim entre seus constituintes, pártons, que carregam uma fração de momento  $x_{1,2}$  de seus respectivos hádrons. Para cada colisão binária entre os pártons  $a$  e  $b$ , serão produzidos dois pártons em primeira ordem com grande momento transverso cuja combinação com outros pártons emitidos de outros subprocessos construirão os jatos partônicos. Se desprezarmos os pequenos momentos transversos dos pártons de entrada, os dois párton finais serão emitidos em sentidos opostos em relação ao feixe, havendo um equilíbrio do momento transverso entre eles no sistema do laboratório. Em geral, a seção de choque partônica em ordem mais baixa, é dada por

$$\frac{E_3 E_4 d^6 \hat{\sigma}}{d^3 p_3 d^3 p_4} = \frac{1}{2\hat{s}} \frac{1}{16\pi^2} \overline{\sum} |M(ab \rightarrow cd)|^2 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4)$$

onde o termo  $\overline{\sum}$  denota a média e a soma sobre os estados iniciais e finais dos spins e cores, respectivamente. A função delta garante a conservação do momento, onde os pares  $\{p_1, p_2\}$  e  $\{p_3, p_4\}$  se referem aos quadrimomentos das partículas que entram e saem da colisão partônica, respectivamente. As expressões para o quadrado da amplitude de espalhamento

para os vários subprocessos  $\overline{\sum} |M(ab \rightarrow cd)|^2$ , em ordem mais baixa, são mostradas na tabela 2.1, onde  $\hat{s} = (p_1 + p_2)^2$ ,  $\hat{t} = (p_1 - p_3)^2$  e  $\hat{u} = (p_2 - p_3)^2$ .

Processos	$\overline{\sum}  M ^2 / g^4$	$\theta = \pi/2$
$qq' \rightarrow qq'$	$\frac{4}{9} \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^2}$	2.22
$q\bar{q}' \rightarrow q\bar{q}'$	$\frac{4}{9} \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^2}$	2.22
$qq \rightarrow qq$	$\frac{4}{9} \left( \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^2} + \frac{\hat{s}^2 + \hat{t}^2}{\hat{u}^2} \right) - \frac{8}{27} \frac{\hat{s}^2}{\hat{u}\hat{t}}$	3.26
$q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'$	$\frac{4}{9} \frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}^2}$	0.22
$q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$	$\frac{4}{9} \left( \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^2} + \frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}^2} \right) - \frac{8}{27} \frac{\hat{u}^2}{\hat{s}\hat{t}}$	2.59
$q\bar{q} \rightarrow gg$	$\frac{32}{27} \frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}\hat{u}} - \frac{8}{3} \frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}^2}$	1.04
$gg \rightarrow q\bar{q}$	$\frac{1}{6} \frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}\hat{u}} - \frac{3}{8} \frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}^2}$	0.15
$gq \rightarrow gq$	$-\frac{4}{9} \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}\hat{u}} + \frac{\hat{u}^2 + \hat{s}^2}{\hat{t}^2}$	6.11
$gg \rightarrow gg$	$\frac{9}{2} \left( 3 - \frac{\hat{t}\hat{u}}{\hat{s}^2} - \frac{\hat{s}\hat{u}}{\hat{t}^2} - \frac{\hat{s}\hat{t}}{\hat{u}^2} \right)$	30.4

**Tab. 2.1:** O quadrado da amplitude de espalhamento  $\overline{\sum} |M(ab \rightarrow cd)|^2$  em termos das variáveis de Mandelstam para subprocessos partônicos dois-a-dois com pártons sem massa [42]. A terceira coluna indica os respectivos valores para o caso  $\theta = \pi/2$ , onde vemos que os processos  $gg \rightarrow gg$  apresentam grande contribuição nessa região.

No sistema do centro de massa da colisão hadrônica, os quadrimomentos dos hádrons que entram (por exemplo, hádrons A e B), de acordo com (A.4), são dados por:

$$\begin{aligned}
 P_A &= (m_T \cosh y, 0, 0, m_T \sinh y) \\
 P_B &= (m_T \cosh y, 0, 0, -m_T \sinh y)
 \end{aligned}$$

Realizando uma rotação em torno do eixo da colisão, tal que  $\phi = 90^\circ$ , os quadrimomentos dos pártons se resumirão à

$$\begin{aligned}
 p_a &= \frac{x_1 \sqrt{s}}{2} (1, 0, 0, 1) \\
 p_b &= \frac{x_2 \sqrt{s}}{2} (1, 0, 0, -1) \\
 p_c &= p_T (\cosh y_c, 1, 0, \sinh y_c) \\
 p_d &= p_T (\cosh y_d, -1, 0, \sinh y_d)
 \end{aligned}$$

onde  $p_a$  e  $p_b$  são dados pelas equações (A.20) e (A.21). Logo, em termos dos parâmetros da partícula  $c$ , as variáveis de Mandelstam para subprocesso partônico serão dadas por

$$\begin{aligned}
 \hat{s} &= (p_a + p_b)^2 \\
 &= \left( \frac{x_1\sqrt{s}}{2} + \frac{x_2\sqrt{s}}{2}, 0, 0, \frac{x_1\sqrt{s}}{2} - \frac{x_2\sqrt{s}}{2} \right)^2 \\
 &= (x_1 + x_2)^2 \frac{s}{4} - (x_1 - x_2)^2 \frac{s}{4} \\
 &= \frac{s}{4} [(x_1 + x_2)^2 - (x_1 - x_2)^2] \\
 &= x_1 x_2 s \\
 \hat{t} &= (p_a - p_c)^2 \\
 &= \left[ \frac{x_1\sqrt{s}}{2} - p_T \cosh(\eta_c), -p_T, 0, \frac{x_1\sqrt{s}}{2} - p_T \sinh(\eta_c) \right]^2 \\
 &= \frac{x_1^2 s}{4} - x_1 \sqrt{s} p_T \cosh(\eta_c) + p_T^2 \cosh^2(\eta_c) - p_T^2 \\
 &\quad - \frac{x_1^2 s}{4} + x_1 \sqrt{s} p_T \sinh(\eta_c) - p_T^2 \sinh^2(\eta_c) \\
 &= -x_1 p_T \sqrt{s} [\cosh(\eta_c) - \sinh(\eta_c)] \\
 &= -x_1 p_T \sqrt{s} e^{-\eta_c} \\
 \hat{u} &= (p_b - p_c)^2 \\
 &= \left[ \frac{x_2\sqrt{s}}{2} - p_T \cosh(\eta_c), -p_T, 0, -\frac{x_2\sqrt{s}}{2} - p_T \sinh(\eta_c) \right]^2 \\
 &= \frac{x_2^2 s}{4} - x_2 \sqrt{s} p_T \cosh(\eta_c) + p_T^2 \cosh^2(\eta_c) - p_T^2 - \frac{x_2^2 s}{4} \\
 &\quad - x_2 \sqrt{s} p_T \sinh(\eta_c) - p_T^2 \sinh^2(\eta_c) \\
 &= -x_2 p_T \sqrt{s} [\cosh(\eta_c) + \sinh(\eta_c)] \\
 &= -x_2 p_T \sqrt{s} e^{\eta_c}
 \end{aligned}$$

Por outro lado, também podemos reescrever as variáveis  $\hat{s}$ ,  $\hat{t}$  e  $\hat{u}$  em termos dos parâmetros da partícula  $d$ . O cálculo análogo resulta em

$$\begin{aligned}
 \hat{s} &= (p_a + p_b)^2 = x_1 x_2 s \\
 \hat{t} &= (p_b - p_d)^2 = -x_2 p_T \sqrt{s} e^{y_d} \\
 \hat{u} &= (p_a - p_d)^2 = -x_1 p_T \sqrt{s} e^{-y_d}
 \end{aligned}$$

A relação entre as variáveis cinemáticas antes e depois da colisão podem ser encontradas com o auxílio da relação fundamental

$$\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = \sum m_i^2$$

que para o nosso caso, no qual desprezamos a massa dos pártons, resulta em

$$\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = 0 \tag{2.1}$$

Aplicando sobre a equação (2.1) o conjunto de variáveis de Mandelstan para ambos pártons  $c$  e  $d$ , obtemos as respectivas equações

$$x_1 x_2 s - x_1 p_T \sqrt{s} e^{-y_c} - x_2 p_T \sqrt{s} e^{y_c} = 0 \quad (2.2)$$

$$x_1 x_2 s - x_2 p_T \sqrt{s} e^{y_d} - x_1 p_T \sqrt{s} e^{-y_d} = 0 \quad (2.3)$$

Subtraindo (2.2) de (2.3) e isolando  $x_1$ , teremos

$$x_1 = -x_2 \frac{(e^{y_c} - e^{y_d})}{(e^{-y_c} - e^{-y_d})} \quad (2.4)$$

Substituindo em (2.2),

$$-x_2^2 s \frac{(e^{y_c} - e^{y_d})}{(e^{-y_c} - e^{-y_d})} + x_2 p_T \sqrt{s} e^{-y_c} \frac{(e^{y_c} - e^{y_d})}{(e^{-y_c} - e^{-y_d})} - x_2 p_T \sqrt{s} e^{y_c} = 0$$

e isolando  $x_2$ ,

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{p_T \sqrt{s} e^{-y_c} \frac{(e^{y_c} - e^{y_d})}{(e^{-y_c} - e^{-y_d})} - p_T \sqrt{s} e^{y_c}}{s \frac{(e^{y_c} - e^{y_d})}{(e^{-y_c} - e^{-y_d})}} \\ &= \frac{p_T \sqrt{s} e^{-y_c} (e^{y_c} - e^{y_d}) - p_T \sqrt{s} e^{y_c} (e^{-y_c} - e^{-y_d})}{s (e^{y_c} - e^{y_d})} \\ &= \frac{p_T}{\sqrt{s}} \left[ \frac{(e^{y_c - y_d} - e^{-(y_c - y_d)}) (e^{-y_c} + e^{-y_d})}{(e^{y_c} - e^{y_d}) (e^{-y_c} + e^{-y_d})} \right] \\ &= \frac{p_T}{\sqrt{s}} \left[ \frac{(e^{y_c - y_d} - e^{-(y_c - y_d)}) (e^{-y_c} + e^{-y_d})}{(e^{y_c - y_d} - e^{-(y_c - y_d)})} \right] \\ &= \frac{p_T}{\sqrt{s}} (e^{-y_c} + e^{-y_d}) \end{aligned}$$

Substituindo em (2.4), obtemos também a expressão para  $x_1$ ,

$$\begin{aligned} x_1 &= -\frac{p_T}{\sqrt{s}} (e^{-y_c} + e^{-y_d}) \frac{(e^{y_c} - e^{y_d})}{(e^{-y_c} - e^{-y_d})} \\ &= -\frac{p_T}{\sqrt{s}} \left[ \frac{(e^{y_c - y_d} - e^{-(y_c - y_d)}) (e^{y_c} + e^{y_d})}{(e^{-y_c} - e^{-y_d}) (e^{y_c} + e^{y_d})} \right] \\ &= \frac{P_T}{\sqrt{s}} \left[ \frac{(-e^{y_c - y_d} + e^{-(y_c - y_d)}) (e^{y_c} + e^{y_d})}{(-e^{y_c - y_d} + e^{-(y_c - y_d)})} \right] \\ &= \frac{P_T}{\sqrt{s}} (e^{y_c} + e^{y_d}) \end{aligned}$$

Portanto, as frações de momento dos pártons que entram,  $x_{1,2}$ , se relacionam com a rapidez  $y_c$  e  $y_d$  dos pártons que saem, através das relações

$$x_{a,b} = \frac{P_T}{\sqrt{s}} (e^{\pm y_c} + e^{\pm y_d})$$

Essa equação se torna útil quando tentamos encontrar a região física de  $y_c$  e  $y_d$ , visto que as frações de momento  $x_{a,b}$  obedecem a condição fundamental

$$0 < x_{1,2} < 1.$$

Prosseguindo com o cálculo da seção de choque partônica, podemos integrar no párton  $d$  afim de obter as informações sobre o párton  $c$ . Portanto,

$$\begin{aligned} \frac{E_c d^3 \hat{\sigma}}{d^3 p_c} &= \int_{3d} \frac{1}{2\hat{s}} \frac{1}{16\pi^2} \overline{\sum} |M(ab \rightarrow cd)|^2 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \frac{d^3 p_d}{E_d} \\ &= \int_{3d} \frac{1}{2\hat{s}} \frac{1}{128\pi^6} \overline{\sum} |M(ab \rightarrow cd)|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \frac{d^3 p_d}{2E_d} \end{aligned}$$

Utilizando a identidade da função delta,

$$\delta(g(x)) = \sum_{\substack{g(x)=0 \\ g'(x) \neq 0}} \frac{\delta(x-a)}{|g'(a)|}$$

podemos transformar  $d^3 p_d \rightarrow d^4 p_d$  facilitando a integração. Dessa maneira, aplicando a identidade mencionada no termo diferencial, encontramos

$$\frac{d^3 p_d}{2E_d} = d^4 p_d \frac{\delta^0(p_d^0)}{2p_d^0} = d^4 p_d \delta(p_d^2)$$

Lembrando que as massas dos pártons estão sendo desprezadas, obtemos também a relação

$$\delta(p_d^2) = \delta(m_d^2) = \delta(0) = \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u})$$

Logo,

$$\begin{aligned} \frac{E_c d^3 \hat{\sigma}}{d^3 p_c} &= \int_{4d} \frac{1}{2\hat{s}} \frac{1}{128\pi^6} \overline{\sum} |M(ab \rightarrow cd)|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) d^4 p_d \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) \\ &= \frac{1}{2\hat{s}} \frac{1}{8\pi^2} \overline{\sum} |M(ab \rightarrow cd)|^2 \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) \end{aligned}$$

Este observável foi calculado para um único processo partônico ( $ab \rightarrow cd$ ). Contudo, lembrando que hádrons são constituídos por pártons, nas colisões próton-próton temos inúmeras interações partônicas. Assim, para calcularmos o processo de espalhamento ( $pp \rightarrow cd$ ), devemos somar em  $ab$  incluindo as funções de distribuição partônicas (PDFs) discutidas no primeiro capítulo:

$$\frac{E_c d^3 \sigma}{d^3 p_c} = \frac{1}{8\pi^2} \sum_{ab} \int dx_1 dx_2 f_{a/p}(x_1, Q^2) f_{b/p}(x_2, Q^2) \frac{1}{2\hat{s}} \overline{\sum} |M(ab \rightarrow cd)|^2 \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u})$$

Assumindo que o detector e o algoritmo de jato são 100% eficientes, tal que possamos fazer a aproximação  $p_J^\mu = p_{\text{párton}}^\mu$ , a seção de choque inclusiva de um único jato será dada por:

$$\begin{aligned} \frac{E_J d^3 \sigma}{d^3 p_J} &= \frac{1}{16\pi^2 s} \sum_{abcd} \int \frac{dx_1 dx_2}{x_1 x_2} f_{a/p}(x_1, Q^2) f_{b/p}(x_2, Q^2) \times \\ &\times \overline{\sum} |M(ab \rightarrow cd)|^2 \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) \frac{1}{1 + \delta_{ab}} \end{aligned}$$

onde usamos  $\hat{s} = x_1 x_2 s$  e o termo  $1/(1 + \delta_{ab})$  é aplicado para evitar dupla contagem. Também podemos realizar a substituição

$$\frac{d\sigma}{d\hat{t}} = \frac{1}{16\pi\hat{s}^2} \sum_{abcd} |M(ab \rightarrow cd)|^2$$

Logo,

$$\frac{E_J d^3\sigma}{d^3p_J} = \sum_{abcd} \int^1 dx_1 dx_2 f_{a/p}(x_1, Q^2) f_{b/p}(x_2, Q^2) \frac{1}{\pi} \frac{d\sigma}{d\hat{t}} \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) \frac{\hat{s}}{1 + \delta_{ab}} \quad (2.5)$$

Os argumentos da função delta podem ser escritos em termos de  $x_1$  e  $x_2$  utilizando as variáveis de Mandelstam calculadas anteriormente

$$\begin{aligned} \hat{s} &= x_1 x_2 s \\ \hat{t} &= -x_1 p_T \sqrt{s} e^{-y_c} \\ \hat{u} &= -x_2 p_T \sqrt{s} e^{y_c} \end{aligned}$$

Assim,

$$\begin{aligned} \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) &= \delta(x_1 x_2 s - x_1 p_T \sqrt{s} e^{-y_c} - x_2 p_T \sqrt{s} e^{y_c}) \\ &= \frac{1}{s} \delta \left\{ \left( x_1 - \frac{x_T}{2} e^{y_c} \right) \left[ x_2 - \frac{x_1 x_T e^{-y_c}}{2(x_1 - \frac{x_T}{2} e^{y_c})} \right] \right\} \end{aligned}$$

Se  $x_2$  for a variável a ser integrada, então  $x_1$  pode ser visto como uma constante. Logo a identidade  $\delta(ax) = \frac{1}{|a|} \delta(x)$  pode ser utilizada novamente,

$$\delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) = \frac{1}{s(x_1 - \frac{x_T}{2} e^{y_c})} \delta \left\{ x_2 - \frac{x_1 x_T e^{-y_c}}{2x_1 - x_T e^{y_c}} \right\}$$

que leva à relação

$$x_2 = \frac{x_1 x_T e^{-y_c}}{2x_1 - x_T e^{y_c}}$$

Neste caso, os limites de integração são obtidos através das seguintes condições:

- Se  $x_2 = 0$ , então  $x_1 = 0$ .
- Se  $x_2 < 1$ ,

$$x_1 > \frac{x_T e^{y_c}}{2 - x_T e^{-y_c}}$$

Finalmente, podemos escrever a forma final da seção de choque inclusiva para um único jato:

$$\boxed{E_J \frac{d^3\sigma}{d^3p_J} (AB \rightarrow jet + X) = \sum_{abcd} \int_{x_{1min}}^1 dx_1 f_{a/p}(x_1, Q^2) f_{b/p}(x_2, Q^2) \times \frac{2}{\pi} \frac{x_1 x_2}{(2x_1 - x_T e^{y_c})} \frac{d\sigma}{d\hat{t}} (ab \rightarrow cd)} \quad (2.6)$$

A partir dessa equação, podemos extrair um outro observável que relaciona a seção de choque diferencial com a variação da energia transversa do jato. Utilizando a relação

$$\begin{aligned} E \frac{d^3\sigma}{d^3p} &= E \frac{d^3\sigma}{d^2p_T dp_z} = \frac{m_T \cosh(y) d^3\sigma}{d^2p_T m_T \cosh(y) dy} = \frac{d^3\sigma}{d^2p_T dy} \\ &= \frac{d^3\sigma}{dp_x dp_y dy} = \frac{d^3\sigma}{p_T dp_T d\phi dy} \end{aligned}$$

e integrando em  $\phi$ , sabemos que surgirá o termo  $(2\pi)$ . Logo,

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3p} = \frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2\sigma}{dp_T dy} \quad (2.7)$$

Visto que estamos desprezando a massa dos pártons que irão compor o jato, podemos fazer as aproximações:

$$p_T \rightarrow E_T \quad y \rightarrow \eta$$

tal que,

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3p} = \frac{1}{2\pi E_T} \frac{d^2\sigma}{dE_T d\eta}$$

Integrando em  $\eta$ , encontramos a seção de choque diferencial em relação a energia transversa

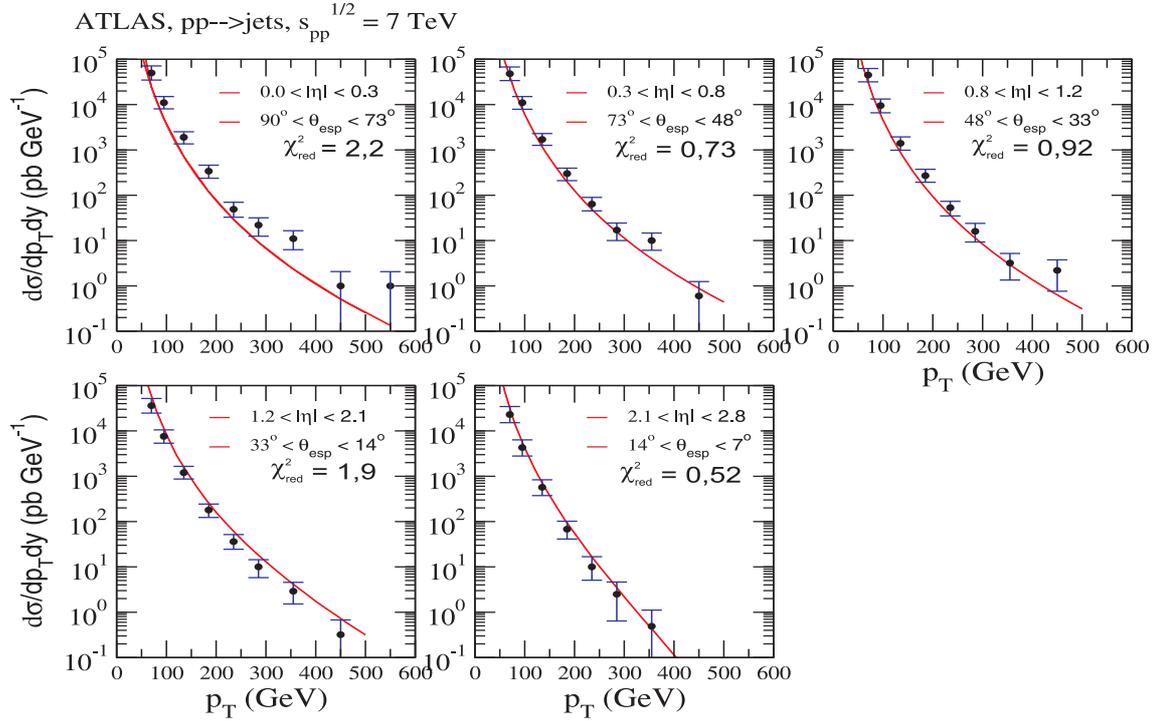
$$\boxed{\frac{d\sigma}{dE_T} = \int d\eta \int_{x_{1min}}^1 dx_1 \frac{E_T}{4\pi s^2} f_{a/p}(x_1, Q^2) f_{b/p}(x_2, Q^2) \frac{x_1 x_2}{(2x_1 - x_T e^{y_c})} \sum |M(ab \rightarrow cd)|^2}$$

Na Fig. 2.7 mostramos nosso primeiro resultado, onde calculamos a distribuição de momento transversa para jatos produzidos com grande  $p_T$  em colisões próton-próton no LHC, com  $\sqrt{s} = 7$  TeV.

Os resultados são comparados com dados recentes do LHC [43], nas várias regiões cinemáticas cobertas pelo detector ATLAS. Apesar de termos utilizado uma abordagem aproximada, onde consideramos que o párton emitido se fragmenta totalmente dentro da região englobada por um algoritmo cujo  $R=0.6$ , foi possível obtermos bons resultados em algumas regiões cinemáticas. Para termos um parâmetro quantitativo que qualifique o quanto nossos resultados concordam com os dados experimentais, usamos o teste usual do  $\chi^2$  reduzido, definido por [44]

$$\chi_{red}^2(N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{\sigma_i^{th} - \sigma_i^{exp}}{\Delta_i^{exp}} \right)^2 \quad (2.8)$$

onde  $\sigma_i^{exp}$  é a seção de choque medida para o momento transversa,  $q_{Ti}$ ,  $\Delta_i^{exp}$  é o erro somado em quadratura e  $N$  é o número de dados. Para  $0,3 < |\eta| < 1,2$ , encontramos o intervalo  $0,73 \lesssim \chi_{red}^2 \lesssim 0,92$ , enquanto para  $2,1 < |\eta| < 2,8$ , obtemos  $\chi_{red}^2 = 0,52$ . Nosso maior desvio ocorre na região  $0 < |\eta| < 0,3$ , onde  $\chi_{red}^2 = 2.2$ . Contudo, este resultado já era esperado visto que essa é a região central na qual ocorre a produção de inúmeros jatos com



**Fig. 2.7:** Resultados para a distribuição do momento transverso na produção de jatos em colisões  $pp$  no LHC com  $\sqrt{s} = 7$  TeV, comparados aos dados da colaboração ATLAS [43], para várias regiões de pseudo-rapidez e suas respectivas regiões angulares cobertas pelo detector.

grande  $p_T$  e portanto, contribuições além da ordem dominante podem ser necessárias. É importante ressaltar que neste cálculo em ordem dominante não utilizamos nenhum fator  $K$  para ajustar os dados, ou seja, nossas previsões são tanto para a forma quanto para a normalização dos resultados. O cálculo realizado será utilizado como base para a produção de hádrons a partir da fragmentação de jatos em colisões próton-próton, próton-núcleo e núcleo-núcleo.

## 2.3 Conclusão

Neste capítulo, apresentamos um breve resumo sobre as principais classes de algoritmos de jatos e suas características fundamentais. Embora não tenhamos usado um algoritmo teórico na representação dos jatos partônicos, obtemos bons resultados para a produção de jatos numa ampla escala de pseudo-rapidez. Isto significa que grande parte das partículas produzidas pela fragmentação do jato, permanecem dentro da região coberta pelo algoritmo experimental. No caso do algoritmo do cone, poderíamos dizer que poucos pártons são emitidos para fora do cone. No capítulo subsequente, avançaremos nosso estudo sobre a produção de jatos e calcularemos a produção de hádrons em colisões próton-próton, sendo que o cálculo desta produção é realizado levando-se em conta as funções de fragmentação dos jatos partônicos.

## Capítulo 3

# Produção de hádrons na fragmentação de jatos

Neste capítulo, vamos estudar a produção de hádrons em colisões próton-próton, onde os hádrons se originam dos pártons provenientes do espalhamento duro através do processo de fragmentação. Na tabela 3.1 são apresentadas algumas características básicas sobre as partículas cuja produção será estudada neste trabalho.

Nome	Símbolo	Constituição	Carga	Massa ( $GeV/c^2$ )
	$\pi^+$	$u\bar{d}$	1	0.140
Píons	$\pi^0$	$\frac{u\bar{u}-d\bar{d}}{\sqrt{2}}$	0	0.135
	$\pi^-$	$d\bar{u}$	-1	0.140
	$K^+$	$u\bar{s}$	1	0.494
Káons	$K^0$	$d\bar{s}$	0	0.497
	$K^-$	$s\bar{u}$	-1	0.494
Nêutron	n	udd	0	0.940
Próton	p	uud	1	0.938

**Tab. 3.1:** Tabela apresentando algumas características de alguns hádrons de interesse para este trabalho.

### 3.1 Produção de Hádrons em Colisões $pp$

Na seção 1.6 do capítulo 1, apresentamos a definição e caracterização das funções de fragmentação, bem como a existência de algumas parametrizações das mesmas. No limite de altas energias, podemos considerar que o processo de fragmentação ocorre localmente, ou

seja, um párton bastante energético pode se fragmentar independentemente, como uma primeira aproximação. Isto significa que um quark emergente do subprocesso partônico pode ser considerado o único responsável pela produção dos diversos hádrons que formarão um jato hadrônico. Esse processo de hadronização pode ser descrito por meio da função de fragmentação,  $D_{h/c}(z_c, \hat{Q}^2)$ , a qual fornece a probabilidade de se obter um hádron  $h$  com quadrimomento  $p_h = z_c p_c$  emitido colinearmente com o párton, onde  $z_c$  é a fração de momento do párton carregada pelo hádron. A escala de energia  $\hat{Q}^2$  é conhecida por *escala de fragmentação*, abaixo da qual a fragmentação não ocorre. Portanto, para calcularmos a seção de choque inclusiva para a produção de hádrons, é fundamental adicionarmos a função de fragmentação à seção de choque inclusiva para a produção de um único jato, equação (2.6). Faremos isso utilizando a notação da referência [45], onde podemos escrever o valor da fração de momento  $z$  em termos das frações de momento  $x_1$  e  $x_2$ . De acordo com o apêndice (A.2), no limite ultrarelativístico, as relações

$$\begin{aligned} E_h &= z_c E_c \\ q_T &= z_c p_T \end{aligned} \quad (3.1)$$

aplicadas em (2.7), nos mostram a relação entre as seções de choque diferenciais para a produção de um jato e a produção de hádrons,

$$\frac{E_h d^3\sigma}{dq_h^3} = \frac{d^3\sigma}{dq_T^2 d\phi dy} = \frac{1}{z_c^2} \frac{d^3\sigma}{dp_T^2 d\phi dy} = \frac{1}{z_c^2} \frac{E_c d^3\sigma}{dp_c^3} \quad (3.2)$$

Substituindo em (2.5), encontramos a expressão básica para a produção de hádrons,

$$\begin{aligned} E_h \frac{d^3\sigma}{d^3p_h} (AB \rightarrow h + X) &= \sum_{abcd} \int dx_1 dx_2 dz_c f_{a/p}(x_1, Q^2) f_{b/p}(x_2, Q^2) \times \\ &\times D_{h/c}(z_c, \hat{Q}^2) \frac{\hat{s}}{\pi z_c^2} \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(ab \rightarrow cd) \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) \end{aligned}$$

onde também utilizamos a aproximação  $y_c \approx y_h$ , válida no caso  $m_h = m_c \approx 0$ . Para calcularmos a integral em  $z_c$ , podemos escrever a função  $\delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u})$  em termos de  $z_c$ . Basta reescrevermos as variáveis de Mandelstan, calculadas no capítulo anterior, utilizando a relação (3.1), tal que

$$\begin{aligned} \hat{s} &= x_1 x_2 s \\ \hat{t} &= -\frac{x_1 m_T \sqrt{s}}{z_c} e^{-y} \\ \hat{u} &= -\frac{x_2 m_T \sqrt{s}}{z_c} e^y \end{aligned}$$

onde  $m_T = \sqrt{q_T^2 + m_h^2}$  é a massa transversa do hádron produzido a partir da fragmentação do párton.

Substituindo na delta, ficamos com

$$\begin{aligned}
 \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) &= \delta\left(x_1 x_2 s - \frac{x_1 m_T \sqrt{s}}{z_c} e^{-y} - \frac{x_2 m_T \sqrt{s}}{z_c} e^y\right) \\
 &= \frac{1}{s} \delta\left(x_1 x_2 - \frac{x_1 m_T}{z_c \sqrt{s}} e^{-y} - \frac{x_2 m_T}{z_c \sqrt{s}} e^y\right) \\
 &= \frac{1}{s} \delta\left[x_1 x_2 - \frac{1}{z_c} \left(\frac{x_1 m_T}{\sqrt{s}} e^{-y} + \frac{x_2 m_T}{\sqrt{s}} e^y\right)\right] \\
 &= \frac{1}{s} \delta\left\{\left(\frac{x_1 m_T e^y + x_2 m_T e^y}{\sqrt{s}}\right) \left[-\frac{1}{z_c} + \frac{x_1 x_2 \sqrt{s}}{x_1 m_T e^{-y} + x_2 m_T e^y}\right]\right\} \\
 &= \frac{\sqrt{s}}{s} \frac{1}{(x_1 m_T e^{-y} + x_2 m_T e^y)} \delta\left[-\frac{1}{z_c} + \frac{x_1 x_2 \sqrt{s}}{x_1 m_T e^{-y} + x_2 m_T e^y}\right]
 \end{aligned}$$

A integral está em  $z_c$  enquanto a função delta está com  $\frac{-1}{z_c}$ , portanto, vamos fazer a mudança

$$dz_c \rightarrow d\left(-\frac{1}{z_c}\right) = \frac{1}{z_c^2} dz_c$$

Logo,

$$\begin{aligned}
 E_h \frac{d^3\sigma}{d^3p_h} (AB \rightarrow h + X) &= \sum_{abcd} \int dx_1 dx_2 d\left(-\frac{1}{z_c}\right) (z_c^2) f_{a/p}(x_1, Q^2) f_{b/p}(x_2, Q^2) \times \\
 &\times D_{h/c}(z_c, \hat{Q}^2) \frac{\hat{s}}{\pi z_c^2} \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(ab \rightarrow cd) \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) \\
 &= \sum_{abcd} \int dx_1 dx_2 f_{a/p}(x_1, Q^2) f_{b/p}(x_2, Q^2) D_{h/c}(z_c, \hat{Q}^2) \times \\
 &\times \frac{\hat{s} \sqrt{s}}{s \pi} \left(\frac{1}{x_1 m_T e^{-y} + x_2 m_T e^y}\right) \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(ab \rightarrow cd) \\
 &= \sum_{abcd} \int dx_1 dx_2 f_{a/p}(x_1, Q^2) f_{b/p}(x_2, Q^2) \times \\
 &\times D_{h/c}(z_c, \hat{Q}^2) \frac{1}{\pi z_c} \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(ab \rightarrow cd)
 \end{aligned}$$

onde

$$\frac{1}{z_c} = \frac{x_1 x_2 \sqrt{s}}{x_1 m_T e^{-y} + x_2 m_T e^y} \implies \boxed{z_c = \frac{x_T e^{-y}}{2x_2} + \frac{x_T e^y}{2x_1}}$$

sendo  $x_T = \frac{2m_T}{\sqrt{s}}$ .

### Análise da Cinemática

Sabemos que a fração de momento deve estar entre 0 e 1. Logo:

- Para  $z_c < 1$ , temos

$$\frac{x_T e^{-y}}{2x_2} + \frac{x_T e^y}{2x_1} < 1 \implies \frac{e^{-y}}{x_2} < \frac{2}{x_T} - \frac{e^y}{x_1} \implies \boxed{x_{2\text{mín}} = \frac{x_1 x_T e^{-y}}{2x_1 - x_T e^y}}$$

- Para  $z_c > 0$ , temos

$$\frac{x_T e^{-y}}{2x_2} + \frac{x_T e^y}{2x_1} > 0 \implies x_{2\text{mín}} = -x_1 e^{-2y}$$

Esta última condição é respeitada facilmente, visto que  $x_2$  é sempre positivo. Portanto, a aplicação apenas da primeira condição já se torna suficiente para garantir  $0 < z_c < 1$ . O termo  $x_{2\text{mín}}$  também é uma fração de momento, logo deve estar entre 0 e 1. Desse modo,

- Para  $x_{2\text{mín}} < 1$ ,

$$\frac{x_1 x_T e^{-y}}{2x_1 - x_T e^y} < 1 \implies -x_1 (-2 + x_T e^{-y}) < -x_T e^y \implies \boxed{x_{1\text{mín}} = \frac{x_T e^y}{2 - x_T e^{-y}}} \quad (3.3)$$

- Para  $x_{2\text{mín}} > 0$ ,

$$2x_1 - x_T e^y > 0 \implies x_{1\text{mín}} = \frac{x_T e^y}{2} \quad (3.4)$$

Como  $x_T e^{-y}$  é sempre positivo, então  $2 - x_T e^{-y} < 2$ . Assim, a condição (3.3) é suficiente para assegurar  $0 < x_{2\text{mín}} < 1$ . Devido a  $x_{1\text{mín}}$  também ser uma fração de momento, deve estar entre 0 e 1. Portanto,

- Para  $x_{1\text{mín}} < 1$ ,

$$\frac{x_T e^y}{2 - x_T e^{-y}} < 1 \implies \boxed{x_{T\text{max}} = \frac{2}{e^y + e^{-y}}}$$

- Para  $x_{1\text{mín}} > 0$ ,

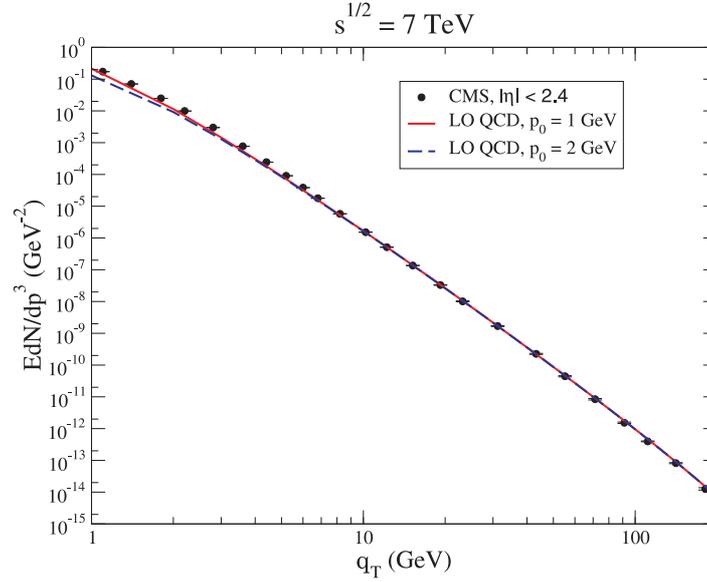
$$2 - x_T e^{-y} > 0 \implies 0 < x_T < \frac{2}{e^{-y}}$$

Comparando as duas condições, percebe-se que a primeira juntamente com  $x_T > 0$ , são suficientes para garantir  $0 < x_{1\text{mín}} < 1$ . Portanto, ficamos com

$$\begin{aligned} E_h \frac{d^3 \sigma}{d^3 p_h} (AB \rightarrow h + X) &= \sum_{abcd} \int_{x_{1\text{mín}}} dx_1 \int_{x_{2\text{mín}}} dx_2 f_{a/p}(x_1, Q^2) f_{b/p}(x_2, Q^2) \times \\ &\times D_{h/c}(z_c, \hat{Q}^2) \frac{1}{\pi z_c} \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(ab \rightarrow cd) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Aplicando a relação (2.7), encontramos

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma_{pp}}{dq_T^2 dy} &= \sum_{abcd} \int_{x_{1\text{mín}}} dx_1 \int_{x_{2\text{mín}}} dx_2 f_{a/p}(x_1, Q^2) f_{b/p}(x_2, Q^2) \times \\ &\times D_{h/c}(z_c, \hat{Q}^2) \frac{2}{z_c} \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(ab \rightarrow cd) \end{aligned} \quad (3.6)$$



**Fig. 3.1:** Resultados da QCD em LO para a produção invariante de hádrons carregados (píons, káons, prótons e antiprótons) em colisões  $pp$  para  $\sqrt{s} = 7$  TeV. Os resultados são comparados com dados do LHC [46], para dois valores do momento transversal mínimo  $p_0$  do párton.

onde utilizamos a parametrização CTEQ6L [19] para as distribuições partônicas, e a parametrização KKP [22] para as funções de fragmentação. Podemos relacionar esta seção de choque ao invariante denominado quantidade produzida (*invariant yield*)

$$\frac{dN^{pp \rightarrow h+X}}{dq_T^2 dy} = \frac{1}{\sigma_{NSD}} \frac{d\sigma^{pp \rightarrow h+X}}{dq_T^2 dy}$$

onde  $\sigma_{NSD}$  é a seção de choque “non-single diffractive” [47]. Desta referência, tomamos o valor  $\sigma_{NSD} = 51,7$  mb, que corresponde ao resultado de um dos modelos para esta quantidade. A expressão (3.6) também pode ser obtida seguindo o formalismo apresentado na referência [44], onde neste caso, a integração ocorre sobre as variáveis  $z$  e a rapidez do hádron  $y$ . Verificamos em separado que as duas abordagens levam a resultados equivalentes. Utilizando a definição acima, calculamos o invariante quantidade produzida para a produção de hádrons carregados em colisões próton-próton ( $pp$ ) no LHC, mostrado na Fig. 3.1.

O cálculo da seção de choque para a produção de jatos com baixo  $p_T$ , leva a resultados divergentes para  $d\hat{\sigma}^{ij}/d\hat{t}$ . A fim de contornar este problema, adiciona-se um pequeno regulador de massa,  $p_0$ , para o momento transversal trocado  $p_T$  [48]. Desse modo,  $p_0$  representa um corte para o valor mínimo de  $p_T$ , abaixo do qual os processos partônicos em ordem mais alta entram em cena. Na figura Fig. 3.1, obtemos melhores resultados para  $p_0 = 1$  GeV, isto é, devemos considerar toda a produção partônica cujos pártons possuem momento transversal  $p_T > p_0$ . No caso  $p_0 = 2$  GeV, estamos excluindo muitos pártons responsáveis por criar hádrons com pequeno  $q_T$ , conseqüentemente, nota-se uma redução na curva de 2 GeV até 3 GeV. Para valores maiores de momento transversal, os resultados são insensíveis ao valor de

$p_0$ , e descrevem muito bem os dados do LHC. Vale ressaltar que a normalização das curvas são obtidas diretamente da expressão acima, sem a necessidade da inclusão de fatores  $K$  para descrever os dados.

## 3.2 Conclusão

Neste capítulo investigamos a produção de hádrons carregados em colisões próton-próton e comparamos nosso resultado com os dados de LHC numa ampla escala de momento transversal  $q_T$ . No desenvolvimento da expressão que calcula essa produção, implementamos as funções de fragmentação responsáveis por quantificar a probabilidade que um parton tem em se fragmentar num hádron. No próximo capítulo, onde tratamos de colisões próton-núcleo, veremos que devido a certos efeitos nucleares conhecidos como *efeitos nucleares frios*, esta expressão deverá ser levemente modificada a fim de explicar o enaltecimento e a supressão na produção de hádrons.

## Capítulo 4

# Produção de hádrons em colisões próton-núcleo

No capítulo anterior calculamos a produção de hádrons carregados em colisões próton-próton, onde o comportamento dos partons nos nucleons é determinado pelas distribuições partônicas usuais, que evoluem com a resolução de acordo com as equações de evolução DGLAP. No caso de colisões envolvendo núcleos, tais como em colisões próton-núcleo (pA) e núcleo-núcleo (AA), efeitos nucleares devem ser incluídos. Com o propósito de analisar separadamente cada um destes efeitos, são realizados diversos experimentos de colisões pA e AA envolvendo diversos tipos de núcleos. Acredita-se que no caso de colisões pA, não seja esperada a formação do plasma de quarks e glúons, o que nos permite analisar apenas os efeitos nucleares de matéria fria, tais como: efeitos nucleares de sombreamento (shadowing), absorção nuclear e perda de energia na matéria nuclear. No caso de colisões AA ultrarelativísticas, é esperada a formação do plasma de quarks e glúons, e portanto, além dos efeitos de matéria fria, presentes em colisões nucleares em geral, temos efeitos de matéria quente (por exemplo, perda de energia no QGP). Portanto, o estudo de efeitos nucleares em colisões AA tem uma maior complexidade por envolver tanto efeitos de matéria fria quanto de matéria quente. Neste sentido, o estudo de colisões pA é útil para melhor entendermos os efeitos de matéria fria, para a seguir aplicarmos estes efeitos também em colisões AA onde se dá o foco deste trabalho. Neste capítulo, destinado a colisões pA, caracterizamos os efeitos nucleares de sombreamento e seus respectivos domínios cinemáticos. Não incluímos o efeito de perda de energia na matéria nuclear fria, pois este efeito não será incluído no último capítulo, no qual tratamos da perda de energia na matéria quente da QCD, que por sua vez, possui outro mecanismo. Ao final deste capítulo, utilizando algumas parametrizações nucleares, comparamos nossos resultados com dados recentes obtidos no RHIC e no LHC.

### 4.1 Efeitos Nucleares

Poderíamos imaginar que ao aumentarmos o número de partículas envolvidas na colisão, bastaria tratar a função de estrutura nuclear como sendo uma superposição incoerente das funções de estrutura de cada nucleon. Dessa forma, poderíamos escrever para o espalhamento DIS, por exemplo,

$$F_2^A(x, Q^2) = AF_2^n(x, Q^2) \quad (4.1)$$

No entanto, experimentalmente essa relação não é verificada, ou seja, o comportamento dos pártons nos nucleons não é o mesmo no núcleo. Isto se deve ao fato de que ao se reunir um conjunto de nucleons para a formação do núcleo, ocorrem interações entre eles que modificam a função de estrutura esperada caso os nucleons não interagissem entre si. Esta alteração é tratada por diversos grupos teóricos que visam encontrar boas parametrizações, a fim de caracterizar os diferentes efeitos nucleares e seus respectivos regimes cinemáticos. A partir das funções de estrutura nuclear, é definida a razão [49]

$$R_{F_2}^A = \frac{F_2^A(x, Q^2)}{AF_2^n(x, Q^2)} \quad (4.2)$$

como sendo um parâmetro que quantifica os efeitos nucleares. Para o caso em estudo, são observados apenas os efeitos de matéria fria que podem ser separados em efeitos nucleares de sombreamento, perda de energia no meio nuclear, absorção nuclear, entre outros. O efeito de sombreamento, de acordo com algumas parametrizações, pode enaltecer ou suprimir o número de partículas produzidas enquanto os demais efeitos citados apenas suprimem essa produção. Iniciaremos este capítulo fazendo uma breve descrição de alguns aspectos dos efeitos nucleares de sombreamento, para posteriormente incluirmos estes efeitos em nossos cálculos para a produção de hádrons na fragmentação de jatos em colisões  $pA$  em RHIC e no LHC.

## 4.2 Efeitos Nucleares de Sombreamento

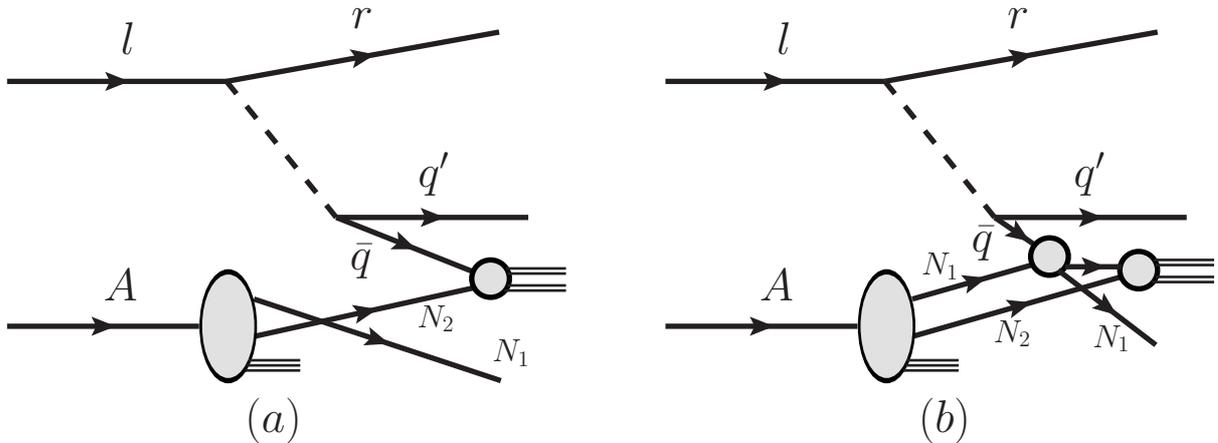
Os efeitos nucleares de sombreamento são uma classe de efeitos relacionados diretamente com a função de estrutura nuclear, podendo suprimir ou enaltecer a densidade numérica dos pártons no núcleo. Após inúmeras evidências experimentais [50], podemos separar estes efeitos em sombreamento, antisombreamento, efeito EMC e efeito de movimento de Fermi, que descrevemos a seguir.

**Sombreamento e Antisombreamento:** Ambos efeitos dominam a região cinemática de pequeno  $x$  e possuem uma fraca dependência em  $Q^2$ . O primeiro caracteriza um efeito de supressão  $R_{F_2}^A < 1$  cuja região cinemática cobre  $x < 0.05$ , enquanto o segundo apresenta um efeito de enaltecimento  $R_{F_2}^A > 1$  cobrindo a região  $0.05 - 0.1 < x < 0.2$ . No caso do sombreamento, para  $x$  muito pequeno,  $10^{-5} < x < 10^{-3}$  com  $0.01 < Q^2 < 0.7 \text{ GeV}^2$ , a razão nuclear se torna constante com a variação de  $x$ . Porém, no intervalo  $0.035 < x < 0.05$ , ocorre um crescimento aproximadamente linear com  $\ln(x)$  até o domínio do antisombreamento.

Um dos primeiros modelos a tentar explicar estes dois efeitos, surgiu através do modelo partônico com Nikolaev e Zakharov [52]. Segundo eles, no sistema de Breit, onde fótons virtuais tem energia nula e o párton inverte seu momento longitudinal na colisão, pártons com pequeno  $x$  podem se espalhar por longas distâncias longitudinais devido ao princípio da incerteza. Isto permite que pártons de nucleons vizinhos possam interagir e se fundir levando a um decréscimo na densidade numérica de pártons com pequeno  $x$  (Sombreamento). A fim de manter a conservação de momento, este decréscimo é compensado com o aumento na densidade de pártons com grande  $x$  (Antisombreamento). Porém, este modelo embora eficaz

para sombreamento, não é capaz de explicar o mecanismo dinâmico por trás da criação do antisombreamento, nem a localização em  $x$  onde este ocorre.

Num modelo mais completo [53], baseado nas idéias Gribov e Glauber [54, 55], uma colisão lépton - hádron é dividida em duas etapas: primeiramente ocorre um espalhamento difrativo seguido de um espalhamento inelástico, Fig.4.1b. No caso de uma foto-absorção virtual, o fóton se dissocia em um par  $q\bar{q}$  a uma distância do alvo proporcional a  $\omega = x^{-1} = 2p \cdot q/Q^2$ . Em seguida ocorre o espalhamento difrativo  $\gamma^* N_1 \rightarrow (q\bar{q}) N_1$  com o nucleon  $N_1$  localizado na superfície nuclear, deixando ele intacto. Conforme o feixe penetra no alvo, ocorre uma nova colisão, desta vez inelástica  $(q\bar{q}) N_2 \rightarrow X$ , com o nucleon mais interno  $N_2$ . Como resultado destas duas etapas, a fase resultante é oposta e interage destrutivamente com o processo DIS de uma única etapa  $\gamma^* N_2 \rightarrow X$ , no qual  $N_1$  atua como um mero espectador Fig.4.1a. Segundo os dados de HERA, 10-15% das colisões profundamente inelásticas são difrativas, suficiente para tornar  $R_{F_2}^A < 1$  e portanto, caracterizando o efeito de sombreamento. Acrescentando uma contribuição de Reggeon  $\alpha_R \simeq 1/2$  na amplitude  $\bar{q}N$ , a fase real introduzida por tal contribuição leva a uma interferência construtiva [56] e consequentemente, a um aumento na concentração de pártons conduzindo ao antisombreamento  $R_{F_2}^A > 1$ .

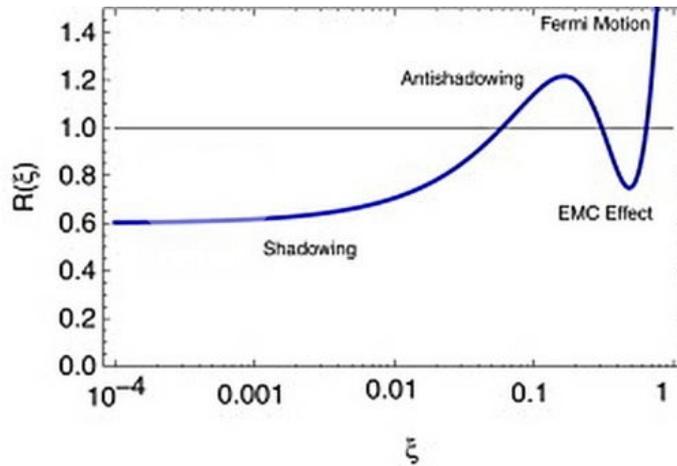


**Fig. 4.1:** Ilustração para um espalhamento puramente inelástico (esquerda) e um espalhamento inelástico com contribuições difrativas (direita).

**Efeito EMC:** Antes da descoberta deste efeito, apenas shadowing e o movimento de Fermi eram usados na explicação dos efeitos nucleares. No entanto, o experimento European Muon Collaboration (EMC) realizado em 1983 no CERN envolvendo colisões leptônicas com ferro e deutério [57], mostrou que havia uma supressão significativa na região  $0.2 < x < 0.8$ , com valor mínimo próximo a  $x \approx 0.6$ . Uma das primeiras tentativas de explicar este efeito apareceram logo após o experimento EMC nos artigos [58, 59]. No entanto, até hoje ainda não há um modelo definitivo capaz de explicar sua origem. A maioria dos modelos se limitam a uma descrição qualitativa, e os que tentam fornecer uma descrição quantitativa sobre o tamanho da região cinemática de  $x$ , apenas tem êxito incluindo hipóteses muito específicas. Entre os diversos modelos criados, podemos dividir a grande maioria em duas categorias:

- **Reescalamiento em  $x$**  - resumidamente, podemos dizer que parte da massa do nucleon é convertida em energia de ligação para formar o núcleo. Neste caso, aplicando a relação de Bjorken ( $x = Q^2/2M_{eff}\nu$ ), onde  $M_{eff}$  é a massa efetiva do nucleon ligado, obtemos um deslocamento positivo em  $x$  em relação ao nucleon livre. Assim, o fóton virtual sonda a distribuição de quarks de um nucleon ligado numa região de maior  $x$  em relação ao nucleon livre. Estes modelos muitas vezes são acompanhados por um aumento na densidade de píons virtuais associados com a força nuclear, que “roubam” parte do momento do nucleon. Isto leva a uma redução no momento dos quarks do nucleon e conseqüentemente ao efeito EMC.
- **Reescalamiento em  $Q^2$**  - fazendo uso do princípio da incerteza, sabemos que quanto menor o momento de Fermi, maior o tamanho do confinamento dos quarks. Em termos da QCD, isto pode ser visto como uma mudança na escala  $\mu^2$  [60, 61, 62]. Dessa forma, o valor efetivo de  $Q^2$  no nucleon ligado é diferente (neste caso, menor) que no nucleon livre. Esta variação é vista como um reescalamiento em  $Q^2$ .

**Movimento de Fermi:** Não há muitos estudos caracterizando as propriedades do movimento de Fermi. Contudo, de acordo com a referência [63], este efeito é bem visível em baixas energias  $\sqrt{s} \lesssim 50$  GeV. No entanto, este efeito deve ser levado em consideração quando se analisa a produção frontal ( $\eta \approx 1$ ), tanto no RHIC, quanto no LHC. Seu domínio cinemático se dá em torno de  $x > 0.8$ , onde a razão das funções de estrutura é bem superior a 1. Este efeito de enaltecimento parece depender do tipo de núcleos que estão sendo colididos, e principalmente da energia da colisão. Na Fig.4.2, apresentamos a aproximada região cinemática para os quatro efeitos nucleares apresentados.



**Fig. 4.2:** Ilustração dos efeitos nucleares de sombreamento dominantes nas diferentes regiões cinemáticas. Figura extraída de [51]

### 4.3 Distribuições Partônicas Nucleares

Atualmente existem diversos grupos teóricos buscando boas parametrizações para as distribuições partônicas nos núcleos, por meio do método da análise global onde, como vimos no

primeiro capítulo, são reunidos dados de diversos tipos de processos. Para modelar os efeitos nucleares de shadowing, normalmente são utilizados os dados provenientes dos processos nucleares DIS (nDIS) e do processo para a produção Drell-Yan de dimúons. Na literatura, são encontradas as parametrizações HKN (Hirai, Kumano e Nagai)[64], DS (Florian, Sassot) [65], EKS (Eskola, Kolhinen, Salgado) [66, 67] e EPS (Eskola, Paukkunen e Salgado)[68], que diferem entre si por meio de vários aspectos [49, 69]. Por exemplo, a escala perturbativa  $\mu^2$  varia conforme a parametrização:

- $2.25 \text{ GeV}^2 \leq \mu^2 \leq 10^4 \text{ GeV}^2$  para EKS
- $1 \text{ GeV}^2 \leq \mu^2 \leq 10^6 \text{ GeV}^2$  para DS
- $1 \text{ GeV}^2 \leq \mu^2 \leq 10^8 \text{ GeV}^2$  para HKN
- $1.96 \text{ GeV}^2 \leq \mu^2 \leq 10^6 \text{ GeV}^2$  para EPS

e seus intervalos nas regiões cinemáticas são

- $10^{-6} \leq x \leq 1$  para EKS, EPS e DS
- $10^{-9} \leq x \leq 1$  para HKN

Na Fig. 4.3, apresentamos uma comparação entre algumas parametrizações, para a quantidade definida por  $R_i = f_i^A(x, Q^2)/A f_i^n(x, Q^2)$ , onde  $f_i^A$  é a distribuição do párton  $i$  no núcleo  $A$ , e  $f_i^n$  é a distribuição do párton  $i$  no nucleon, para quarks e glúons em vários núcleos. Podemos notar uma grande incerteza na distribuição nuclear de glúons em pequeno  $x$ , onde diferentes parametrizações predizem distintos efeitos nucleares.

## 4.4 Produção de hadrons em colisões pA

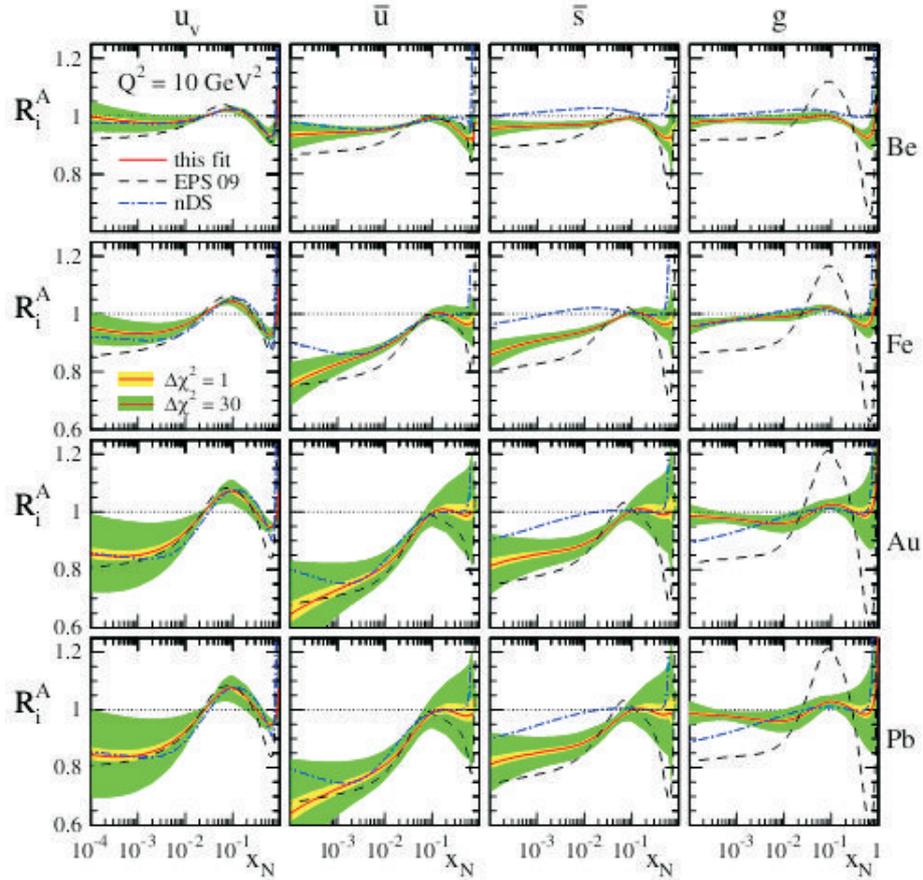
Similarmente à equação (4.2), definimos o fator de modificação nuclear para colisões pA centrais como a razão entre a seção de choque nas colisões próton-núcleo e a seção de choque nas colisões próton-próton, escalonada pelo número de nucleons no núcleo (número de massa  $A$ ),

$$R_{pA} = \left( \frac{d^2 \sigma_{pA}}{dq_T^2 dy} \right) / A \left( \frac{d^2 \sigma_{pp}}{dq_T^2 dy} \right) \quad (4.3)$$

onde a seção de choque diferencial próton-núcleo  $\left( \frac{d^2 \sigma_{pA}}{dq_T^2 dy} \right)$  é semelhante à Eq. (3.6), sendo dada por

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma_{pA}}{dq_T^2 dy} &= \sum_{abcd} \int_{x_{1min}} dx_1 \int_{x_{2min}} dx_2 f_{a/A}(x_1, Q^2) f_{b/p}(x_2, Q^2) \times \\ &\times D_{h/c}(z_c, \hat{Q}^2) \frac{2}{z_c} \frac{d\sigma}{dt}(ab \rightarrow cd) \end{aligned}$$

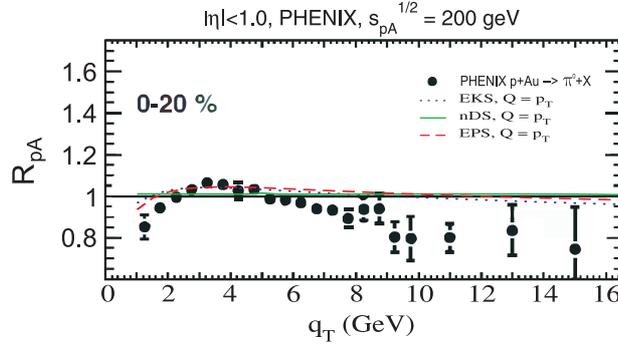
Nota-se que agora uma das funções de distribuição partônicas que descreviam a distribuição do párton no nucleon, passa a ser a função de distribuição partônica nuclear  $f_{a/A}(x_1, Q^2)$



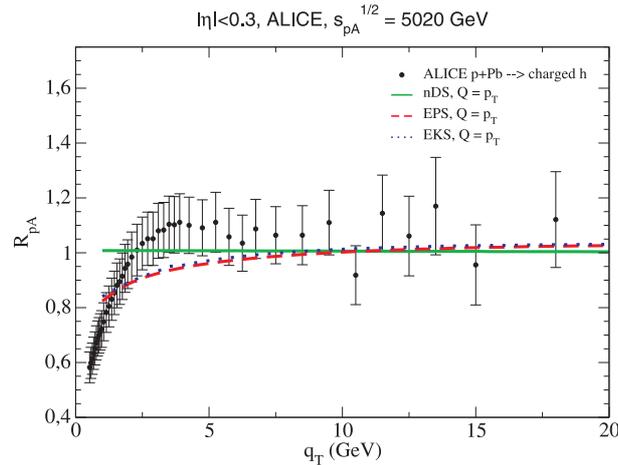
**Fig. 4.3:** Fator de modificação nuclear em NLO para os quarks  $u$ ,  $\bar{u}$ ,  $\bar{s}$  e  $g$  em  $Q^2 = 10\text{GeV}^2$  para os núcleos  $Be$ ,  $Fe$ ,  $Au$  e  $Pb$  nas parametrizações DS (*this fit*), *EPS09* e *nDS*. As incertezas são incluídas por  $\Delta\chi^2$ . Figura extraída de [70]

que carrega a informação de como os pártons se distribuem no núcleo. As figuras 4.4 e 4.5 mostram os nossos resultados para a razão nuclear  $R_{pA}$ , considerando as parametrizações nucleares EKS, DS e EPS. Calculamos a produção de píons neutros ( $\pi^0$ ) em colisões próton-ouro ( $p + Au$ ) no RHIC (Fig. 4.4), e de hádrons carregados em colisões próton-chumbo ( $p + Pb$ ) no LHC (Fig. 4.5), comparados a dados recentes. Percebe-se que no RHIC as parametrizações EKS e EPS tendem a concordar com os dados, principalmente na região  $2\text{ GeV} < q_T < 6\text{ GeV}$ , enquanto a parametrização DS é muito próxima à unidade, não predizendo efeitos nucleares ao longo de toda região cinemática analisada. É provável que efeitos de perda de energia na matéria nuclear fria [71], não considerados neste capítulo, sejam responsáveis pela pequena supressão existente na região de grande  $q_T$ , não explicada por nenhuma das parametrizações nucleares. Já no LHC, os efeitos nucleares são mais visíveis nos dados experimentais, principalmente a grande supressão em pequeno  $q_T$ . As parametrizações EKS e EPS concordam razoavelmente com os dados para  $q_T > 5\text{ GeV}$  porém, discordam abaixo desse valor pois nessa região de pequeno momento transversal novos efeitos devem ser incluídos como, por exemplo, efeito Cronin. Já os resultados da parametrização DS estão dentro da barra de erro, exceto para valores muito pequenos de

momento transversal.



**Fig. 4.4:** Resultado do fator de modificação nuclear para a produção de  $\pi^0$  em colisões pA no RHIC a 200 GeV utilizando diferentes parametrizações nucleares, comparado a dados experimentais de RHIC [72].



**Fig. 4.5:** Resultado do fator de modificação nuclear para a produção de hádrons carregados em colisões pA a 5 TeV no LHC utilizando diferentes parametrizações nucleares, comparado a dados recentes do LHC [73].

## 4.5 Conclusão

Neste breve capítulo, apresentamos algumas características básicas dos efeitos nucleares de shadowing, abordados por uma vasta literatura ao longo dos últimos anos. Vimos que as diferentes parametrizações aplicadas podem levar a resultados um tanto contrastantes, por exemplo, na DS parece não haver efeitos de supressão, ao contrário do que se vê em EPS e EKS. Portanto, novas pesquisas devem ser realizadas a fim de trazer clareza ao real papel que os efeitos nucleares de shadowing realizam nas colisões pA. Atualmente, o LHC iniciou suas operações envolvendo este tipo de colisão, o que certamente trará novas contribuições a respeito não só dos efeitos nucleares discutidos aqui, como também dos demais efeitos

de matéria fria. Nosso próximo passo é seguir ao quinto capítulo, que é o foco central deste trabalho, onde adicionamos não só os efeitos nucleares de shadowing, como também os efeitos de matéria quente (QGP) que se acredita serem os principais responsáveis pela enorme supressão na produção de partículas em colisões AA.

## Capítulo 5

# Produção de hádrons em colisões núcleo-núcleo

Vimos no capítulo anterior que dependendo da região cinemática analisada, os efeitos nucleares de shadowing podem alterar a produção de hádrons, suprimindo ou enaltecendo essa produção. Por meio da implementação das funções de distribuição nucleares, as quais incluem os efeitos nucleares de shadowing, mostramos que é possível explicar razoavelmente os dados em colisões pA em RHIC e LHC. Neste capítulo estamos interessados na produção de hádrons provenientes da fragmentação partônica em colisões ultrarelativísticas de íons pesados, onde neste caso reúnem-se as condições para a produção do plasma de quarks e glúons (QGP), cuja curta existência deve influenciar os observáveis provenientes destas colisões, no caso os hádrons produzidos na fragmentação de jatos. Vamos calcular considerando alguns métodos e aproximações para os efeitos nucleares, a produção de hádrons neutros e carregados em colisões ouro-ouro (Au-Au) no RHIC, e chumbo-chumbo (Pb-Pb) no LHC. Para uma colisão central, definimos a razão nuclear como

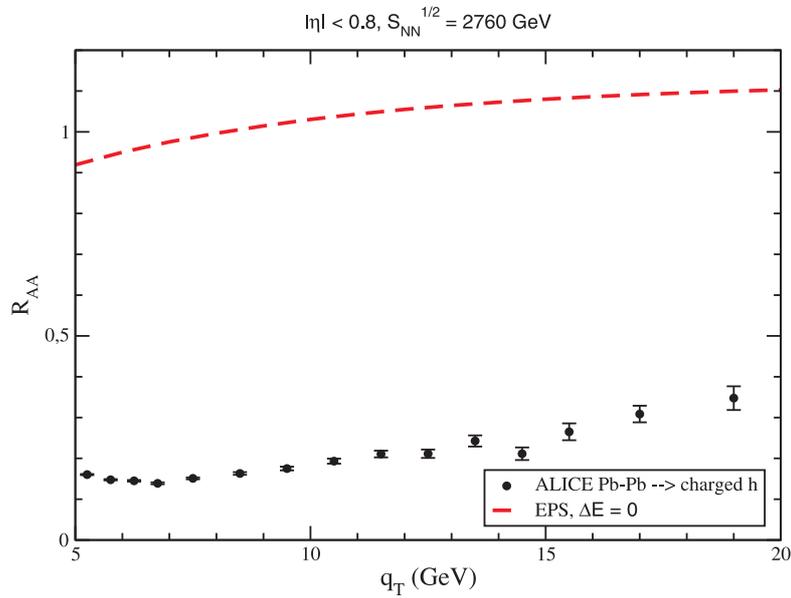
$$R_{AA} = \left( \frac{d^2\sigma_{AA}}{dq_T^2 dy} \right) / A^2 \left( \frac{d^2\sigma_{pp}}{dq_T^2 dy} \right) \quad (5.1)$$

onde a seção de choque diferencial núcleo-núcleo  $\left( \frac{d^2\sigma_{AA}}{dq_T^2 dy} \right)$  é análoga à Eq. (3.6), sendo dada por

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma_{AA}}{dq_T^2 dy} &= \sum_{abcd} \int_{x_{amin}} dx_1 \int_{x_{bmin}} dx_2 f_{a/A}(x_1, Q^2) f_{b/A}(x_2, Q^2) \times \\ &\times D_{h/c}(z_c, \hat{Q}^2) \frac{2}{z_c} \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(ab \rightarrow cd) \end{aligned}$$

exceto pelos termos  $f_{a,b/A}(x_{1,2}, Q^2)$  que agora descrevem o comportamento dos pártons dentro do núcleo. Para colisões Pb-Pb no LHC, apresentamos na Fig. 5.1 uma estimativa inicial para a razão nuclear  $R_{AA}$  na produção de hádrons carregados - píons, kaons, prótons e antiprótons, em energias de 2760 GeV, considerando, por exemplo, a parametrização EPS [67], no intervalo de pseudorapidez  $|\eta| \leq 0,8$ . Fica evidente que apenas a inclusão das funções de distribuição nucleares é insuficiente para explicar a enorme supressão de hádrons para valores de momento transversal superiores a 5 GeV. Acredita-se que grande parte dessa supressão ocorra devido a perda de energia radiativa e colisional que os pártons, provenientes do espalhamento duro, sofrem ao atravessar o meio quente da QCD (plasma de quarks e

glúons), como ilustrado na Fig.5.2. Dados mais recentes do LHC comparam a perda de energia colisional com a perda de energia radiativa de quarks pesados que atravessam o plasma [74]. Percebe-se que para grande  $q_T$ , região na qual estamos interessados, a perda de energia por meio da radiação induzida é consideravelmente dominante. Embora neste trabalho não estejamos trabalhando exclusivamente com quarks pesados, aplicamos somente os mecanismos relacionados a perda de energia radiativa e posteriormente comparamos nossos resultados com os dados encontrados para grande  $q_T$ . A fim de extraírmos informações a respeito do meio quente da QCD, implementamos os conhecidos mecanismos de perda de energia BDMPS [75], GLV [76] e por último, um formalismo mais completo proposto por Salgado e Wiedemann [77, 78], no qual as funções de fragmentação também são modificadas pelo meio.

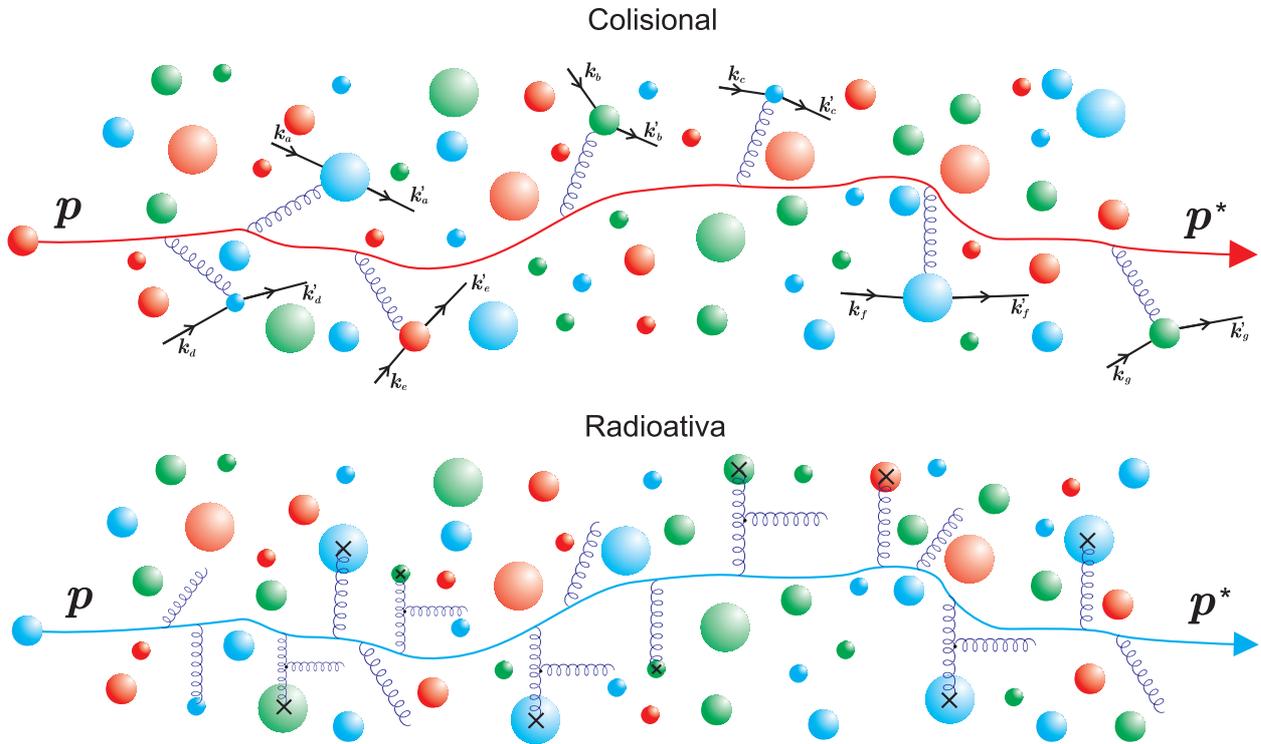


**Fig. 5.1:** Ilustração da enorme discordância entre teoria e experimento ao se tentar descrever a produção de hádrons carregados em colisões núcleo-núcleo incluindo apenas os efeitos nucleares de shadowing. Dados extraídos de [79].

## 5.1 BDMPS

Ao atravessar o plasma, tanto o pártion incidente quanto o glúon emitido por esse pártion, perdem energia devido aos múltiplos espalhamentos com os constituintes do meio. Um dos primeiros modelos a estudar este efeito foi desenvolvido por Gyulassy e Wang [80], onde estes encontraram uma taxa constante para a perda de energia  $dE/dx = const.$  Adicionando os diagramas para os reespalhamentos dos glúons e tratando as colisões múltiplas no limite eikonal<sup>1</sup>, também feito por Gyulassy e Wang, foi desenvolvido o mecanismo BDMPS (R.

<sup>1</sup> No limite de altas energias, as componentes do quadrimomento do cone de luz  $P^+$  e  $P^-$ , são grandes o suficiente tal que podemos desprezar as componentes transversais. Este limite é conhecido como *aproximação eikonal*.



**Fig. 5.2:** Ilustração da perda de energia no meio nuclear. Superior: uma seqüência de colisões caracterizando a perda de energia colisional. Inferior: uma seqüência de emissões radiativas.

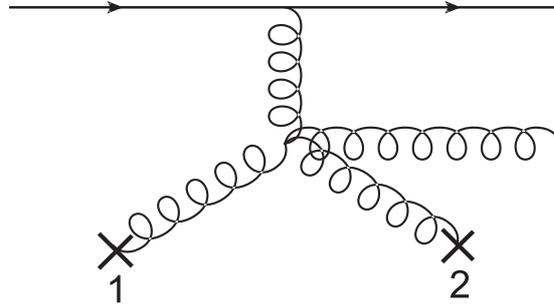
Baier, Yu.L. Dokshitzer, A.H. Mueller, S. Peigné, D. Schiff) cuja perda de energia radiativa foi encontrada ser proporcional a  $L^2$ , onde  $L$  é o comprimento do meio. Neste modelo, ficou claro que a principal contribuição para a perda de energia vinha dos diagramas de reespalhamento dos glúons (perda de energia não-abeliana). A fim de levar em consideração apenas os processos que levam a perda de energia radiativa, o meio foi considerado um conjunto de centros espalhadores estáticos, o que permitiu desprezar a perda de energia colisional. Outra aproximação fundamental foi considerar o livre caminho médio do párton incidente grande o suficiente para que os espalhamentos pudessem ser tratados como independentes, desconsiderando assim os vértices de quatro glúons, Fig. 5.3. Esta aproximação foi incluída por meio da relação

$$\mu^{-1} \ll \lambda \tag{5.2}$$

onde  $\mu$  é a massa de blindagem de Debye<sup>2</sup> de um centro espalhador induzida pelo meio e  $\lambda$  é o livre caminho médio do párton incidente.

Considerando o limite onde o párton incidente tem grande energia  $E$  e atravessa o meio

<sup>2</sup> De acordo com o potencial de Yukawa, quanto maior a massa de um bóson, menor é o seu alcance [81]. Portanto, para evitarmos vértices de quatro glúons, podemos adicionar uma pequena "massa de blindagem" ao propagador do glúon tal que o seu alcance se torna pequeno comparado a distância entre os centros espalhadores.



**Fig. 5.3:** Ilustração de um pátton energético sendo espalhado por dois centros de espalhamento. No limite (5.2) este vértice é descartado.

emitindo glúons suaves com frequência  $\omega$ , foi aplicada também a condição

$$\omega \ll E \quad (5.3)$$

Por fim, após uma análise detalhada que se estende ao longo dos trabalhos [82, 75], foi obtida uma solução para a perda de energia no plasma finito com grande comprimento  $L$ ,

$$\Delta E = \frac{\alpha_s C_R \mu^2}{4 \lambda_g} L^2 \ln \frac{L}{\lambda_g} \quad (5.4)$$

De acordo com [86], a equação (5.4) pode ser escrita como

$$\Delta E \approx \frac{\alpha_s C_R \mu^2}{4 \lambda_g} L^2 \nu \quad (5.5)$$

onde  $1 < \nu < 3$  e os restantes parâmetros utilizados na equação são:

- $\alpha_s$  é a constante de acoplamento forte;
- $C_R$  é o parâmetro de cor de Casimir sendo

$$C_R = \begin{cases} N_c = 3 & \text{p/ glúons} \\ 4/3 & \text{p/ quarks} \end{cases} \quad (5.6)$$

- $\lambda_g$  é o livre caminho médio do glúon;
- $\mu^2/\lambda$  é o coeficiente de transporte do meio que caracteriza o “poder” de espalhamento do meio;

Este formalismo é esperado ser válido no limite de um plasma espesso, onde neste caso, o pátton encontra um grande número de centros espalhadores.

Até o fim deste trabalho, iremos utilizar íons de chumbo e ouro cujos números de massa são 207 e 197, respectivamente. Para estes valores, estima-se que o raio nuclear destes núcleos gire em torno de

$$R = r_0 A^{1/3} \approx 6,8$$

onde  $r_0$  é conhecido como *constante do raio* sendo definido por  $r_0=1,16$  fm. Dessa forma, inferimos o comprimento do meio como sendo  $L=6$  fm e utilizamos este valor para o cálculo da produção de hádrons em todos os formalismos que serão apresentados.

## 5.2 GLV

Neste segundo modelo, a perda de energia não-abeliana é calculada no limite do plasma “fino”, onde o número médio  $\bar{n} = L/\lambda$  é a opacidade do meio que quantifica a “dureza” do plasma. Do ponto de vista do modelo BDMPS, a opacidade pode ser vista como o número de centros espalhadores que o jato encontra conforme atravessa o meio desconfinado. De acordo com [76], a expansão da seção de choque em opacidades até a primeira ordem leva ao resultado

$$\Delta E_{GLV}^{(1)} = \frac{2C_R\alpha_s}{\pi} \frac{EL}{\lambda_g} \int_0^1 dx \int_0^{k_{max}^2} \frac{d\mathbf{k}_\perp^2}{\mathbf{k}_\perp^2} \times \quad (5.7)$$

$$\times \int_0^{q_{max}^2} \frac{d^2\mathbf{q}_\perp \mu_{eff}^2}{\pi (\mathbf{q}_\perp^2 + \mu^2)^2} \frac{2\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{q}_\perp (\mathbf{k} - \mathbf{q})_\perp^2 L^2}{16x^2 E^2 + (\mathbf{k} - \mathbf{q})_\perp^4 L^2} \quad (5.8)$$

onde  $\mathbf{k}_\perp$  e  $\mathbf{q}_\perp$  são o momento transverso do glúon e a transferência de momento transverso no cone de luz, respectivamente. Os limites superiores de integração são dados por

$$\mathbf{k}_{max}^2 = \min [4E^2 x^2, 4E^2 x(1-x)] \quad (5.9)$$

$$q_{max}^2 = \frac{s}{4} \simeq 3E\mu \quad (5.10)$$

Aplicando certas aproximações, tais como

$$|\mathbf{k}|_{max} \rightarrow \infty \quad (5.11)$$

$$|\mathbf{q}|_{max} \rightarrow \infty \quad (5.12)$$

é possível reproduzir a dependência da perda de energia com  $L^2$  com uma expressão similar a do modelo BDMPS,

$$\Delta E^{(1)} = \frac{C_R\alpha_s}{4} \frac{L^2 \mu^2}{\lambda_g} \ln \frac{E}{\mu} \quad (5.13)$$

Uma das motivações por trás da expansão da seção de choque em termos da opacidade, estava em explicar a ausência aparente da supressão de jatos observada em energias do SPS [84, 85]. Por meio da expansão em opacidades até segunda ordem, este resultado pode ser explicado através da supressão na perda de energia não-abeliana causada pelas restrições cinemáticas.

## 5.3 Fração de Momento Modificada

Quando um parton com momento transverso  $p_T$  emerge do processo duro e atravessa o meio nuclear, ele perde uma certa quantidade de energia  $\Delta E$  antes de se fragmentar em um hádron, ficando com

$$p_T^* = p_T - \Delta E \quad (5.14)$$

Consequentemente, por meio da relação

$$q_T = p_T^* z_c^* = p_T z_c,$$

obtemos a respectiva fração de momento modificada necessária para criar um hádron com momento transversal  $q_T$

$$z_c^* = \frac{z_c}{1 - \frac{\Delta E}{p_T}}$$

Substituindo esta nova fração de momento na função de fragmentação  $D_{h/c}(z_c^*, \hat{Q}^2)$  em (2.5) e utilizando a relação (3.2), obtemos

$$\begin{aligned} E_h \frac{d^3\sigma}{d^3p_h} (AB \rightarrow h + X) &= \sum_{abcd} \int dx_1 dx_2 dz_c^* f_{a/A}(x_1, Q^2) f_{b/A}(x_2, Q^2) \times \\ &\times D_{h/c}(z_c^*, \hat{Q}^2) \frac{\hat{s}}{\pi z_c^2} \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(ab \rightarrow cd) \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) \end{aligned} \quad (5.15)$$

onde

$$D_{h/c}(z_c^*, \hat{Q}^2) < D_{h/c}(z_c, \hat{Q}^2),$$

devido ao deslocamento do argumento fração de energia, na função de fragmentação, para valores maiores de  $z$ . Lembrando que as variáveis de Mandelstam podem ser escritas em termos da fração de momento  $z_c$  conforme

$$\delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) = \frac{\sqrt{s}}{s} \frac{1}{(x_1 m_T e^{-y} + x_2 m_T e^y)} \delta \left[ -\frac{1}{z_c} + \frac{x_1 x_2 \sqrt{s}}{x_1 m_T e^{-y} + x_2 m_T e^y} \right],$$

é útil realizarmos uma troca de variáveis de  $dz_c^* \rightarrow dz_c$  para que possamos resolver a integração na delta de forma semelhante ao caso da produção de hádrons em colisões pp. Portanto, se

$$z_c^* = \frac{z_c}{1 - \frac{\Delta E}{p_T}}$$

então, para  $p_T$  constante, encontramos

$$dz_c^* = \left( \frac{z_c^*}{z_c} \right) dz_c$$

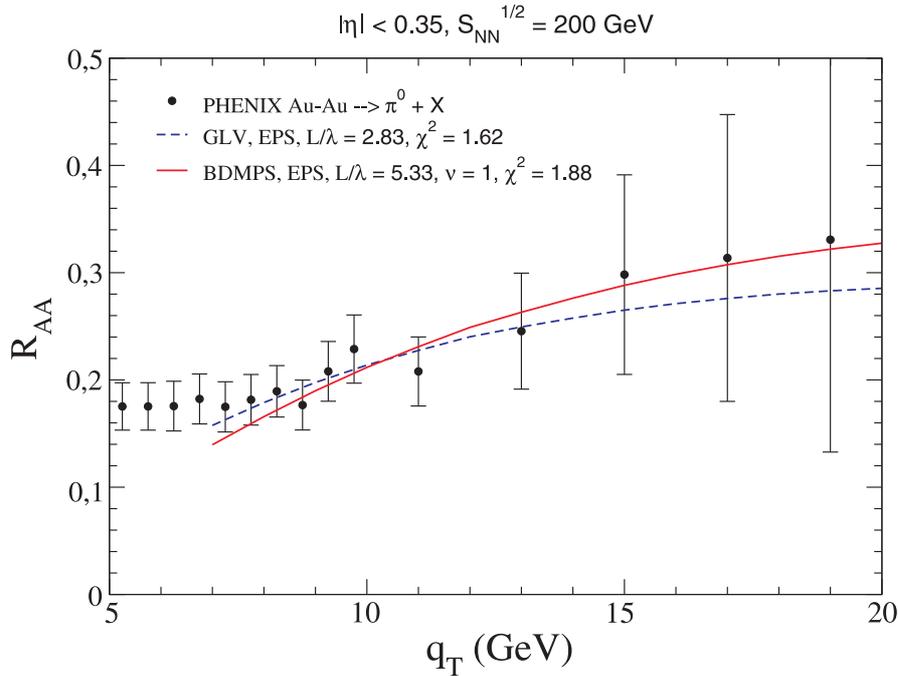
Substituindo em (5.16), chegamos em

$$\begin{aligned} E_h \frac{d^3\sigma}{d^3p_h} (AB \rightarrow h + X) &= \sum_{abcd} \int dx_1 dx_2 dz_c \frac{z_c^*}{z_c} f_{a/A}(x_1, Q^2) f_{b/A}(x_2, Q^2) \times \\ &\times D_{h/c}(z_c^*, \hat{Q}^2) \frac{\hat{s}}{\pi z_c^2} \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(ab \rightarrow cd) \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) \end{aligned}$$

Aplicando a substituição  $dz \rightarrow d\left(-\frac{1}{z}\right)$ , o restante do cálculo se torna análogo ao do capítulo 3, levando a um resultado similar ao obtido em [86],

$$E_h \frac{d^3\sigma}{d^3p_h} (AB \rightarrow h + X) = \sum_{abcd} \int dx_1 dx_2 \frac{z_c^*}{z_c} f_{a/A}(x_1, Q^2) f_{b/A}(x_2, Q^2) \times \\ \times D_{h/c}\left(z_c^*, \hat{Q}^2\right) \frac{1}{\pi z_c} \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(ab \rightarrow cd)$$

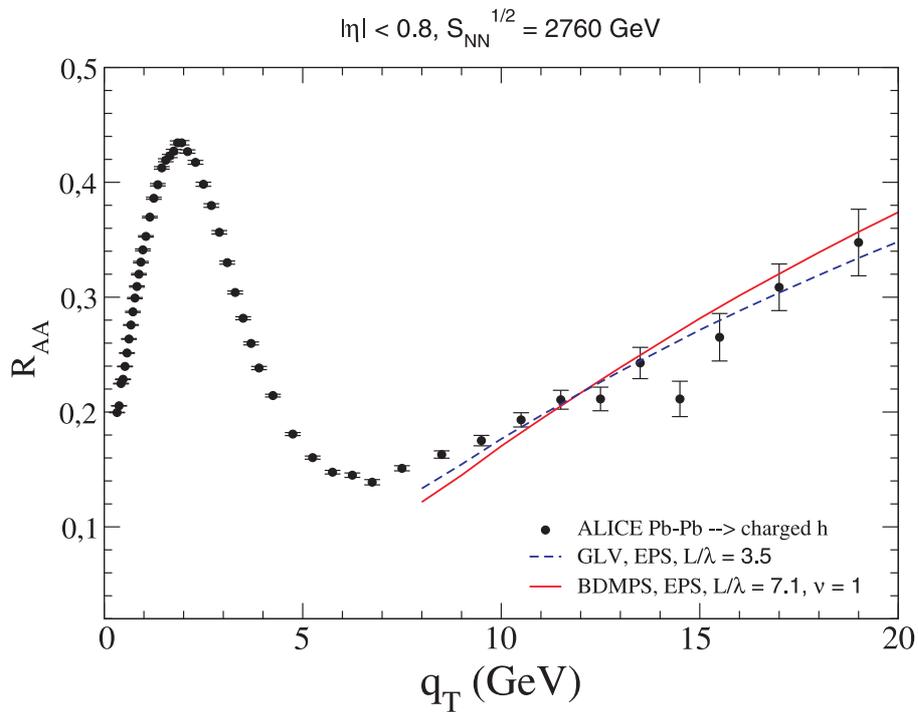
Esta é a expressão para a seção de choque inclusiva para a produção de hádrons em colisões AA. Na Fig. 5.4 mostramos nosso primeiro resultado para a perda de energia na região central  $|\eta| < 0.35$  para o processo  $Au + Au \rightarrow \pi^0 + X$  em energias do RHIC,  $\sqrt{s} = 200$  GeV, no qual aplicamos tanto o mecanismo de perda de energia BDMPS quanto o mecanismo GLV em primeira ordem. Aplicamos a parametrização EPS a fim de adicionar os efeitos nucleares de shadowing. Utilizamos os seguintes valores para os principais parâmetros:  $\alpha_s=0,3$ ,  $\mu=0,5$ ,  $\nu=1$ ,  $C_R=3$  para quarks e  $C_R=4/3$  para glúons [86].



**Fig. 5.4:** Resultado para o efeito de supressão no processo  $Au + Au \rightarrow \pi^0 + X$  no RHIC, levando em consideração os modelos de perda de energia BDMPS e GLV. Dados extraídos de [87]

Lembrando que o fator de opacidade  $L/\lambda_g$  representa o número médio de interações que o glúon irradiado sofre no plasma, obtemos um bom resultado para a região de momento transversal  $8 < q_T < 20$  com  $L/\lambda_g = 5.33$  para BDMPS e  $L/\lambda_g = 2.83$  para GLV. De certa forma, o fato de termos encontrado uma opacidade maior para BDMPS já era esperado visto que neste modelo o padrão de radiação é tratado por meio de múltiplos espalhamentos suaves acarretando num grande número de espalhadores (plasma grosso) enquanto no modelo GLV

o número de espalhadores é menor (plasma fino). Também apresentamos na Fig. 5.5, para a região  $|\eta| < 0.8$ , os resultados obtidos para o plasma criado no processo  $Pb+Pb \rightarrow h^\pm + X$  em energias do LHC,  $\sqrt{s} = 2760$  GeV. Neste caso, percebe-se que o mecanismo GLV apresenta uma boa concordância com os dados dentro da região  $10 \text{ GeV} < q_T < 20 \text{ GeV}$ , sendo esta mais abrangente que a região de concordância com os dados obtida pelo mecanismo BDMPS. Encontramos os valores de opacidade  $L/\lambda_g = 7.1$  para BDMPS e  $L/\lambda_g = 3.5$  para GLV, superiores aos do RHIC, caracterizando um plasma mais denso. Quanto a região de pequeno  $q_T$ , não esperávamos obter bons resultados visto que não levamos em consideração efeitos que dominam essa região, tais como efeito Cronin [88] e efeitos hidrodinâmicos [89].



**Fig. 5.5:** Resultado para o efeito de supressão no processo  $Pb + Pb \rightarrow \text{charged } h + X$  no LHC levando em consideração os modelos de perda de energia BDMPS e GLV. Dados extraídos de [79].

Assim, diferentes modelos implicam em diferentes características do QGP formado, logo é necessário estudarmos outros observáveis como, por exemplo, o coeficiente de transporte. Comparando este observável com o mesmo obtido por abordagens hidrodinâmicas em meios mais realísticos, haverá maiores chances de encontrarmos o mecanismo correto de perda de energia. Os resultados deste capítulo obtidos até esta seção, juntamente com os resultados do capítulo 3, fazem parte de uma recente publicação [90].

## 5.4 Formalismo dos Pesos de Supressão

No caso anterior, implementamos os mecanismos de perda de energia por meio do deslocamento do argumento  $z$  nas funções de fragmentação no vácuo, que assim toma valores

menores e contribui para a supressão observada pelos dados. Nesta seção vamos introduzir uma abordagem mais completa, onde a própria função de fragmentação será modificada pelo meio de acordo com a expressão [91, 92]

$$D_{h/q}^{meio}(z, Q^2) = \int_0^1 d\varepsilon P(\varepsilon) \frac{1}{1-\varepsilon} D_{h/q}\left(\frac{z}{1-\varepsilon}, Q^2\right) \quad (5.16)$$

na qual,  $P(\varepsilon)$  é a distribuição que dá a probabilidade de um párton perder uma fração de energia  $\varepsilon = \Delta E/E_q$ . Definindo a energia do párton que atravessa o meio como sendo aproximadamente igual a virtualidade do espalhamento duro,  $E_q \sim Q$  e aplicando a relação  $P(\varepsilon) = QP(\Delta E)$ , podemos reescrever a equação (5.16) como

$$D_{h/q}^{meio}(z, Q^2) = \int_0^{Q(1-z)} d(\Delta E) P(\Delta E) \frac{1}{1-\varepsilon} D_{h/q}\left(\frac{z}{1-\varepsilon}, Q^2\right) \quad (5.17)$$

onde o limite superior é obtido por meio da condição fundamental  $0 < z^* < 1$  e a expressão analítica para  $P(\Delta E)$  é dada por [93]

$$\begin{aligned} P(\Delta E) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \int \left[ \prod_{i=1}^n \int d\omega_i \frac{dI^{meio}(\omega_i)}{d\omega} \right] \times \\ &\times \delta\left(\Delta E - \sum_{i=1}^n \omega_i\right) \exp\left[-\int d\omega \frac{dI}{d\omega}\right] \end{aligned} \quad (5.18)$$

De acordo com [94], a distribuição de probabilidade  $P(\Delta E)$  pode ser dividida nas partes discreta e contínua, conforme

$$P(\Delta E) = p_0 \delta(\Delta E) + p(\Delta E) \quad (5.19)$$

onde  $p_0$  dá a probabilidade de que nenhum glúon seja emitido e neste caso, não há perda de energia no meio. As distribuições de probabilidade (5.18), conhecidas como *Quenching Weights* que traduzimos aqui como Pesos de Supressão, são obtidas a partir da iteração probabilística dos processos de divisão elementar,  $q \rightarrow qg$  e  $g \rightarrow gg$ , modificados pelo meio devido aos múltiplos espalhamentos. A modificação destes processos de divisão, calculada sob a hipótese de pequena perda de energia  $\Delta E \ll E$  do párton principal ao colidir com centros de espalhamento estáticos, resulta na expressão para a radiação de glúons induzida pelo meio [95]

$$\begin{aligned} \omega \frac{dI}{d\omega} &= \frac{\alpha_s C_R}{(2\pi)^2 \omega^2} 2Re \int_{\xi_0}^{\infty} dy_l \int_{y_l}^{\infty} d\bar{y}_l \int d\mathbf{u} \int_0^{\chi\omega} d\mathbf{k}_{\perp} e^{-i\mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{u}} \\ &\times e^{-(1/2) \int_{y_l}^{\infty} d\xi n(\xi) \sigma(\mathbf{u})} \frac{\partial}{\partial \mathbf{y}} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} \int_{\mathbf{y}=0=\mathbf{r}(\mathbf{y}_1)}^{\mathbf{u}=\mathbf{r}(\bar{\mathbf{y}}_1)} \mathcal{D}\mathbf{r} \\ &\times \exp\left[i \int_{y_l}^{\bar{y}_l} d\xi \frac{\omega}{2} \left(\mathbf{r}^2 - \frac{n(\xi) \sigma(\mathbf{r})}{i\omega}\right)\right] \end{aligned} \quad (5.20)$$

onde  $\mathbf{k}_{\perp}$  denota o momento transversal do glúon emitido. O último termo, na qual aparece uma integral de caminho, pode ser resolvido aplicando tanto a aproximação do “ponto de

sela”, que leva a múltiplos espalhamentos suaves, quanto a expansão em primeira ordem no número de centros de espalhamento sobre a equação (5.20), o que leva à aproximação de um único espalhamento duro. Códigos numéricos para os pesos de supressão estão disponibilizados em [96], nos dois limites considerados a seguir.

### 5.4.1 Aproximação de múltiplos espalhamentos suaves

No primeiro caso, o projétil realiza um movimento browniano em relação ao momento transversal tal que, sob o formalismo de Zakharov [97, 98], vale a relação

$$n(\xi)\sigma(\mathbf{r}) \simeq \frac{1}{2}\hat{q}(\xi)\mathbf{r}^2 \quad (5.21)$$

onde o parâmetro  $\hat{q}(\xi)$  é definido como o coeficiente de transporte do meio [71] e caracteriza o quadrado do momento transversal induzido pelo meio  $\langle q_{\perp}^2 \rangle_{meio}$  transferido pelo projétil por unidade de livre caminho médio  $\lambda$ . No caso do meio estático, onde o coeficiente de transporte independe do tempo, temos a relação

$$\hat{q} = \frac{\langle q_{\perp}^2 \rangle_{meio}}{\lambda} \quad (5.22)$$

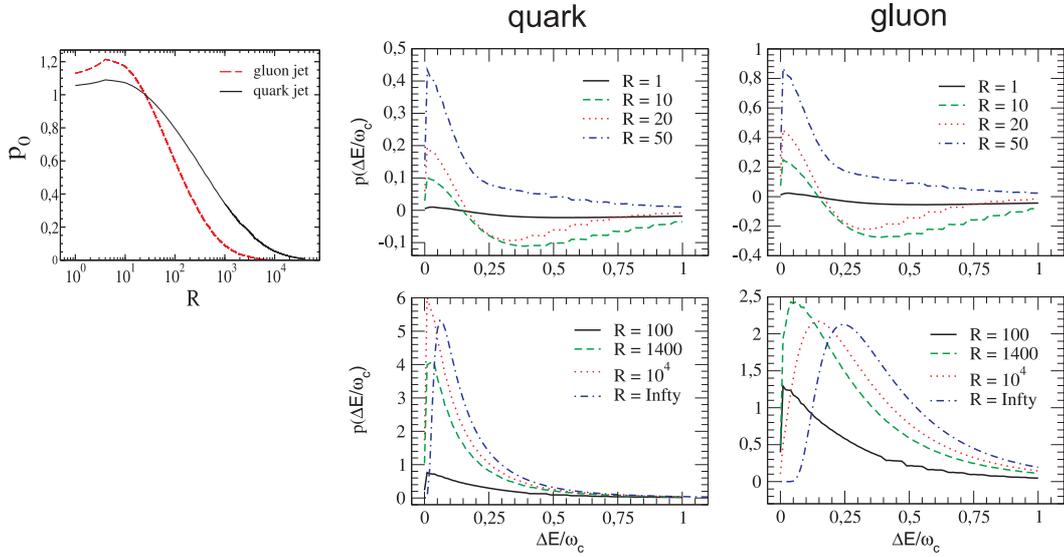
Com o auxílio deste coeficiente, é definida a “frequência característica do glúon”

$$\omega_c = \frac{1}{2}\hat{q}L^2 \quad (5.23)$$

que juntamente com o momento transversal  $k_{\perp} = |\mathbf{k}_{\perp}| < \chi\omega$ , definem uma restrição cinemática adimensional que caracteriza a densidade de rapidez dos glúons produzidos inicialmente

$$R_{\chi} = \frac{1}{2}\hat{q}\chi^2 L^3 = \omega_c L \quad \text{para } \chi = 1 \quad (5.24)$$

A condição  $\chi = 1$  é válida quando realizamos uma completa integração no ângulo de espalhamento em (5.20). A partir desta variável, a dependência da distribuição de energia do glúon (5.20) com  $\omega_c$  e  $k_T$  passa a estar dentro deste parâmetro  $R$ . Utilizando a subrotina [96] criada por Salgado e Wiedemann para o cálculo numérico dos pesos de supressão, mostramos na Fig. 5.6 as partes discreta e contínua da distribuição de perda de energia (5.19) normalizada por  $\omega_c$  para a aproximação de múltiplos espalhamentos suaves, para vários valores da restrição cinemática  $R$ . Nota-se que caso discreto, a probabilidade do glúon não sofrer nenhum espalhamento conforme atravessa o meio, é superior a do quark para pequenos valores de  $R$ . Este resultado se inverte rapidamente para valores de  $R \gtrsim 20$ . No caso contínuo, tanto o quark quanto o glúon apresentam um rápido crescimento na probabilidade referente a pouca perda de energia. No glúon, ocorre um deslocamento para perdas de energia maiores que no caso do quark conforme o valor de  $R$  aumenta.



**Fig. 5.6:** Resultados da contribuição da parte discreta (esquerda) e contínua das quenching weights do quark (coluna central) e do glúon (coluna direita) no limite de múltiplos espalhamentos suaves para varios valores da restrição cinemática  $R$ .

### 5.4.2 Aproximação de um único espalhamento duro

Neste segundo caso, realiza-se uma expansão no integrando da distribuição de energia (5.20) em série de potências de  $[n(\xi)\sigma(\mathbf{r})]^N$  até a primeira ordem [95]. Assim, o padrão de radiação aparece devido a superposição incoerente de pouquíssimos processos de espalhamento duro ao longo do comprimento  $L$  [76, 95, 99]. De forma análoga, a frequência característica do glúon nesta aproximação é definida por

$$\bar{\omega}_c = \frac{1}{2}\mu^2 L \quad (5.25)$$

com a restrição cinemática adimensional dada por

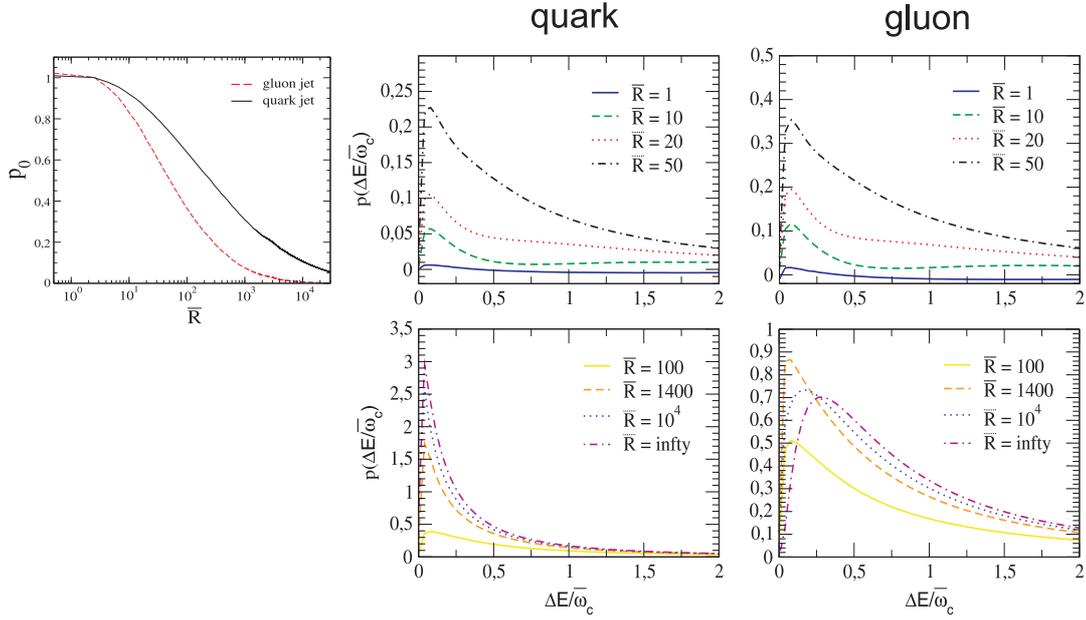
$$\bar{R}_\chi = \frac{1}{2}\chi^2\mu^2 L^2 = \bar{\omega}_c L \quad \text{para } \chi = 1 \quad (5.26)$$

Visto que estas restrições cinemáticas estão relacionadas com as propriedades do plasma, pode-se encontrar uma relação entre  $R$  e  $\bar{R}$ . De acordo com [77], essa relação define a opacidade do plasma

$$n_0 L = \frac{R}{\bar{R}} \quad (5.27)$$

Utilizando novamente a subrotina [96], apresentamos na Fig. 5.7 o comportamento das partes discreta e contínua da distribuição de perda de energia na aproximação de um único espalhamento duro, para vários valores do vínculo cinemático  $\bar{R}$ .

Diferente do caso anterior, neste a probabilidade do glúon não sofrer nenhum espalhamento conforme atravessa o meio é aproximadamente igual a do quark para pequenos valores de  $R$ .

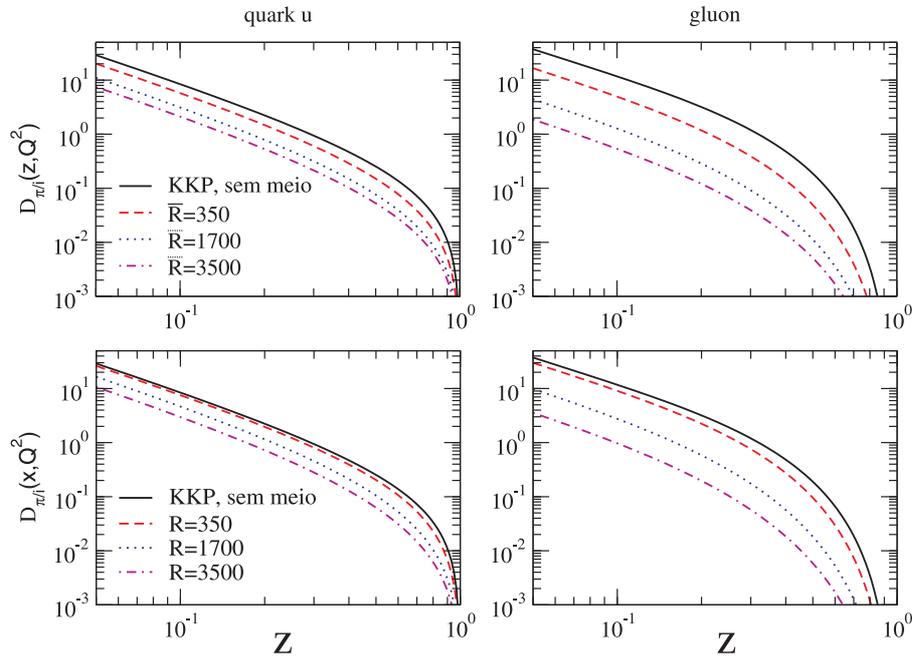


**Fig. 5.7:** Resultados da contribuição da parte contínua das quenching weights do quark (linhas superior) e do glúon (linha inferior) no limite de um único espalhamento duro.

Mas novamente, para grandes valores de  $R$ , a probabilidade do glúon sofrer uma colisão no meio é maior. No caso contínuo, percebe-se que a probabilidade de perder pouca energia são menores do que as do caso anterior. As curvas caem suavemente para pequenos valores de  $R$ , tanto para o quark quanto para o glúon.

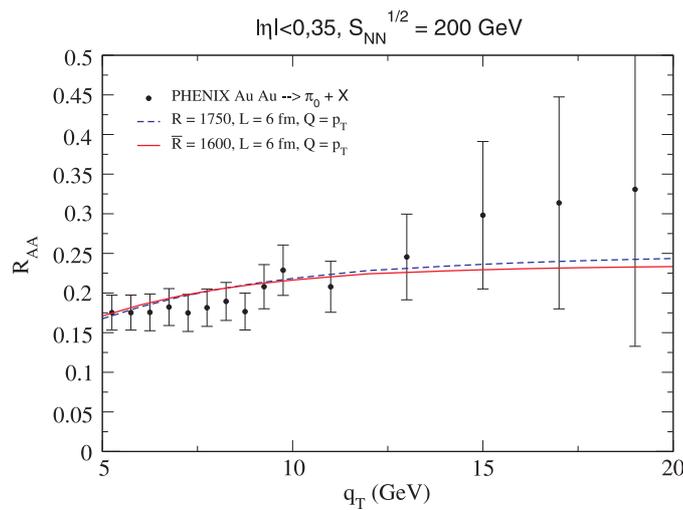
Após termos apresentado alguns aspectos da restrição cinemática  $R$  e como os pesos de supressão se comportam com relação a esta nas duas principais aproximações, estamos prontos para aplicar estes resultados na equação (5.17) a fim de extrair a função de fragmentação modificada pelo meio quente da QCD. Utilizando a parametrização KKP [22] para as funções de fragmentação no vácuo e tomando os valores  $Q = 10$  GeV e  $L = 6$  fm, apresentamos na Fig. 5.8 os resultados das funções de fragmentação modificadas pelo meio para os processos  $q(\bar{q}) \rightarrow \pi$  e  $g \rightarrow \pi$  nas duas aproximações estudadas. Vemos que independente do valor de  $R$ , a função de fragmentação modificada decresce com o aumento da fração de momento transmitida para criar um hádron com energia  $E_h = zE_q$ . Além disso, as funções de fragmentação modificadas pelo meio são sempre inferiores às do vácuo (linha contínua com a função de fragmentação KKP no vácuo).

Agora que conhecemos o comportamento das funções de fragmentação que levam em consideração a perda de energia sofrida pelos pártons ao atravessar o plasma, já podemos calcular a produção de hádrons em colisões AA e assim extrair informações a respeito do meio desconfinado, responsável pelo grande efeito de supressão em energias do RHIC e principalmente do LHC. De acordo com [100, 101, 102], a produção de bárions em grande  $q_T$  também envolve efeitos não perturbativos adicionais [103], que neste trabalho não são



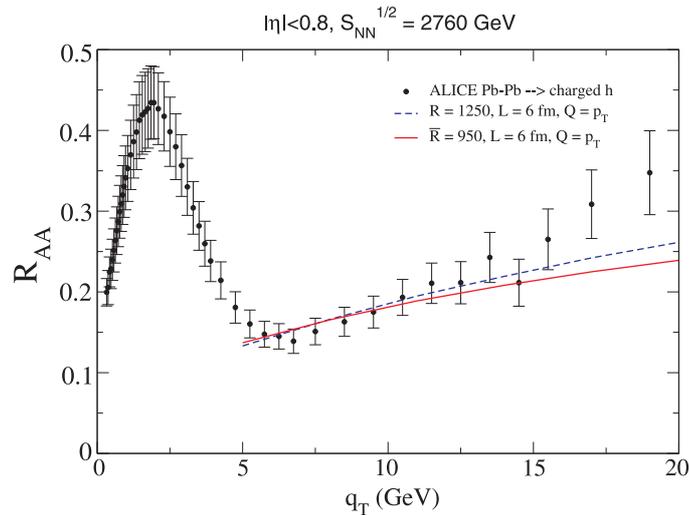
**Fig. 5.8:** Funções de fragmentação modificadas pelo meio para  $Q = 10$  GeV e  $L = 6$  fm. (Superior) aproximação de um único espalhamento duro. (Inferior) aproximação de múltiplos espalhamentos suaves.

levados em consideração. Contudo, aplicamos o modelo dos pesos de supressão tanto para o processo  $Au + Au \rightarrow \pi_0 + X$  no RHIC quanto para o processo  $Pb + Pb \rightarrow h$  carregados +  $X$  no LHC. No caso do RHIC, para  $Q = p_T$  e  $L=6$  fm, a aplicação dos resultados de (5.20) na equação (3.5), levam aos resultados apresentados na figura Fig.5.9.



**Fig. 5.9:** Resultados para o fator de modificação nuclear para o processo  $Au + Au \rightarrow \pi_0 + X$  no RHIC, para as duas aproximações: espalhamento duro e múltiplos espalhamentos suaves.

Podemos ver que ambas as curvas concordam com os dados para valores intermediários de momento transversal  $q_T$ , apresentando um pequeno crescimento na região  $q_T > 10$  GeV na qual, a aproximação de múltiplos espalhamentos suaves é levemente superior a aproximação de um único espalhamento duro. Por meio da relação (5.27), obtemos o valor de opacidade  $n_0L = 1,09$  para os valores de R selecionados. Analogamente, para  $Q = p_T$  e  $L=6$  fm, apresentamos na Fig. 5.10 o resultado para a produção de hádrons carregados em colisões Pb-Pb no LHC. Neste caso, percebe-se que ambas aproximações levam a melhores resultados na região  $6 \text{ GeV} < q_T < 15 \text{ GeV}$  com a aproximação de um único espalhamento duro apresentando uma concordância melhor com os dados. Lembrando que a matéria desconfiada é mais densa no LHC, espera-se um valor de opacidade superior ao do RHIC. Utilizando novamente a relação (5.27), encontramos o valor  $n_0L=1,31$  para a opacidade do plasma no LHC para os valores  $R=1250$  e  $\bar{R} = 950$ . Lembrando novamente que novos efeitos, não incluídos neste trabalho, dominam a região de pequeno  $q_T$ .



**Fig. 5.10:** Resultados para o fator de modificação nuclear para o processo  $Pb-Pb \rightarrow h$  carregados no LHC, para as duas aproximações: espalhamento duro e múltiplos espalhamentos suaves.

Ao longo deste capítulo, tanto na abordagem inicial, na qual utilizamos os mecanismos BDMPS e GLV, quanto na abordagem final onde utilizamos os pesos de supressão, o meio foi considerado estático. Portanto, a fim de considerar a dinâmica de um plasma mais realístico, fornecemos ao final deste capítulo a ideia da reinterpretação dos observáveis por meio de uma lei de escala.

## 5.5 Radiação de glúons para um meio em expansão

Embora não tenhamos calculado o coeficiente de transporte neste trabalho, assim como a opacidade, este é um bom observável do qual podemos extrair algumas propriedades do plasma. No meio em expansão, o coeficiente de transporte passa a depender do tempo e

pode ser parametrizado na forma [77]

$$\hat{q}(\xi) = \hat{q}_0 \left( \frac{\xi_0}{\xi} \right)^\alpha \quad (5.28)$$

onde  $\alpha$  determina a evolução dinâmica do meio, sendo  $\alpha = 0$  para um meio estático,  $\alpha = 1$  para expansão longitudinal, e  $1 > \alpha \leq 3$  para expansão longitudinal e transversa do QGP. O tempo de formação do plasma  $\xi_0$ , aproximadamente 0.2 fm/c para o RHIC e 0.1 fm/c para o LHC [104], que corresponde ao instante de maior densidade, leva ao valor máximo  $\hat{q}_0$  para o coeficiente de transporte. De acordo com [78], observa-se uma lei de escala na qual podemos relacionar o coeficiente de transporte dependente do meio com um coeficiente de transporte estático equivalente dado por

$$\bar{\hat{q}} = \frac{2}{L^2} \int_{\xi_0}^{L+\xi_0} d\xi (\xi - \xi_0) \hat{q}(\xi) \quad (5.29)$$

Isto permite reinterpretar os resultados anteriores inferidos para o coeficiente de transporte em termos de um coeficiente de transporte estático efetivo. Tal escala será fundamental em trabalhos subsequentes que envolvam um meio mais realístico.

## 5.6 Conclusão

Neste último capítulo, calculamos a produção de hádrons em RHIC e LHC modificando primeiramente apenas as frações de momento para levar em conta a perda de energia do parton se propagando no plasma, antes de se fragmentar no hádron. Posteriormente as próprias funções de fragmentação do vácuo foram modificadas a fim de descrever a perda de energia de forma mais completa. No início, demos uma breve descrição sobre os mecanismos de perda de energia BDMPS e GLV, visto que estes são dois modelos bastante encontrados na literatura. Implementamos estes mecanismos junto a parametrização EPS, por meio da simples modificação das frações de momento transmitidas ao hádron e obtivemos resultados razoáveis dentro da região de grande  $q_T$ , tanto em RHIC quanto no LHC. Na segunda parte deste capítulo, discutimos de forma mais detalhada os elementos que fazem parte do modelo dos pesos de supressão. Tais pesos modificam as funções de fragmentação do vácuo diminuindo a probabilidade de fragmentação conforme o valor da restrição cinemática  $R$  aumenta. Utilizando estas funções de fragmentação modificadas pelo meio, encontramos resultados razoáveis para a produção de  $\pi_0$  no RHIC e hádrons carregados no LHC. Entretanto, também encontramos valores inesperados para a restrição cinemática, talvez, como mencionado no artigo [77], pelo fato de que o mecanismo para a produção de hádrons carregados envolva efeitos não-perturbativos. Mesmo assim, os valores de opacidade se mantiveram superiores no LHC mesmo aplicando este modelo na produção de hádrons carregados.

# Conclusões e Perspectivas

Ao longo deste trabalho, exploramos vários aspectos das colisões de partículas em altas energias e calculamos observáveis importantes como o espectro de momento transversal para a produção de jatos, a invariante quantidade produzida em colisões próton-próton e o fator de supressão nuclear para colisões próton-núcleo e núcleo-núcleo. No quarto capítulo, vimos que efeitos nucleares de shadowing podem enaltecem ou suprimir a produção de hádrons dependendo da região cinemática analisada, tanto no RHIC quanto no LHC. Estes efeitos foram levados em consideração por meio da implementação das parametrizações nucleares EPS, EKS e DS, a partir das quais obtivemos resultados razoáveis, mas que sugerem que outros mecanismos como o de perda de energia na matéria nuclear fria também podem ser importantes. No quinto capítulo, onde tratamos de colisões núcleo-núcleo, vimos que a implementação dos mecanismos de perda de energia junto aos efeitos nucleares de shadowing, explicam razoavelmente a supressão de hádrons produzidos nos processos  $\text{Au+Au} \rightarrow \pi_0 + X$  no RHIC e  $\text{Pb+Pb} \rightarrow h \text{ carregados} + X$  no LHC dentro de uma certa região de momento transversal. Para grande  $q_T$ , encontramos uma boa concordância com os dados para o modelo GLV e para o mecanismo dos pesos de supressão. Neste último, os valores para a densidade de glúons produzidos inicialmente  $R$ , foram maiores em RHIC do que no LHC, o que certamente merece uma investigação mais detalhada. Contudo, os valores encontrados para a opacidade tanto na comparação entre os mecanismos BDMPS e GLV, quanto na comparação das aproximações de múltiplos espalhamentos suaves e de um único espalhamento duro, foram superiores no LHC concordando com o resultado esperado. Neste trabalho focamos em colisões centrais e tratamos o meio como estático, embora os resultados obtidos possam ser reinterpretados para o meio em expansão hidrodinâmica. A fim de refinarmos nossos resultados, novas considerações deverão ser feitas:

- Adição de mais classes de centralidade por meio da implementação do modelo de Glauber;
- Análise de novos tipos de funções de fragmentação modificadas pelo meio nuclear frio, tais como as do Sassot [105] aplicável a colisões pA e de Wang [106] para o meio quente, em colisões AA.
- Considerar quantidades hidrodinâmicas mais realísticas e que levem a resultados mais confiáveis, tais como: expansão transversal, dependência do coeficiente de transporte com a temperatura  $T$ , densidade bariônica  $\mu_b$ , etc.
- Para fins de comparação, incluindo os algoritmos de jatos e tendo uma maior proximidade entre a descrição teórica e a experimental, pretendemos utilizar programas Monte Carlo como QPythia e outros disponíveis na literatura.

- Estudar outros observáveis tais como: correlações de dihadrons, assimetrias de dois jatos, etc.
- Estudos mais recentes sugerem que a perda de energia modifica não só as funções de fragmentação, como também a própria evolução destas funções por meio da modificação das funções de desdobramento e portanto, tal mecanismo merecerá também uma investigação detalhada.

Estes pontos citados constituem perspectivas futuras para o nosso trabalho, na direção de um melhor entendimento do plasma de quarks e glúons, bem como dos mecanismos de perda de energia.

## Apêndice A

# Cinemática Relativística

### A.1 Rapidez e Pseudo-Rapidez

Neste apêndice, iremos fundamentar as variáveis necessárias para a cinemática das colisões ultrarelativísticas. Iniciamos esta seção definindo a grandeza conhecida como *rapidez*, a qual se transforma de forma aditiva sob transformações de Lorentz,

$$y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + p_z}{E - p_z} \right) \quad (\text{A.1})$$

A partir desta equação, podemos trocar as coordenadas do quadrimomento de uma partícula se propagando ao longo do eixo-z,  $p_\mu = (E, p_x, p_y, p_z)$ , por outras que se transformarão de forma simples sob transformações de Lorentz ao longo do mesmo eixo. Manipulando (A.1), obtemos facilmente

$$e^y = \sqrt{\frac{(E + p_z)(E + p_z)}{(E - p_z)(E + p_z)}} = \sqrt{\frac{(E + p_z)^2}{p_T^2 + m^2}} = \frac{(E + p_z)}{m_T} \quad (\text{A.2})$$

$$e^{-y} = \sqrt{\frac{(E - p_z)(E - p_z)}{(E + p_z)(E - p_z)}} = \sqrt{\frac{(E - p_z)^2}{p_T^2 + m^2}} = \frac{(E - p_z)}{m_T} \quad (\text{A.3})$$

onde usamos a definição de massa transversa  $m_T = \sqrt{p_T^2 + m^2}$ , bastante útil nas colisões de altas energias, visto que o espalhamento ocorre em sua maioria transversal ao eixo da colisão. Somando as equações (A.2) e (A.3), encontramos

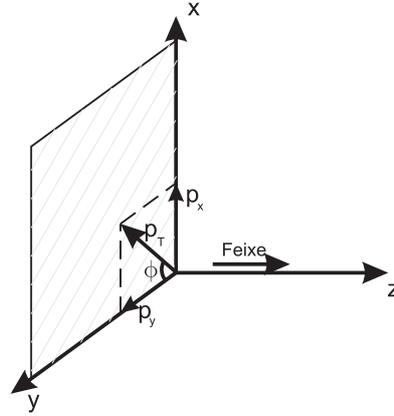
$$2 \cosh(y) = \frac{(E + p_z)}{m_T} + \frac{(E - p_z)}{m_T} = \frac{2E}{m_T}$$

que nos leva à representação da energia em termos da rapidez,

$$E = m_T \cosh(y)$$

Para  $p_x$  e  $p_y$ , basta decompor nos eixos x e y, tal que

$$\begin{aligned} p_x &= p_T \text{sen} \phi \\ p_y &= p_T \text{cos} \phi \end{aligned}$$



A última coordenada,  $p_z$ , encontramos subtraindo (A.3) de (A.2),

$$2\text{senh}(y) = \frac{(E + p_z)}{m_T} - \frac{(E - p_z)}{m_T} = \frac{2p_z}{m_T}$$

Logo,

$$p_z = m_T \text{senh}(y)$$

Portanto, podemos reescrever o quadrimomento de uma partícula como

$$p^\mu = (m_T \cosh(y), p_T \text{sen} \phi, p_T \text{cos} \phi, m_T \text{senh}(y)) \quad (\text{A.4})$$

Outra grandeza útil é a chamada pseudo-rapidez, definida por

$$\eta = -\ln \left( \tan \left( \frac{\theta}{2} \right) \right) \quad (\text{A.5})$$

Ela se relaciona com o ângulo de espalhamento e portanto é uma grandeza fácil de ser medida experimentalmente. Podemos extrair a relação entre  $\eta$  e  $y$  manipulando inicialmente a expressão (A.5),

$$\begin{aligned} e^{-\eta} &= \tan \left( \frac{\theta}{2} \right) \\ e^{\eta} &= \frac{1}{\tan \left( \frac{\theta}{2} \right)} \end{aligned}$$

Somando as duas,

$$\begin{aligned} 2\cosh(\eta) &= \tan \left( \frac{\theta}{2} \right) + \frac{1}{\tan \left( \frac{\theta}{2} \right)} \\ &= \frac{1}{\text{sen} \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos \left( \frac{\theta}{2} \right)} \rightarrow \cosh(\eta) = \frac{1}{\text{sen}(\theta)} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Também podemos escrever através de (A.6),

$$\text{sen}(\theta) = \frac{1}{\cosh(\eta)} \rightarrow \cos(\theta) = \tanh(\eta) \quad (\text{A.7})$$

Por outro lado,

$$y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + p_z}{E - p_z} \right) = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{(E + p_z)^2}{E^2 - p_z^2} \right)$$

tal que, utilizando  $p_z = p \cos(\theta)$  e  $p_T = p \sin(\theta)$  juntamente com a relação (A.7), encontramos

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{(E + p \cos(\theta))^2}{E^2 - p^2 \cos^2(\theta)} \right) \\ &= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{(E + p \cos(\theta))^2}{m^2 + p^2 \sin^2(\theta)} \right) \\ &= \ln \left( \frac{E + p \cos(\theta)}{\sqrt{m^2 + p_T^2}} \right) \\ &= \ln \left( \frac{E + p \cos(\theta)}{m_T} \right) \\ &= \ln \left( \frac{\sqrt{m^2 + p^2} + p_T \tanh(\eta)}{m_T} \right) \\ &= \ln \left( \frac{\sqrt{m^2 + \frac{p_T^2}{\sin^2(\theta)}} + \frac{p_T}{\sin(\theta)} \tanh(\eta)}{m_T} \right) \end{aligned}$$

Finalmente, usando (A.6), obtemos a relação

$$y = \ln \left( \frac{\sqrt{m^2 + p_T^2 \cosh^2(\eta)} + p_T \sinh(\eta)}{m_T} \right) \quad (\text{A.8})$$

Podemos ver que na condição onde  $m \approx 0$ , usualmente utilizada nas colisões de altas energias, a rapidez e a pseudorapidez possuem o mesmo valor

$$y = \ln \left( \frac{p_T \cosh(\eta) + p_T \sinh(\eta)}{p_T} \right) = \ln(e^\eta) = \eta$$

No cálculo da seção de choque diferencial  $\frac{d^2\sigma}{dy}$  é útil realizarmos a conversão  $dy = \frac{\partial y}{\partial \eta} d\eta$ , afim de obtermos a distribuição angular do espalhamento. Essa transformação é obtida calculando o jacobiano  $\frac{\partial y}{\partial \eta}$  através da expressão (A.8). Derivando (A.8), temos

$$\frac{\partial y}{\partial \eta} = \frac{p_T \cosh(\eta)}{\sqrt{m^2 + p_T^2 \cosh^2(\eta)} + p_T \sinh(\eta)} \left[ \frac{p_T \sinh(\eta)}{\sqrt{m^2 + p_T^2 \cosh^2(\eta)}} + 1 \right] \quad (\text{A.9})$$

Por outro lado, lembrando que

$$\cosh(y) = \frac{E}{m_T} = \frac{\sqrt{m^2 + p^2}}{\sqrt{m^2 + p_T^2}} \rightarrow \cosh^2(y) = \frac{m^2 + \frac{p_T^2}{\sin^2(\theta)}}{m^2 + p_T^2}$$

e usando a relação (A.6), obtemos

$$p_T^2 \cosh^2(\eta) = m_T^2 \cosh^2(y) - m^2$$

Isto leva à

$$\sinh(\eta) = \frac{m_T \sinh(y)}{p_T}.$$

Substituindo em (A.9), encontramos

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial \eta} &= \frac{\sqrt{m_T^2 \cosh^2(y) - m^2}}{m_T \sinh(y) + m_T \cosh(y)} \left[ \frac{m_T \sinh(y)}{m_T \cosh(y)} + 1 \right] \\ &= \frac{\sqrt{m_T^2 \cosh^2(y) - m^2}}{m_T [\sinh(y) + \cosh(y)]} \left[ \frac{m_T \sinh(y) + m_T \cosh(y)}{m_T \cosh(y)} \right] \\ &= \frac{\sqrt{m_T^2 \cosh^2(y) - m^2}}{m_T \cosh(y)} \\ &= \left( 1 - \frac{m^2}{m_T^2 \cosh^2(y)} \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

que é o Jacobiano necessário para a transformação  $dy \rightarrow d\eta$ .

## A.2 O Sistema de Momento Infinito

Dada a colisão entre duas partículas  $c$  e  $d$ , o quadrimomento da partícula  $c$  é dado por  $P_\mu = (c_0, c_T, c_z)$ . As combinações lineares das coordenadas  $c_0$  e  $c_z$  possuem propriedades especiais sob transformações de Lorentz na direção do feixe, neste caso, na direção  $z$ . Tais transformações são aparentes ao definirmos os momentos no sistema de coordenadas do cone de luz

$$c_+ = c_0 + c_z$$

$$c_- = c_0 - c_z$$

onde os sinais “+” e “-” se referem as direções *forward* e *backward*, respectivamente. Outra variável útil nas colisões em altas energias é a variável do cone de luz definida por meio da razão entre o momento do cone de luz da partícula emitida e momento do cone de luz da partícula que a emitiu (por exemplo, um párton  $a$  emitido por um hádron  $A$ ),

$$x_+ = \frac{a_0 + a_z}{A_0 + A_z} \quad (\text{A.10})$$

$$x_- = \frac{b_0 - b_z}{B_0 - B_z} \quad (\text{A.11})$$

Por conveniência, utiliza-se  $x_+$  caso o párton seja emitido na direção *forward* ou  $x_-$  caso a direção seja *backward*. Esta variável também é chamada de *fração de momento* da partícula

emissora, transmitida à partícula emitida. Num sistema de momento infinito, no qual as partículas se movem relativisticamente ao longo do eixo da colisão (normalmente o eixo-z), podemos desprezar suas massas e momentos transversos, tal que

$$x_+ \approx \frac{a_0}{A_0} \quad (\text{A.12})$$

$$x_- \approx \frac{b_0}{B_0} \quad (\text{A.13})$$

Para uma colisão hadrônica ultrarelativística entre os hádrons  $A$  e  $B$ , os momentos do cone de luz *forward* e *backward* serão dados por

$$\begin{aligned} A_0 + A_z &= \frac{(a_0 + a_z)}{x_a} \\ A_0 - A_z &= \frac{(A_0^2 - A_z^2)}{A_0 + A_z} = \frac{(A^2 + A_T^2)}{A_0 + A_z} \\ B_0 - B_z &= \frac{(b_0 - b_z)}{x_b} \\ B_0 + B_z &= \frac{(B_0^2 - B_z^2)}{B_0 - B_z} = \frac{(B^2 + B_T^2)}{B_0 - B_z} \end{aligned}$$

Somando e subtraindo, obtemos as expressões para as principais coordenadas dos quadrimomentos das partículas  $A$  e  $B$  em termos dos momentos e frações de momento dos seus respectivos constituintes (pártons):

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{2} \left[ \frac{(a_0 + a_z)}{x_a} + \frac{(A^2 + A_T^2)}{\frac{(a_0 + a_z)}{x_a}} \right] \\ A_z &= \frac{1}{2} \left[ \frac{(a_0 + a_z)}{x_a} - \frac{(A^2 + A_T^2)}{\frac{(a_0 + a_z)}{x_a}} \right] \\ B_0 &= \frac{1}{2} \left[ \frac{(b_0 - b_z)}{x_b} + \frac{(B^2 + B_T^2)}{\frac{(b_0 - b_z)}{x_b}} \right] \\ B_z &= -\frac{1}{2} \left[ \frac{(b_0 - b_z)}{x_b} - \frac{(B^2 + B_T^2)}{\frac{(b_0 - b_z)}{x_b}} \right] \end{aligned}$$

Entre os sistemas de momento infinito, podemos escolher o sistema do centro de massa. Neste caso, definindo

$$P_1 = \frac{(a_0 + a_z)}{x_a} \quad (\text{A.14})$$

$$P_2 = \frac{(b_0 + b_z)}{x_b} \quad (\text{A.15})$$

podemos escrever o quadrimomento das partículas em consideração como

$$A_\mu = \left( \frac{1}{2} \left[ P_1 + \frac{A^2}{P_1} \right], \vec{A}_T, \frac{1}{2} \left[ P_1 - \frac{A^2}{P_1} \right] \right) \quad (\text{A.16})$$

$$B_\mu = \left( \frac{1}{2} \left[ P_2 + \frac{B^2}{P_2} \right], \vec{B}_T, -\frac{1}{2} \left[ P_2 - \frac{B^2}{P_2} \right] \right) \quad (\text{A.17})$$

onde desprezamos o momento transverso dos hádrons. No sistema do centro de massa, as coordenadas  $A_z$  e  $B_z$  tem a mesma magnitude mas são opostas ( $A_z = -B_z$ ). Logo,

$$P_1 - \frac{A^2}{P_1} = P_2 - \frac{B^2}{P_2} \quad (\text{A.18})$$

Por outro lado, a energia do sistema do centro de massa é dada por

$$\sqrt{s} = \sqrt{(A + B)^2} = \frac{1}{2} \left( P_1 + \frac{B^2}{P_2} + P_2 + \frac{A^2}{P_1} \right)$$

Combinando com (A.18), teremos

$$P_2 = \sqrt{s} - \frac{A^2}{P_1} \quad (\text{A.19})$$

Substituindo  $P_2$  em (A.18), segue

$$P_1^2 \sqrt{s} - P_1 (s + A^2 - B^2) + A^2 \sqrt{s} = 0$$

tal que, para  $s \gg A^2, B^2$ , obtemos o resultado

$$P_1 \sim \sqrt{s}$$

Logo, a partir de (A.19), encontramos

$$P_2 = \sqrt{s} - \frac{A^2}{\sqrt{s}} \sim \sqrt{s}$$

Substituindo em (A.14) e (A.15), obtemos os momentos do cone de luz para as partículas  $a$  e  $b$ , emitidas pelos hádrons  $A$  e  $B$ , respectivamente:

$$\begin{aligned} a_0 + a_z &= x_a \sqrt{s} \\ a_0 - a_z &= \frac{(a^2 + a_T^2)}{a_0 + a_z} \sim \frac{1}{x_a \sqrt{s}} \\ b_0 - b_z &= x_b \sqrt{s} \\ b_0 + b_z &= \frac{(b^2 + b_T^2)}{b_0 + b_z} \sim \frac{1}{x_b \sqrt{s}} \end{aligned}$$

Logo, desprezando a massa e o momento transverso dos pártons, podemos escrever seus respectivos quadrimomentos como

$$a_\mu = \frac{x_a \sqrt{s}}{2} (1, 0, 0, 1) \quad (\text{A.20})$$

$$b_\mu = \frac{x_b \sqrt{s}}{2} (1, 0, 0, -1) \quad (\text{A.21})$$

# Referências Bibliográficas

- [1] GELL-MANN, M. A Schematic model of baryons and mesons. *Phys.Lett.*, v. 8, n. 3, p. 214-215, Feb. 1964.
- [2] ELLIS, R. K.; STIRLING, W. J.; WEBBER, B. R. *QCD and Collider Physics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1996.
- [3] BARGER, V. D.; PHILLIPS, R. J. N. *Collider physics*. Reading: Addison-Wesley, 1997.
- [4] BETHKE, S. The 2009 World Average of  $\alpha_s$ . *Eur. Phys. J. C*, v. 64, n. 4, p.689-703, Oct. 2009.
- [5] BLOOM, E. D. *et al.* High-Energy Inelastic e p Scattering at 6-Degrees and 10-Degrees. *Phys. Rev. Lett.*, v. 23, n. 16, p.930-934, Aug. 1969.
- [6] BREIDENBACH, M. *et al.* Observed Behavior of Highly Inelastic electron-Proton Scattering. *Phys. Rev. Lett.*, v. 23, n. 16, p.935-939, Aug. 1969.
- [7] FIELD, R. D. *Applications of Perturbative QCD*. Reading: Addison-Wesley, 1995.
- [8] FRIEDMAN, J. I.; KENDALL, H. W. Deep Inelastic Electron Scattering. *Annu. Rev. Nucl. Sci.*, v. 22, p.203-254, Dec. 1972.
- [9] DOKSHITZER, Y. L. Calculation of the structure functions for deep inelastic scattering and  $e^+e^-$  annihilation by perturbation theory in quantum chromodynamics. *Sov. Phys. JETP*, v. 46, n. 4, p. 641-653, Oct. 1977.
- [10] GRIBOV, V. N.; LIPATOV, L. N. Deep inelastic  $ep$  scattering in perturbation theory. *Sov. J. Nucl. Phys.*, v. 15, n. 4, p. 438-450, Oct. 1978.
- [11] ALTARELLI, G. Partons in quantum chromodynamics. *Phys. Rep.*, v. 81, n. 1, p.1-129, Jan. 1982.
- [12] DEVENISH, R.; COOPER-SARKAR, A. *Deep Inelastic Scattering*. Oxford: Oxford University Press, 2004.
- [13] SALAM, G. P. Elements of QCD for hadrons colliders. *Proceedings of 2009 European School of High-energy Physics* Edited by C. Grojean and M. Spiropulu. CERN Yellow Report: Geneva, 2010. p.45-100.

- [14] COLLINS, J. C.; SOPER, D. E.; STERMAN, G. Factorization of hard processes in QCD. In: MULLER, A. H. (Ed.). *Perturbative quantum chromodynamics*. Singapore: World Scientific, 1989. p. 1-91.
- [15] MARTIN, A. D. *et al.* Parton distributions for the LHC. *Eur. Phys. Jour. C*, v. 63, n. 2, p.189-285, Sep. 2009.
- [16] BUZA, M. *et al.* Charm electroproduction viewed in the variable-flavour number scheme versus fixed-order perturbation theory. *Eur. Phys. Jour. C*, v. 1, n. 1/2, p.301-320, Jan. 1998.
- [17] AIVAZIS, M. A. G. *et al.* Leptoproduction of heavy quarks. II. A unified QCD formulation of charged and neutral current processes from fixed-target to collider energies. *Phys. Rev. D*, v. 50, n. 5, p.3102-3118, Sept. 1994.
- [18] JIMENEZ-DELGADO, P.; REYA, E. Dynamical next-to-next-to-leading order parton distributions. *Phys. Rev. D*, v. 79, n. 7, p.074023, Apr. 2009.
- [19] NADOLSKY, P. M. *et al.* Implications of CTEQ global analysis for collider observables. *Phys. Rev. D*, v. 78, n. 1, p.013004, Jul. 2008.
- [20] HIRAI, M. *et al.* Global analysis for determining fragmentation functions and their uncertainties in light hadrons. *Disponível em: <<http://arxiv.org/pdf/0705.2791v1>>*. Acesso em: 15 Jun. 2012.
- [21] KRETZER, S. Fragmentation functions from flavor-inclusive and flavor-tagged  $e^+e^-$  annihilations. *Phys. Rev. D*, v. 62, n. 5, p.054001-1-054001-13, July. 2000.
- [22] KNIEHL, B. A.; KRAMER, G.; PÖTTER, B. Fragmentation functions for pions, kaons, and protons at next-to-leading order. *Nucl. Phys. B*, v. 582, n. 1-3, p.514-536, May. 2000.
- [23] ALBINO, S.; KNIEHL, B. A.; KRAMER, G. Fragmentation functions for light charged hadrons with complete quark flavour separation. *Nucl. Phys. B*, v. 725, n. 1-2, p.181-206, July. 2005.
- [24] LETESSIER, J.; RAFELSKI, J. *Hadrons and Quark-Gluon Plasma*. Cambridge: Cambridge University Press. 2004.
- [25] GREINER, W.; SCHRAMM, S.; STEIN, E. *Quantum Chromodynamics*. Berlin: Springer, 2007.
- [26] KAPUSTA, J. I.; GALE, C. *Finite-Temperature Field Theory Principles and Applications*. Cambridge: Cambridge University Press. 2006.
- [27] ALFORD, M. G. *et al.* Color superconductivity in dense quark matter. *Rev. Mod. Phys.*, v. 80, n. 4, p.1455-1515, Nov. 2008.
- [28] RISCHKE, D. H. The quark-gluon plasma in equilibrium. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, v. 52, n. 1, p.197-296, Mar. 2004.

- [29] BAADE, W.; ZWICKY, F. On Super-Novae. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, v. 20, n. 5, p.254-259, Mar. 1934.
- [30] BAADE, W.; ZWICKY, F. Remarks on super-novae and cosmic rays. *Phys. Rev.*, v. 46, n. 1, p.76-77, May. 1934.
- [31] COLLINS, J. C.; PERRY, M. J. Superdense Matter: Neutrons or Asymptotically Free Quarks?. *Phys. Rev. Lett.*, v. 34, n. 21, p.1353-1356, May. 1975.
- [32] BAYM, G.; CHIN, S. A. Can a Neutron Star be a Giant MIT Bag?. *Phys. Lett. B*, v. 62, n. 2, p.241-244, May. 1976.
- [33] YAGI, K.; HATSUDA, T.; MIAKE, Y. *Quark-Gluon Plasma*. Cambridge:Cambridge University Press, 2008.
- [34] SONG, H. QGP viscosity at RHIC and the LHC - a 2012 status report. *Disponível em: <<http://arxiv.org/pdf/1210.5778v2>>*. Acesso em: 5 Dec. 2012.
- [35] HANSON, G. *et al.* Evidence for Jet Structure in Hadron Production by  $e^+e^-$  Anihilation. *Phys. Rev. Lett.*, v. 35, n. 24, p.1609-1612, Dec. 1975.
- [36] BARDER, D. P. *et al.* Discovery of Three-Jet Events and a Test of Quantum Chromodynamics at PETRA. *Phys. Rev. Lett.*, v. 43, n. 12, p.830-833, Sept. 1979.
- [37] STERMAN, G; WEINBERG, S. Jets from Quantum Chromodynamics. *Phys. Rev. Lett.*, v. 39, n. 23, p.1436-1439, Dec. 1977.
- [38] ELLIS, S. D.; SOPER, D. E. Successive combination jet algorithm for hadron collisions. *Phys. Rev. D*, v. 48, n. 7, p.3160-3166, Oct. 1993.
- [39] CATANI, S. *et al.* Longitudinally-invariant  $K_T$ -clustering algorithms for hadron-hadron collisions. *Nucl. Phys. B*, v. 406, n. 1-2, p.187-224, Apr. 1993.
- [40] SALAM, G. P.; SOYEZ, G. A practical seedless infrared-safe cone jet algorithm. *JHEP*, v. 0705, p.086, May. 2007.
- [41] SALAM, G. P.; CACCIARI, M. Dispelling the  $N^3$  myth for the  $k_T$  jet-finder. *Phys. Lett. B*, v. 641, n. 1, p.57-61, Aug. 2006.
- [42] COMBRIDGE, B.L.; KRIPFGANZ, J.; RANFT, J. Hadron Production at Large Transverse Momentum and QCD. *Phys. Lett.*, v. 70B, n. 2, p.234-238, Sept. 1977.
- [43] ATLAS COLLABORATION. Measurement of inclusive jet and dijet cross sections in proton-proton collisions at 7 TeV centre-of-mass energy with the ATLAS detector. *Eur. Phys. J. C*, v. 71, n. 2, p.234-238, Fev. 2011 .
- [44] ESKOLA, K.J.; HONKANEN, H. A perturbative QCD analysis of charged-particle distributions in hadronic and nuclear collisions. *Nucl. Phys. A*, v. 713, n. 1-2, p.167-187, Jan. 2003.

- [45] OWENS, J. F. Large-momentum-transfer production of direct photons, jets, and particles. *Rev. Mod. Phys.*, v. 59, n. 2, p.465-503, Apr. 1987.
- [46] CHATRCHYAN, S. et al., Charged particle transverse momentum spectra in pp collisions at  $\sqrt{s} = 0.9$  and 7 TeV. *JHEP*, v. 1108, p. 086, Aug. 2011.
- [47] RYSKIN, M. G.; MARTIN, A. D.; KHOZE, V. A. High-energy strong interactions: from 'hard' to 'soft'. *Eur. Phys. Jour. C*, v. 71, p.1617, Apr. 2011.
- [48] ACCARDI, A.; GYULASSY, M. Cronin effect vs. geometrical shadowing in d+Au collisions at RHIC. *Phys. Lett. B*, v. 586, n. 3-4, p. 244-253, Apr. 2004.
- [49] ARMESTO, M. Nuclear Shadowing. *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, v. 32, n. 11, p.R367-R393, Apr. 2006.
- [50] ARNEODO, M. Nuclear effects in structure functions. *Phys. Rep.*, v. 240, n. 5-6, p.301-393, May. 1994.
- [51] FRIES, R. J.; NONAKA, C. Evaluating results from the Relativistic Heavy Ion Collider with perturbative QCD and hydrodynamics. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, v. 66, n. 3, p.607-660, Jul. 2011.
- [52] NIKOLAEV, N. N.; ZAKHAROV, V. I Parton Model and Deep Inelastic Scattering On Nuclei. *Phys. Lett. B*, v. 65, n. 4, p.397-399, Mar. 1975.
- [53] CAPELLA, A.; KAIDALOV, A.; THANH VAN, J. T. Gribov theory of nuclear interactions and particle densities at future heavy-ion colliders. *Disponível em: <<http://arxiv.org/pdf/hep-ph/9903244>>. Acesso em: 17 Nov. 2012.*
- [54] GRIBOV, V. N. A Reggeon Diagram Technique. *Sov. Phys. JETP*, v. 30, p.414 , 1968.
- [55] GRIBOV, V. N. Glauber corrections and the interaction between high-energy hadrons and nuclei. *Sov. Phys. JETP*, v. 29, p.483-487, Apr. 1969.
- [56] BRODSKY, S. J. Novel Nuclear Effects in QCD: The Non-Universality of Nuclear Antishadowing and the Implications of Hidden Color. *AIP Conf.Proc.* 792 (2005) 279-282.
- [57] European Muon Collaboration (AUBERT, J.J.; et al.) The ratio of the nucleon structure functions  $F_2^N$  for iron and deuterium. *Phys. Lett. B*, v. 123, n. 3,4, p.275-278, Mar. 1983.
- [58] SMITH, C. H. L A Possible Explanatin of the Difference Between the Structure Functions of Iron and Deuterium. *Phys. Lett. B*, v. 128, n. 1,2, p.107-111, Aug. 1983.
- [59] ERICSON, M.; THOMAS, A. W. Pionic Corrections and the EMC Enhancement of the Sea in Iron. *Phys. Lett. B*, v. 128, n. 1,2, p.112-116, Aug. 1983.

- [60] CLOSE, F. E.; ROBERTS, R. G.; ROSS, G. G. The Effect of Confinement Size on Nuclear Structure Functions. *Phys. Lett. B*, v. 129, n. 5, p.346-350, Sep. 1983.
- [61] JAFEE, R. L. *et al.* On the Nuclear Dependence of Electroproduction. *Phys. Lett. B*, v. 134, n. 6, p.449-454, Jan. 1984.
- [62] CLOSE, F. E. *et al.* Change of confinement scale in nuclei: Predictions for structure functions confront electroproduction data. *Phys. Rev. D*, v. 31, n. 5, p.1004-1013, Mar. 1985.
- [63] SZCZUREK, A.; BUDZANOWSKI, A. Fermi Motion and Nuclear Modification Factor. *Mod. Phys. Lett. A*, v. 19, n. 22, p.1669-1679, Jul. 2004.
- [64] HIRAI, M.; KUMANO, S.; NAGAI, T.-H. Determination of nuclear parton distribution functions and their uncertainties at next-to-leading order. *Phys. Rev. C*, v. 76, n. 6, p.065207, Sep. 2007.
- [65] FLORIAN, D; SASSOT, R. Nuclear parton distributions at next to leading order. *Phys. Rev. D*, v. 69, n. 7, p.074028, Nov. 2003.
- [66] ESKOLA, K. J.; KOLHINEN V. J.; SALGADO, C. A. The scale dependent nuclear effects in parton distributions for practical applications. *Eur. Phys. Jour. C*, v. 9, n. 1, p.61-68, Jun. 1999.
- [67] ESKOLA, K.J.; KOLHINEN, V.J.; RUUSKANEN, P.V. Scale evolution of nuclear parton distributions. *Nucl. Phys. B*, v. 535, n. 1/2, p.351-371, Dec. 1998.
- [68] ESKOLA, K. J.; PAUKKUNEN, H.; SALGADO, C. A. EPS09 - A new generation of NLO and LO nuclear parton distribution functions. *J. High. Ener. Phys.*, v. 0904, p.065, Mar. 2009.
- [69] VOGT, R. Cold nuclear matter effects on  $J/\psi$  and Upsilon production at energies available at the CERN Large Hadron Collider (LHC). *Phys. Rev. C*, v. 81, n. 4, p.044903, Jun. 2009.
- [70] FLORIAN, D. *et al.* Global analysis of nuclear parton distributions. *Phys. Rev. D*, v. 85, n. 7, p.074028, Apr. 2012.
- [71] BAIER, R. *et al.* Radiative energy loss and  $p_T$ -broadening of high energy partons in nuclei. *Nucl. Phys. B*, v. 484, n. 1-2, p.265-282, Oct. 1996.
- [72] Adler S. S. *et al.*[PHENIX Collaboration] Centrality Dependence of  $\pi^0$  and  $\eta$  Production at Large Transverse Momentum in  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV d+Au Collisions. *Phys. Rev. Lett.*, v. 98, n. 17, p.172302, Apr. 2007.
- [73] ALICE collaboration. Transverse Momentum Distribution and Nuclear Modification Factor of Charged Particles in p-Pb Collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$  TeV. *Disponível em: <<http://arxiv.org/pdf/1210.4520v1>>*. Acesso em: 15 Nov. 2013.

- [74] CAO, S. *et al.* Collisional vs. Radiative Energy Loss of Heavy Quark in a Hot and Dense Nuclear Matter. *Disponível em:* <<http://arxiv.org/pdf/1209.5410v1>>. *Acesso em:* 22 Oct. 2012.
- [75] BAIER, R. *et al.* Radiative energy loss of high energy quarks and gluons in a finite-volume quark-gluon plasma. *Nucl. Phys. B*, v. 483, n. 1-2, p.291-320, Jan. 1997.
- [76] GYULASSY, M.; LEVAI, P.; VITEV, I. Reaction operator approach to non-abelian energy loss. *Nucl. Phys. B*, v. 594, n. 1-2, p.371-419, Jan. 2001.
- [77] SALGADO, C.A.; WIEDEMANN, U.A. Calculating quenching weights. *Phys. Rev. D*, v. 68, n. 1, p.014008, Feb. 2003.
- [78] SALGADO, C.A.; WIEDEMANN, U.A. Dynamical Scaling Law for Jet Tomography. *Phys. Rev. Lett.*, v. 89, n. 9, p. 092303, Aug. 2002.
- [79] ALICE Collaboration (Betty Abelev (LLNL, Livermore) *et al.*). Centrality dependence of charged particle production at large transverse momentum in Pb-Pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV. *Phys. Lett. B*, v. 720, p. 52-62, Jan. 2013.
- [80] GYULASSY, M.; WANG, X.N. Multiple collisions and induced gluon bremsstrahlung in QCD. *Nucl. Phys. B*, v. 420, n. 3, p.583-614, Jun. 1994.
- [81] MARTIN, B. R.; SHAW, G. *Particle Physics - Third Edition*. Reading: WILEY, 2008.
- [82] BAIER, R. *et al.* Induced gluon radiation in a QCD medium. *Phys. Lett. B*, v. 345, n. 3, p.277-286, Feb. 1995.
- [83] BAIER, R. *et al.* The Landau-Pomeranchuk-Migdal effect in QED. *Nucl. Phys. B*, v. 478, n. 3, p.577-597, Jun. 1994.
- [84] WANG, X.N. Where Is the Jet Quenching in Pb+Pb Collisions at 158A GeV? *Phys. Rev. Lett.*, v. 81, n. 13, p.2655-2658, Sep. 1998.
- [85] GYULASSY, M.; LEVAI, P. Jet quenching and Cronin enhancement in A+A at  $\sqrt{s} = 20$  versus 200 A GeV. *Phys. Lett. B*, v. 442, n. 1-4, p.1-6, Dec. 1998.
- [86] LEVAI, P. Jet energy loss in heavy ion collisions from RHIC to LHC energies. *Nucl. Phys. A*, v. 862-863, p.146-152, Jul. 2011.
- [87] PHENIX collaboration. Neutral pion production with respect to centrality and reaction plane in Au+Au collisions at  $\sqrt{s_{NN}}=200$  GeV *Disponível em:* <<http://arxiv.org/pdf/1208.2254v2>>. *Acesso em:* 23 Jan. 2013.
- [88] CRONIN, J. W. *et al.* Production of hadrons at large transverse momentum at 200, 300, and 400 GeV. *Phys. Rev. D*, v. 11, n. 11, p. 3105-3123, Jun. 1975.
- [89] BOZEK, P.; BRONIOWSKI, W.; PIEKARSKA, I. W. Hydrodynamics for Relativistic Heavy Ion Collisions. *Acta Physica Polonica B*, v. 5, n. 4, p. 1057-1062, 2012.

- [90] MARTINS, S.; BRENNER MARIOTTO, C.; MACKEDANZ, L. F. Medium effects and jet fragmentation at the LHC. *AIP Conf. Proc.* v. 1520, p. 463-465, 2013.
- [91] WANG, X.N. Jet Quenching in the Direction Opposite to a Tagged Photon in High-Energy Heavy-Ion Collisions. *Phys. Rev. Lett.*, v. 77, n. 2, p.231-234, Jul. 1996.
- [92] GYULASSY, M.; LEVA, P.; VITEV, I. Jet tomography of Au+Au reactions including multi-gluon fluctuations. *Phys. Lett. B*, v. 538, n. 3-4, p.282-288, Jul. 2002.
- [93] BAIER, R. *et al.* Quenching of hadron spectra in media. *JHEP*, v. 0109, p.033-053, Jun. 2001.
- [94] ARLEO, F. (Medium-modified) fragmentation functions. *Eur. Phys. Jour. C*, v. 61, n. 4, p.603-627, Jun. 2009.
- [95] WIEDEMANN, U.A. Gluon radiation off hard quarks in a nuclear environment: opacity expansion. *Nucl. Phys. B*, v. 588, n. 1-2, p.303-344, Nov. 2000.
- [96] SALGADO, C. Calculating Quenching Weights. Fortran Codes. 2012. Disponível em: <<http://csalgado.web.cern.ch/csalgado/swqw.html>>. Acesso em: 07 Set. 2012.
- [97] ZAKHAROV, B.G. Fully quantum treatment of the Landau-Pomeranchuk-Migdal effect in QED and QCD. *JETP Lett.*, v. 63, n.12, p.952-957, Jun. 1996.
- [98] ZAKHAROV, B.G. Light cone path integral approach to the Landau-Pomeranchuk-Migdal effect. *Phys. Atom. Nucl.*, v. 61, p.838-854, Jul. 1998.
- [99] GYULASSY, M.; LEVAI, P.; VITEV, I. Non-Abelian Energy Loss at Finite Opacity. *Phys. Rev. Lett.*, v. 85, n. 26, p. 5535-5538, Dec. 2000.
- [100] KLAY, J.L., STAR collaboration. High  $p_T$  inclusive charged hadron spectra from Au+Au collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV. *Nucl. Phys. A*, v. 715, p. 733c-736c, Mar. 2003.
- [101] JIA, L., STAR collaboration. Charged hadron spectra in PHENIX. *Nucl. Phys. A*, v. 715, p. 769c-772c, Mar. 2003.
- [102] ROLAND, C., PHOBOS collaboration. Charged hadron transverse momentum distributions in Au+Au collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV. *Nucl. Phys. A*, v. 715, p. 745c-748c, Mar. 2003.
- [103] VITEV, I.; GYULASSY, M. Jet quenching and the  $\bar{p} \gtrsim \pi^-$  anomaly in heavy ion collisions at relativistic energies. *Phys. Rev. C*, v. 65, n. 4, p. 041902, Apr. 2002.
- [104] ESKOLA, K. J. *et al.* Scaling of transverse energies and multiplicities with atomic number and energy in ultrarelativistic nuclear collisions. *Nucl. Phys. B*, v. 570, n. 1-2, p. 379-389, Mar. 2000.
- [105] SASSOT, R; STRATMANN, M; ZURITA, P. Fragmentation functions in nuclear media. *Phys. Rev. D*, v. 81, p. 054001, Mar. 2010.

- 
- [106] WANG, X. N. QGP and modified jet fragmentation. *Eur. Phys. Jour. C*, v. 43, n. 1-4, p. 223-231, Aug. 2005.