

Antonio Sidney Diniz Franco

Ensino híbrido usando o Portal da Matemática e Projetos de trabalhos práticos

Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil

Setembro, 2017

Antonio Sidney Diniz Franco

Ensino híbrido usando o Portal da Matemática e Projetos de trabalhos práticos

Trabalho de Conclusão de Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT submetido por Antonio Sidney Diniz Franco junto ao Instituto de Matemática, Estatística e Física da Universidade Federal do Rio Grande.

Universidade Federal do Rio Grande - FURG

Instituto de Matemática, Estatística e Física - IMEF

Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Orientador: Dr. Leandro Sebben Bellicanta

Coorientador: Dr. Rene Carlos Cardoso Baltazar Junior

Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil

Setembro, 2017

Colaboradores



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE

<http://www.furg.br>



INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E FÍSICA

<http://www.imef.furg.br>



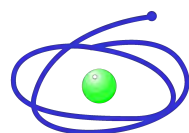
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

<http://www.profmat-sbm.org.br>



SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

<http://www.sbm.org.br>



COORDENAÇÃO DE APERFEIÇOAMENTO DE PESSOAL DE NÍVEL SUPERIOR

<http://www.capes.gov.br>



OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS

<http://www.obmep.org.br>



PORTAL DA MATEMÁTICA (OBMEP)

<http://www.http://matematica.obmep.org.br>



REDE SALESIANA BRASIL

www.rsb.org.br/faculdade.dombosco.poa

Ficha catalográfica

F825e Franco, Antonio Sidney Diniz.
Ensino híbrido usando o Portal da Matemática e Projetos de trabalhos
práticos / Antonio Sidney Diniz Franco. – 2017.
74 p.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande – FURG,
Programa de Pós-graduação em Matemática, Rio Grande/RS, 2017.
Orientador: Dr. Leandro Sebben Bellicanta.
Coorientador: Dr. Rene Carlos Cardoso Baltazar Junior.

1. Ensino Híbrido 2. Portal da Matemática 3. OBMEP 4. Educação
Básica 5. Algoritmo da Soma 6. Círculo Trigonométrico 7. Teodolito
I. Bellicanta, Leandro Sebben II. Baltazar Junior, Rene Carlos Cardoso
III. Título.

CDU 51:37

Antonio Sidney Diniz Franco

Ensino híbrido usando o Portal da Matemática e Projetos de trabalhos práticos

Trabalho de Conclusão de Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT submetido por Antonio Sidney Diniz Franco junto ao Instituto de Matemática, Estatística e Física da Universidade Federal do Rio Grande.


Trabalho aprovado. Rio Grande, dia 09 de setembro de 2017.



Dr. Leandro Sebben Bellicanta
(Orientador - FURG)



Dr. Rene Carlos Cardoso Baltazar Junior
(Coorientador - FURG)



Dr. Rodrigo Barbosa Soares
(Avaliador - FURG)



Ms. Fernanda dos Santos Paulo
(Avaliadora - UNIASSELVI)

Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil
Setembro, 2017

Este trabalho é dedicado aos meus pais José Ribamar Franco (in memoriam) e Maria da Conceição Diniz Franco (in memoriam) que a perdemos durante o tempo em que estive no empenho desses estudos, minha esposa Cileide, por ter me proporcionado condições de enfrentar este desafio e concluí-lo.

Agradecimentos

Agradeço aos meus pais “Maranhão” e minha mãe “Dona Cita” essa que foi a motivadora do projeto criando algoritmos, era uma admiradora dos cálculos mentais, lembro até hoje e comento com meus alunos de como ela nos ensinava com orgulho como fazer a “prova dos nove fora” nas quatro operações básicas, a minha esposa Cileide que me motivou e incentivou a completar este estudo, às famílias Diniz, Nascimento e Franco, aos meus orientadores, Dr. Leandro e Dr. Rene, que apesar das dificuldades me motivaram e acreditaram que iria conseguir; ao professor Arthur Oliveira Rodrigues que fez-me companhia na longa jornada de viagens de São Leopoldo a Rio Grande e nos estudos para as avaliações, a todos os professores deste curso em que tive o prazer de conhecer e compartilhar conhecimentos e sabedoria, ao povo gaúcho pela sua generosidade e pela sua rica cultura e sabedoria, à CAPES pelo apoio financeiro e principalmente a Deus que por interseção de Dom Bosco e Nossa Senhora Auxiliadora, ter dado a mim forças espiritual e física para chegar a concluir.

Razão é o relacionamento interpessoal que ilumina a compreensão dos fatos da existência, dos fundamentos das exigências morais.
(Confúcio)

Resumo

Esta dissertação apresenta propostas de atividades com a finalidade de difundir, no contexto do ensino híbrido, o uso do Portal da Matemática que é um sitio na internet com material direcionado para o ensino da matemática em língua portuguesa. A implementação do ensino híbrido pelos professores de matemática brasileiros é discutida de forma sucinta e faz-se uma apresentação do Portal da Matemática indicando os elementos básicos para sua utilização. As três propostas de atividades contidas neste trabalho versam sobre o algoritmo da soma de números inteiros, o estudo do círculo trigonométrico e a construção de um teodolito para a medição de distâncias.

Palavras-chaves: Ensino Híbrido, Portal da Matemática (OBMEP), Educação Básica, Algoritmo da Soma, Círculo Trigonométrico, Teodolito.

Abstract

This work presents proposals for activities with the purpose of disseminating, in the context of hybrid teaching, the use of the Portal da Matemática which is an web site with material directed to the teaching of mathematics in Portuguese language. The implementation of hybrid teaching by Brazilian math teachers is briefly discussed and a presentation of the Portal da Matemática is presented, showing the basic elements for its use. The three proposals for activities in this work deal with the algorithm of the sum of integers, the study of trigonometric circle and the construction of a theodolite for measuring distances.

Key-words: Hybrid Teaching, Portal da Matemática, Basic Education, Algorithm, Trigonometric Circle, Theodolite. .

Lista de ilustrações

Figura 1 – Gráfico percentual de pessoas que utilizam internet	16
Figura 2 – Ensino Híbrido da Matemática	19
Figura 3 – Alguns jogos na Plataforma MangaHigh	23
Figura 4 – Medalha Pau-Brasil: 2 anos de participação	24
Figura 5 – Página inicial: tipos de medalhas e avatar	24
Figura 6 – Passos para o Registro Geral	26
Figura 7 – Anos e Matemática Financeira no 1º ano	26
Figura 8 – Módulos de alguns assuntos dos Anos	27
Figura 9 – Módulos do 1º ano	28
Figura 10 – Módulos do 2º ano	28
Figura 11 – Janela do Pré Requisitos e Onde Encontrar	29
Figura 12 – Módulos e Projetos	29
Figura 13 – Visualização das Aulas do Módulo: Semelhança de Triângulos e Teorema de Tales do 9º ano	30
Figura 14 – Ícones dos conteúdos	31
Figura 15 – Assistir Vídeo e Assistir Legendado	32
Figura 16 – Baixando o Vídeo	32
Figura 17 – Entrando no ambiente Exercícios Resolvidos	33
Figura 18 – Aparência dos Exercícios Resolvidos e graus de dificuldades	33
Figura 19 – Baixar o Caderno de Exercícios	34
Figura 20 – Baixando o Material Teórico	35
Figura 21 – Acessar os Testes	36
Figura 22 – Participação no Teste de Aula	37
Figura 23 – Conclusão de um Módulo pela Avaliação Geral	38
Figura 24 – Certificado de Participação no Módulo	39
Figura 25 – Relação de Turmas acompanhadas em 2017	40
Figura 26 – Materiais utilizados no Painel de Criando Algoritmos	45
Figura 27 – Esquema de confecção do Painel AE	46
Figura 28 – Esquema de confecção do Painel FI	46
Figura 29 – Adição realizada sem o uso de algoritmo	49
Figura 30 – Deixando correto no Sistema Decimal para a correta leitura do número	50
Figura 31 – Algoritmo da soma e a Propriedade Comutativa	50
Figura 32 – Painel construído pelos alunos	51
Figura 33 – Painéis construídos pelos alunos	51
Figura 34 – Soma dos resultados da soma dos valores relativos	52
Figura 35 – Aplicação das propriedades: Comutatividade e Associatividade	52

Figura 36 – Criando Algoritmos	53
Figura 37 – Retirando os zeros e formando a diagonal com dois algarismos	53
Figura 38 – Soma da Direita para a Esquerda e da Esquerda para a Direita	53
Figura 39 – Painel do Algoritmo da adição em Diagonal da Direita para a Esquerda	54
Figura 40 – Painel do Algoritmo da adição em Diagonal da Esquerda para a Direita	54
Figura 41 – Algoritmo e Painel Diagonal	55
Figura 42 – Material para a pintura	57
Figura 43 – Medindo e desenhando	58
Figura 44 – Pintando a linha branca	59
Figura 45 – Pintando a linha amarela	59
Figura 46 – Pintando o círculo	60
Figura 47 – Pintando e secando o círculo	60
Figura 48 – Retirada das fitas	61
Figura 49 – Finalizações e eixo cartesiano	61
Figura 50 – Pintura feita pelo 2 ^o ano do Ensino médio (2232)	62
Figura 51 – Pintura feita pelo 2 ^o ano do Ensino médio (2231)	62
Figura 52 – Círculo trigonométrico e ângulos de abertura da porta realizados pelos alunos da turma do 2 ^o ano do Ensino médio (2231)	63
Figura 53 – Círculo trigonométrico e ângulos de abertura da porta realizados pelos alunos da turma do 2 ^o ano do Ensino médio (2232)	63
Figura 54 – Suporte Vertical para celular	64
Figura 55 – Uso do Geogebra na construção de instrumentos (Teodolito)	64
Figura 56 – Teodolitos construídos pelos alunos	66
Figura 57 – Calculando alturas e distâncias	66

Sumário

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Justificativa	15
1.2	Organização do Trabalho	17
1.3	Objetivos	18
2	O ENSINO HÍBRIDO DA MATEMÁTICA.	19
2.1	Ambientes On-Line e Off-Line	19
2.2	O Implemento do Ensino Híbrido: Desafios, Dificuldades e Resistências	20
2.3	O Ensino Híbrido como Aliado do Professor	21
2.4	Ambientes Virtuais de Aprendizagem de Matemática	22
3	O PORTAL DA MATEMÁTICA	25
3.1	Registro ou Inscrição	25
3.2	Anos, Módulos, Aulas e Conteúdos	26
3.2.1	Anos	26
3.2.2	Módulos	27
3.2.3	Aulas	30
3.2.4	Conteúdos	31
3.2.4.1	Videoaula	31
3.2.4.2	Exercícios Resolvidos	32
3.2.4.3	Caderno de Exercícios	34
3.2.4.4	Material Teórico	34
3.2.4.5	Interativo	35
3.2.4.6	Teste	35
3.2.4.6.1	Teste da Aula	36
3.2.4.6.2	Avaliação Geral	37
3.2.5	Certificado	38
3.3	O Portal da Matemática como Auxílio aos Professores	39
4	DO ENSINO HÍBRIDO AOS PROJETOS DE TRABALHOS PRÁTICOS	43
4.1	Adição com Números Inteiros Positivos	
	PROJETO: Painel de Algoritmos	43
4.1.1	Desenvolvimento e Procedimentos	44
4.1.1.1	Materiais Utilizados	44

4.1.1.2	Utilização do Portal	46
4.1.1.3	Procedimento da Atividade e Procedimento Teórico	47
4.1.2	Descobrendo o Algoritmo Tradicional	49
4.1.2.1	1ª Etapa	49
4.1.2.2	2ª Etapa	50
4.1.3	Outros Algoritmos	51
4.1.3.1	1ª Etapa	52
4.1.3.2	2ª Etapa	52
4.1.4	Análise dos Resultados	55
4.2	Círculo Trigonométrico	
	PROJETO: Pintura do Círculo Trigonométrico	55
4.2.1	Objetivos	56
4.2.2	Utilização do Portal da Matemática como suporte no desenvolvimento da atividade	56
4.2.3	Procedimento da Atividade	56
4.2.3.1	Materiais utilizados	57
4.2.3.2	Desenvolvimento	57
4.2.4	Análise dos Resultados	62
4.3	Trigonometria no Triângulo Retângulo	
	PROJETO: Teodolito	64
4.3.1	Utilização no Portal	65
4.3.2	Procedimento da Atividade	65
4.3.2.1	Materiais utilizados	65
4.3.2.2	Desenvolvimento	66
4.3.3	Análise dos Resultados	67
5	CONCLUSÕES	68
	REFERÊNCIAS	70
	ANEXOS	72
	ANEXO A – TESTEMUNHOS DE ALUNOS	73
	ANEXO B – ENTRE DUAS PARÁBOLAS	74

1 Introdução

1.1 Justificativa

Atualmente, no ambiente virtual, há uma grande disponibilidade de sites que auxiliam no estudo da matemática, por meio do estudo híbrido (estudo on-line e off-line). Esses sites, em sua maioria, possuem como conteúdo aulas dadas por professores graduados, pós-graduados ou que têm notório saber; alguns conteúdos visam apenas à aprovação em provas de vestibulares, concursos e ao ensino de “macetes” para o aprendizado, induzindo os alunos ao aprendizado de uma “matemática mágica”; outros, ajudam o aluno a fazer descobertas e auxiliam no aprendizado pelo método dedutivo. Assim, o conteúdo virtual traz variadas formas de aprender e de ensinar a maravilhosa matemática.

O professor não sabe ensinar se não sabe aprender, da mesma forma o aluno não pode aprender se não conhece os mecanismos da descoberta da aprendizagem (BARRADAS, 2015).

Em uma turma escolar, pode-se constatar que, em geral, muitos alunos possuem telefones celulares e, desses, uma maioria com acesso à internet. Os referidos aparelhos celulares, “smartphones”, estão preparados para executarem diversos aplicativos, entre eles os educativos, bastando que os alunos recebam as devidas orientações dos professores, que também deverão saber usá-los. Neste sentido, como incentivo para tanto, as escolas já deveriam disponibilizar aos alunos o acesso à internet, possibilitando este meio de aprendizagem.

Segundo o IBGE, os dados de 2015 revelam que a conectividade é influenciada diretamente pela escolaridade da população. Ou seja, quanto mais anos de estudo um brasileiro tem, mais acesso à internet ele possui. Cerca de 7,4% das pessoas com menos de um ano de instrução usaram a internet no ano passado. Já entre quem possui 15 anos ou mais de estudos, o percentual chegou a 92,3%. (SANTOS, 2016)

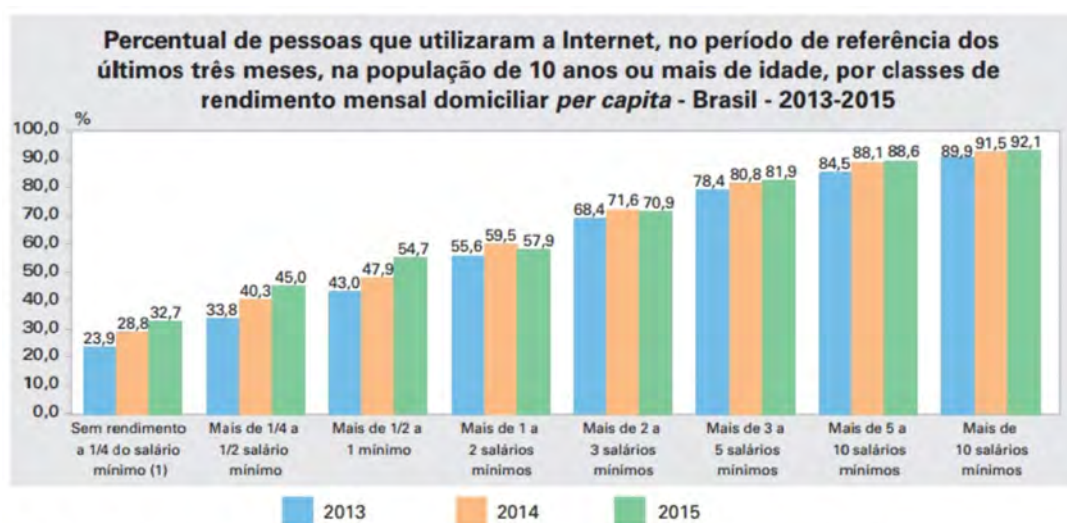
A população do Brasil está acima dos 200 milhões e estima-se que hoje mais da metade têm acesso à internet. Considerando o grau de instrução dos professores, que passam por vários anos de aprendizado e formação, percebe-se que a lacuna está na falta de adaptação e aproveitamento das tecnologias, para que os alunos possam usufruir desses recursos de maneira adequada, com reflexos na aprendizagem científica.

Estimativa do IBGE revela que 102,1 milhões de brasileiros tiveram acesso à internet nos três meses que antecederam o questionário feito pelo órgão em 2015, um total de 57,5% da população do país . . . Outro dado

que mostra a desigualdade no acesso à internet no Brasil é a disparidade com relação à renda. Apenas 32,7% das pessoas com renda menor que 1/4 do salário mínimo acessaram a internet, enquanto o índice chega a 92,1% entre os que ganham mais de 10 salários mínimos. (SANTOS, 2016)

O gráfico da Figura 1 traz os dados da pesquisa do IBGE referentes ao ano de 2015. Considerando a aceleração do crescimento, pode-se supor um resultado atual que ultrapasse a metade da população.

Figura 1 – Gráfico percentual de pessoas que utilizam internet



Fonte: IBGE, Diretoria de Pesquisas, Coordenação de Trabalho e Rendimento, Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios 2013-2015.

Nota: Excluídas as pessoas cuja condição na unidade domiciliar era pensionista, empregado doméstico ou parente do empregado doméstico.

(1) Inclusive as pessoas moradoras em unidades domiciliares cujos componentes recebiam somente em benefícios.

Fonte: Revista Exame EM Santos (2016)

O ensino híbrido, portanto, vai além da escola, pelos ambientes virtuais de aprendizagem, como: sistemas moodles ou aplicativos; jogos on-line, em que, por exemplo, o aluno pode receber por hora uma pergunta para responder com tempo determinado; entre outros. O professor tem essas ferramentas extraordinárias como facilitadoras do ensino. Vai além do uso da internet como ferramenta, incluindo o uso de outros recursos computacionais, como: calculadoras simples ou científicas, aplicativos como o Geogebra, entre outros. Assim, é possível que o aluno acompanhe as tecnologias e perceba que o professor sabe usar isso em seu benefício, valorizando o equilíbrio entre o aprendizado na escola (ambiente social) e o seu estudo individualizado.

Uma das vantagens do ensino híbrido é possibilitar a prática da educação integral em tempo integral, assunto em constante discussão no Brasil. O método, que vem da relação entre o “on-line” e o “off-line”, torna-se mais atrativo para a geração de hoje, auxiliando que se mantenha o aluno mais conectado com a escola. É incontestável que os

jovens passam muitas horas do dia “on-line”, envolvidos com jogos e filmes, por exemplo, e é preocupante que este tempo agradável não seja adequadamente aproveitado para a aprendizagem.

Neste trabalho será apresentado o ambiente virtual de aprendizagem de matemática, Portal da Matemática (OBMEP), um projeto reconhecido pelo MEC (Ministério da Educação) que pode ser acessado pelo link “<http://matematica.obmep.org.br>”, um excelente recurso que pode auxiliar os professores nas suas aulas. Serão também apresentados outros ambientes virtuais que, apesar de não serem o foco desta dissertação, são de grande relevância para a ajuda na aprendizagem.

Numa experiência de cinco anos na educação pública, sendo três deles com a utilização do Portal da Matemática no ensino híbrido da matemática, juntamente com outros recursos computacionais e recursos tradicionais, observou-se que os alunos, ao iniciarem algum conteúdo, anseiam por atividades concretas, realizadas em grupo, que trabalhem os assuntos que estão sendo estudados. Muitos alunos contribuem com ideias de construção e sentem a necessidade do aprendizado, tomam o conteúdo como um conhecimento básico para o funcionamento do projeto das atividades.

1.2 Organização do Trabalho

O presente trabalho é apresentado em quatro capítulos: o primeiro é esta introdução tratando dos objetivos do presente trabalho; o segundo versa sobre o ensino híbrido da Matemática e sua dinamização; melhor modo de utilização do Portal da Matemática, alguns desafios, dificuldades e sugestões, além de modelos de personalização de aprendizagem, objetivando motivar os professores a tomar este método de ensino como aliado no seu ministério; no terceiro capítulo, há a apresentação formal do Portal da Matemática, com algumas orientações, e também de alguns outros ambientes virtuais de aprendizagem e recursos computacionais; e por fim, no quarto capítulo, são detalhados três projetos desenvolvidos em conjunto com os alunos, com a utilização de recursos computacionais, humanos, de reciclagem e naturais. Acerca dos referidos projetos, aduz-se que o projeto “Criando Algoritmos” nasceu a partir de dúvidas dos próprios alunos e da ideia do professor em dizer que a aluno pode criar uma regra; o projeto, pintura do círculo trigonométrico, nasceu da ideia de tornar o ambiente de sala de aula mais matemático, pois as salas da escola em que foi realizado este projeto são temáticas e o projeto Teodolito que já é amplamente utilizado por vários professores no Brasil. Por fim, assevera-se que estes e muitos outros projetos estão sendo desenvolvidos atualmente, e este trabalho possui o objetivo de apresentar o método do ensino híbrido da matemática em suas mais variadas nuances, em especial com a utilização do Portal da Matemática (OBMEP), aos professores que estão buscando novas formas para ministrar seus conteúdos, aproveitando, inclusive,

projetos de aulas já elaborados por outros professores.

1.3 Objetivos

Este trabalho tem como objetivos gerais:

- apresentar o tema ensino híbrido dentro do contexto da educação brasileira usando novas tecnologias de comunicação;
- apresentar o Portal da Matemática como uma alternativa fundamentada e confiável para o uso dentro e fora de aula pelos professores de matemática;
- apresentar vantagens do uso do ensino híbrido;
- incentivar os professores a buscarem novas metodologias com o uso de projetos em correlação com o ambiente virtual de aprendizagem;
- incentivar os professores de matemática a colaborarem com a construção do Portal da Matemática, primeiramente incentivando os alunos a usarem este recurso;
- propor ao Portal da Matemática que tenha projetos em seus Módulos, para que professores brasileiros tenham um local completo para seu planejamento;
- tornar as aulas prazerosas através de projetos tanto para os alunos quanto para os professores;
- promover ao professor um acompanhamento individualizado de seus alunos, em seus estudos pessoais e sociais;
- incentivar a criatividade dos alunos com uso de recursos também naturais e recicláveis e aplicação de seus conhecimentos.

2 O Ensino Híbrido da Matemática.

Com a oferta abundante de conhecimento (e, mais especificamente, de material educativo) na internet, o professor deixou de ser a referência única de conteúdo para os alunos. (ENSINO..., 2015)

Segundo a Fundação Lemann (TECNOLOGIA..., 2016), pode-se dizer que o ensino híbrido é uma convergência de dois modelos de aprendizagem: o modelo convencional e o modelo *on-line* e *off-line*. No primeiro, o processo ocorre dentro de sala aula ou no ambiente escolar; no segundo, são utilizadas as tecnologias digitais para promover o ensino, misturando conteúdos convencionais *off-line* e aprendizado *on-line*.

2.1 Ambientes On-Line e Off-Line

Deve ser valorizada não somente a relação existente entre os alunos e a tecnologia, e a utilização desta pelos alunos na construção do conhecimento. Há de se valorizar, principalmente, as relações aluno-professor, professor-aluno e aluno-aluno, que fazem parte do ensino híbrido no seu momento *off-line*. Somente assim será possível que a parte “*on-line*” se conecte com a parte “*off-line*” do aprendizado, para que ambas se complementem.

Na Figura 2, alunos se cadastrando e assistindo aulas no Portal da Matemática, com a utilização da internet, computadores e fones de ouvido, sendo este um momento *on-line*.

Figura 2 – Ensino Híbrido da Matemática



Alunos do 9º ano EMEF Dr. Décio, Sapiranga - RS - 2016

2.2 O Implemento do Ensino Híbrido: Desafios, Dificuldades e Resistências

No Brasil, o professor deveria ter a certeza de encontrar laboratórios de informática com internet banda larga nas escolas públicas. Isto porque o Plano Nacional de Educação (PNE) contemplou metas de universalização do acesso a computadores e Internet, nas escolas públicas de ensino fundamental e médio com mais de 100 alunos, até o ano de 2011. Com efeito, a meta de nº 21, item 6, sobre Educação a Distância e Tecnologias Educacionais, estabelece: “Equipar, em dez anos, todas as escolas de nível médio e todas as escolas de ensino fundamental com mais de 100 alunos, com computadores e conexões internet que possibilitem a instalação de uma Rede Nacional de Informática na Educação e desenvolver programas educativos apropriados, especialmente a produção de softwares educativos de qualidade”(PNE, 2001). Infelizmente muitos estados e municípios não cumpriram, porém agora eles têm até 2024, pois agora o PNE é lei. (PNE, 2014)

Ora, o prazo estipulado pela lei nº 10172 sobre o cumprimento do PNE já se exauriu, e as escolas com as características acima apontadas deveriam estar munidas desses laboratórios, o que infelizmente não ocorre. No entanto, é possível a prática do ensino híbrido nas escolas, mesmo que estas não possuam os referidos recursos, porquanto também há a possibilidade de utilização de outros recursos computacionais, tais como calculadoras simples, TV e DVD. Ou seja, apesar da falta dos prometidos recursos do governo, o professor não deve desanimar, mas sim trabalhar contando com a sua criatividade, bem como com a dos alunos, na busca da construção do Laboratório de Matemática, que pode ser uma sala de aula temática.

A reflexão sobre a relação de avaliação e personalização do processo ensino aprendizagem está no cerne da discussão sobre a implantação do ensino híbrido.

“A discussão de personalização do ensino está intrinsecamente ligada ao conceito de Educação Integral. Para educar alguém integralmente é preciso necessariamente reconhecer e compreender esse educando em sua complexidade e individualidade. Assim, estratégias e ferramentas educacionais que aproximem o educador dessa individualidade são fundamentais para iniciativas que almejam o desenvolvimento integral das pessoas.” (PERSONALIZAÇÃO..., 2014)

De posse de informações sobre os conhecimentos que o estudante já domina, é possível pensar em estratégias para a organização dos alunos em sala de aula a fim de ir favorecendo ações de personalização. O professor poderá, inclusive, realizar um diagnóstico logo no início do ano letivo, de modo a conseguir auxiliar o aluno durante o processo de ensino. Por exemplo, poderá realizar avaliação a fim de saber quem possui mais facilidade com dedução, leitura e interpretação, e com cálculos já montados. Isso possibilitará a criação de um espelho de classe, fazendo com que, sem que os envolvidos

saibam, um aluno que tem mais facilidade com determinadas habilidades sente-se ao lado de outro que tem pouca facilidade.

As escolas municipais e da rede estadual (do Rio Grande do Sul) onde foram desenvolvidas as atividades descritas neste trabalho, eram munidas de laboratórios de informática. Algumas contavam, ainda, com professor instrutor na sala. Esta deveria ser a realidade de todas as escolas públicas do Brasil, considerando que o PNE, instituído em 2001, contempla o Projeto de Lei 6.964/06, que dispõe sobre a obrigatoriedade da existência de laboratórios de ciências e de informática nas escolas públicas de ensino fundamental e médio. (PNE, 2001)

2.3 O Ensino Híbrido como Aliado do Professor

Para além da escola, é possível afirmar que em maioria dos lares do centro urbano ou até mesmo no rural há o acesso à internet, pelo celular ou computador (Figura 1), sendo que esses meios podem fazer parte do cotidiano de aprendizagem.

Devido à oferta abundante de conhecimento (especificamente, de material educativo) na internet, o professor deixou de ser a única referência de conteúdos para os alunos. Essa é uma situação real e atual, diante da qual não há que se oferecer resistência. Deve-se abrir mão do status quo de “dono” do saber. Se o professor encarar a tecnologia como sua aliada no ensino, em alguns casos poderá até orientar os alunos no sentido de obrigatoriamente buscarem na internet conhecimentos que complementarão os dados na sala de aula. (ENSINO..., 2015)

No ensino híbrido o professor pode acompanhar individualmente cada aluno e avaliá-lo com muito mais clareza. Não há porque desqualificar ou tirar a importância das chamadas “avaliações quantitativas”, que são avaliações tradicionais em sala de aula, realizadas na escola por um curto período de tempo; no entanto, elas podem não determinar precisamente o conhecimento de um aluno. Num ambiente virtual, será valorizada a pontuação do aluno num jogo educativo on-line, os testes por ele realizados ou todo o tempo despendido para assistir às aulas. Desta forma, o aluno poderá visualizar melhor a valorização de seu desempenho, motivando-se para evoluir no aprendizado.

Uma técnica que mostrou-se eficaz no aprendizado dos assuntos tratados neste trabalho foi sugerir que os alunos, além de assistirem os vídeos com as aulas do respectivo conteúdo na internet, também copiassem, de próprio punho, a aula em seus cadernos. O incentivo à cópia é importante, desenvolve a habilidade da visualização; bem assim, o incentivo à escrita do conteúdo ministrado para a resolução de problemas também serve como “treino”. No entanto, o aluno deverá ser treinado a não ser apenas objetivo, e sim dedutivo, o que possibilitará que construa seu próprio conhecimento. Para isso, não há outra alternativa senão o treino, ou seja, o estudo intensivo. Ao usar ambientes virtuais

de aprendizagem, a motivação para copiar os conteúdos no caderno do que o professor escreve no quadro (Vídeos aulas) assim como as observações que achar relevante, para isso são ofertados os métodos da Sala de Aula Invertida e de Rotação Individual.

No modelo Sala de Aula Invertida (TECNOLOGIA... , 2016), a teoria é estudada em casa, no formato on-line, e o espaço da sala de aula é utilizado para revisão, discussões, resolução de atividades, entre outras propostas; no Rotação Individual, cada aluno tem uma lista das propostas que deverá contemplar em sua rotina para cumprir os temas a serem estudados. Os dois ambientes de aprendizagem, sala de aula tradicional e ambiente virtual, vão se tornando, assim, complementares.

Um atleta pode ser talentoso, mas sem o constante treinamento e desenvolvimento de técnicas, não evoluirá.

Fica evidente o potencial que o ensino híbrido tem para aumentar o tempo que o estudante dedica aos estudos, aumentando consequentemente seu aprendizado sobre os conteúdos trabalhados pelo professor. O desafio aqui é conseguir motivar o estudante a acessar e trabalhar com o material educativo fora de sala de aula.

2.4 Ambientes Virtuais de Aprendizagem de Matemática

O professor que tem como foco central o ensino híbrido na sala de aula precisa cada vez mais capacitar-se para o uso adequado dos sistemas de gerenciamento de aprendizagem e até conhecer os blogs dos chamados youtubers da matemática, dos cursos livres das Universidades que disponibilizam aulas e atividades didáticas mediadas pelas tecnologias e tentar incorporar à sua prática pedagógica. (GIRALDO, 2013)

Em muitos casos, a incorporação de tecnologias digitais na escola esbarra em barreiras de ordem prática, conforme já enunciado, principalmente em ambientes que têm acessos restritos e precisam de pagamentos, como é o caso da ambiente virtual de aprendizagem **MangaHigh**¹, plataforma que pode ser utilizada pelo professor sem ônus, porém, com alguma restrição. O professor não deve desanimar diante dessas e de outras barreiras; deve, sim, ajustar sua conduta a fim de enriquecer o ensino da Matemática.

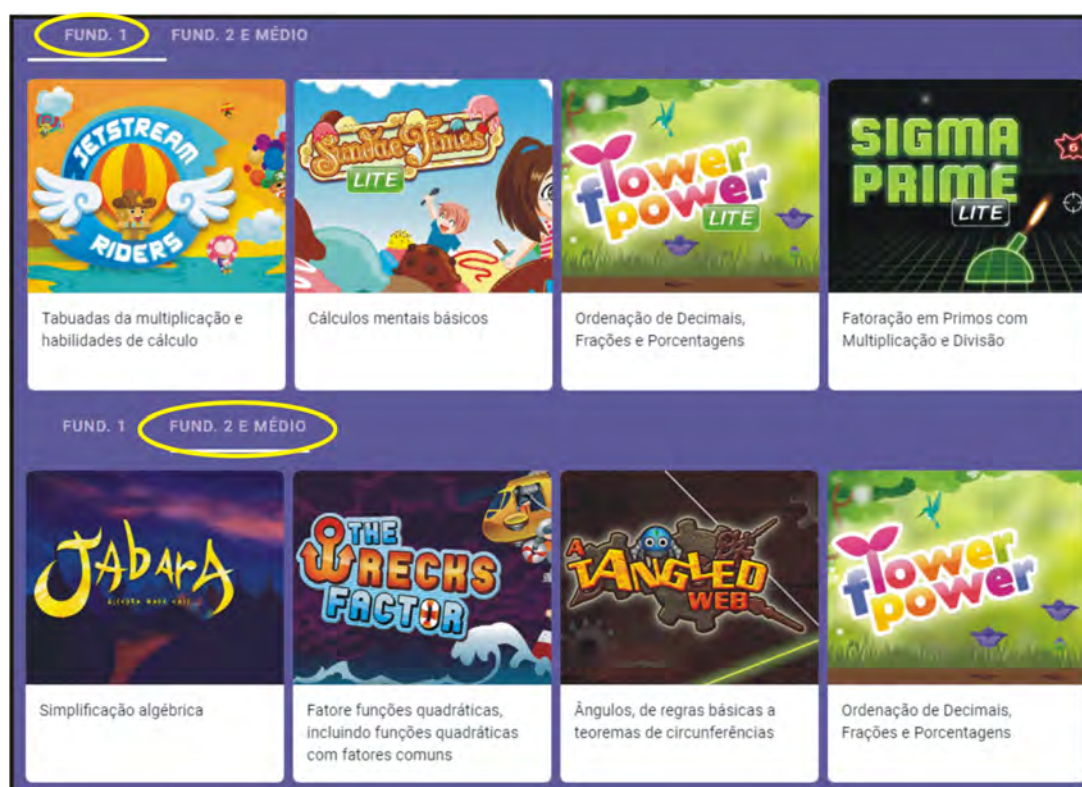
É importante que o aluno se torne um pesquisador e utilizador desses ambientes, fazendo parte, assim, de um aprendizado em que é o precursor não somente o professor na sala de aula, mas também ele próprio.

A plataforma **MangaHigh** é interessante e atraente para aqueles que gostam de jogos e de disputas on-line (Figura 3). Há a possibilidade de cadastro para escolas não assinantes, com uso limitado, e ilimitado para assinantes. Dispõe de jogos on-line com

¹ <<https://www.mangahigh.com/pt-br/>>

conteúdos da Matemática, que são bastante didáticos. Este recurso é de fácil acesso em smartphones. O professor pode acompanhar a pontuação e as atividades do aluno em tempo real; em sala de aula, pode direcionar os alunos para apenas um jogo específico naquele momento; tem a opção de convidar turmas de qualquer outra escola no mundo para disputas on-line, quando contarem com uma certa pontuação e, ainda, os alunos podem disputar entre si em qualquer jogo em qualquer momento. O aluno pode acessar a plataforma mesmo que não esteja na escola, bastando inserir o código a senha individual fornecidas pelo professor. Na plataforma, quem cadastra o aluno é o professor da turma, não havendo necessidade de inserir endereço de e-mail. A experiência de uso desta plataforma com os alunos do 6^o e 7^o anos foi bastante satisfatória.

Figura 3 – Alguns jogos na Plataforma MangaHigh



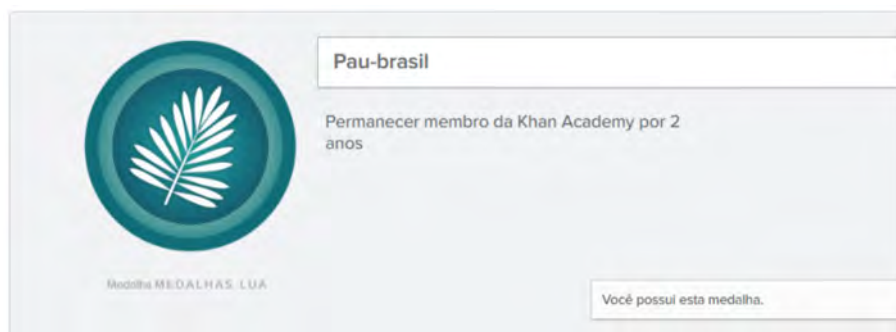
Fonte: Mangahigh

A plataforma **Khan Academy**² oferece exercícios, vídeos de instrução e um painel de aprendizado personalizado, recursos que habilitam os alunos a aprenderem no seu próprio ritmo, dentro e fora da sala de aula. Abordam conteúdos como matemática, ciência, programação de computadores, história, história da arte, economia e outros. As missões de matemática guiam os estudantes do jardim de infância até o cálculo, usando tecnologias adaptativas de ponta, que identificam os pontos fortes e lacunas no aprendizado. É um ambiente atrativo com avatares, pontuações, medalhas interessantes e inculturadas,

² <<https://pt.khanacademy.org/math>>

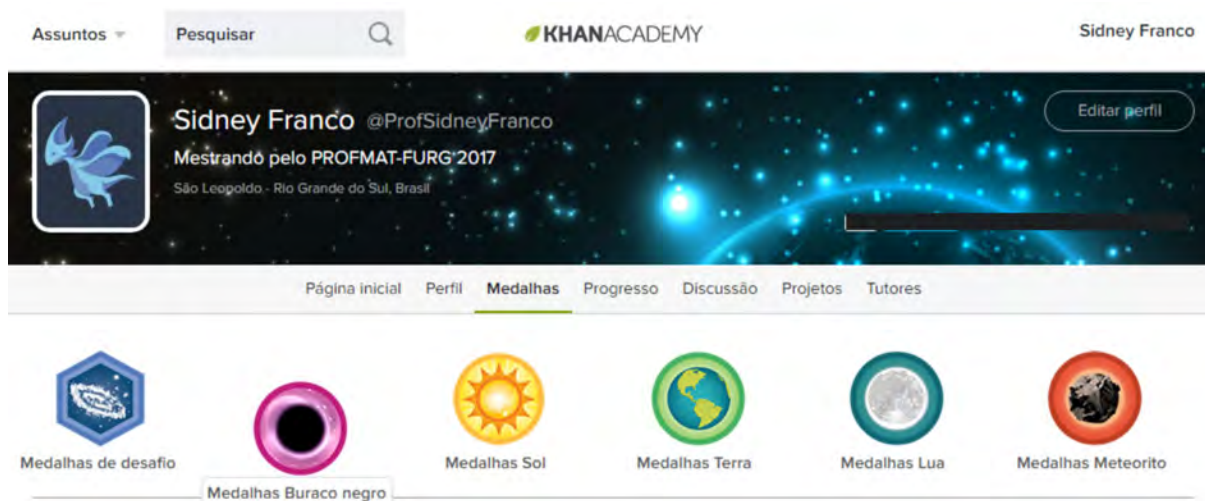
como, por exemplo, a da Figura 4. Alunos mais avançados têm preferência por esta plataforma, pelos desafios que lhes são lançados e por querer ganhar medalhas desafiadoras como a medalha buraco negro, ou ter um “avatar”, conforme se verifica na Figura 5.

Figura 4 – Medalha Pau-Brasil: 2 anos de participação



Fonte: Khan Academy

Figura 5 – Página inicial: tipos de medalhas e avatar



Fonte: Khan Academy

3 O Portal da Matemática

“Equipar as escolas com computadores e conexões internet que possibilitem a instalação de uma Rede Nacional de Informática na Educação e desenvolver programas educativos apropriados, especialmente a produção de softwares educativos de qualidade” (PNE, 2001)

“Enquanto alguns professores resistem, outros professores encaram a tecnologia como aliada no processo de ensino.” (ENSINO..., 2015)

O Portal da Matemática (OBMEP), lançado em fevereiro de 2014, é um ambiente virtual de aprendizagem de matemática que oferece a todos os alunos e professores do país videoaulas de matemática que cobrem o currículo do 6º ano do ensino fundamental ao 3º ano do ensino médio, gratuitamente, além de exercícios resolvidos, cadernos de exercícios, material teórico, interativo, testes e avaliações com certificados, incluindo fóruns de discussão e tópicos adicionais.

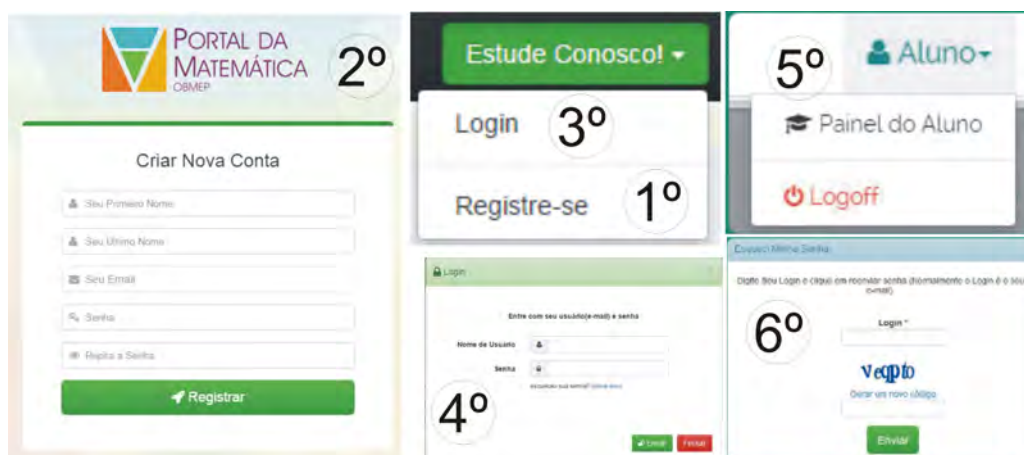
3.1 Registro ou Inscrição

O registro no Portal, tanto para o aluno quanto para o professor e/ou responsável, segue o mesmo roteiro. Quando o professor se cadastra, é gerado um código, e este deverá ser utilizado pelos alunos para adicionarem o mesmo como orientador. Isto pode ser feito posteriormente, sem perder as atividades que já foram realizadas. Podem ser adicionados quantos orientadores ou responsáveis forem necessários.

É necessário fornecer um endereço de e-mail, razão pela qual há uma certa dificuldade em se fazer o registro com os alunos dos 6º ao 8º ano. Contudo, os alunos que não possuem este recurso poderão assistir normalmente às aulas, mesmo sem efetuar o cadastro; as vídeos aulas podem ser assistidas pelo Youtube ou facebook. Nesta modalidade, porém, o professor orientador não poderá acompanhar o desempenho de seu aluno no Portal.

Uma boa alternativa, a fim de sanar os problemas de cadastro, é que todos façam a inscrição na escola, confirmando-a na hora. Este é um passo essencial para que o professor consiga acompanhar os alunos em qualquer momento. Na Figura 6 são destacados os passos da inscrição, tanto para o professor quanto para os alunos.

Figura 6 – Passos para o Registro Geral



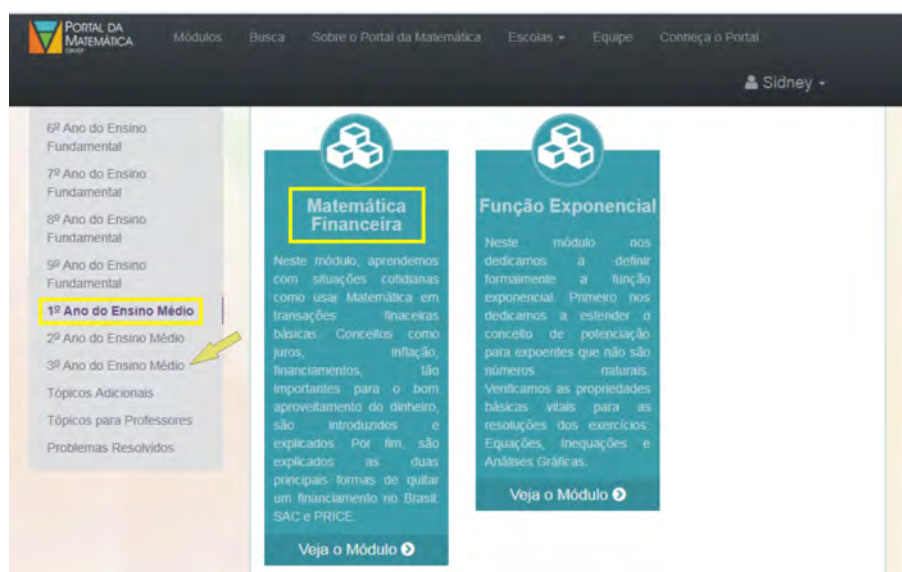
Fonte: Portal da Matemática

3.2 Anos, Módulos, Aulas e Conteúdos

3.2.1 Anos

O Portal da Matemática atende todos os anos finais do Ensino Fundamental e o Ensino Médio. O professor pode reaproveitar os módulos de um ano em outro ano, por exemplo: o módulo de Matemática Financeira (é uma proposta a nível nacional de se ter Matemática Financeira desde o 6º ano do ensino Fundamental, assim como nas séries iniciais) está no primeiro ano, podendo ser usado pelas turmas do terceiro ano (Figura 7). Há ainda os Tópicos Adicionais, que são conteúdos geralmente não abordados na educação básica, Tópicos para professores e Problemas Resolvidos, geralmente Olímpicos.

Figura 7 – Anos e Matemática Financeira no 1º ano

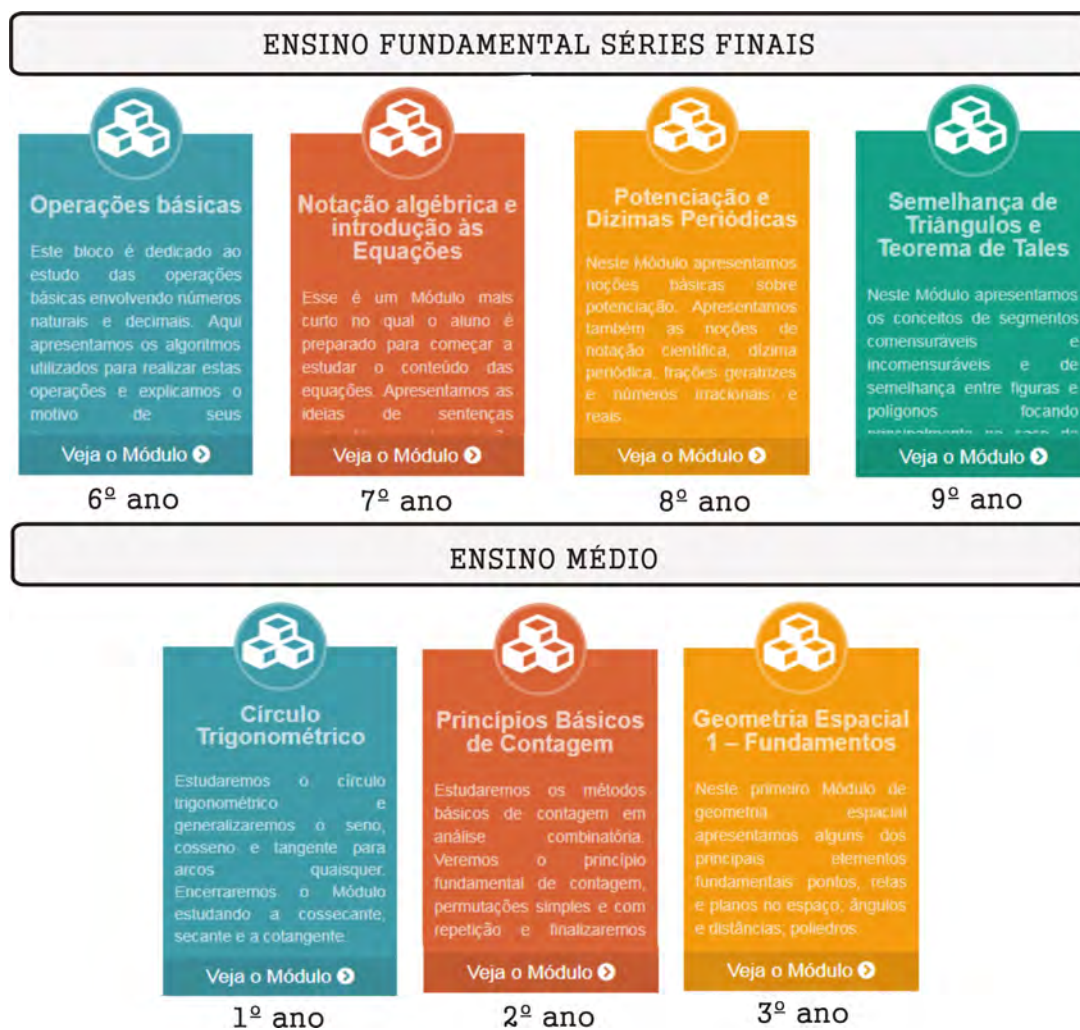


Fonte: Portal da Matemática

3.2.2 Módulos

O Módulo pode ser definido como um conjunto de materiais de um determinado assunto. Estes assuntos são determinados pelo conteúdo curricular das escolas brasileiras, sempre podendo variar entre um e outro estabelecimento de ensino. Na Figura 8 é apresentado o exemplo de Módulo em cada Ano.

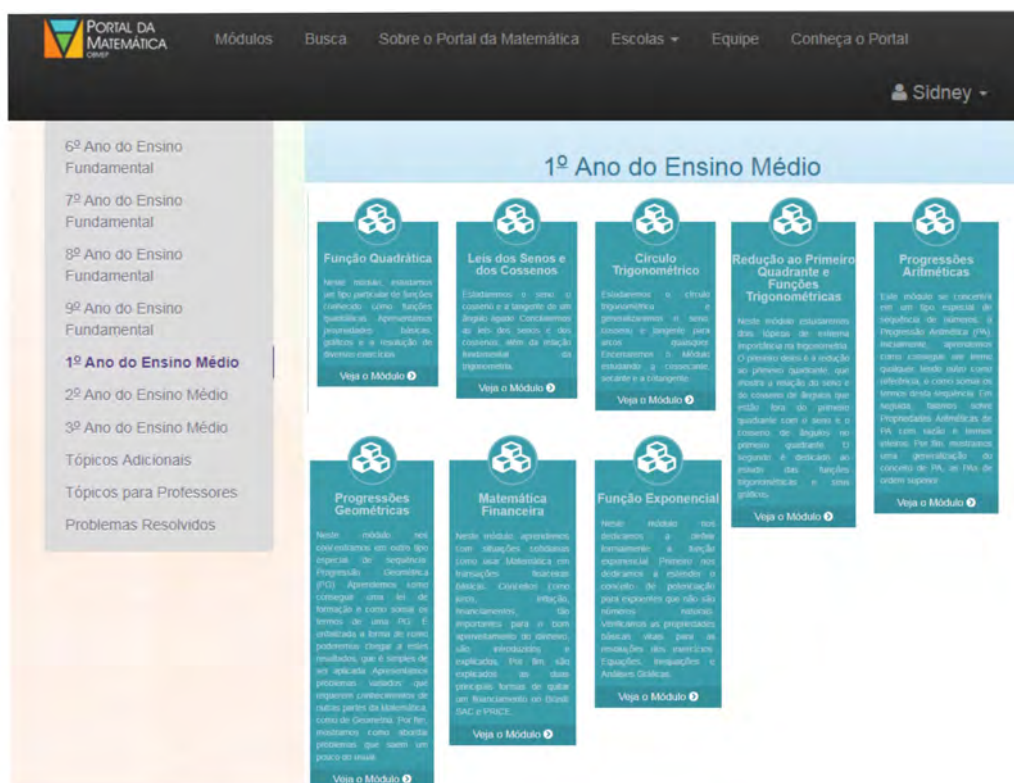
Figura 8 – Módulos de alguns assuntos dos Anos



Fonte: Portal da Matemática

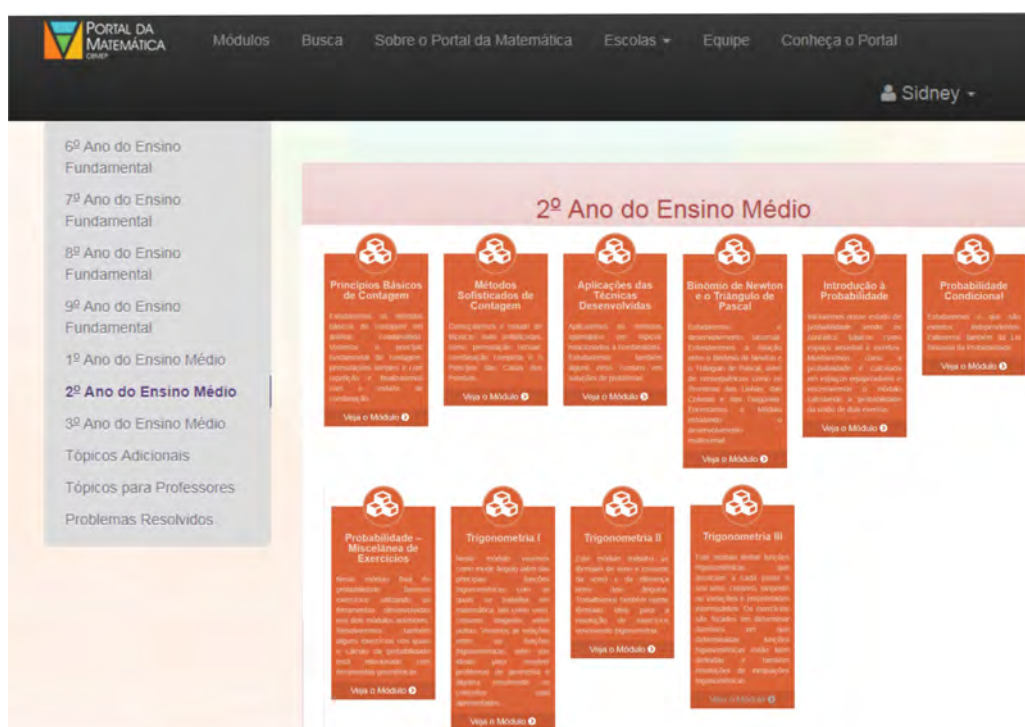
Cada um dos Anos no Portal é dividido em diversos Módulos, nas Figura 9 e 10 são representados todos os Módulos do 1º e 2º ano respectivamente atualizado até junho de 2017.

Figura 9 – Módulos do 1º ano



Fonte: Portal da Matemática

Figura 10 – Módulos do 2º ano



Fonte: Portal da Matemática

Alguns Módulos possuem pré-requisitos ou um conhecimento específico prévio, que podem estar em outros Módulos e Anos. Há a orientação de onde localizá-los. A Figura 11 mostra a situação do Módulo Círculo Trigonométrico ao clicar “veja o módulo”.

Figura 11 – Janela do Pré Requisitos e Onde Encontrar



Fonte: Portal da Matemática

Em sua descrição, pode-se obter maiores detalhes do assunto abordado. Neste ponto, o professor pode planejar os seus conteúdos, por exemplo: Círculo Trigonométrico, é um conteúdo tratado no 1º ano e mais aprofundado no 2º ano como Trigonometria I, II e III.

Neste trabalho são destacados três projetos que foram realizados durante o aprendizado dos Módulos.

Figura 12 – Módulos e Projetos

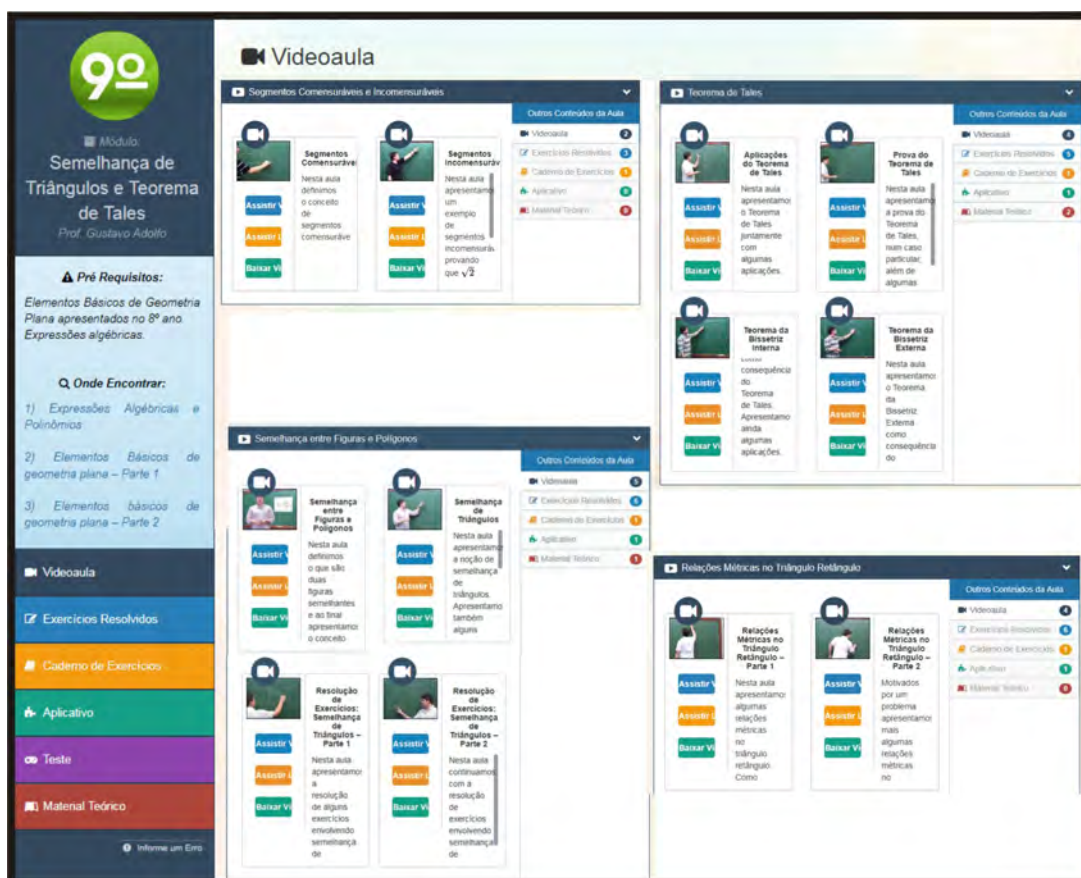


Fonte: Adaptado do Portal da Matemática

3.2.3 Aulas

As Aulas são subdivisões do Módulo, compostas por diversos conteúdos relacionados aos tópicos, para facilitar e direcionar o aprendizado. Os conteúdos encontram-se no menu lateral direito em cada seção de Aulas (Figura 13).

Figura 13 – Visualização das Aulas do Módulo: Semelhança de Triângulos e Teorema de Tales do 9º ano



Fonte: Portal da Matemática

Há a vantagem de se poder realizar o download das aulas em vários formatos de arquivo. Ou seja, caso o aluno não tenha internet na escola ou em casa, este terá, ainda, a opção de baixar arquivos executáveis em DVD Player, podendo guardá-los em uma mídia para assistir mesmo sem internet. Em alguns casos, os alunos escrevem as aulas ministradas pelo professor do Portal; há a possibilidade de o professor solicitar que copiem as Aulas, para saber se estudaram ou não; sempre, é claro, efetuando a revisão dos conteúdos com os alunos na sala. Por conta disso, é vantajoso para o professor que siga as numerações dos Módulos e das Aulas, a fim de manter a organização do conteúdo proposto. Desta forma para aqueles alunos que porventura queiram rever as aulas, basta que acessem os vídeos.

3.2.4 Conteúdos

O Portal dispõe de diversos conteúdos para complementar o aprendizado. Tais conteúdos podem ser acessados na divisão das Aulas ou no menu lateral esquerdo do Módulo. Os ícones dos conteúdos estão destacados na Figura 14. Lembrando que nem todos os Módulos estão completos, encontrando-se em fase de construção pela equipe do Portal. Veremos a seguir a importância de cada um dos itens do Conteúdo.

Figura 14 – Ícones dos conteúdos



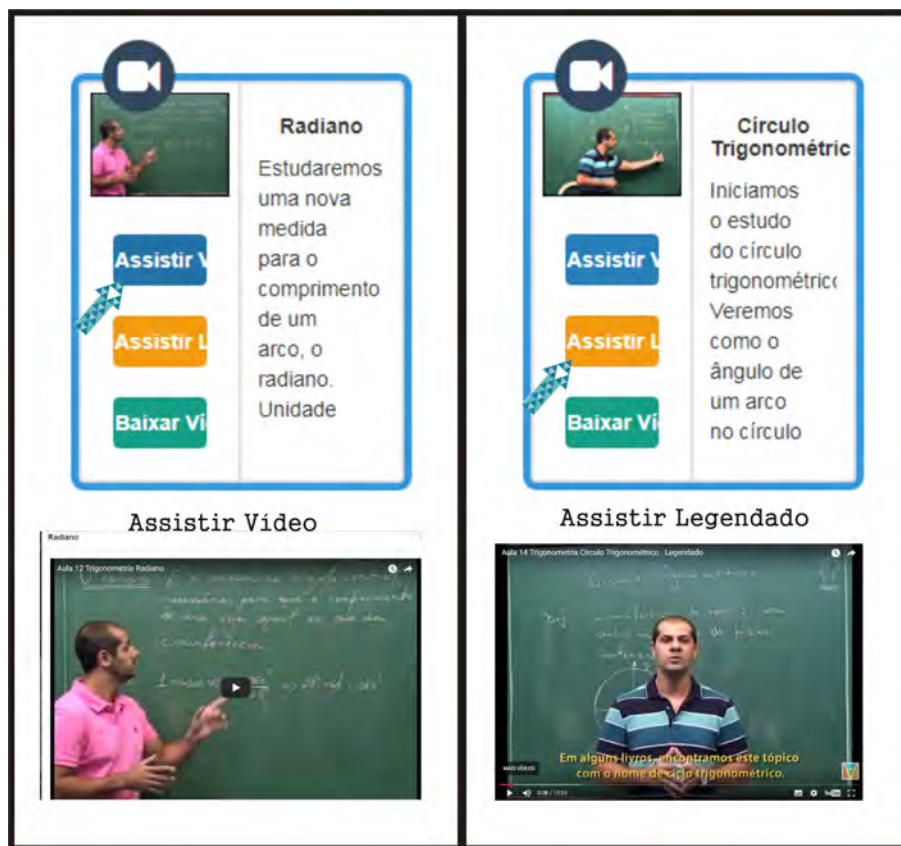
Fonte: Portal da Matemática

3.2.4.1 Videoaula

A Videoaula é o principal conteúdo do Portal. Caracteriza-se como um vídeo com duração de 10 a 15 minutos, contendo a teoria do assunto a ser tratado ou um exercício. Algumas Videoaulas possuem a opção de exibição de legenda; para tanto, basta clicar no botão “Assistir Legendado” (Figura 15). Este item é importante para que se possa atender aos alunos portadores de deficiência auditiva, ou, ainda, àqueles que não possuem fones de ouvido.

Em busca do sucesso na aplicação do “modelo da sala de aula invertida”, é importante que os alunos já venham com o conteúdo copiado, sendo que o principal papel do professor é revisar, para sanar as dúvidas. No entanto, o professor também poderá optar por ministrar o conteúdo, já que, em alguns casos, os alunos não realizaram a tarefa, e isso anularia a possibilidade de alegação de que o professor “não deu a aula do conteúdo”. O professor pode repetir o conteúdo de formas diferentes, seguindo o mesmo planejamento de aula do vídeo. Experiências realizadas em sala de aula demonstraram que o método de dar aos alunos um período para que assistam e copiem o conteúdo durante o horário da aula, apresenta ótimo resultado e foi o ideal: um período para copiar e outro para o professor explicar (Figura 2). É importante que eles tenham fones de ouvido pois, neste caso, o estudo é individualizado. O professor deve se planejar tendo em mente dificuldades, como não ter velocidade suficiente na internet. Como precaução, o professor pode antecipadamente fazer download do conteúdo em algum formato de sua preferência (Figura 16) e disponibilizar para turma caso tenha algum problema com a internet, (levar a aula em “mp4” ou em outro formato).

Figura 15 – Assistir Vídeo e Assistir Legendado



Fonte: Portal da Matemática

Figura 16 – Baixando o Vídeo



Fonte: Portal da Matemática

3.2.4.2 Exercícios Resolvidos

Os Exercícios Resolvidos são conteúdos complementares ao conteúdo aprendido na Videoaula. São pequenos vídeos, com duração de 2 a 5 minutos, contendo um exercício

que é resolvido passo a passo. Ele pode ser utilizado antes da aplicação dos testes, e também para revisar conhecimentos da seção do Módulo (Figura 17).

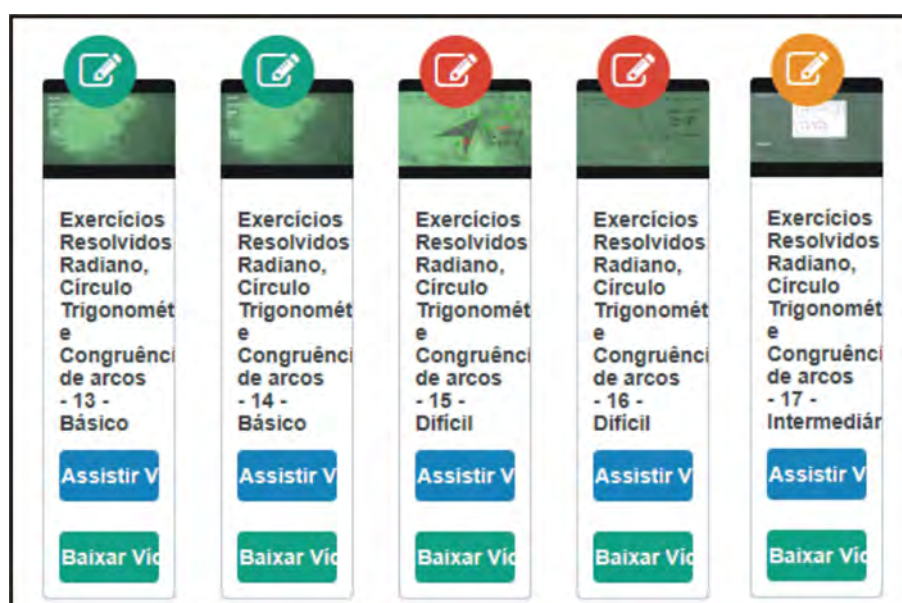
Figura 17 – Entrando no ambiente Exercícios Resolvidos



Fonte: Portal da Matemática

Os Exercícios Resolvidos são divididos em 3 níveis de dificuldade, que são diferenciados pela cor do seu ícone superior. São eles: Fácil (verde), Intermediário (laranja) e Difícil (vermelha). Como aparece na Figura 18.

Figura 18 – Aparência dos Exercícios Resolvidos e graus de dificuldades



Fonte: Portal da Matemática

Os alunos podem assistir a estes vídeos, beneficiando-se com o conhecimento complementar que proporcionam, já que terão de resolver outros exercícios do mesmo estilo, envolvendo aquele conteúdo.

3.2.4.3 Caderno de Exercícios

O Caderno de Exercícios é um material em PDF, composto de 2 a 5 páginas de exercícios, sendo que estes são divididos em 3 categorias: Exercícios Introdutórios, Exercícios de Fixação e Exercícios de Aprofundamento e de Exames (Figura 19).

O professor pode apropriar-se deste recurso para a elaboração das provas quantitativas, seguindo os modelos dos problemas. As propostas de soluções dos problemas estão inclusas no PDF, basta que os alunos compreendam a método de aplicação, caso queiram consultar.

Figura 19 – Baixar o Caderno de Exercícios

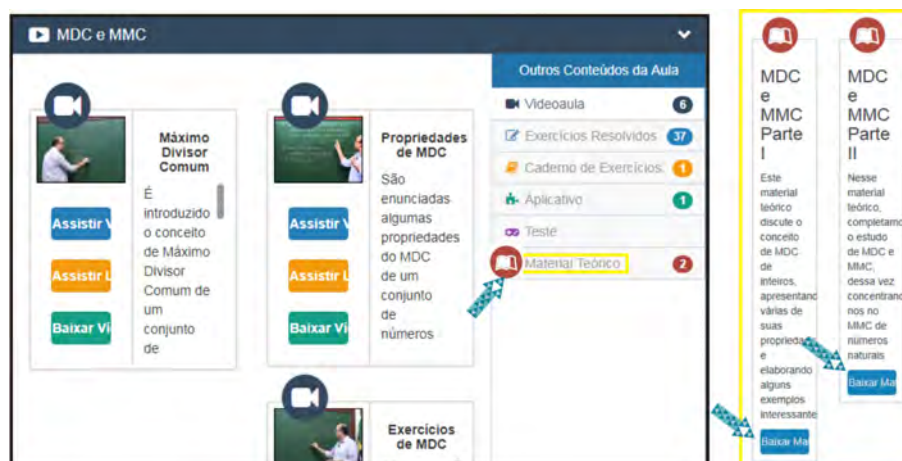


Fonte: Portal da Matemática

3.2.4.4 Material Teórico

Um material interessante para o professor, pois geralmente contempla uma seção “Dicas para o Professor” e “Sugestões de Leitura Complementar” onde é possível encontrar sugestões para os professores que desejam utilizar o material do Portal em suas aulas, bem como, outros materiais para aprofundamento no assunto. No caso da seção MDC e MMC no Módulo Divisibilidade (do 6º ano), oferece dois arquivos de “Material Teórico” como se ver na Figura 20

Figura 20 – Baixando o Material Teórico



Fonte: Portal da Matemática

3.2.4.5 Interativo

O Interativo é um aplicativo on-line que exibe uma demonstração ou um exemplo gráfico do que foi ensinado na aula. Possui uma pequena descrição, além de um item contendo a explicação das instruções de uso (“como usar”). Sua utilização é inteiramente on-line, não havendo a necessidade de instalar ou baixar qualquer aplicativo. Se o professor tiver oportunidade, pode utilizar com a turma para ilustrar o tema que está trabalhando, beneficiando-se do aplicativo. A maioria dos alunos não sabe mexer nos aplicativos e não tem paciência para ler as instruções; mesmo quando se trata de algum jogo, é raro que leiam antes as instruções. No Anexo B a ilustração do interativo do 3º ano, Módulo Geometria Espacial 2 da seção Volumes e Princípio de Cavalieri, intitulado “Entre duas Parábolas: Cavalieri no plano”.

3.2.4.6 Teste

O Teste é uma avaliação do aprendizado no Portal. Existem dois tipos de Teste: o Teste da Aula e a Avaliação Geral. Na Figura 21 mostra os locais onde é possível acessar cada um, no Teste da aula no próprio Módulo na barra de Conteúdos em cada seção do Módulo, já a Avaliação Geral é no lado esquerdo da abertura do Módulo abaixo dos Pré-Requisitos.

Figura 21 – Acessar os Testes



Fonte: Portal da Matemática

São exibidos dois tipos de perguntas: as de múltipla escolha, com 5 respostas possíveis, ou as dissertativas, que aceitam somente números e o sinal de negativo em sua resposta.

3.2.4.6.1 Teste da Aula

O Teste da Aula pode ser feito pelo aluno por quantas vezes este desejar, independente do resultado de aprovação, para praticar ou simplesmente para melhorar seu desempenho. O mesmo é composto de diversas perguntas relativas à aula. As perguntas são exibidas de modo aleatório, uma por vez, em 3 níveis de dificuldade. Para ser aprovado, as 6 perguntas deverão ser respondidas em sequência e sem erros. Caso alguma resposta esteja errada, o sistema recomeça a contagem para o total de acertos.

O professor pode obter um bom aproveitamento deste espaço que serve para os alunos praticarem o conteúdo ministrado. Quando usado como avaliação quantitativa, trabalho individual ou em grupo, os alunos se ajudam, até mesmo os pais ajudam quando podem. O professor pode usar como complementação de pontuação para a aprovação do aluno, ou até no caso de uma eventual ausência sua na escola, ocasião em que poderá acompanhar seus alunos on-line. Neste caso, os estudantes se conectam ao sistema com o login de um dos alunos, determinado pelo professor, e projetam as atividades para toda a turma, com a utilização de data show ou TV (caso a escola disponibilize tais recursos). Os exercícios são resolvidos on-line com o acompanhamento virtual do professor. Em caso de aprovação da atividade, o professor poderá valorá-la com pontos para a turma toda.

Essa experiência obteve muito sucesso, quando realizada numa turma cuja escola contava com netbook, internet e TV digital na sala de aula.

Figura 22 – Participação no Teste de Aula

Teste: TESTE DA AULA
Visualização da Abertura, Participou e não Aprovado e Aprovado

Participação



Você ainda não participou do Teste.
Leia as orientações e clique em **Iniciar Teste**

Participação



Você já participou do Teste, mas ainda não foi aprovado.
Veja novamente os vídeos dessa aula e tente novamente ou clique em **Iniciar Teste** e tente agora.

Última Participação		
Iniciou em:	Acertos	Erros
24/08/2017 as 11:49Hs	5	2

Participação



Parabéns!
Você já foi aprovado nesse Teste!
Você pode continuar praticando para melhorar seu desempenho.

Última Participação		
Iniciou em:	Acertos	Erros
21/11/2015 as 17:35Hs	6	0

Iniciar o Teste!

Iniciar o Teste!

Iniciar o Teste!

Fonte: Portal da Matemática

3.2.4.6.2 Avaliação Geral

A Avaliação Geral dá direito ao certificado do Módulo (Figura 23) que é composta de perguntas relativas a todas as Aulas do Módulo. São exibidas 12 perguntas de modo aleatório, todas de uma vez, e em 3 níveis de dificuldades. O grau de dificuldade é indicado pela cor da caixa da pergunta, que pode ser: Fácil (verde), Intermediário (amarela) e Difícil (vermelha). Para ser aprovado, o aluno precisa acertar 70% das questões, independente de sequência ou dificuldade. O sistema não informa quais respostas estão certas ou erradas.

Figura 23 – Conclusão de um Módulo pela Avaliação Geral

The screenshot displays the 'Avaliação Geral' (General Evaluation) page. On the left, a sidebar contains navigation options: '3º' (3rd grade), 'Módulo: Geometria Espacial 1 – Fundamentos' (Module: Spatial Geometry 1 – Fundamentals), 'Pré Requisitos' (Prerequisites), 'Q. Onde Encontrar:' (Where to find:), 'Vídeoaula' (Video lesson), 'Exercícios Resolvidos' (Solved exercises), 'Caderno de Exercícios' (Exercise notebook), 'Aplicativo' (App), 'Teste' (Test), and 'Material Teórico' (Theoretical material). The main content area features a green header 'Avaliação Geral' and a central congratulatory message: 'Parabéns! Você já foi aprovado na Avaliação Geral! Você pode continuar praticando para melhorar seu desempenho. Acesse a área restrita e imprima seu certificado!' (Congratulations! You have already passed the General Evaluation! You can continue practicing to improve your performance. Access the restricted area and print your certificate!). Below this is a table titled 'Última Participação' (Last Participation) with columns for 'Iniciou em:' (Started at:), 'Acertos' (Correct), and 'Erros' (Errors). The table shows a participation on 21/11/2015 at 18:27Hs with 12 correct and 0 errors. To the right, under 'Orientações' (Instructions), there are sections for 'Participação' (Participation), 'Tempo' (Time), 'Total de Perguntas' (Total questions), and 'Aprovação' (Approval). A blue button at the bottom right says 'Iniciar a Avaliação Geral!' (Start the General Evaluation!).

Fonte: Portal da Matemática

Na prática, alguns conteúdos (módulos) eventualmente não permitem um grande aprofundamento em sala de aula, como é caso de Contagem em Combinação com Repetição. Algumas escolas adotam três períodos por semana para Matemática e suas Tecnologias, de modo que não é possível detalhamentos de todos os assuntos por falta de tempo. Nestes casos, às vezes fica inviável solicitar que os alunos façam o Teste da Avaliação Geral. Quando isto ocorre, e o aluno queira avançar no conteúdo, poderá acessar tais tarefas de modo independente, beneficiando-se com o aprofundamento sobre o assunto, sendo acompanhado individualmente pelo professor.

3.2.5 Certificado

O Certificado é obtido somente por meio do teste disponível na Avaliação Geral de um Módulo. Para aprovação, o aluno deverá acertar pelo menos 70% das perguntas, o que autorizará a obtenção do Certificado de participação no Módulo. Após aprovação, seu Certificado estará disponível imediatamente para download em formato PDF, sendo que o aluno terá a opção de imprimi-lo ou de somente visualizá-lo no Portal, por meio de um popup. O Certificado possui um código de validação, localizado na parte inferior direita, juntamente com um QRCode, que poderá ser utilizado para garantir a autenticidade do certificado.

Figura 24 – Certificado de Participação no Módulo



Fonte: Portal da Matemática

O professor pode usar o Certificado válido, apresentado pelo aluno, como gratificação ao aluno pelo desempenho, dispensando a avaliação quantitativa sobre determinado conteúdo específico que ainda esteja sendo desenvolvido em sala de aula. Neste caso, há apenas uma avaliação diagnóstica, e o estudante é orientado a avançar em seus estudos, podendo auxiliar no projeto em andamento.

Ainda, a título de sugestão, baseada em uma experiência realizada em sala de aula, pode-se valorar o certificado do módulo como nota quantitativa final, com a condição de que o aluno leve o documento impresso para o professor dentro de um prazo pré-estipulado. Ainda, caso o aluno necessite se ausentar, por motivo de doença ou outros, na época da finalização do ano letivo, poderá utilizar o certificado impresso do módulo como alternativa para sua avaliação.

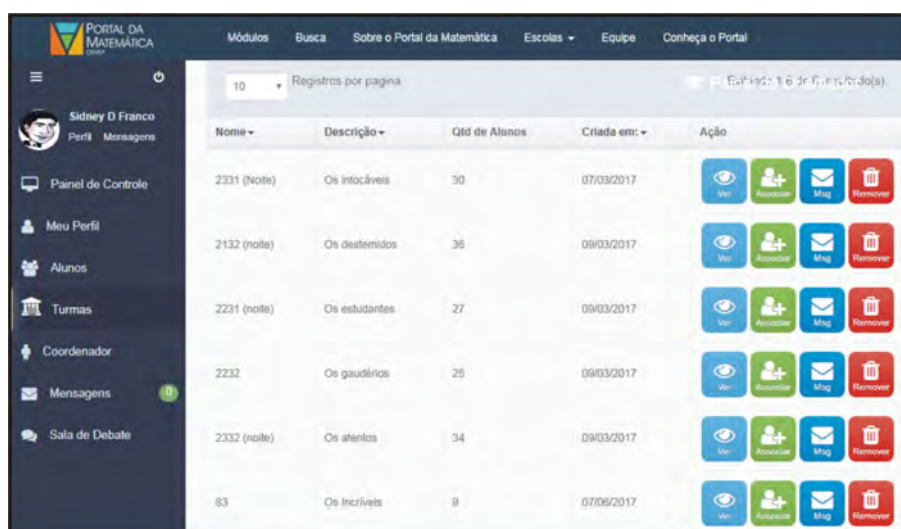
3.3 O Portal da Matemática como Auxílio aos Professores

Não será objeto deste estudo as várias mudanças na grade curricular do ensino médio; contudo, afirma-se que, não obstante a ocorrência destas, é certo que a equipe responsável pelo desenvolvimento do Portal está empenhada em seguir o Plano Nacional de Educação. Assim, o professor poderá adaptar, com segurança, o conteúdo do Portal da Matemática ao planejamento de suas aulas. E não há dúvida de que o ambiente virtual de aprendizagem traz muitas vantagens também para os alunos, que evoluem no aprendizado, enquanto conseguem fazer um bom aproveitamento do seu tempo de estudo.

A prática da utilização do Portal faz concluir que este projeto está inteiramente focado nos assuntos do currículo nacional brasileiro, tentando sempre trazer problemas do cotidiano ao assunto que será abordado.

É interessante que o professor inscreva todos os seus alunos para que tenham acesso ao Portal, mesmo aqueles que não possuem uma conexão à internet, pois, eventualmente, a utilização poderá ocorrer na escola ou em outro lugar em que haja a possibilidade de acesso. Neste sentido, é importante que o professor monte detalhadamente no Portal as turmas em que está trabalhando, processo que, apesar de um pouco trabalhoso, torna mais rápido o acompanhamento individualizado. Na Figura 25 a descrição da turma, com nomes divertidos e variados, funciona como um estímulo lúdico. No exemplo, observa-se que há poucos alunos na turma do 8º ano (83). Conforme anteriormente referido, é difícil cadastrar os alunos do 6º ao 8º ano, mas o professor pode criar estratégias para isso.

Figura 25 – Relação de Turmas acompanhadas em 2017



Nome	Descrição	Qtde de Alunos	Criada em:	Ação
2331 (Noite)	Os intocáveis	30	07/03/2017	Ver, Adicionar, Msg, Remover
2132 (noite)	Os destemidos	36	09/03/2017	Ver, Adicionar, Msg, Remover
2231 (noite)	Os estudantes	27	09/03/2017	Ver, Adicionar, Msg, Remover
2232	Os gaudérios	25	09/03/2017	Ver, Adicionar, Msg, Remover
2332 (noite)	Os atentos	34	09/03/2017	Ver, Adicionar, Msg, Remover
83	Os Incríveis	9	07/06/2017	Ver, Adicionar, Msg, Remover

Fonte: Portal da Matemática

No estilo Laboratório de Matemática, o professor pode introduzir determinado assunto e, independente do tempo de duração de seu desenvolvimento (um bimestre, um trimestre, um semestre ou ano, conforme definido em seu plano), estabelecer o objetivo da construção de um projeto ao final (Figura 12).

a educação deve ser direcionada à aquisição do conhecimento do Bem e da Verdade, e também que aprender é recordar.
(Platão)

O copiar é positivo para a aprendizagem e fixação dos conteúdos para a grande maioria dos alunos, sempre com o cuidado para que a cópia não seja realizada mecanicamente e sem qualquer reflexão, pois, assim sendo, seria uma atividade sem nenhum

sentido pedagógico. Aqui, ela se reveste de significação para a aprendizagem, uma vez que existe reflexão sobre a construção do texto copiado. Muitas vezes ouvirão as expressões: “aahh agora entendi”, “continuo não entendendo”, “gostei melhor da aula aqui na sala”, “já entendi pela explicação do professor no vídeo” ou ainda: “a aula dada pelo professor do vídeo é melhor”. Não há motivo para preocupação, afinal, o objetivo é o aprendizado, e se este está ocorrendo, é sinal de que o trabalho está seguindo o caminho correto. Se os alunos assistem e copiam as aulas antes de ser ministrado o conteúdo, eles já terão um contato prévio com o assunto. Em sala de aula, o aluno que já tiver acessado o Portal e copiado o conteúdo correspondente à aula, não necessitará copiar a matéria escrita no quadro, podendo, no entanto, acrescentar exemplos, orientado pelo professor. Desta forma, o professor consegue dar à aula uma abordagem diferente e, em conjunto com sua metodologia de ensino, ganhará tempo e rendimento.

É importante que as atividades do Portal sejam valorizadas pelo professor em suas notas quantitativas. Infelizmente, as avaliações ainda são realizadas considerando predominantemente o fator quantidade, raramente contemplando o esforço e a dedicação dos alunos. Essa é uma cultura ainda praticada, apesar de tantas mudanças já promovidas.

A utilização dos vídeos em aulas presenciais com a turma não se mostrou como uma experiência positiva, pois não houve um rendimento adequado. O ambiente ideal para a exibição dos vídeos é o Laboratório de Informática, onde cada aluno pode utilizar individualmente seu computador, assistir, pausando e copiando o conteúdo de acordo com sua velocidade.

Deve haver a ajuda mútua entre os alunos; assim, são estimulados e devidamente valorizados os estudos em grupo. O diagnóstico, no entanto, sempre deve ser individual.

Muitas vezes, há a necessidade de se montar as aulas utilizando-se conteúdos de outros anos do Portal. A fim de que esta necessidade seja verificada, deve-se fazer um cuidadoso diagnóstico dos pré-requisitos. Por exemplo, ao explicar aos alunos do terceiro ano do ensino médio o porquê do uso da Matemática Financeira, percebe-se que há lacunas a respeito de alguns assuntos, como fração decimal, números decimais, operações e porcentagem, assim como outros assuntos não trabalhados. Neste caso, as aulas que estão nos módulos do 6º ano, no exemplo dado, poderão ser úteis neste ano escolar. Assim, o professor pode indicar como tarefa que os alunos assistam às aulas ministradas em outros anos (as orientações dos Pré Requisitos dadas no Módulo), conforme indicação. É imprescindível que os alunos saibam que se trata de simples avaliação diagnóstica, não havendo atribuição de nota ou conceito para a tarefa.

Ao aluno doente ou incapacitado de ir à escola, propõe-se que veja o assunto e copie on-line, se puder, as aulas em casa e, ao retornar presente ao professor. A escola exige planejamentos para estes tipos de casos, e a apresentação de atividades do Portal é uma excelente opção.

No anexo [A](#) pode-se acompanhar o testemunho de alguns alunos. Destaca-se que um deles estava sem estudar havia 12 anos, sendo que abandonou os estudos justamente por não conseguir acompanhar as aulas de matemática; apesar disso, conseguiu alcançar a maior nota da turma, por conta da correta execução do modelo da sala de aula invertida e do modelo de rotação individual, ambos conforme as orientações do professor.

4 Do Ensino Híbrido aos Projetos de Trabalhos Práticos

A assimilação do conhecimento pelo aluno é fortemente reforçada quando, além da abordagem on-line do conteúdo, uma atividade prática usando materiais concretos é utilizada de maneira conjunta. Neste capítulo são apresentadas três atividades práticas que foram desenvolvidas ao longo dos anos 2015 e 2017 com os alunos da Escola Municipal de Ensino Fundamental Dr. Décio Gomes Pereira (Sapiranga), Escola Municipal de Ensino Fundamental Francisco Xavier Kunst (Novo Hamburgo) e Escola Estadual de Ensino Médio CAIC Madezatti (São Leopoldo).

A primeira atividade aqui relatada trata da construção e utilização de um painel com tampas de garrafas PET para o estudo dos algoritmos da soma de números inteiros. A segunda trata da atividade de pintura do Círculo Trigonométrico no centro da sala de aula pelos alunos do 2º ano; e, por fim, descreve-se a construção de um teodolito e da saída de campo a fim de calcular alturas e grandes distâncias com o material confeccionado pelos próprios alunos do 9º ano.

É de suma importância a participação ativa dos alunos na elaboração dos projetos das atividades e que a escola tenha conhecimento da existência e do andamento destas atividades durante o processo de aprendizagem.

“Precisamos trabalhar na formação de pessoas e fomentar o desenvolvimento científico, tecnológico e a inovação no campo da educação. Pensar não apenas na aquisição (de conteúdos digitais), mas principalmente em fomentar o desenvolvimento de produtos que cheguem à escola” (BRASIL, 2014)

4.1 Adição com Números Inteiros Positivos

PROJETO: Painel de Algoritmos

O projeto aplicado neste módulo surgiu espontaneamente a partir de uma pergunta de um aluno: “se podia fazer a soma do jeito que quisesse”, ou seja, se ele poderia criar sua própria regra. Desta dúvida, surgiu a ideia da criação de algoritmos próprios, ou seja, métodos pessoais, assim como muitos existentes, que não são comuns em livros didáticos, como o método Kumon¹, método de Trachtenberg², método Cuca Legal de Sérates (1998). Outra motivação para a introdução deste projeto foi uma grande preocupação pessoal

¹ <<https://kumon.com.br/curso-de-matematica/>>

² Método para rápido cálculo mental

acerca do pensamento de alguns educadores, que afirmam que “se o educando não sabe tabuada, não tem domínio da Matemática” (MATICIULEVICZ, 2014). Ora, o objetivo do ensino será sempre a construção do conhecimento pelo próprio aluno, inclusive com a criação de seus próprios métodos, e a busca do método melhor para si. Neste sentido, cabe aos professores abrir os horizontes do conhecimento matemático.

Não basta ensinar, é preciso, sobretudo, que os alunos aprendam. Não é o ensinar que faz o aluno gostar. O que ele gosta é de aprender.
(SÉRATES, 1998)

O objetivo desta atividade é a compreensão aprofundada do algoritmo da soma de números inteiros. Para tanto, utiliza-se um material concreto produzido a partir de materiais reciclados. Consiste basicamente em um pedaço retangular de papelão onde serão encaixadas tampas de garrafas PET conforme mostra a Figura 26.

Para a atividade do projeto, o aluno deve ter conhecimento prévio dos algarismos indo-arábicos e o sistema decimal, saber formar números e lê-los.

As habilidades que serão desenvolvidas até a operação de Adição serão: reconhecer os vários sistemas de numeração utilizados por povos antigos e poder ressaltar suas vantagens e desvantagens; utilizar o algoritmo (tradicional) e o algoritmo criado por eles para realizar esta operação e saber o motivo de seu funcionamento; utilizar as propriedades da adição: Comutativa, Associativa, Elemento Neutro, enfim saber somar de cima para baixo, de baixo para cima, da esquerda pra direita, da direita pra esquerda, conhecendo como funcionam as propriedades e a criação destes algoritmos.

4.1.1 Desenvolvimento e Procedimentos

4.1.1.1 Materiais Utilizados

- Garrafas PET (mínimo 16 parte de cima de no máximo 5 cm de altura como na Figura 26);
- Tampinhas de garrafas PET (mínimo 5 para cada um dos dez algarismos);
- 02 retângulos de papelão de mesmo tamanho tamanho mínimo $50\text{ cm} \times 50\text{ cm}$ e pedaços variados;
- Cola quente ou somente cola;
- Tesouras;
- Folhas de papel para pintar os algarismos que ficarão colados em cima das tampinhas;

- Cola quente;
- Protetor auricular para o professor (opcional).

Figura 26 – Materiais utilizados no Painel de Criando Algoritmos



Verifica-se o tamanho dos retângulos de papelão: serão dois, um para fazer os furos e outro para colar no fundo; o tamanho gira em torno de 50 cm × 50 cm, podendo ser ainda de outros tamanhos; alguns grupos trazem maiores e outros menores, que podem ser igualmente aproveitados (a exemplo do grupo do painel da Figura 41 que era de 80 cm × 80 cm; neste caso, foram utilizadas mais garrafas); marca-se o lugar dos furos com a boca da garrafa e faz-se os recortes, as linhas e as colunas. Juntamente com os grupos, o professor escolhe qual será o algoritmo a ser usado e quantos algarismos serão utilizados, no máximo, no papelão; recorta-se as garrafas e faz-se colagem com cola quente de pedaços

de papelão para fixar o fundo; fixa-se as garrafas nos buracos feitos e o fundo é fixado com cola branca; com tiras de papelão, são feitas as laterais, coladas com cola quente. Nas Figuras 27 e 28 apenas para título de ilustração, estão exemplificados os procedimentos com um pequeno retângulo de papelão de 15 cm × 14 cm, com 4 furos.

Figura 27 – Esquema de confecção do Painel AE

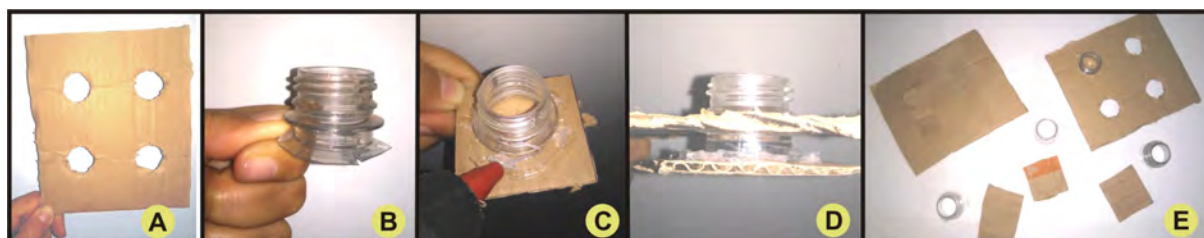


Figura 28 – Esquema de confecção do Painel FI



São marcados em um papel em branco vários círculos do tamanho da tampa, quantidade suficiente de acordo com o total de tampinhas que o grupo tiver, para que se identifique cada tampinha com algum algarismo. Foram solicitadas 5 tampinhas para cada um dos dez algarismos, escreve-se os números com caneta ponta grossa ou lápis de cera. Basta que os números fiquem bem visíveis como aparece nas Figuras 32 e 39.

4.1.1.2 Utilização do Portal

No Portal, no Módulo Operações Básicas, é possível acessar a história dos números. Este conhecimento sobre outros números e sistemas de numeração foi de grande importância para o desenvolvimento do projeto. Quando iniciado o estudo das operações, muitos alunos já tinham conhecimento das “regras”, bem como, tinham a tabuada decorada. Contudo, é preciso atentar para o fato de que alguns alunos aprenderam estas regras apenas de maneira mecanizada. É importante que a atividade seja iniciada como se fosse algo inédito para os alunos.

Seria interessante que os alunos fossem cadastrados no Portal; no entanto, como se tratava de uma turma de 6º ano, como já mencionado, há uma certa dificuldade para que isso ocorra. Mesmo assim, as aulas seguiram o mesmo planejamento sugerido no Portal da Matemática.

A recomendação aqui é que o professor trabalhe também construção de algoritmos com a subtração multiplicação, divisão, potenciação e raiz quadrada, pois existem outros

métodos (algoritmos) além do método tradicional. O importante aqui é fazer com que eles se motivem a pesquisar outros algoritmos e consigam explicar o funcionamento do mesmo.

Os projetos práticos não se encontram no Portal. Um dos objetivos da proposta ora apresentada é que se tenha essa opção para o professor. Porém, podem ser encontrados muitos projetos compartilhados por professores do Brasil para a educação matemática, incluindo aqueles que podem ser construídos com materiais recicláveis, a exemplo daqueles realizados pelos mestres do PROFMAT, principalmente na área das quatro operações.

A experiência da criança em adição é básica para grande parte de aprendizagem futuras, principalmente em Aritmética. Equivale dizer que o sucesso ou o fracasso no início do trabalho com problemas de adição desempenharão um importante papel em sua aprendizagem. (SÉRATES, 1998)

4.1.1.3 Procedimento da Atividade e Procedimento Teórico

Segundo Hefez (2014) “o conceito de número inteiro originou-se do conceito bem mais antigo de número natural”. Assim, para provar algumas propriedades da adição, será necessário que o professor já vá introduzindo a ideia do termo algébrico. Neste projeto, será apresentada ao professor a explicação de algumas propriedades necessárias e o ponto de partida será o conhecimento do conjunto dos números inteiros

$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots \}$$

juntamente com as operações de adição, denotado por $a + b$ e de multiplicação, neste trabalho será usado apenas da adição.

Num primeiro momento, é utilizada a definição de valor relativo e valor absoluto do algarismo, sem usar a multiplicação por potências de dez. No Módulo, quando o professor estiver ministrando Multiplicação, já poderá escrever na forma do valor absoluto com a unidade, dezena, centena, unidade de milhar. Tomando a_0, a_1, \dots, a_n , valores posicionais ou valores absolutos ao número dado começando a_0 o valor da unidade, a_1 absoluto da dezena e assim sucessivamente até o a_n , no momento que o professor explica a multiplicação lembra de escrever na forma desse produto:

$$a_n \dots a_2 a_1 a_0 = a_n \times \underbrace{1 \text{ 0000 } \dots \text{ 000}}_{n \text{ zeros}} + \dots + a_2 \times 100 + a_1 \times 10 + a_0 \times 1$$

depois de já se ter estudado potências, escreve-se o número com a estrutura de soma do produto do valor absoluto com as potências de base dez:

$$a_n \dots a_2 a_1 a_0 = a_n \times 10^n + \dots + a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10^1 + a_0 \times 10^0$$

É de suma importância o conhecimento dos verbos aqui relacionados: comutar, associar, fechar. E também das palavras: neutro, nulo, zero, adicionar, somar, mais, acrescentar. Pode-se fazer um estudo sobre a etimologia da palavra, para depois enunciar as propriedades. Quantas vezes não ouvimos a frase “O professor está falando grego!” no sentido que eles não estão entendendo, realmente em Geometria, por exemplo, falamos em grego, por isso temos que tentar fazer a relação da palavra com o assunto.

Os termos da adição podem ser representados de duas formas: na horizontal ou na vertical. Os termos são denominados parcelas e o resultado como adição ou soma. Em nosso caso, trabalhamos na forma vertical.

Serão aplicadas, neste trabalho, as propriedades da adição em \mathbb{Z} :

1) A adição é bem definida:

Para todos $a, b, a', b' \in \mathbb{Z}$, se $a = a'$ e $b = b'$, então $a + b = a' + b'$.

2) A adição é comutativa:

Para todos $a, b \in \mathbb{Z}$, $a + b = b + a$.

3) A adição é associativa:

Para todos $a, b, c \in \mathbb{Z}$, $(a + b) + c = a + (b + c)$.

4) A adição possui elemento neutro:

Para todo $a \in \mathbb{Z}$, $a + 0 = a$.

5) A adição possui elementos simétricos:

Para todo $a \in \mathbb{Z}$, existe $b = (-a)$ tal que $a + b = 0$.

Aplicado no 6º ano com 35 alunos da EMEF Francisco Xavier Kunst no município de Novo Hamburgo, com o apoio teórico do módulo “Operações Básicas”, foi utilizado em vários momentos o modelo de rotação. A turma se dividiu em três grupos: uns estavam na parte de cortar, outros, na sala de pintura, outros, na confecção dos números nas tampinhas, para a construção do material preparado com materiais reciclados. Essa foi uma importante construção dos alunos. A cada semana, um grupo se dirigia para ao professor na sala de recursos para explicar como funcionava o algoritmo com a utilização do seu material.

Este projeto foi concluído em dois meses, durante o módulo “Operações Básicas”. Um período por semana para que os grupos apresentassem a evolução das suas construções práticas e teóricas. Neste projeto, uma vez por semana, deixamos uma aula disponível para acompanhá-los.

A aplicação da atividade deve ser um processo desde o início do módulo, solicitando que colem a parte de cima e as tampinhas de garrafas PET. Deve-se dar importância à consciência ecológica e apoio de material para sala de recursos. O projeto final foi apresentado com a presença da orientadora educacional para alunos especiais e a coordenação do ensino fundamental séries finais.

4.1.2 Descobrimo o Algoritmo Tradicional

4.1.2.1 1ª Etapa

Trabalha-se o conceito de sistema posicional de numeração na base decimal em seu valor absoluto e relativo. Daqui montar o algoritmo da adição. Criar algoritmos, além do tradicional.

Somando sem o algoritmo e sim com as unidades, dezenas, centenas,... onde a soma dos valores absolutos nas parcelas não sejam maiores que 10, 100, 1000, como a soma da Figura 29

Figura 29 – Adição realizada sem o uso de algoritmo

	Milhares ou Unidade de Milhar	Centenas	Dezenas	Unidades	
2 352	= 2 000	+ 300	+ 50	+ 2	
+1 435	= 1 000	+ 400	+ 30	+ 5	
<hr/>					
	3 000	+ 700	+ 80	+ 7	= 3 787

Ainda sem o uso do algoritmo, somando-se as unidades, dezenas, etc, e tirando da soma a quantidade que ultrapassa a unidade, soma-se com as dezenas, se ultrapassa as dezenas, que é centena; soma-se com as centenas e assim sucessivamente. Aqui neste ponto, também se aplica a propriedade comutativa. Vem a pergunta: - quem coloca em cima? o menor ou o maior? Então, os alunos verão claramente que é indiferente a posição das parcelas, o resultado final será o mesmo. Também é induzido ao algoritmo (tradicional) de mais fácil resolução, sendo esse o objetivo da atividade, pois já estão acostumados com ele. Na soma da Figura 30, é observado o porquê de se dizer que no algoritmo “vai um”.

Figura 30 – Deixando correto no Sistema Decimal para a correta leitura do número

		Milhares ou Unidade de Milhar	Centenas	Dezenas	Unidades
876	=	0	+ 800	+ 70	+ 6
+7 435	=	7 000	+ 400	+ 30	+ 5
		7 000	+ 1 200	+ 100	+ 11
		8 000	+ 1 300	+ 110	+ 10+1
		1 000	+ 300	100	+ 10
		8 000	+ 300	+ 10	+ 1 = 8 311

4.1.2.2 2ª Etapa

A vantagem do entendimento do processo de soma “abrindo os números” (seus valores relativos), incluindo todo o processo de soma e verificando que as unidades, dezenas, centenas, . . . precisam ser ajustadas, é a conclusão de que o uso do algoritmo tradicional da soma é muito mais vantajoso, pois basta somar os valores absolutos em sua respectiva coluna. Porém, restam algumas dúvidas: existem outros algoritmos? É possível somar do jeito que eu quiser? Posso somar da esquerda para a direita? A resposta é sempre sim, se usadas as propriedades adequadas. Na Figura 31 temos o algoritmo tradicional da soma e a resposta para um aluno que perguntou sobre “quem colocar na primeira parcela, o maior ou o menor número?” respondendo a esta pergunta, o professor pode aproveitar o momento para lembrar da propriedade comutativa.

Figura 31 – Algoritmo da soma e a Propriedade Comutativa

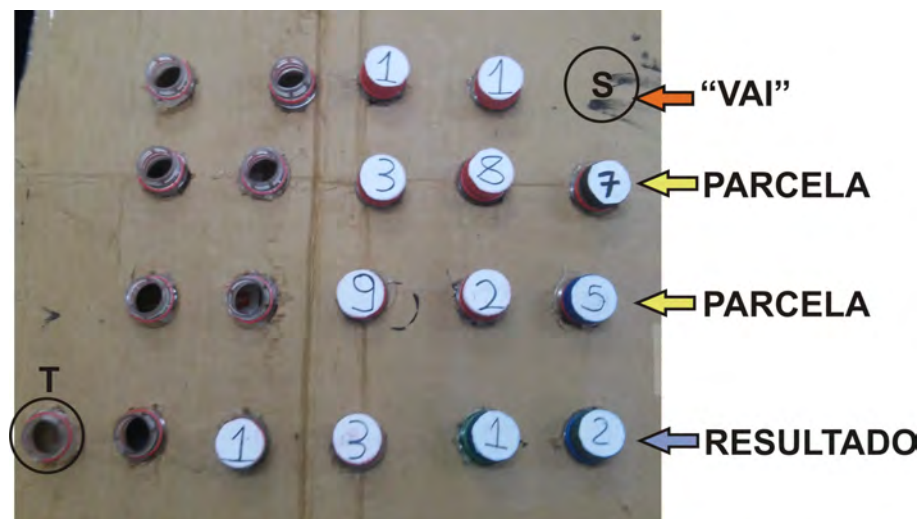
<p>A</p> $\begin{array}{r} 1 \ 11 \\ 7 \ 435 \\ + \ 876 \\ \hline 8 \ 311 \end{array}$	<p>B</p> $\begin{array}{r} 11 \\ 1 \ 876 \\ + 7 \ 435 \\ \hline 8 \ 311 \end{array}$
---	---

Como foi realizado no procedimento teórico, as colunas serão convencionadas da direita para esquerda, começando com a primeira coluna, que será a das unidades, segunda coluna com as dezenas e assim sucessivamente. O grupo A utilizou seis colunas e o grupo B, cinco colunas, como mostra na Figura 33.

Trabalho realizado por dois grupos, com apenas duas parcelas, com base nas colunas (unidade, dezena, centena) e nas linhas. Foi relevante saber que na primeira coluna da Figura 32, no espaço destacado S, não era necessário colocar espaço para garrafa, e no espaço T, seria necessário que se colocasse uma das parcelas ou as duas com cinco algarismos (da dezena de milhar), no painel A da Figura 33.

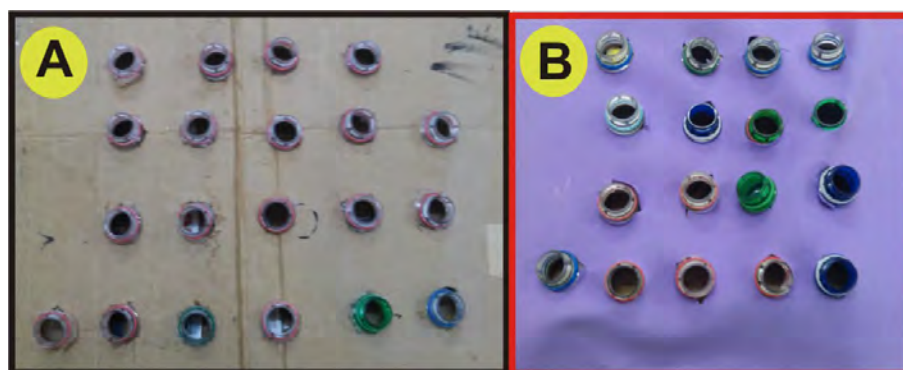
Os alunos devem saber que, na primeira linha, que é a linha do “vai”, não é necessário garrafa PET na primeira coluna, pois, não vem nada pra aquele espaço. As linhas dois e três serão para as parcelas e, na última linha, um acréscimo pode ser necessário, caso a soma dos algarismos da coluna anterior seja maior que nove.

Figura 32 – Painel construído pelos alunos



Na Figura 33 vê-se que o grupo do painel B colocou uma garrafa a mais, na primeira linha que é a linha do “vai”, o painel não foi inutilizado; porém, não havia necessidade. É aproveitado aqui o uso do elemento neutro para inutilizar o espaço.

Figura 33 – Painéis construídos pelos alunos



4.1.3 Outros Algoritmos

Quando se estava estudando o Algoritmo Tradicional da adição, alguns não compreenderam de imediato relação a operação da Figura 30, pois quando somaram os valores relativos, alguns queriam logo somar os resultados, como mostra na Figura 34, sem deixar correto na base decimal. O objetivo daquela etapa era explicar o porquê do “vai”, para a correta leitura do número em seus valores absolutos. O aluno tem razão que vai chegar ao mesmo resultado; então ao valorizar a iniciativa do aluno, chega-se a um outro algoritmo,

em que se pode somar da direita para a esquerda ou da esquerda para a direita. Na dedução do algoritmo, ainda sem o conhecimento de multiplicação e soma, se usam as propriedades comutativa, associativa e elemento neutro, além do conhecimento da posição do sistema decimal e dos valores absolutos e relativos.

4.1.3.1 1ª Etapa

O modelo vem da soma dos valores relativos (Figura 34), agrupando para usar o algoritmo tradicional, num primeiro modo como está na operação A da Figura 35 partindo do número da direita para a esquerda da soma B da esquerda para a direita. Por aplicação das propriedades comutativa e associativa isto é válido. Nesta primeira etapa, pode parecer mais complicado, devido ao excesso de números.

Figura 34 – Soma dos resultados da soma dos valores relativos

<table style="margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 0 5px;">C</td> <td style="padding: 0 5px;">D</td> <td style="padding: 0 5px;">U</td> <td style="padding: 0 10px;"></td> <td style="padding: 0 5px;">=</td> <td style="padding: 0 5px;">300</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">80</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">7</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 5px;">3</td> <td style="padding: 0 5px;">8</td> <td style="padding: 0 5px;">7</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td colspan="10" style="padding: 5px 0 0 10px;"> <table style="margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 0 5px;">9</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> <td style="padding: 0 5px;">5</td> <td style="padding: 0 5px;">=</td> <td style="padding: 0 5px;">900</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">20</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">5</td> </tr> <tr> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">9</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">2</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">5</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> <td style="padding: 0 5px;">0</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">100</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">12</td> <td style="padding: 0 5px;">=</td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">3</td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> </tr> </table> </td> </tr> </table>	C	D	U		=	300	+	80	+	7	3	8	7								<table style="margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 0 5px;">9</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> <td style="padding: 0 5px;">5</td> <td style="padding: 0 5px;">=</td> <td style="padding: 0 5px;">900</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">20</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">5</td> </tr> <tr> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">9</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">2</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">5</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> <td style="padding: 0 5px;">0</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">100</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">12</td> <td style="padding: 0 5px;">=</td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">3</td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> </tr> </table>										9	2	5	=	900	+	20	+	5	9	2	5							1	2	0	+	100	+	12	=	1	3	1	2
C	D	U		=	300	+	80	+	7																																																			
3	8	7																																																										
<table style="margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 0 5px;">9</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> <td style="padding: 0 5px;">5</td> <td style="padding: 0 5px;">=</td> <td style="padding: 0 5px;">900</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">20</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">5</td> </tr> <tr> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">9</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">2</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">5</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> <td style="padding: 0 5px;">0</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">100</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">12</td> <td style="padding: 0 5px;">=</td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">3</td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> </tr> </table>										9	2	5	=	900	+	20	+	5	9	2	5							1	2	0	+	100	+	12	=	1	3	1	2																					
9	2	5	=	900	+	20	+	5																																																				
9	2	5																																																										
1	2	0	+	100	+	12	=	1	3	1	2																																																	

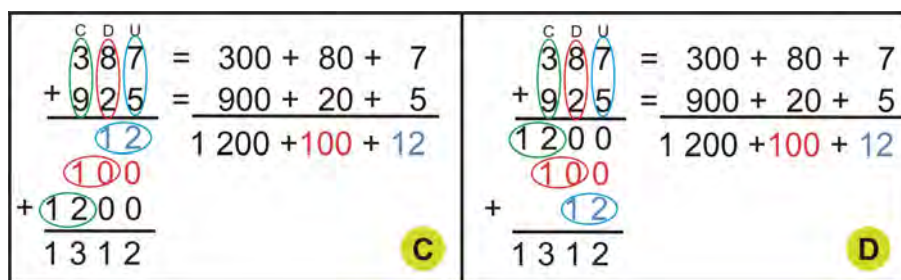
Figura 35 – Aplicação das propriedades: Comutatividade e Associatividade

<table style="margin: auto;"> <tr> <td style="text-align: center; padding: 0 5px;">C</td> <td style="text-align: center; padding: 0 5px;">D</td> <td style="text-align: center; padding: 0 5px;">U</td> <td style="padding: 0 10px;"></td> <td style="padding: 0 5px;">=</td> <td style="padding: 0 5px;">300</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">80</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">7</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 5px;">3</td> <td style="padding: 0 5px;">8</td> <td style="padding: 0 5px;">7</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">9</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> <td style="padding: 0 5px;">5</td> <td style="padding: 0 5px;">=</td> <td style="padding: 0 5px;">900</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">20</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">5</td> </tr> <tr> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;"></td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">1</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">2</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">0</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 5px;"></td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">0</td> <td style="padding: 0 5px;">0</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> <td style="padding: 0 5px;">0</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">0</td> <td style="padding: 0 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;"></td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">1</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">3</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">1</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 5px;"></td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">3</td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <div style="text-align: right; margin-top: 5px;">A</div>	C	D	U		=	300	+	80	+	7	3	8	7								+	9	2	5	=	900	+	20	+	5		1	2	0								1	0	0	+	1	2	0	+	1	0	0		1	3	1	2							1	3	1	2						<table style="margin: auto;"> <tr> <td style="text-align: center; padding: 0 5px;">C</td> <td style="text-align: center; padding: 0 5px;">D</td> <td style="text-align: center; padding: 0 5px;">U</td> <td style="padding: 0 10px;"></td> <td style="padding: 0 5px;">=</td> <td style="padding: 0 5px;">300</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">80</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">7</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 5px;">3</td> <td style="padding: 0 5px;">8</td> <td style="padding: 0 5px;">7</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">9</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> <td style="padding: 0 5px;">5</td> <td style="padding: 0 5px;">=</td> <td style="padding: 0 5px;">900</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">20</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">5</td> </tr> <tr> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">1</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">2</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">0</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">0</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">0</td> <td style="padding: 0 5px;">0</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> <td style="padding: 0 5px;">0</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">1</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">3</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">1</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">3</td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <div style="text-align: right; margin-top: 5px;">B</div>	C	D	U		=	300	+	80	+	7	3	8	7								+	9	2	5	=	900	+	20	+	5	1	2	0	0							+	1	0	0	+	1	2	0	+	1	2	1	3	1	2							1	3	1	2						
C	D	U		=	300	+	80	+	7																																																																																																																																							
3	8	7																																																																																																																																														
+	9	2	5	=	900	+	20	+	5																																																																																																																																							
	1	2	0																																																																																																																																													
	1	0	0	+	1	2	0	+	1	0	0																																																																																																																																					
	1	3	1	2																																																																																																																																												
	1	3	1	2																																																																																																																																												
C	D	U		=	300	+	80	+	7																																																																																																																																							
3	8	7																																																																																																																																														
+	9	2	5	=	900	+	20	+	5																																																																																																																																							
1	2	0	0																																																																																																																																													
+	1	0	0	+	1	2	0	+	1	2																																																																																																																																						
1	3	1	2																																																																																																																																													
1	3	1	2																																																																																																																																													

4.1.3.2 2ª Etapa

Neste momento, o aluno começa a perceber o padrão da soma com zeros, ou seja, com o elemento neutro, e também em relação à soma dos valores relativos no sistema e a ordem em que estão ficando, ver na Figura 36 nas somas C e D, em forma de diagonal sempre com dois algorismos, o professor deve orientar no final o sistema decimal funcionando.

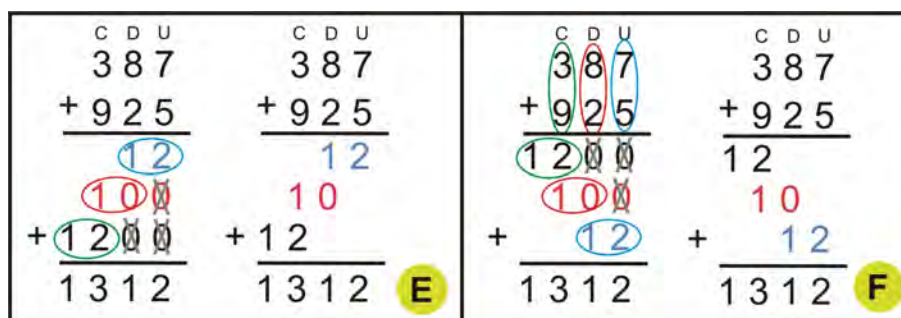
Figura 36 – Criando Algoritmos



Percepção do Padrão das somas dos valores relativos

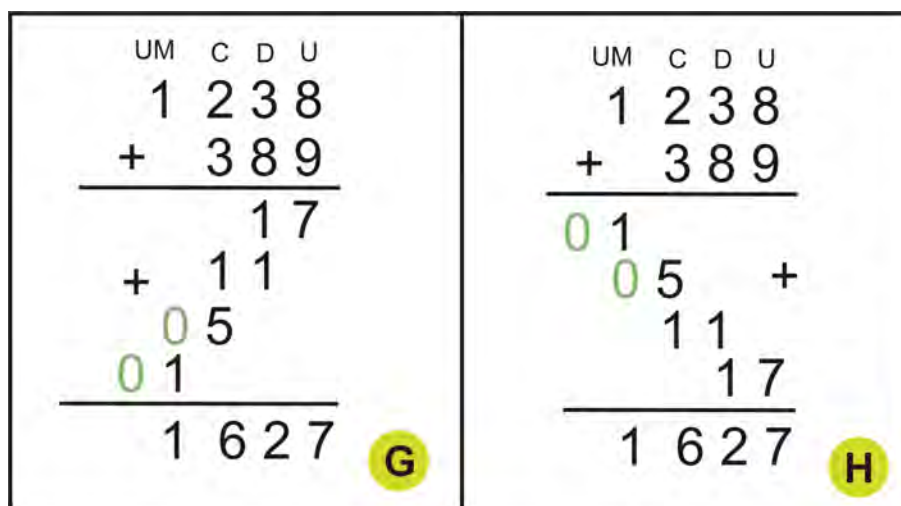
Então, podemos retirar os zeros, deixando apenas as operações dos valores absolutos nas respectivas posições, e percebe-se o formato de um paralelogramo ou de uma diagonal com dois algoritmos em cada linha seguindo um padrão como mostra a Figura 37.

Figura 37 – Retirando os zeros e formando a diagonal com dois algoritmos



Um problema para ser resolvido: e se a soma dos dois valores absolutos der menor que 10? não ficará um número com dois algarismos! A solução é a neutralidade do algarismo zero ao lado esquerdo do número, a operação da Figura 38 tem esse recurso.

Figura 38 – Soma da Direita para a Esquerda e da Esquerda para a Direita



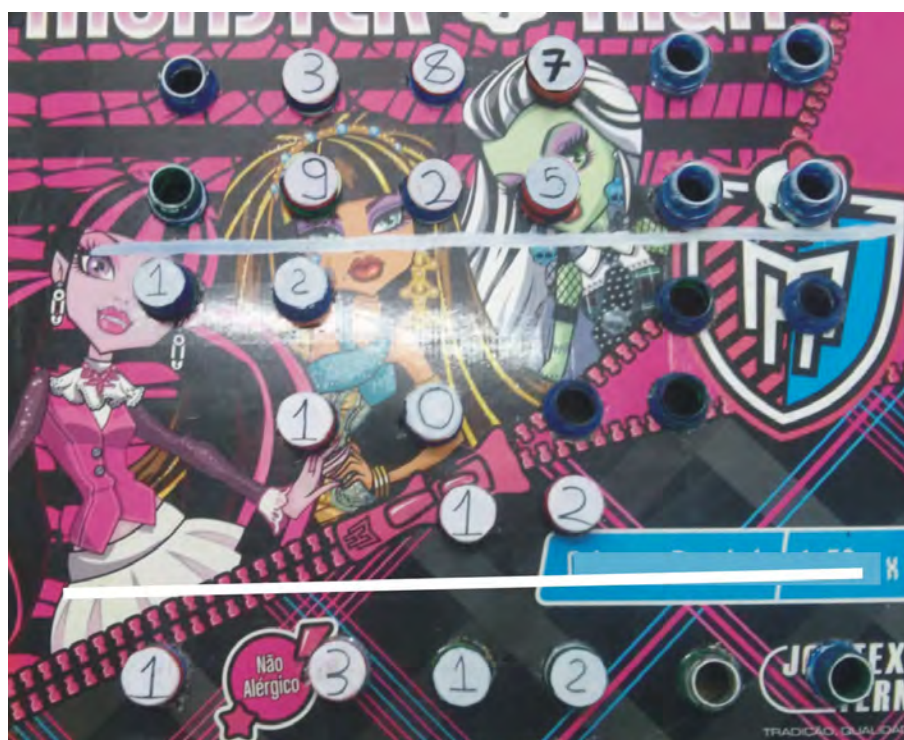
O painel da Figura 39 mostra um dos trabalhos dos alunos, em que foi utilizado o algoritmo da soma da direita para esquerda.

Figura 39 – Painel do Algoritmo da adição em Diagonal da Direita para a Esquerda



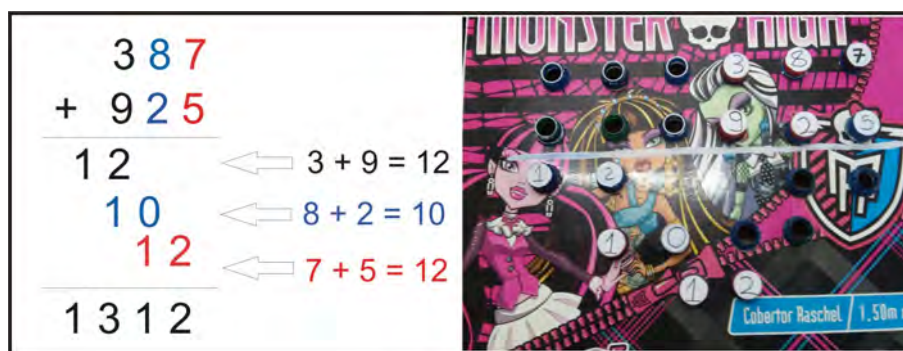
O painel do grupo foi aproveitado para fazer posteriormente a soma da Esquerda para a Direita

Figura 40 – Painel do Algoritmo da adição em Diagonal da Esquerda para a Direita



A observação é que se for seguida a ordem das somas dos valores absolutos e colocadas nas diagonais certas, não importa onde será feita a soma, o que vai importar no sistema decimal é a soma final, segundo o painel da Figura 41. As parcelas estão em outras unidades das colunas, e neste painel não denominamos as colunas no sistema decimal, pois o que vale é o resultado.

Figura 41 – Algoritmo e Painel Diagonal



4.1.4 Análise dos Resultados

O uso de material concreto é relevante para o interesse do aluno. No desenvolvimento, a turma estava envolvida com este projeto, enquanto outras turmas desenvolviam projetos diferentes, que eram partilhados entre os alunos. Foi possível perceber uma maior admiração pela matemática. O aluno desperta o seu desejo de aprender quando atua como agente do ensino-aprendizagem, protagonista do conhecimento matemático, e esse é objetivo do projeto. Nesta fase, o Portal da Matemática ajuda o professor, para que este tenha mais tempo com cada aluno.

O projeto foi apresentado com eficiência pelos estudantes, para os professores, orientadores e para as outras turmas de alunos, visando ao aproveitamento do trabalho desenvolvido na sala de recursos, auxiliando outros que precisam. Isso foi essencial para despertar o interesse em cada vez mais construir o conhecimento matemático.

Portanto, a tecnologia é essencial apenas como um meio, como um facilitador, e o trabalho lúdico é capaz de fazer com eles socializem conhecimentos, dificuldades e alegrias.

4.2 Círculo Trigonométrico

PROJETO: Pintura do Círculo Trigonométrico

Nesta atividade os alunos revisam e concretizam, de forma lúdica, os conteúdos de trigonometria já estudados. Serão utilizados pincéis, tintas, etc... para desenhar e pintar o círculo trigonométrico no piso da sala de aula.

4.2.1 Objetivos

Além do envolvimento da turma em um trabalho colaborativo abordando ideias matemáticas, esta atividade abre espaço para a discussão de diversos assuntos. Pode-se destacar algumas das principais intenções:

- Reforçar a diferença entre os conceitos de congruência e semelhança de triângulos, assim como as relações de proporcionalidade entre figuras semelhantes.
- Familiarizar-se com a circunferência trigonométrica.
- Associar números reais a pontos da circunferência trigonométrica.
- Conceituar arco trigonométrico.
- Conceituar e identificar medida de arcos congruentes na circunferência trigonométrica.
- Obter determinações de um arco trigonométrico.
- Identificar e determinar seno e cosseno de arcos na circunferência trigonométrica.
- Calcular senos e cossenos de arcos por meio de redução ao primeiro quadrante.
- Relacionar seno e cossenos dos arcos x , $\pi - x$, $\pi + x$ e $2\pi - x$.

4.2.2 Utilização do Portal da Matemática como suporte no desenvolvimento da atividade

Depois de uma revisão da Trigonometria no triângulo retângulo, que está no módulo do 9º ano, foi trabalhado juntamente ao 1º ano o módulo “Círculo Trigonométrico” e o módulo “Redução ao 1º Quadrante e Funções Trigonômicas”. O projeto da pintura é a conclusão dos módulos, que tiveram a duração de três meses. A pintura foi realizada durante quatro períodos, com duas turmas do 2º ano noturno (2231 com 28 alunos e a 2232 com 29 alunos) no primeiro trimestre de 2017 da EEEM CAIC Madezatti em São Leopoldo.

4.2.3 Procedimento da Atividade

O estudo da trigonometria pode ser fascinante; porém, a maioria dos alunos tem dificuldade de compreensão, pois não teve contato com este conteúdo no 9º ano e nem no 1º ano do ensino médio, onde é reapresentado em alguns livros didáticos como o último conteúdo do 1º ano, com continuação no primeiro assunto do 2º ano. (SOUZA, 2016)

4.2.3.1 Materiais utilizados

A escola onde foi realizado o projeto tem salas de aulas temáticas, sendo que duas dessas salas são destinadas exclusivamente para a Matemática. A pintura foi realizada por duas turmas do 2º ano do ensino médio, uma em cada sala, utilizando-se basicamente dos seguintes materiais:

- 3 litros de Tinta para Piso (três cores). Importante que seja para piso, se for construído no piso;
- 2 rolos de fita crepe 24 mm ou 18 mm de largura. Geralmente os rolos são de 50 metros de comprimento;
- Pelo menos um rolo de pintura de espuma 5 cm e/ou 8 cm;
- Pincéis a vontade;
- Secadores de cabelo e extensão. Importante para a secagem rápida;
- Instrumentos de Geometria.

Figura 42 – Material para a pintura



4.2.3.2 Desenvolvimento

Antes de pintar, reservar uma aula para a realização do desenho do círculo trigonométrico, com os ângulos notáveis 30° , 45° e 60° . O professor pode aproveitar o momento e os materiais para marcar ângulos de 15° em 15° no espaço de giro de abertura da porta da sala de aula.

Este foi um trabalho realizado com todos os alunos da turma. Assim, foi fácil constatar que aqueles que entenderam bem o conteúdo conseguiram orientar e realizar a construção do projeto, enquanto alguns somente olhavam sem entender. Nesse momento, o professor pode intervir e orientar aqueles que não estudaram o conteúdo ou não o tenham entendido.

Para desenhar (Figura 43 o círculo central na sala, usou-se como raio a régua de 1 m; fez-se os eixos cartesianos ortogonais; com o transferidor marcou-se no primeiro quadrante os ângulos notáveis 30° , 45° e 60° e faz-se a relação destes diretamente no terceiro quadrante, traçando um segmento passando pelo centro do eixo cartesiano até à circunferência que será no terceiro quadrante, depois fazer as relações no segundo e quarto quadrantes; depois se traçou as linhas que seriam pintadas de branco, que são as reduções dos ângulos dos segundo, terceiro e quarto quadrantes ao primeiro quadrante. Para se obter um bom resultado é bom começar pelo ângulo de 45° (um dos grupos calculou a mediatriz do raio no eixo cartesiano com o compasso e a régua), pois eles percebem que o seno e o cosseno desse ângulo passará pela metade do raio (eixo cartesiano).

Figura 43 – Medindo e desenhando



Para a pintura, reserva-se dois períodos. Depois do desenho feito, o círculo começa a tomar forma. São seguidos os passos abaixo:

1º passo Pintura da parte branca (linhas), vai pintando e secando e após coloca-se a fita crepe branca. O grupo escolhe a cor que quer utilizar para as pinturas. Como foi feito para os ângulos 30° , 45° e 60° no primeiro quadrante, percebe-se mais

claramente a relação com outros ângulos nos quadrantes seguintes, através das retas perpendiculares e dos retângulos formados. Aos que não estavam participando da pintura, foi questionado quais eram os ângulos relacionados nos outros quadrantes, para cada um dos três ângulos, concluindo que, desta maneira, servirá para qualquer outro ângulo. É necessária a formação de um grupo que trabalhe também com radianos.

Figura 44 – Pintando a linha branca



2º passo Mesmo procedimento da linha branca, ao término coloca-se a fita crepe branca, centralizando.

Figura 45 – Pintando a linha amarela



Nesta parte aproveita-se para perceber a redução ao primeiro quadrante através dos retângulos congruentes (triângulos retângulos formados em relação aos eixos dos senos e cossenos). Os alunos deverão perceber qual será o valor do ângulo que está no segundo quadrante e no primeiro quadrante, e desenvolverão técnicas para isso. Da mesma forma, do terceiro e do quarto para o primeiro quadrante. Deverão concluir que servirá para qualquer ângulo e relacionar que as tabelas trigonométricas vão de 1° a 89° . Relacionar, ainda, o sinal do seno e do cosseno nos quadrantes em relação aos eixos.

3º passo Momento da pintura: preenchimento do círculo na cor vermelha e contorno na borda do círculo. Aproveita-se para se calcular a área a ser pintada e quanto se gastará de tinta, na lata diz a quantidade de área coberta. Nesse momento, muitos presumem que “estragaram tudo!”. Como mostra nas Figuras 46 e 47

Figura 46 – Pintando o círculo



Figura 47 – Pintando e secando o círculo



4º passo Após uma secagem rápida será necessário retirar as fitas pois, caso sejam deixadas por muito tempo, a tinta plástica para piso poderá ser danificada quando da retirada. Após esta etapa ficam aparentes as linhas de cores branca e amarela, como na Figura 48.

Figura 48 – Retirada das fitas



5º passo Retoque final, pintura do eixo cartesiano e dos pontos (pares cartesianos). Neste momento, pode-se voltar à análise do tamanho no eixo do seno e do cosseno no círculo trigonométrico, e os pares cartesianos. A medida a ser adotada sempre será uma unidade de comprimento.

Figura 49 – Finalizações e eixo cartesiano



A abertura das portas das salas também fez parte da arte trigonométrica, pintando ângulos de 15° em 15° , como mostra nas Figuras 50 e 51.

Figura 50 – Pintura feita pelo 2º ano do Ensino médio (2232)



Figura 51 – Pintura feita pelo 2º ano do Ensino médio (2231)



4.2.4 Análise dos Resultados

Por conta de terem os alunos assistido às aulas no Portal da Matemática, houve grande aproveitamento de resolução de exercícios para a realização do trabalho. As duas turmas do 2º ano ensino médio noturno da Escola Estadual de Ensino Médio CAIC Madezatti explicaram com muito orgulho para os outros alunos e professores o que construíram.

Após o trabalho, já se voltam automaticamente para o estudo de outro Módulo. Alguns adiantam conteúdos, pois sabem que o professor os incentivará o desenvolvimento de um bom projeto para o novo Módulo.

Figura 52 – Círculo trigonométrico e ângulos de abertura da porta realizados pelos alunos da turma do 2º ano do Ensino médio (2231)



Figura 53 – Círculo trigonométrico e ângulos de abertura da porta realizados pelos alunos da turma do 2º ano do Ensino médio (2232)



4.3 Trigonometria no Triângulo Retângulo

PROJETO: Teodolito

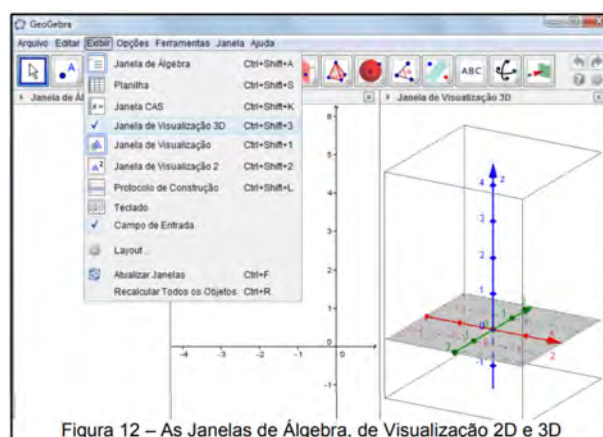
Neste projeto é importante que dê uma importância na histórica do desenvolvimento do Teodolito e na própria construção usando materiais recicláveis, aplicativos para celulares como o usado pelo Wagner (2016), o aplicativo *Theodolite*, assim também como utilizá-lo, veja na Figura 54 a construção de um suporte vertical para o celular. Seria relevante construir o instrumento (Teodolito) com a utilização do GeoGebra, na Figura 55 mostra uma parte do desenvolvimento feito com GeoGebra, como no trabalho realizado por Zilkha (2014) que está disponível nos trabalhos de conclusão do PROFMAT³. Enfim, são vários projetos nesta área que é um conteúdo admirável da matemática e devemos aproveitá-los, para encontrá-los o professor deveria ter um ponto de referência e seria no nosso Portal da Matemática.

Figura 54 – Suporte Vertical para celular



Fonte: Revista do Professor de Matemática nº 92

Figura 55 – Uso do Geogebra na construção de instrumentos (Teodolito)



Fonte: Trabalho de Conclusão de Curso Mestrado PROFMAT de Zilkha (2014)

³ <http://bit.profmatt-sbm.org.br/xmlui/handle/123456789/1111>

4.3.1 Utilização no Portal

Foi utilizado no 9º ano, turmas 911 e 912 com 25 alunos cada, 913 com 26 alunos e a 914 com 27 alunos da EMEF Dr. Décio Gomes Pereira do município de Sapiranga, no final do último trimestre do ano 2016, o módulo “Lei dos Senos e Cossenos”. Aqui, a introdução das profissões que utilizam o teodolito é importante, e o desafio de calcular distâncias e/ou alturas inacessíveis é relevante para despertar o interesse pelo assunto.

O ensino da trigonometria costuma ser um conteúdo maçante e que, apesar de ocupar muitas páginas em livros didáticos, possui pouca aplicação ou nenhuma aplicação prática. Atualmente, o ensino de tal matéria tem sido melhor, pois, hoje é um conteúdo que realmente os alunos demonstram entusiasmo em resolver, por si mesmos, situações que não imaginavam possíveis. (WAGNER, 2016)

Apesar do módulo ser Lei dos Senos e Cossenos, no trabalho, usamos apenas o assunto: Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo. A fundamentação teórica das relações trigonométricas no triângulo retângulo é fornecida neste módulo.

4.3.2 Procedimento da Atividade

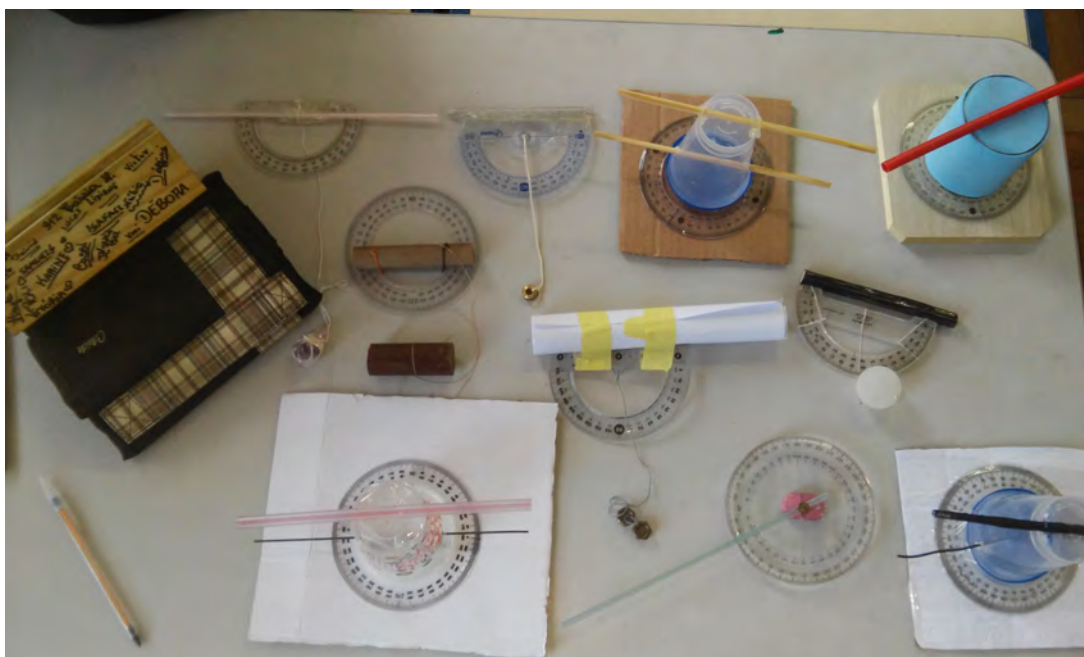
Solicita-se aos alunos história e profissões que utilizam o Teodolito. Que construam um teodolito a partir de informações que eles encontram na internet. Antes de ir para campo, os alunos devem trazer os teodolitos construídos para analisarem como serão utilizados no trabalho em campo.

4.3.2.1 Materias utilizados

A Figura 56, mostra alguns teodolitos construídos pelos alunos do 9º ano. Outro fator relevante é o ambiente em que será realizado o trabalho de campo. Um dos grupos mostrou interesse em fazer o cálculo primeiro por semelhança entre triângulos, foi trabalhado o assunto de semelhança e congruência entre triângulos, usando assim a sombra e, para isso, um dia de sol foi importante. Houve o uso da trena e da calculadora científica ou tabela trigonométrica.

Para a confecção do material, os alunos foram incentivados a construir a partir da internet um teodolito simples (sem ser digital ou aplicativos de celular). Foi marcada uma aula para verificar como utilizariam os mesmos, e se estavam bem construídos. Depois da análise e do aprendizado sobre o uso, foi marcado um dia com dois períodos de aula seguidos para o trabalho de campo (Figura 56).

Figura 56 – Teodolitos construídos pelos alunos



4.3.2.2 Desenvolvimento

Cada grupo de alunos escolhe o objeto que pretende calcular a altura, como por exemplo: altura da árvore, de um prédio, da antena do prédio. O professor dá algumas ideias, incentivando primeiramente que os alunos façam uma estimativa do resultado que irão encontrar. Na Figura 57, vemos alguns alunos realizando a atividade do cálculo de alturas e/ou distâncias.

Figura 57 – Calculando alturas e distâncias



4.3.3 Análise dos Resultados

Da estimativa à realidade, houve um interesse geral dos alunos em encontrar resultados com as teorias aprendidas.

Foi relevante que tenham seguido o modelo sala de aula invertida pelo Portal. Houve um maior aproveitamento do conteúdo com a prática e maior tempo para explicações e demonstrações, já que os alunos já vinham com o conteúdo das aulas copiado e assistido pelo vídeo. O trabalho lúdico se tornou um grande atrativo para a admiração pela matemática.

Durante o ano letivo, vários projetos foram desenvolvidos com a turma, sendo que o aqui explanado foi o último. Por conta disso, os alunos já possuíam alguma experiência, sabendo como se empenhar em desenvolver o projeto.

5 Conclusões

As construções de conhecimento realizadas com os alunos foram relevantes para o desenvolvimento do trabalho no período do mestrado. Por meio do método da pesquisa e da construção do conhecimento através da dedução, a produção e o aproveitamento foram maiores. Muitas das novidades trabalhadas com relação aos conteúdos não se encontram em livros didáticos, e as técnicas aplicadas trouxeram a constatação de que nós, professores, ainda estamos despreparados para essa nova realidade, pois estamos muito ligados ao mundo da educação objetiva e conteudista.

Projetos como o do Portal da Matemática (OBMEP) ajudaram bastante em relação aos planos de aula, principalmente porque auxiliaram a economizar tempo de planejamento, de modo que se pôde pensar em projetos para os conteúdos. Porém a matemática trabalha com vários conteúdos que são disciplinas, como: Aritmética; Álgebra; Trigonometria; Funções; Matemática Financeira; Geometria (Plana, Espacial, Analítica); Probabilidade e Estatística; Análise Combinatória (Contagem) e a lista continua com Matrizes; Polinômios; Números Complexos, etc. Deveríamos ter, ainda, o conteúdo de História da Matemática e Raciocínio Lógico, mas para isso conta-se com poucos períodos letivos (na educação pública), tornando dificultosa a tarefa de fazer com que os alunos construam um conhecimento sólido da matemática e a sua realidade. Professores que conseguem ministrar todos esses conteúdos num período de tempo tão pequeno são verdadeiros “milagreiros”.

Durante o tempo de experiência com a utilização do Portal, foi possível acompanhar, ainda, o crescimento da equipe de professores e colaboradores deste ambiente virtual de aprendizagem. À época do lançamento, em fevereiro de 2014, utilizávamos o Khan Academy; porém, o Portal conta com a colaboração de professores pesquisadores e, mais, é reconhecido pelo MEC. Os professores, principalmente os do Brasil, podem e devem aproveitá-lo na educação básica. Foi apresentada a proposta para que o Portal tenha um ícone de projetos de aulas nos Conteúdos dos Módulos, para que outros professores possam ter acesso a estes recursos como facilitadores para seus planos de aula, uma das propostas do Portal; projetos como os que saem na revista da RPM (Revista do Professor de Matemática), ou como os que são realizados pelos mestres do PROFMAT; enfim, projetos de quem queira compartilhar.

O trabalho com o Portal da Matemática (OBMEP) e a participação no PROFMAT pela FURG foi relevante na aquisição de novos conhecimentos e, principalmente, para o crescimento do trabalho na escola, na medida em que propiciou o desenvolvimento de uma metodologia que valoriza a dedução e a construção do conhecimento com os alunos,

com aproveitamento de projetos de aulas e também a criação destes.

As aulas da formação de professores de matemática, que acontecem duas vezes ao ano, foram relevantes para a conclusão de que não se deve desanimar diante das dificuldades, e que devemos estar em constante formação para uma melhor apresentação da matemática e suas tecnologias.

Seria muito importante se os projetos construídos pelos colegas fossem compartilhados num só local, leia-se, no Portal, onde professores de toda parte do Brasil pudessem aproveitar. A construção de projetos como estes, conjuntamente com os alunos, pode e deve ser incentivada, e tais projetos já são divulgados em alguns locais, sobretudo em Laboratórios de Matemática.

O tema sustentabilidade foi relevante para a construção dos projetos e na construção do conhecimento do aluno, com a criação de materiais didáticos usando recursos naturais e recicláveis.

O ensino híbrido da Matemática não exclui o professor do contato com os alunos; ao contrário, os aproxima. Durante os três anos trabalhando com o Portal, houve várias momentos gratificantes, em que os alunos manifestaram: “Agora entendi!”, ou ainda: “No vídeo foi bom, mas com o projeto foi melhor!”. Assim, o papel do professor na elaboração dos projetos, incluindo orientações e aplicações dos conteúdos, está dentro do que se propõe (ou do que deveria se propor) a escola: socialização de conhecimentos e entrosamento entre conhecimentos científicos.

Numa comunidade educativa e na família todos estão preocupados com a aprendizagem do aluno, este tem o desejo de evoluir e de aprender, hoje devemos aproveitar essa cultura da inovação e nós professores temos obrigação de acompanhar. Nestes últimos anos a turma que hoje acompanhou desde o 1º ano do ensino médio é muito mais independente em seus estudos, o método do ensino híbrido com a Portal da Matemática foi empolgando um grupo pequeno no começo depois os outros foram vendo a vantagem aos poucos, mas infelizmente muitos ainda preferem passar exercícios de A a Z no quadro do que fazer o aluno refletir e evoluir.

A matemática está em transformação, por isso gosto da máxima de Antoine Lavoisier “nada se cria, nada se perde, tudo se transforma”. O Ser aluno, é um ser humano que está em constante transformação, esperamos como educadores não perdê-lo no caminho que este percorre nos anos que estão na escola.

Referências

- BARRADAS, J. F. e R. *Vida Acadêmica - Guia prático do universitário*. 1. ed. Manaus: Valer, 2015. Citado na página 15.
- BRASIL, P. *MEC estuda criar política nacional de conteúdos digitais para as escolas*. 2014. Disponível em: <<http://www.brasil.gov.br/educacao/2014/06/mec-estuda-criar-politica-nacional-de-conteudos-digitais-para-as-escolas>>. Acesso em: 01.02.2017. Citado na página 43.
- ENSINO Híbrido: como ir além da Tecnologia pela Tecnologia. MiniWeb Educação, 2015. Disponível em: <<http://info.geekie.com.br/ensino-hibrido-como-ir-alem-da-tecnologia-pela-tecnologia/>>. Acesso em: 16.04.2015. Citado 3 vezes nas páginas 19, 21 e 25.
- GIRALDO, P. C. e F. M. V. *Recursos Computacionais no Ensino de Matemática*. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013. Citado na página 22.
- HEFEZ, A. *Aritmética*. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2014. Citado na página 47.
- MATICIULEVICZ, I. R. R. Um estudo teórico e prático das quatro operações básicas da matemática elementar no conjunto dos números racionais. *Cadernos PDE Escola Pública Paranaense, Versão On line ISBN 978-85-8015-080-3*, n. 1, 2014. Citado na página 44.
- PERSONALIZAÇÃO do Ensino. Cidade Escola Aprendiz, 2014. Sítio Centro de Referências em Educação Integral. Disponível em: <<http://educacaointegral.org.br/glossario/personalizacao-ensino/>>. Acesso em: 01.07.2015. Citado na página 20.
- PNE. *PNE Lei nº 10172*. Brasília, 2001. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/leis_2001/l10172.htm>. Citado 3 vezes nas páginas 20, 21 e 25.
- PNE. *Lei nº 13005 PNE*. Brasília, 2014. Disponível em: <<http://http://pne.mec.gov.br/>>. Citado na página 20.
- SANTOS, B. F. *Apesar de expansão, acesso à internet no Brasil ainda é baixo*. 2016. Disponível em: <<http://exame.abril.com.br/brasil/apesar-de-expansao-acesso-a-internet-no-brasil-ainda-e-baixo/>>. Acesso em: 22.12.2016. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 16.
- SÉRATES, J. *Métodos Cuca Legal de efetuar operações no conjunto dos números naturais*. 6. ed. Brasília: Jonofon, 1998. Citado 3 vezes nas páginas 43, 44 e 47.
- SOUZA, J. da Silva Ribeiro Garcia e Joamir Roberto de. *Contato Matemática*. 1. ed. São Paulo: FTD, 2016. Citado na página 56.
- TECNOLOGIA conectando alunos e professores em busca do melhor aprendizado. Lemann Fundação, 2016. Disponível em: <<http://www.fundacaolemann.org.br/ensino-hibrido/>>. Acesso em: 2015. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 22.
- WAGNER, E. O teodolito nas aulas de geometria. *Revista do professor de matemática*, n. 92, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 64 e 65.

ZILKHA, E. *Utilização do GeoGebra na Construção de Instrumentos: Teodolito*. 2014. Disponível em: <<http://bit.proformat-sbm.org.br/xmlui/handle/123456789/1111>>. Acesso em: 31.08.2017. Citado na página 64.

Anexos

ANEXO A – Testemunhos de Alunos



“É uma forma de revermos as aulas, estudarmos os assuntos que estamos com dificuldades, a vantagem é que podemos olhar quantas vezes quisermos o conteúdo!”

Diógenes da Rosa Ensino médio (18 anos)



“O estudo pelo Portal é bom, ajuda bastante na hora do meu estudo. Melhora mais com as dicas que o Sor Sidney nos dá nas aulas em sala!”

Amanda Gabriele Diehl Timoto
Ensino médio (17 anos)



“Acho muito bom, pois, se não entendo algo na aula, posso procurar entender revisando em casa pelas aulas que estão no Portal”

Andreína Rafaela Schell Ensino médio (17 anos)



“Voltei a estudar depois de 12 anos parado. Sem o recurso das aulas pelo Portal, não sei se acompanharia o estudo de Trigonometria, melhorou mais ainda com o trabalho da pintura do Círculo Trigonométrico”

Lindomar da Conceição Junior Ensino médio (37 anos)



“Estudar pelo Portal é como na escola, onde você assiste as aulas e faz exercícios, tirando proveito do conteúdo para assim facilitar no aprendizado de assuntos que para muitos alunos é de grande dificuldade de compreensão”

Wender Lima Vasconcelos Ensino médio (19 anos)



“Os vídeos são ótimos, eles explicam os conteúdos de forma clara. Os testes também, pois, se você não consegue fazer a questão corretamente e erra, ele mostra como faz, isso ajuda bastante e na parte de ter que acertar seis seguidas é excelente para ver se conseguiu entender o conteúdo.”

Henrique Ebert Ensino médio (20 anos)



“A pintura do círculo trigonométrico, foi um trabalho muito bem elaborado, pois, a turma compreendeu a matemática muito fácil. Eu sempre tive essa opinião, se tu mostra a matemática na prática, fica mais fácil de aprender!”

Daniela Ruschel da Silva Ensino médio (19 anos)



“Nunca fui muito boa em Matemática, hoje estudar pelo Portal ajuda muito a tirar as dúvidas e também a rever as aulas. Seria bom se tivesse sido ofertado em anos anteriores também!”

Mônica Helena Freitas de Oliveira Ensino médio (24 anos)

ANEXO B – ENTRE DUAS PARÁBOLAS

Entre duas parábolas: Cavalieri no plano

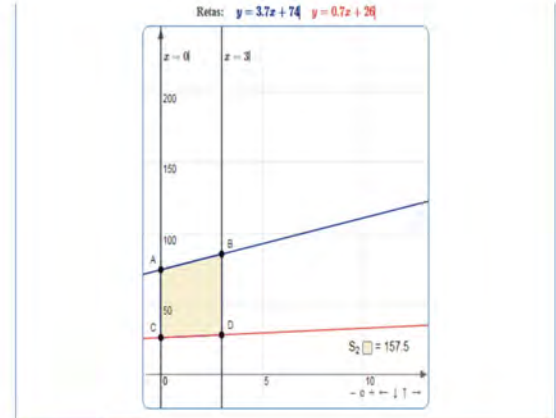
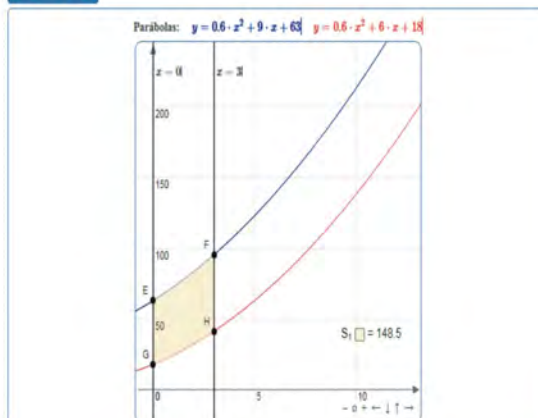


Como Usar?

São dadas 2 retas verticais. Na figura 1, são desenhadas 2 parábolas, que, juntamente com as verticais, formam um "quadrilátero" curvilíneo de área S_1 . Você é capaz de mover outras 2 retas na figura 2, de forma a área do quadrilátero formado (S_2) tenha a mesma área de S_1 ? As equações das parábolas e retas são indicadas em suas respectivas cores. No interativo, é possível mover os pontos A, B, C e D da 2a figura que determinam o quadrilátero em questão. À medida que se movem, as equações das retas na legenda e o valor de sua área são atualizados. Caso deseje uma nova figura, clique no botão "Nova Configuração". Para ver a solução, clique em "Mostrar Explicação".

Legendas

Nova Configuração



Mostrar Explicação

Solução:

Primeiramente, notemos que ambas as parábolas tem o mesmo coeficiente líder. Dessa forma, fazendo a diferença de ambas as equações das parábolas $y = 0.6 \cdot x^2 + 9 \cdot x + 63$ e $y = 0.6 \cdot x^2 + 6 \cdot x + 18$, encontramos uma equação de 1o grau, que é de uma reta: $y = 3x + 45$.

Lembrando do Princípio de Cavalieri, podemos adaptá-lo ao plano. Se todas retas paralelas a uma determinada direção (vertical, por exemplo) sempre intersectam 2 áreas (no caso S_1 e S_2) em fatias/segmentos que são iguais entre si, então S_1 e S_2 terão áreas iguais.

Podemos, de uma maneira conveniente, escolher as 2 retas da 2a figura, de forma que possamos aplicar o Princípio de Cavalieri. Podemos, por exemplo, escolher o eixo x: $y = 0$ e a equação diferença das parábolas: $y = 3x + 45$, para serem as 2 retas. Dessa forma, para qualquer ponto de abscissa entre $x = 0$ e $x = 3$ teremos a diferença dessas 2 equações de reta também igual a $y = 3x + 45$, que também é a equação que representa a diferença das 2 parábolas.

Para verificarmos esta solução interativamente, foram traçados em ambas figuras os segmentos verticais \overline{OP} e \overline{MN} resultantes da interseção de uma reta vertical transversal. Em ambas as figuras, podemos arrastar os pontos O, P, M ou N de maneira a mover a reta vertical transversal. O tamanho dos segmentos \overline{OP} e \overline{MN} podem ser verificados na legenda e são atualizados de acordo com o movimento.

Como ambos os segmentos são iguais para quaisquer retas verticais de $x = 0$ e $x = 3$, podemos concluir pelo Princípio de Cavalieri que $S_1 = S_2$.