UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

SIMULAÇÃO NUMÉRICA E CONSTRUCTAL DESIGN APLICADOS À ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DE COLUNAS PERFURADAS SUBMETIDAS À FLAMBAGEM TÉRMICA

por

ROBERTA DA SILVA MICHAELLO

RIO GRANDE

2016

ROBERTA DA SILVA MICHAELLO

"Simulação Numérica Aplicada à Análise do Comportamento de Colunas Perfuradas Submetidas à Flambagem Térmica"

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal do Rio Grande - FURG, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre. Área de concentração: Modelagem Computacional.

Aprovada em

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Liércio André Isoldr Orientador – FURG

Prof. Dr. Elizaldo Dominenes des Santos

Co-orientaddr FURG

Prof. Dr. Mauro de Vasconcellos Real

FURG:

Prof. Dr. Charlei Marcelo Paliga

UFPEL

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

SIMULAÇÃO NUMÉRICA E CONSTRUCTAL DESIGN APLICADOS À ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DE COLUNAS PERFURADAS SUBMETIDAS À FLAMBAGEM TÉRMICA

ROBERTA DA SILVA MICHAELLO

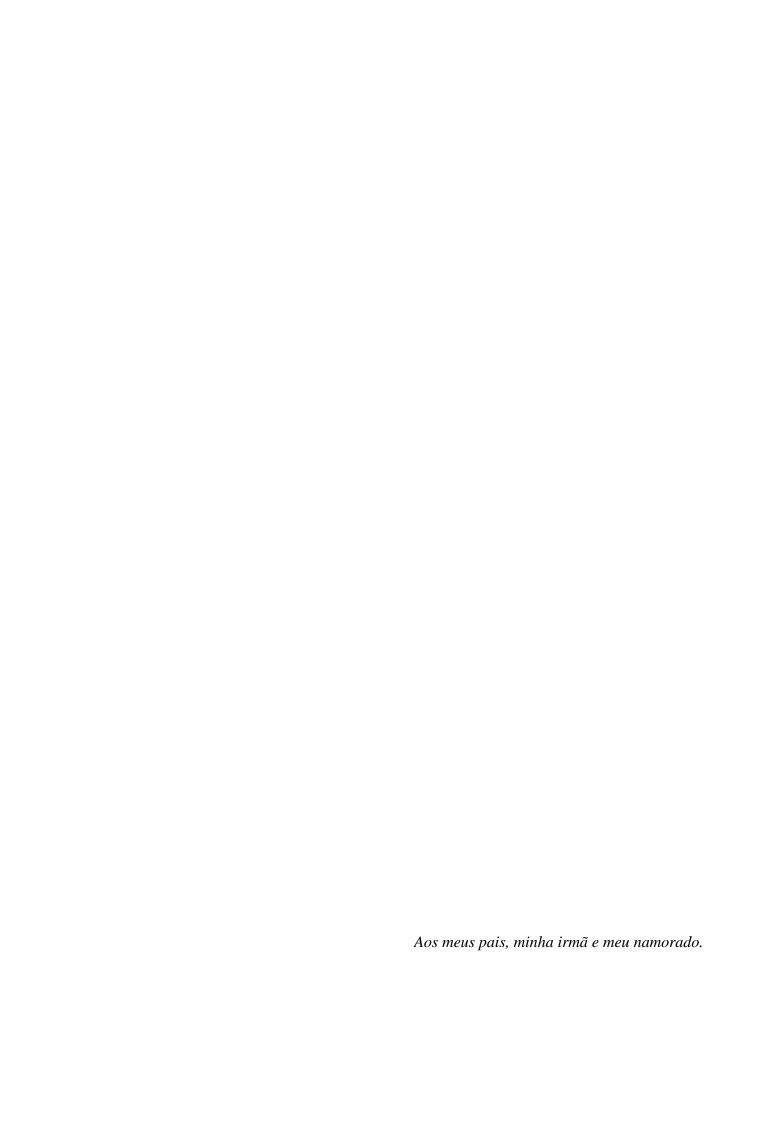
Dissertação apresentada ao Programa de Pósgraduação em Modelagem Computacional (PPGMC) da Universidade Federal do Rio Grande (FURG), como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Modelagem Computacional.

Orientador: Prof. Dr. Liércio André Isoldi **Co-orientador:** Prof. Dr. Elizaldo D. dos

Santos

RIO GRANDE

2016



AGRADECIMENTOS

Em especial, ao Prof. Dr. Liércio André Isoldi pela orientação, por sempre estar disponível para esclarecer qualquer dúvida, por compartilhar o conhecimento, por incentivar a produção científica, pela paciência e parceria ao longo do desenvolvimento desse trabalho.

Ao Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos pela co-orientação, incentivo, auxílio e contribuições no decorrer do trabalho.

À banca examinadora por aceitar discutir esse trabalho, a fim de contribuir para a melhoria do mesmo.

À Universidade Federal do Rio Grande (FURG), ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem computacional (PPGMC) e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio prestado à realização desse trabalho.

Por fim, agradeço aos meus pais, Roberto e Nina, por sempre estarem ao meu lado, por me apoiarem e incentivarem nas minhas escolhas acadêmicas, por me educarem e proporcionarem um bom estudo e formação pessoal. À minha irmã, Renata, por estar ao meu lado sempre, se alegrando com todas minhas vitórias, por fazer parte de todas elas, me motivando e apoiando. E ao meu namorado Rafael, por estar sempre presente, pelo apoio incondicional e incentivo para a conclusão desse trabalho.

RESUMO

No presente trabalho, um modelo computacional verificado foi adotado para solucionar o problema da flambagem térmica. Para isso foi empregado o software ANSYS, que é baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF). Um estudo de caso foi realizado, empregando o método *Constructal Design* para a determinação da influência, causada por perfurações, na variação crítica de temperatura de uma coluna de aço. O tipo e a forma dessas perfurações foram variados, mantendo fixo o volume de material retirado da coluna (chamado de fração de volume). A variação crítica de temperatura foi então determinada para cada caso. Além disso, para determinar se ocorre escoamento do material antes da ocorrência da flambagem térmica, uma análise numérica da tensão de von Mises foi feita para cada caso. Os resultados obtidos, considerando apenas aqueles onde a flambagem térmica ocorre, mostraram que o método *Constructal Design* permite a determinação de geometrias otimizadas que conduzem a performances superiores dos componentes estruturais analisados.

Palavras-Chave: Flambagem térmica, Colunas de aço perfuradas, Método *Constructal Design*, Modelagem Computacional.

ABSTRACT

In this study, a verified computational model was adopted to solve the problem of thermal buckling. For this we used the ANSYS software, which is based on the Finite Element Method (FEM). A case study was performed, using the Constructal Design method for determining the influence caused by perforations in the critical temperature variation of a steel column. The type and shape of these perforations were varied, keeping fixed the volume of material removed from the column (referred volume fraction). Then the critical temperature variation was determined for each case. In addition, to determine if the material yielding occurs prior to the occurrence of thermal buckling, a numerical analysis of von Mises stress was carried out in each case. The obtained results, considering only those where thermal buckling occurs, showed that Constructal Design method allows the determination of optimized geometries that lead to superior performances of structural components analyzed.

Keywords: Thermal buckling, Perforated steel columns, Constructal Design Method, Computational modeling.

SUMÁRIO

| 1 | INTRODUÇÃO | 14 |
|---|--|------|
| | 1.1 MOTIVAÇÃO | 14 |
| | 1.2 JUSTIFICATIVA | 15 |
| | 1.3 ESTADO DA ARTE | 15 |
| | 1.4 OBJETIVOS | 19 |
| | 1.4.1 OBJETIVO GERAL | 19 |
| | 1.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS | 20 |
| | 1.5 METODOLOGIA | 20 |
| 2 | REFERENCIAL TEÓRICO | 22 |
| | 2.1 FLAMBAGEM | 22 |
| | 2.1.1 ESTABILIDADE | 23 |
| | 2.1.2 FLAMBAGEM TÉRMICA | 24 |
| | 2.2 SIMULAÇÃO NUMÉRICA | 28 |
| | 2.2.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS | 29 |
| | 2.2.2 ETAPAS DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA | 30 |
| | 2.3 CONSTRUCTAL DESIGN | 31 |
| 3 | MODELAGEM COMPUTACIONAL APLICADA À FLAMBAGEM TÉRMICA | \ DE |
| C | OLUNAS | 33 |
| | 3.1 ELEMENTO ESTRUTURAL ESCOLHIDO | 33 |
| | 3.2 ELEMENTO FINITO ADOTADO | 33 |
| | 3.3 O MODELO COMPUTACIONAL NO ANSYS | 34 |
| | 3.3.1 PRÉ-PROCESSAMENTO | 34 |
| | 3.3.2 PROCESSAMENTO | 40 |
| | 3.3.3 PÓS-PROCESSAMENTO | 44 |
| | 3.4 TESTE DE INDEPENDÊNCIA DE MALHA | 46 |
| | 3.4.1 INDEPENDÊNCIA DE MALHA PARA O PERFIL SEM PERFURAÇÕES | 46 |
| | 3.4.2 INDEPENDÊNCIA DE MALHA PARA O PERFIL COM PERFURAÇÕES | 47 |
| | 3.5 RESULTADOS ANALÍTICOS | 50 |
| | 3.6 VERIFICAÇÃO DO MODELO COMPUTACIONAL | 51 |
| 4 | ESTUDO DE CASO | 54 |
| | 4.1 PERFURAÇÕES | 54 |

| 4.2 ESTUDO DE CASO PARA COLUNA BIRROTULADA COM $\square=0,10$ | 56 |
|---|----------|
| 4.3 CÁLCULO DA TENSÃO DE VON MISES | 63 |
| 4.3.1 VERIFICAÇÃO DO MODELO COMPUTACIONAL | 64 |
| 4.4 RESULTADOS | 68 |
| 5 CONCLUSÃO | 79 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 81 |
| APÊNDICE A – Tabelas da $\Delta T_{cr,adm}$ para perfurações elípticas e retangulares com dif | ferentes |
| valores de ϕ | 84 |
| APÊNDICE B - Tabelas com valores da tensão de von Mises, menores que a ter | ısão de |
| escoamento | 88 |

LISTA DE FIGURAS

| Figura 1.1 – Geometria e malha de elementos finitos do perfil. | 16 |
|--|---------|
| Figura 1.2 – Domínio computacional. | 17 |
| Figura 1.3 – Comparação das deformações numérica e experimental. | 18 |
| Figura 1.4 – Arranjos das distribuição das perfurações. | 19 |
| Figura 2.1 –Estados de equilíbrio. | 23 |
| Figura 2.2 - Barra sobre superfície horizontal: (a) sem variação de temperatura e (b) | com |
| variação de temperatura | 24 |
| Figura 2.3 – Barra birrotulada: (a) submetida à variação de temperatura e (b) forças de re | eação |
| geradas. | 25 |
| Figura 2.4 – Relação entre <i>Le</i> e <i>L</i> , para diferentes tipos de vinculação | 27 |
| Figura 2.5 – Divisão do domínio contínuo. | 30 |
| Figura 2.6 - Exemplos de aplicações da Lei Constructal. | 32 |
| Figura 3.1 - Componente estrutural: (a) Coluna birrotulada, formato e dimensões do pe | erfil e |
| (b) hipótese simplificativa. | 33 |
| Figura 3.2 - Elemento SHELL93. | 34 |
| Figura 3.3 - Definindo o tipo de elemento. | 35 |
| Figura 3.4 - Definindo a espessura do elemento 1 | 35 |
| Figura 3.5 - Definindo a espessura do elemento 2 | 36 |
| Figura 3.6 - Propriedades do material - parte mecânica. | 37 |
| Figura 3.7 - Propriedades do material - parte térmica. | 37 |
| Figura 3.8 - Criação dos pontos e linhas da área da seção transversal. | 39 |
| Figura 3.9 - Criação da área da estrutura. | 39 |
| Figura 3.10 - Perfil com a malha refinada. | 40 |
| Figura 3.11 - Definindo análise estática. | 41 |
| Figura 3.12 - Opção calculate prestress effects selecionada. | 41 |
| Figura 3.13 – Temperatura aplicada nas superfícies. | 42 |
| Figura 3.14 – Definindo a nova análise. | 42 |
| Figura 3.15 - Número de modos de flambagem. | 43 |
| Figura 3.16 - Opção Expansion pass selecionada. | 43 |
| Figura 3.17 - Número de modos de expansão. | 44 |
| Figura 3.18 - Variação de temperatura crítica obtida para a coluna bi-rotulada | 45 |

| Figura 4.16 - Variação crítica de temperatura adimensional máxima para diferentes tipos de |
|--|
| perfurações e valores de ϕ (coluna birrotulada) |
| Figura 4.17 – Configuração flambada da coluna birrotulada, com perfurações retangulares |
| para $\Delta T_{\text{cr,adm(máx)}} = 1,79.$ |
| Figura 4.18 - Variação crítica de temperatura adimensional máxima para diferentes tipos de |
| perfurações e valores de ϕ (coluna engastada-rotulada) |
| Figura 4.19 – Configuração flambada da coluna biengastada, com perfurações elípticas para |
| $\Delta T_{\text{cr,adm(máx)}} = 1,0376$ |
| Figura 4.20 – Configuração flambada da coluna engastada-rotulada, com perfurações |
| elípticas para $\Delta T_{\text{cr,adm(máx)}} = 1,39.$ |
| Figura 4.21 – Exemplo de dilatação térmica ocorrida nos furos retangulares |
| Figura 4.22 – Exemplo de dilatação térmica ocorrida nos furos elípticos |
| |

LISTA DE TABELAS

| Tabela 3.1 - Pontos da estrutura |
|---|
| Tabela 3.2 - Valores obtidos para o teste de independência de malha. 46 |
| Tabela 3.3 - Valores obtidos para o teste de independência de malha (Elemento triangular). 48 |
| Tabela 4.1 - Valores obtidos para a variação crítica de temperatura (Perfil com perfurações |
| elípticas) |
| Tabela 4.2 - Valores obtidos para a variação crítica de temperatura (Perfil com perfurações |
| retangulares) |
| Tabela 4.3 - Valores obtidos para a variação crítica de temperatura adimensional (Perfil com |
| perfurações elípticas) |
| Tabela 4.4 - Valores obtidos para a variação crítica de temperatura adimensional (Perfil com |
| perfuração retangular)65 |
| Tabela 4.5 - Valores obtidos para o teste de independência de malha (Elemento SOLID45).65 |
| Tabela 4.6 - Valores numéricos e analíticos para σx |
| Tabela 4.7 – Valores da $\Delta T_{cr,adm~(m\acute{a}x)}$, para diferentes perfurações e diferentes valores de ϕ , |
| para a coluna birrotulada |
| Tabela 4.8 – Valores da $\Delta T_{\rm cr,adm~(m\acute{a}x)}$, para diferentes perfurações e diferentes valores de ϕ , |
| para a coluna engastada-rotulada |

LISTA DE SÍMBOLOS

| \boldsymbol{A} | Área de seção transversal da barra |
|-------------------------------------|--|
| В | Largura da aba |
| D | Altura do elemento |
| \boldsymbol{E} | Espessura da alma |
| \boldsymbol{E} | Módulo de elasticidade |
| [G] | Matriz de rigidez geométrica |
| H_{θ} | Maior dimensão vertical da perfuração |
| I | Momento de inércia |
| [K] | Matriz de rigidez elástica |
| \boldsymbol{L} | Comprimento da barra esbelta |
| L_e | Comprimento efetivo |
| L_0 | Maior dimensão horizontal da perfuração |
| P | Reações de apoio |
| R | Rotação em torno do eixo |
| T | Espessura da aba |
| ΔT | Variação de temperatura |
| $oldsymbol{U}$ | Translação |
| { U } | Autovetor (modo de flambagem) |
| V_0 | Volume do material a ser removido |
| $oldsymbol{V}$ | Volume total da coluna |
| α | Coeficiente de dilatação térmica |
| $\delta_{\!\scriptscriptstyle A/B}$ | Deslocamento da extremidade A em relação à extremidade B |
| $\delta_{\!\scriptscriptstyle P}$ | Variação de comprimento causada pela reação de apoio |
| δ_T | Alongamento da barra |
| $\mathcal{E}_{\mathcal{T}}$ | Deformação normal térmica da barra |
| Λ | Índice de esbeltez da barra |
| λ_b | Autovalor indicando a temperatura de flambagem |
| ν | Coeficiente de Poisson |
| П | Constante matemática |

 σ_e Tensão de escoamento do material

 σ_x Tensão normal

Φ Fração de volume

Subscrito

Adm Admissível

Cr Crítica

Lim Limite

Máx Máxima

 \boldsymbol{X} Eixo x

Y Eixo y

 \mathbf{Z} Eixo z

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

A indústria naval teve um crescimento considerável em Rio Grande, nos últimos anos. Foi possível observar a grande utilização de elementos estruturais esbeltos, como as colunas metálicas, na construção de estruturas navais e offshore.

Segundo Beer e Johnston (1995), quando componentes estruturais esbeltos são submetidas a uma variação de temperatura positiva, caracterizando um aumento de temperatura, seu material sofrerá uma dilatação térmica. Se o deslocamento axial da estrutura for restringido, surgirá então uma força interna de compressão que, dependendo de sua magnitude, poderá causar flambagem, sendo, nesse caso, chamada de flambagem térmica.

É possível determinar analiticamente, de maneira relativamente simples, a variação de temperatura que pode causar a flambagem térmica em um componente estrutural. Porém, em várias situações, como por exemplo para a passagem de cabos e tubulações, redução do peso próprio ou até mesmo por questões estéticas, torna-se necessário realizar perfurações nesses componentes, não existindo nesses casos solução analítica para a determinação da variação de temperatura que causaria flambagem.

Sabendo da necessidade de se fazer um estudo sobre flambagem térmica, considerando colunas perfuradas, e que ainda este é um assunto pouco estudado pela comunidade científica, surgiu a motivação para realizar o presente trabalho. Pela impossibilidade em se fazer um estudo analítico nessa situação, como já foi citado, foi utilizada a modelagem computacional, através do software ANSYS, para determinar a variação crítica de temperatura, ou seja, a variação de temperatura que causa o fenômeno da flambagem térmica.

Um estudo de caso foi realizado, empregando o método Constructal Design, para a determinação da influência na variação crítica de temperatura em uma coluna de aço com perfurações. O tipo e a forma dessas perfurações foram variados, mantendo fixo o volume de material retirado da coluna. Possibilitando, assim, a determinação da geometria ótima dos furos.

1.2 **JUSTIFICATIVA**

A seguir estão listadas as principais justificativas para a escolha de se modelar computacionalmente o fenômeno da flambagem térmica em elementos estruturais do tipo coluna, com perfurações, e fazer disso tema da dissertação.

- A grande aplicação e a importância das colunas metálicas na construção de estruturas navais e offshore;
- As várias possibilidades que a simulação numérica proporciona de maneira simples,
 como, por exemplo, a variação das dimensões de furos;
- A simulação numérica também permite que estudos, que seriam de custo elevado ou sem possibilidade de realização, caso fossem feitos experimentalmente, sejam realizados;
- A redução do peso da estrutura que os furos nas colunas metálicas possibilitam. Os furos também permitem a passagem de cabos e outros elementos. Sendo assim, é importante avaliar a influência dessas perfurações na variação da temperatura crítica.

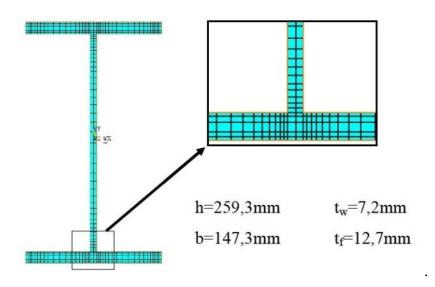
1.3 ESTADO DA ARTE

Como já foi relatado anteriormente, são poucos os trabalhos envolvendo estudo do fenômeno de flambagem térmica em colunas. Isto torna o estudo em questão interessante, pois terá aspecto de inovação, mas impede que se faça uma comparação com estudos realizados anteriormente. Serão apresentados estudos com alguns aspectos semelhantes.

Solano e Vaz (2006) apresentam soluções analíticas e numéricas para a pósflambagem térmica de hastes delgadas submetidas a uma carga térmica uniforme. O material é assumido como linear elástico, homogêneo e isotrópico, e três diferentes condições de contorno são estudadas. A influência das condições de contorno é avaliada através de resultados gráficos para configuração deformada, máxima deflexão, ângulo máximo de inclinação e curvatura máxima da haste.

Kimura (2009) faz uma análise numérica do comportamento de pilares de aço em situação de incêndio. Para isso foram elaborados modelos numéricos desenvolvidos no ANSYS. O perfil estudado tem formato I, e para a modelagem numérica foram levadas em consideração as espessuras da aba e da alma do mesmo, como pode ser observado na Fig. 1.1.

Figura 1.1 – Geometria e malha de elementos finitos do perfil.



Fonte: Kimura (2009).

Singh (2014) também fez uso do ANSYS para realização de sua pesquisa, que consiste em um estudo do comportamento de placas laminadas compostas, sujeitas à flambagem térmica. São estudados também os efeitos da variação da geometria das placas através de um estudo paramétrico (espessura, curvatura, proporções, esquemas de laminação e condições de apoio) sobre as respostas de flambagem térmica.

Helbig et al. (2015) também realizaram um estudo numérico de placas finas de aço sujeitas à flambagem térmica empregando o software ANSYS para desenvolver o modelo computacional. Nesse trabalho o modelo numérico foi verificado através da comparação de seus resultados com a solução analítica do problema. Após verificação do modelo foi feito um estudo da variação crítica de temperatura. Foram analisadas placas com diferentes relações de H/L, sendo H a altura e L o comprimento da placa, conforme indicado na Fig. 1.2. Além disso, diferentes espessuras para a placa foram também consideradas. Os resultados indicam que o aumento da variação crítica de temperatura está relacionado tanto ao aumento da relação H/L como também com o aumento da espessura da placa.

 $\mathbf{L}_{\mathbf{X}} = \mathbf{U}_{\mathbf{y}} = \mathbf{I}_{\mathbf{X}} = \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{y}} = \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$ \mathbf{H} \mathbf{H} \mathbf{H} \mathbf{H} \mathbf{H} \mathbf{H} \mathbf{H}

Figura 1.2 – Domínio computacional.

Fonte: Helbig et al. (2014).

Em Michaello et al. (2014) foi proposto um modelo computacional para solucionar o problema da flambagem térmica. Para isso foi empregado o software ANSYS. Nesse artigo um estudo de caso foi realizado, onde um perfil metálico foi considerado com condições de vinculação biengastada, engastada-rotulada e birrotulada. Os resultados numéricos obtidos para a variação crítica de temperatura apresentaram uma diferença muito pequena quando comparados com as soluções analíticas, ou seja, a modelagem computacional foi verificada. Então o modelo é capaz de solucionar de maneira satisfatória o problema da flambagem térmica.

Como não foram encontrados estudos sobre flambagem térmica em colunas com perfurações, pesquisou-se sobre flambagem mecânica em colunas perfuradas. A fim de poder comparar, estabelecendo diferenças e semelhanças, o comportamento entre esses estudos e o realizado nesse presente trabalho.

Faria et al. (2013) avaliaram a ocorrência do modo de instabilidade local em colunas com perfurações ao longo de seus comprimentos. Foram realizadas análises numéricas e experimentais. Considerou-se a influência destas perfurações no comportamento dos perfis estruturais. A partir das comparações realizadas, entre os resultados numéricos e experimentais (Fig. 1.3), o modelo de elementos finitos mostrou-se adequado para a análise.

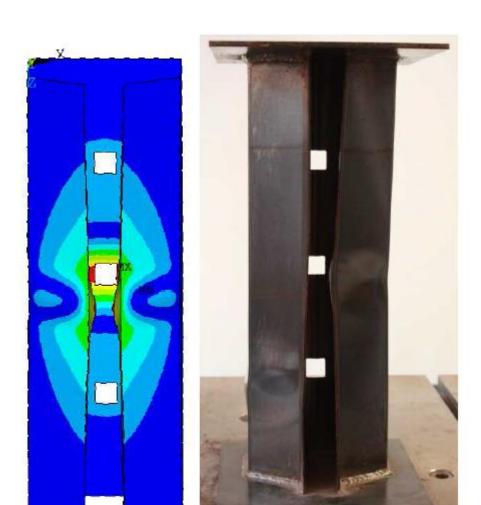


Figura 1.3 – Comparação das deformações numérica e experimental.

Fonte: Faria et al. (2013).

Alonso et al. (2015) avaliou numericamente a influência da retirada de 15% do volume de uma coluna em sua carga crítica de flambagem. Para isso, perfurações circulares em sua alma, distribuídas em diferentes arranjos foram consideradas conforme mostra a Fig. 1.4. Os valores de carga crítica obtidos numericamente foram comparados com a carga crítica do perfil sem perfurações. Os resultados obtidos para os casos estudados mostraram que ocorre uma pequena redução no valor da carga crítica na maioria dos casos. Além disso, na vinculação birrotulada foi obtido um valor de carga crítica superior ao da coluna sem perfurações em vários dos casos propostos.

C7x1 C8x2 C 10 x 2

Figura 1.4 – Arranjos das distribuição das perfurações.

Fonte: Alonso et al. (2015).

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 OBJETIVO GERAL

Incorporando a modelagem computacional e o método *Constructal Design*, avaliar numericamente a influência do tipo, da geometria e do tamanho de perfurações na flambagem

térmica de componentes estruturais do tipo coluna, considerando diferentes tipos de vinculação.

1.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Como objetivos específicos, citam-se os seguintes:

- Estudar a influência da variação da geometria de perfurações elípticas na flambagem térmica do perfil I considerado;
- Estudar a influência da variação de geometria de perfurações retangulares na flambagem térmica do perfil I considerado;
- Estudar a influência da variação do tamanho das perfurações na flambagem térmica do perfil I considerado;
- Comprovar a eficácia do método *Constructal Design* quando aplicado no estudo da flambagem térmica de colunas perfuradas;
- Avaliar, para todos os casos estudados, se ocorre escoamento antes da flambagem térmica, através da distribuição de tensões de von Mises;
- Determinar qual geometria de perfuração que conduz ao melhor comportamento mecânico, ou seja, que maximiza a variação crítica de temperatura.

1.5 METODOLOGIA

Para desenvolver o trabalho primeiramente foram revisados vários conteúdos de Mecânica dos Materiais, importantes para compreender o fenômeno estudado. Ao mesmo tempo em que se estava realizando a revisão dos conteúdos, também foi feita a familiarização com o software ANSYS. A cada conteúdo desenvolvido era feita a resolução de um problema, utilizando o ANSYS. Isso permitiu que se tivesse domínio das ferramentas necessárias do software para modelar computacionalmente o fenômeno da flambagem térmica.

Outros assuntos, pertinentes à realização deste trabalho, também foram revisados e estudados, como por exemplo, métodos numéricos, método dos elementos finitos, teste de independência de malha. E ainda os que exigiram um estudo mais profundo, flambagem térmica, simulação numérica e *Constructal Design*. Para analisar, e até mesmo comparar, o que foi ou está sendo produzido em relação ao que está sendo trabalhado nesta pesquisa, foi feito um levantamento do estado da arte envolvendo estudo de perfis perfurados submetidos à flambagem térmica e assuntos com temática próxima.

Foi feita a verificação do modelo computacional, a partir da comparação da solução numérica com a solução teórica. Após verificação, o modelo foi utilizado para análise do comportamento da coluna perfurada. Diferentes quantidades de material foram retiradas da coluna. Para cada fração de volume, dois tipos de furos foram considerados, o furo elíptico e retangular. Também, diferentes configurações foram estudadas, variando as dimensões dos furos e estabelecendo uma relação entre elas, denominada de grau de liberdade.

Sendo assim, o estudo de caso foi realizado de acordo com o método *Constructal Design*. Para cada caso também foi feita uma análise numérica da tensão de von Mises, para definir se ocorre escoamento do material antes da ocorrência da flambagem térmica. Para todos os casos em que ocorrem a flambagem térmica, foram comparados os resultados obtidos, para a variação crítica de temperatura. Possibilitando determinar a influência causada por perfurações na variação crítica de temperatura.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Aqui serão apresentados os conceitos teóricos dos principais temas abordados no presente trabalho, visando embasar os resultados numéricos obtidos e as discussões realizadas.

2.1 FLAMBAGEM

Sempre que se projeta um elemento estrutural, é necessário que ele satisfaça requisitos específicos de resistência, rigidez, estabilidade e durabilidade. Alguns elementos estruturais podem estar sujeitos a cargas de compressão e, se forem esbeltos, a carga poderá ser grande o suficiente para provocar uma deflexão ou uma oscilação lateral. Mais especificamente, elementos estruturais esbeltos sujeitos a uma força de compressão axial são denominados colunas, e a deflexão lateral que ocorre é denominada flambagem (HIBBELER, 2010).

Para se fazer o estudo de flambagem é necessário conferir se a estrutura é esbelta. Caso a barra seja curta a estrutura irá a ruína por falta de resistência à compressão antes que ocorra a flambagem. A verificação é feita a partir do valor do índice de esbeltez da barra, λ. Esse valor é uma medida de flexibilidade da coluna e serve para classificar colunas como esbelta ou curtas.

O índice de esbeltez é determinado por:

$$\lambda = \frac{L_e}{\sqrt{I/A}} \tag{2.1}$$

onde: L_e é o comprimento efetivo, I e o momento de inércia e A é a área da seção transversal da barra.

E o índice de esbeltez limite, λ_{lim} , é definido por:

$$\lambda_{lim} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_e}} \tag{2.2}$$

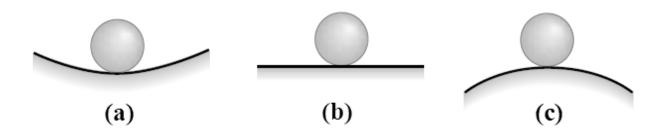
sendo, σ_e a tensão de escoamento do material e E é o modulo de elasticidade do material.

Comparando os valores das Eqs. (2.1) e (2.2), determina-se se a barra é curta ou esbelta. Se $\lambda > \lambda_{lim}$ a barra é dita esbelta, ou seja, irá à ruína antes que lhe falte resistência à compressão.

2.1.1 ESTABILIDADE

A estabilidade elástica de uma estrutura é de grande importância prática. Isto é especialmente verdadeiro para muitas estruturas modernas onde as dimensões da seção transversal estão sendo feitas cada vez menores, devido ao emprego de materiais mais resistentes e ao desejo de reduzir o peso próprio. Em muitos casos, a ruptura de uma estrutura deve ser atribuída à instabilidade elástica e não à falta de resistência por parte do material. (TIMOSHENKO, 1966). Ou seja, a flambagem de uma determinada coluna não é causada pela deterioração estrutural do material do qual a coluna é feita, mas sim pela deterioração do que foi um equilíbrio estável para um equilíbrio instável. Os três estados de equilíbrio podem ser ilustrados com uma esfera apoiada sobre uma superfície, como mostra a Fig. 2.1. (HIGDON et al., 1981).

Figura 2.1 –Estados de equilíbrio.



Fonte: Adaptado de Gere (2013).

A esfera na Fig. 2.1(a) está numa posição de equilíbrio estável no fundo da concha, porque a força da gravidade fará com que volte à posição de equilíbrio se esta for perturbada. A esfera na Fig. 2.1(b) está numa posição de equilíbrio indiferente sobre o plano horizontal, porque permanecerá em qualquer nova posição para a qual for deslocada, não tendendo a retornar nem mover-se adiante. A esfera na Fig. 2.1(c), entretanto, está em uma posição de equilíbrio instável, porque se a mesma é perturbada a gravidade faz com que ela se mova para longe de sua posição original (HIGDON et al., 1981).

A carga compressiva sobre uma coluna é gradualmente aumentada desde zero. Inicialmente a coluna está em um estado de equilíbrio estável. Com o aumento da carga, o valor crítico é alcançado e então a coluna estará no limiar de experimentar uma deflexão lateral. Ou seja, estará no limite para o comportamento de equilíbrio ser considerado instável, apresentando um estado iminente de flambagem (BEER e JOHNSTON, 1995).

2.1.2 FLAMBAGEM TÉRMICA

Conforme Barron e Barron (2012), a expansão térmica de um componente estrutural, dependendo de suas vinculações, pode causar uma tensão de compressão, existindo a possibilidade de ocorrência de uma instabilidade elástica: a flambagem térmica.

De acordo com Beer e Johnston (1995) e Cassenti (2012), para entender como ocorre a flambagem térmica em uma coluna, considera-se uma barra esbelta de comprimento L, de material homogêneo e com seção transversal constante ao longo de toda sua extensão, que está, inicialmente, apoiada sobre uma superfície lisa horizontal, conforme a Fig. 2.2(a).

Figura 2.2 – Barra sobre superfície horizontal: (a) sem variação de temperatura e (b) com variação de temperatura.



Fonte: Beer e Johnston (1995).

Segundo Higdon et al. (1981), praticamente todos materiais, quando não impedidos, expandem quando aquecidos e contraem quando resfriados. Então, se a barra for exposta a uma variação positiva de temperatura ΔT , como na Fig. 2.2(b), a mesma sofrerá um alongamento δ_T proporcional tanto à variação da temperatura quanto ao comprimento da barra, conforme a equação:

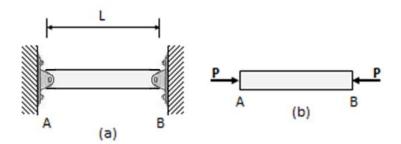
$$\delta_T = \alpha \Delta T L \tag{2.3}$$

sendo: α o coeficiente de dilatação térmica do material. Se a variação de comprimento da barra, dada pela Eq. (2.3), for relacionada com seu comprimento inicial, é possível determinar a deformação normal térmica da barra:

$$\varepsilon_T = \frac{\delta_T}{L} = \alpha \, \Delta T \tag{2.4}$$

Neste caso, a barra não possui nenhum tipo de vinculação que impeça sua deformação e, portanto, não existe nenhuma tensão térmica associada. Porém, se essa mesma barra da Fig. 2.2 estiver rotulada em suas extremidades, como mostra a Fig.2.3(a), e for submetida à variação positiva de temperatura ΔT , haverá o surgimento de reações de apoio P contrárias ao movimento de expansão da barra, devido à presença dos apoios, como ilustrado na Fig. 2.3(b).

Figura 2.3 – Barra birrotulada: (a) submetida à variação de temperatura e (b) forças de reação geradas.



Fonte: Adaptado de Beer e Johnston (1995).

Como a barra birrotulada é uma estrutura hiperestática, não é possível somente com as equações de equilíbrio determinar as reações de apoio. Torna-se necessário, então, considerar uma equação de compatibilidade de deslocamentos (HIBBELER, 2010):

$$\delta_{A/B} = \delta_T - \delta_P = 0 \tag{2.5}$$

onde: $\delta_{A/B}$ é o deslocamento da extremidade A em relação à extremidade B e δ_P é a variação de comprimento causada pela reação de apoio, definida por (HIBBELER, 2010):

$$\delta_P = \frac{PL}{AE} \tag{2.6}$$

sendo A a área de seção transversal da barra e E o módulo de elasticidade do material da barra.

Então substituindo as Eqs. (2.3) e (2.6) na Eq. (2.5), é possível determinar o valor da reação de apoio causada pela variação de temperatura *P*:

$$P = AE \alpha \Delta T \tag{2.7}$$

Considerando que para uma coluna birrotulada a carga crítica de flambagem é definida por (HIBBELER, 2010):

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \tag{2.8}$$

e igualando a carga imposta à barra devido à variação de temperatura definida pela Eq. (2.7) e a carga crítica dada pela Eq. (2.8), é possível determinar a variação crítica de temperatura, ou seja, a variação de temperatura que causa a flambagem térmica (BEER e JOHNSTON, 1995; CASSENTI, 2012):

$$\Delta T_{cr} = \frac{\pi^2 I}{\alpha A I^2} \tag{2.9}$$

É possível perceber que a variação da temperatura crítica que causa flambagem térmica não depende do módulo de elasticidade do material, em contraste com o caso em que a flambagem é causada por uma carga externa aplicada, onde a carga crítica é diretamente proporcional ao módulo de elasticidade (BARRON e BARRON, 2012).

Seguindo procedimento análogo, é possível obter as equações analíticas para a variação de temperatura crítica para a coluna engastada-rotulada (HIBBELER, 2010; BARRON e BARRON, 2012):

$$\Delta T_{cr} = \frac{2,0457\pi^2 I}{\alpha A L^2} \tag{2.10}$$

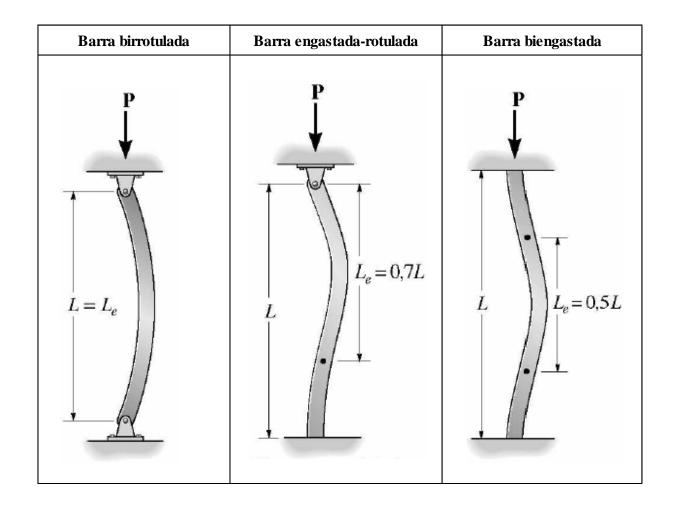
e para a coluna biengastada:

$$\Delta T_{cr} = \frac{4\pi^2 I}{\alpha A L^2} \tag{2.11}$$

Como foi visto anteriormente, antes de fazer qualquer estudo de flambagem é necessário calcular o índice de esbeltez. As Eqs. (2.9), (2.10) e (2.11) podem ser reescritas em função do índice de esbeltez.

A Eq. (2.1) mostra que o índice de esbeltez está em função do L_e . O comprimento efetivo L_e é a distância entre os pontos de momento fletor nulo ou a distância entre os pontos de inflexão da deformada da coluna após a flambagem. A relação entre o comprimento efetivo e o comprimento total da barra é apresentada na figura a seguir:

Figura 2.4 – Relação entre L_e e L, para diferentes tipos de vinculação.



Sendo assim, quando substitui-se a Eq. (2.1) nas Eqs. (2.9), (2.10) e (2.11), obtém-se a mesma equação final da variação de temperatura crítica, para todos os tipos de vinculação, conforme indicado na Eq. (2.12).

$$\Delta T_{cr} = \frac{\pi^2}{\alpha \lambda^2} \tag{2.12}$$

2.2 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Muitas vezes é extremamente complexo ou, até mesmo inviável, resolver problemas através de métodos analíticos e/ou ensaios experimentais. Entre as diversas razões estão o custo elevado, a falta de equipamentos adequados e a própria impossibilidade de se resolver de maneira analítica e/ou experimental, em algumas situações.

Portanto, cada vez mais são empregadas soluções numéricas a partir da modelagem computacional devido às várias vantagens, como: redução substancial de tempo e custo em novos projetos, capacidade em estudar sistemas onde análises experimentais são complexas ou impossíveis e nível praticamente ilimitado de detalhamento de resultados. De uma maneira geral, os softwares apresentam sofisticadas interfaces aos usuários, facilitando a definição do problema e a análise dos resultados (VERSTEEG e MALALASEKERA, 1999).

Neste trabalho será adotado o software ANSYS para determinar, numericamente, a variação crítica de temperatura, ou seja, a variação de temperatura que causa a flambagem térmica em elementos estruturais esbeltos do tipo coluna. O software ANSYS é uma ferramenta computacional que emprega como método de discretização o Método dos Elementos Finitos (MEF), permitindo análises estruturais lineares e não-lineares em problemas estáticos e dinâmicos, entre outras aplicações (ANSYS, 2005).

Para o estudo numérico do fenômeno da flambagem térmica foi adotada a análise por autovalores e autovetores. As equações de equilíbrio por elementos finitos para este tipo de análise envolvem a solução de equações algébricas homogêneas cujo autovalor mais baixo corresponde à temperatura crítica de flambagem e o autovetor associado representa o primeiro modo de flambagem. Essa solução é análoga à determinação da carga crítica de flambagem

mecânica em uma coluna, onde o autovalor mais baixo indica a carga crítica e o autovetor correspondente define o primeiro modo de flambagem (MADENCI e GUVEN, 2006).

Para isso, a diferença entre a temperatura de referência e a temperatura aplicada na coluna deve ser de apenas 1 °C, pois os autovalores e autovetores são calculados para uma carga unitária aplicada. Assim, com essa diferença de 1 °C, o primeiro autovalor encontrado será igual à diferença de temperatura que causa a flambagem térmica (CASSENTI, 2012). No ANSYS o problema de autovalores e autovetores é resolvido usando o método numérico de Lanczos (ANSYS, 2005).

Segundo Anandrao et al. (2013), no caso de flambagem do elemento, com extremidades imóveis, sujeitos a um aumento de temperatura uniforme, acima da temperatura ambiente, o problema de autovalores é resolvido através da Eq. (2.13).

$$[K] \{U\} - \lambda_b [G] \{U\} = 0$$
 (2.13)

onde: [K] é a matriz de rigidez elástica, [G] é a matriz de rigidez geométrica, λ_b é o autovalor indicando a temperatura de flambagem e $\{U\}$ é o autovetor (modo de flambagem).

2.2.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O MEF foi originalmente introduzido por Turner em 1956. É uma poderosa técnica computacional de soluções aproximadas para uma infinidade de problemas reais de engenharia. O método tornou-se um passo essencial no projeto ou modelagem de um problema físico em várias áreas da engenharia. Um fenômeno físico geralmente ocorre na continuidade da matéria (sólido, líquido ou gás) que envolve diversas variáveis de campo, essas variam ponto a ponto possuindo, assim, uma infinidade de soluções no domínio (MADENCI e GUVEN, 2006).

Em linhas gerais, o MEF é baseado na divisão do domínio de integração, contínuo, em um número finito de pequenas regiões denominadas elementos finitos, transformando o meio contínuo em discreto. O comportamento de cada elemento é arbitrado de forma aproximada, com a condição de que a malha formada pelos elementos se comporte de forma semelhante ao contínuo original. Na fig. 2.5 é apresentado um exemplo que permite a visualização do conceito da divisão de um domínio continuo em elementos.

ELEMENTO FINITO

Figura 2.5 – Divisão do domínio contínuo.

Fonte: Vanalli (2004).

No chamado modelo de deslocamentos do MEF, arbitra-se o campo de deslocamentos nodais e, como consequência, a interação de componentes de tensão entre elementos adjacentes é substituída pela interação de forças nodais entre elementos. Dessa maneira, o equilíbrio infinitesimal que se considera no modelo matemático de meio contínuo é substituído pelo equilíbrio de cada elemento finito isoladamente, trocando-se as equações diferenciais de equilíbrio por equações algébricas de equilíbrio do elemento como um todo. A partir destas equações algébricas escritas para cada elemento, obtém-se o sistema de equações de equilíbrio da malha de elementos. Esse sistema global, após a introdução das condições de vinculação ao meio exterior, permite a determinação da solução em termos dos deslocamentos nodais (MADENCI e GUVEN, 2006).

2.2.2 ETAPAS DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA

De um modo geral a simulação numérica é desenvolvida em 3 etapas. São elas: préprocessamento, processamento e pós-processamento. A seguir serão descritas cada uma dessas etapas.

• O pré-processamento é responsável por definir a geometria da região de interesse (domínio computacional), dividir este domínio em um número finito de subdomínios (geração da malha), selecionar o tipo de elementos finitos a serem utilizados, características

simplificadoras da geometria, características dos materiais, aplicação das cargas atuantes no modelo e restrição imposta pelos apoios.

- O processamento (solução) é a etapa onde é realizada a solução das equações diferenciais e esta terá um tempo de processamento, assim como um esforço computacional demandado proporcional ao grau de refino da malha definida durante o pré-processamento. Há três métodos tradicionais para se resolver numericamente equações diferenciais: o Método de Diferenças Finitas (MDF), o Método de Volumes Finitos (MVF) e o Método de Elementos Finitos (MEF). Estes se diferem na maneira com que as variáveis são aproximadas e com o processo de discretização empregado em cada (MALISKA, 2004).
- O pós-processamento consiste na apresentação e análise dos resultados obtidos. Isso inclui, entre outras coisas, a plotagem dos contornos, exibição de vetores, formas deformadas e listagens dos resultados em formato de tabelas (MADENCE e GUVEN, 2006).

2.3 CONSTRUCTAL DESIGN

A Teoria *Constructal* é a visualização mental de que todos os sistemas de fluxo seguem um princípio físico, que é a Lei *Constructal*. Segundo Bejan e Lorente (2008), a aplicação da Lei *Constructal* é feita com o método *Constructal Design*, que e tem sido usado para analisar e entender muitos fenômenos da natureza. Além disso, tem sido amplamente aplicado em problemas de engenharia, principalmente nas áreas de mecânica dos fluidos e de transferência de calor, para melhoria do seu desempenho.

Como exemplo de aplicações na natureza da teoria *Constructal*, é possível citar: árvores, folhas, pulmões, escoamento de rios e raios. Existem também aplicações sociais como o fluxo de veículos de transporte e o fluxo de pessoas nas cidades. Observa-se algumas dessas aplicações na Fig. 2.6. E ainda as aplicações de engenharia (*Constructal Design*) como, por exemplo, resfriamento de circuitos eletrônicos, trocadores de calor em motores, energia das ondas, indústria de refrigeração e dimensionamento de estruturas.

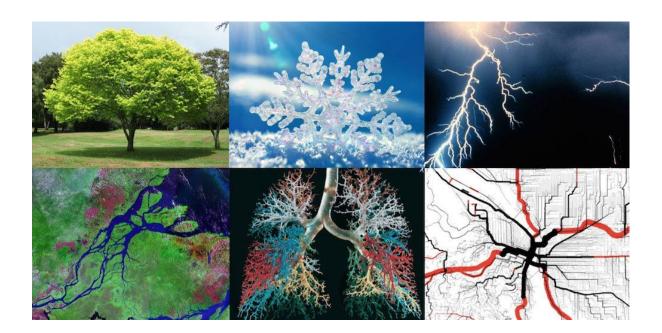


Figura 2.6 – Exemplos de aplicações da Lei *Constructal*.

Esse princípio pode ser aplicado em sistemas de qualquer escala, desde a microscópica até a macroscópica, propiciando o desenvolvimento de estruturas complexas de escoamentos em engenharia e na natureza. Assim sendo, é possível verificar inúmeros exemplos de aplicação do referido princípio, como na Biologia, Geofísica e sistemas naturais nas quais as geometrias se modificam a fim de alcançar um objetivo, que é essencialmente a minimização da resistência global para suas correntes internas (BEJAN, 2000).

A teoria *Constructal* afirma que os fenômenos inanimados e animados evoluem ao longo do tempo para se mover mais facilmente (BEJAN e LORENTE, 2008). Como exemplo, adaptação do curso de um rio que visa atingir o oceano, em épocas de seca suas ramificações são reduzidas, a fim de continuar realizando seu objetivo. É uma tendência natural as configurações evoluírem nesta direção. E é cada vez maior a busca por: caminhos mais curtos, rotas mais baratas, elementos estruturais mais leves e fortes, etc.

Dessa forma, a Teoria *Constructal* conduz engenheiros à descoberta de arquiteturas de fluxo eficientes, quaisquer que sejam eles: fluidos, massa, energia e movimento em geral. Os projetos gerados são validados por comparações com a natureza, em sistemas animados e inanimados (RODRIGUES, 2014).

A aplicação do *Constructal Design* em problemas de mecânica dos sólidos é bastante recente. Cabe informar que não foram encontradas na literatura trabalhos utilizando o *Constructal Design* em problemas envolvendo a flambagem térmica, sendo este um aspecto inédito da presente pesquisa.

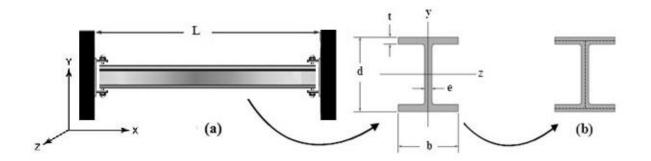
3 MODELAGEM COMPUTACIONAL APLICADA À FLAMBAGEM TÉRMICA DE COLUNAS

A seguir serão descritas todas as informações necessárias para a modelagem computacional do fenômeno da flambagem térmica em colunas.

3.1 ELEMENTO ESTRUTURAL ESCOLHIDO

O componente estrutural estudado é do tipo coluna, feito de aço A-36, com módulo de elasticidade E=210 GPa, coeficiente de Poisson v=0,3 e coeficiente de dilatação térmica $\alpha=12\times10^{-6}~^{\circ}\text{C}^{-1}$, a partir de um perfil W310×21. O elemento (Fig. 3.1) possui as seguintes dimensões: comprimento L=4,5 m, altura d=303 mm, espessura da aba t=5,7 mm, largura da aba b=101 mm e espessura da alma e=5,08 mm. Possui ainda área de seção transversal A=2680 mm² e momentos de inércia $I_z=37\times10^6$ mm⁴ e $I_y=0,986\times10^6$ mm⁴ (HIBBELER, 2010).

Figura 3.1 – Componente estrutural: (a) Coluna birrotulada, formato e dimensões do perfil e (b) hipótese simplificativa.



3.2 ELEMENTO FINITO ADOTADO

Para o modelo computacional usado no presente estudo foi adotado o elemento SHELL93, por ser um dos elementos do software ANSYS adequado para a simulação numérica de placas e cascas finas e por possibilitar a inserção de furos no perfil. O elemento SHELL93, apresentado na Fig. 3.2, possui oito nós e seis graus de liberdade por nó, ou seja, três translações nas direções x, y e z (u_x , u_y e u_z) e três rotações em torno dos eixos x, y e z (r_x ,

 r_y e r_z), totalizando quarenta e oito graus de liberdade por elemento (ANSYS, 2005). Esse elemento finito é definido pelo modelo de uma superfície e sua espessura é atribuída durante o processo de modelagem computacional.

Figura 3.2 – Elemento SHELL93.

Fonte: Ansys User's Manual, 2005.

3.3 O MODELO COMPUTACIONAL NO ANSYS

Para desenvolver um modelo numérico adequado no ANSYS para a flambagem térmica de colunas, devem ser seguidas as etapas de simulação como já mencionado anteriormente: Pré-processamento, processamento e pós-processamento. A seguir são apresentadas todas estas etapas para o modelo estudado.

3.3.1 PRÉ-PROCESSAMENTO

O pré-processamento começa com o tipo de elemento que será utilizado para criar o modelo. Neste primeiro passo foi escolhido o elemento SHELL93 como ilustrado pela Fig. 3.3 e pelos motivos definidos no item 3.2 deste capítulo.

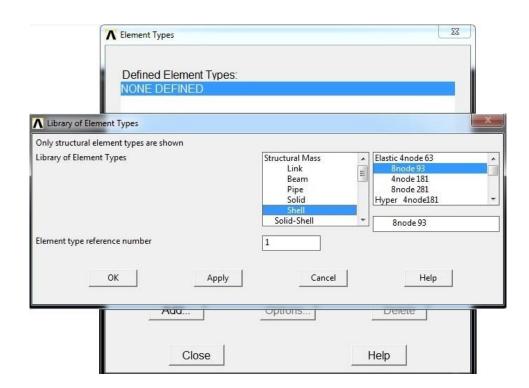
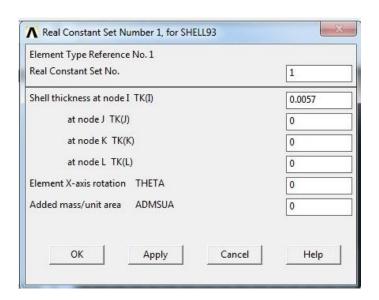


Figura 3.3 – Definindo o tipo de elemento.

SHELL93 é um elemento do tipo casca, então é necessário definir a espessura que a casca irá conter. Como a aba tem uma espessura diferente da alma, foram criados dois elementos, os dois do tipo SHELL93. Para o elemento 1 a espessura é de 5,7 mm (espessura da aba) e o elemento 2 tem espessura igual à 5,08 mm (espessura da alma). Esses dados foram inseridos no software como mostram as Figs. 3.4 e 3.5.

Figura 3.4 – Definindo a espessura do elemento 1.



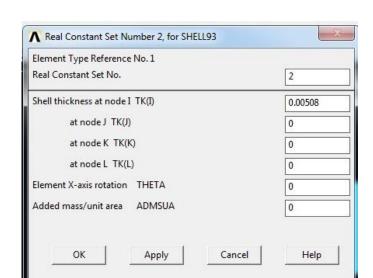


Figura 3.5 – Definindo a espessura do elemento 2.

Precisa-se, ainda, fazer as considerações sobre as propriedades do material, informando que é um material linear, elástico e isotrópico.

Segundo Timoshenko e Goodier (1980), a condição de linearidade diz respeito ao fato de que as deformações variam de forma linear com as tensões. O material é elástico, pois ao retirar as forças e tensões atuantes, o corpo retorna à sua posição inicial. E a condição de material isotrópico significa que as propriedades mecânicas e térmicas são as mesmas em todas as direções. Para um material linear, elástico e isotrópico deve ser definido o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson. É possível observar na Fig. 3.6, que o módulo de elasticidade do aço é 210000 MPa (N/mm²) e o coeficiente de Poisson é 0,3.

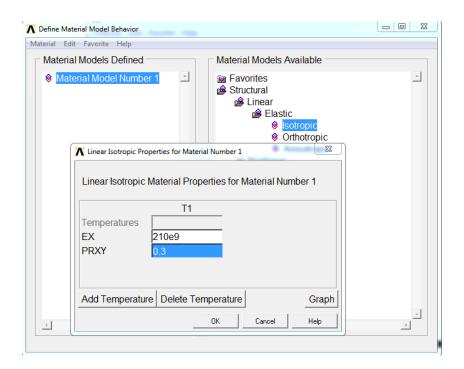


Figura 3.6 – Propriedades do material - parte mecânica.

Como será feito um estudo da flambagem térmica é necessário informar o coeficiente de dilatação térmica e a temperatura de referência. Como mostrado na Fig. 3.7, o coeficiente de dilatação térmica é igual a 12×10^{-6} °C⁻¹ e a temperatura de referência considerada foi de 25°C.

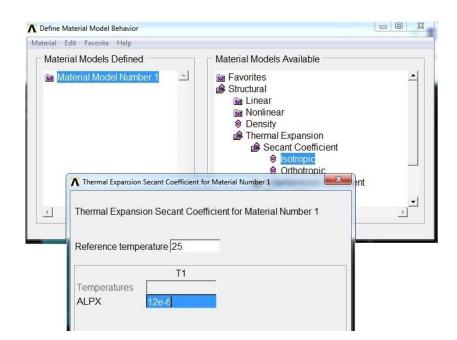


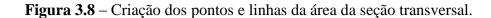
Figura 3.7 – Propriedades do material - parte térmica.

O próximo passo é modelar a estrutura em si. Definir os pontos, linhas e superfícies necessários para gerar o modelo numérico computacional. Como já havia sido comentado antes, foi feita uma simplificação, as abas e a alma do perfil metálico foram representadas por superfícies médias (ver Fig. 3.1(b)). A Tabela 1 lista os pontos que foram criados e a Fig.3.8 mostra os mesmos no ANSYS.

Tabela 3.1 – Pontos da estrutura.

| | Pontos da estrutura | | | | | |
|--------|---------------------|--------|--------|--|--|--|
| Número | x (mm) | y (mm) | z (mm) | | | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | | | |
| 2 | 0 | 0 | 50,51 | | | |
| 3 | 0 | 0 | 101 | | | |
| 4 | 0 | 297,30 | 50,51 | | | |
| 5 | 0 | 297,30 | 0 | | | |
| 6 | 0 | 297,30 | 101 | | | |
| 7 | 0 | 148,65 | 50,51 | | | |
| 8 | 4500 | 0 | 0 | | | |
| 9 | 4500 | 0 | 50,51 | | | |
| 10 | 4500 | 0 | 101 | | | |
| 11 | 4500 | 297,30 | 0 | | | |
| 12 | 4500 | 297,30 | 50,51 | | | |
| 13 | 4500 | 297,30 | 101 | | | |
| 14 | 4500 | 148,65 | 50,51 | | | |

As linhas são criadas a partir dos *Keypoints* e as superfícies a partir das linhas, como indicado na Figs. 3.8 e 3.9, respectivamente.



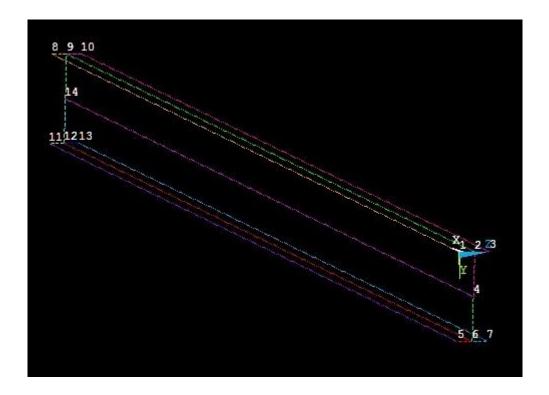
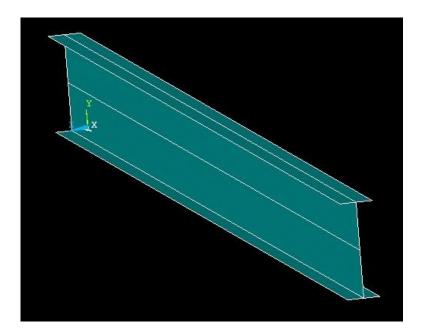


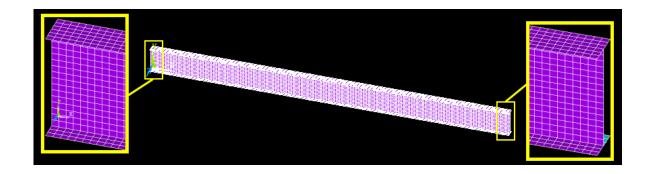
Figura 3.9 – Criação da área da estrutura.



Em seguida é feita a discretização do domínio computacional. As malhas das abas e da alma tiveram que ser geradas separadamente, pois tem espessuras diferentes. Entretanto, foram refinadas para o mesmo tamanho de elemento de 20 mm, como pode-se observar na

Fig. 3.10. O tamanho do elemento foi escolhido através de um teste de independência de malha que será explicado na sequência.

Figura 3.10 – Perfil com a malha refinada.

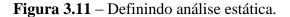


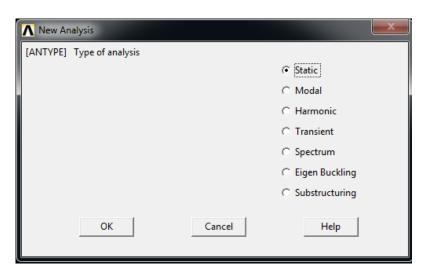
Depois disso, pode-se, então, definir o tipo de vinculação que a coluna estará sujeita. Para o caso com vinculação bi-engastada, as condições de contorno consideradas nas duas extremidades do componente estrutural foram: $u_x = u_y = u_z = r_x = r_y = r_z = 0$, aplicados às linhas médias da aba e da alma (ver Fig. 3.1(b)). Já para a condição de vinculação engastada-rotulada, todos os graus de liberdade foram impedidos nas linhas médias da aba e da alma da extremidade esquerda do componente; enquanto que na extremidade direita, as restrições $u_y = r_x = r_z = 0$ foram impostas nas linhas médias das abas e na linha média da alma foram consideradas $u_x = u_y = u_z = r_x = r_z = 0$. Esta restrição da extremidade direita foi imposta como condições de contorno para as duas extremidades para o caso da vinculação bi-rotulada.

3.3.2 PROCESSAMENTO

Na etapa de processamento é onde é definido o tipo de análise que se deseja realizar, estrutural estática, dinâmica, estudo de flambagem, etc. Não é possível realizar diretamente o estudo de flambagem, sendo necessário, primeiro, processar uma solução estática para a coluna submetida à variação positiva de um grau de temperatura (aumento de temperatura) e depois realizar o estudo de flambagem térmica para poder extrair o resultado do modo de flambagem desejado através de um problema de autovalores e autovetores.

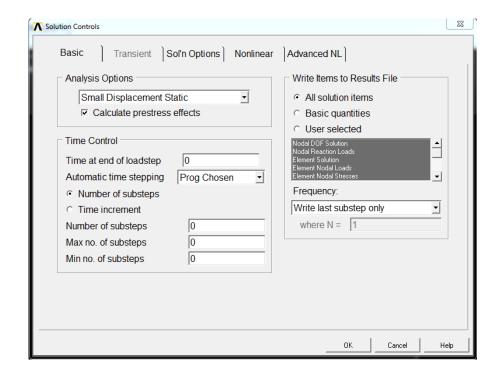
Então é definido o tipo de análise que deve ser feita inicialmente, que é uma análise estática. A Figura 3.11 mostra o procedimento.





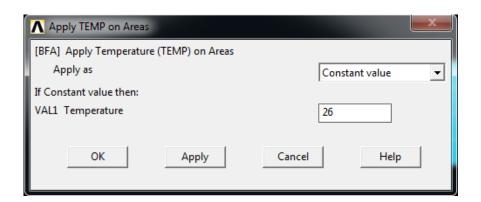
Também é necessário selecionar uma opção chamada *calculate prestress effects*, como mostrado na Fig. 3.12. Essa opção é fundamental para o estudo de flambagem, pois ela vai informar ao software que deve considerar os efeitos da carga como se ela fosse uma sequência crescente e os efeitos causados por carga sequencial devem ser considerados. Isso reflete diretamente sobre os efeitos de endurecimento pós-flambagem que os materiais têm em função da deformação, sendo assim essa opção deve obrigatoriamente estar marcada para o software interpretar os efeitos da carga de compressão que a coluna estará submetida.

Figura 3.12 – Opção calculate prestress effects selecionada.



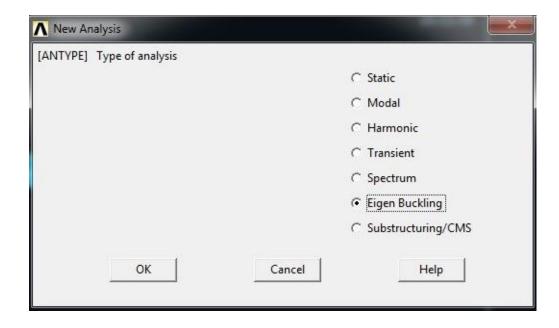
Em seguida aplica-se uma temperatura em todas as superfícies. A temperatura de referência adotada foi de 25 °C e a temperatura aplicada, conforme explicado anteriormente, foi então de 26 °C (Fig. 3.13).

Figura 3.13 – Temperatura aplicada nas superfícies.



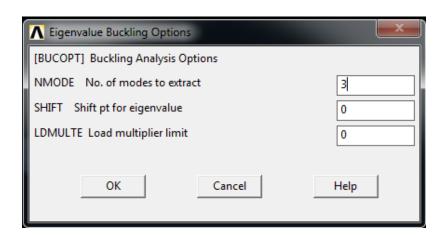
Após definir os vínculos e aplicar a temperatura resolve-se o modelo para análise estática. Então, para começar a solução para o estudo de variação de temperatura crítica de flambagem térmica, deve-se primeiro finalizar o estudo estático. E, só assim, começar o estudo da flambagem, conforme mostra a Fig. 3.14.

Figura 3.14 – Definindo a nova análise.



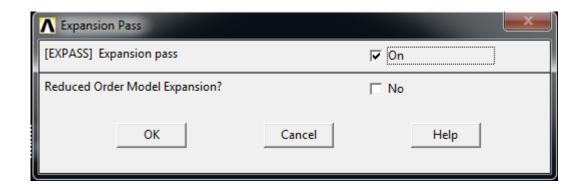
É preciso modificar uma opção em *Analisys Options*, onde deve ser inserido o número de modos de flambagem que se deseja extrair da solução. Neste caso foram escolhidos 3 modos. Na Fig. 3.15 tem-se ilustrado o procedimento descrito.

Figura 3.15 – Número de modos de flambagem.



Da mesma forma que se deve informar o número de modos que o *software* deve calcular, também se deve informar quantos modos deseja-se expandir. Antes é necessário selecionar a opção *ExpansionPass*, conforme indica Fig. 3.16. Em seguida insere-se o número dos modos de flambagem que se quer visualizar, conforme Fig. 3.17.

Figura 3.16 – Opção Expansion pass selecionada.



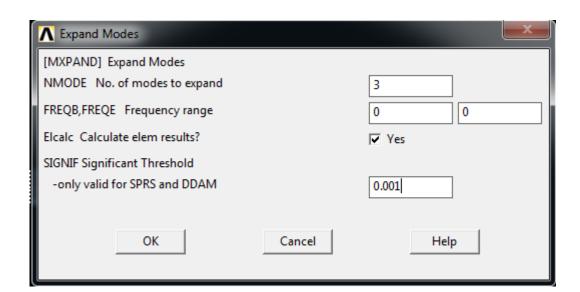


Figura 3.17 – Número de modos de expansão.

Para terminar, resolve-se esta última análise e finaliza-se a etapa de processamento. Na sequência do procedimento, a próxima etapa é o pós-processamento, onde é possível extrair os resultados obtidos com o modelo, visualizar gráficos e as formas flambadas dentre outras funções.

3.3.3 PÓS-PROCESSAMENTO

Nesta etapa, basta selecionar o que se deseja saber nas guias *General postprocessor*, e analisar os resultados obtidos. Os resultados pertinentes deste trabalho, obtidos no pósprocessamento, são apresentados na seção 4. A Fig. 3.18 demonstra um arquivo onde o valor da variação de temperatura que causa a flambagem, para os três modos, é obtida para a coluna bi-rotulada, juntamente com uma imagem da forma flambada relativa ao primeiro modo de flambagem.

Na Fig. 3.19 pode-se observar a forma flambada e a forma não-flambada de uma coluna bi-rotulada, para o primeiro modo de flambagem. É possível notar que a coluna flamba em torno do eixo de menor momento de inércia.

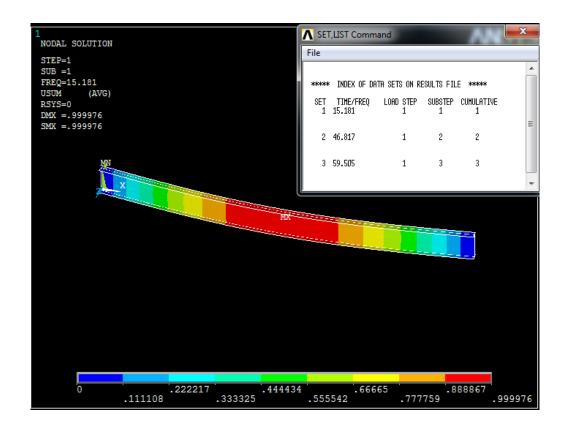
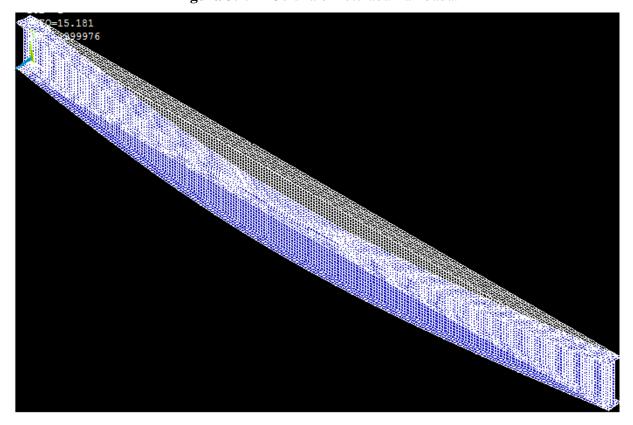


Figura 3.18 – Variação de temperatura crítica obtida para a coluna bi-rotulada.

Figura 3.19 – Coluna bi-rotulada flambada.



3.4 TESTE DE INDEPENDÊNCIA DE MALHA

Como foi mencionado anteriormente, uma das etapas do pré-processamento é a geração da malha de elementos finitos, porém existem erros associados ao refino desta malha que precisam ser evitados, a fim de se obter resultados mais confiáveis. Por isso a necessidade de se fazer um teste de independência de malha.

3.4.1 INDEPENDÊNCIA DE MALHA PARA O PERFIL SEM PERFURAÇÕES

Primeiramente, o teste de independência de malha foi feito para a coluna biengastada, sem perfurações. Os parâmetros utilizados para gerar a malha foram as dimensões do perfil (hipótese simplificativa, Fig. 3.1 (b)). Foram geradas as malhas atribuindo para o tamanho do elemento os valores dos divisores das dimensões do perfil. Considerando o comprimento do perfil com 4500 mm, as abas com 100 mm aproximadamente e a alma com 300 mm, os divisores comuns para as dimensões são: 100 mm, 50 mm, 20 mm, 10 mm, entre outros. As malhas foram geradas com o tamanho do elemento decrescendo, desta forma obtendo-se uma malha cada vez mais refinada. Foi gerado, então, um gráfico relacionando o número de elementos na malha com a respectiva variação de temperatura crítica. Os valores obtidos estão na Tabela 3.2 e demonstrados no gráfico da Fig. 3.20.

Tabela 3.2 – Valores obtidos para o teste de independência de malha.

| Tamanho do | Nº de elementos | ΔT_{cr} (°C) | Diferença |
|---------------|-----------------|----------------------|-----------|
| elemento (mm) | na malha | ΔI_{cr} (C) | (%) |
| 100 | 360 | 58,493 | 0,05 |
| 50 | 1260 | 58,465 | 0,002 |
| 20 | 6300 | 58,464 | 0 |
| 10 | 24300 | 58,464 | - |

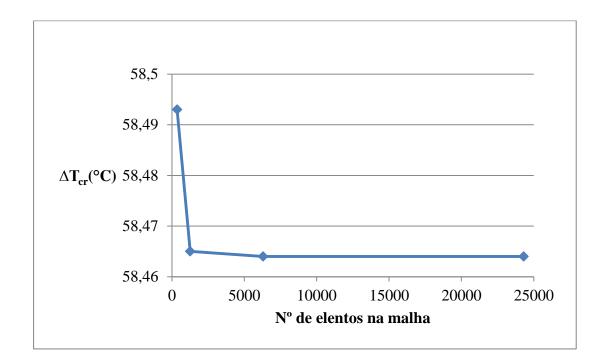


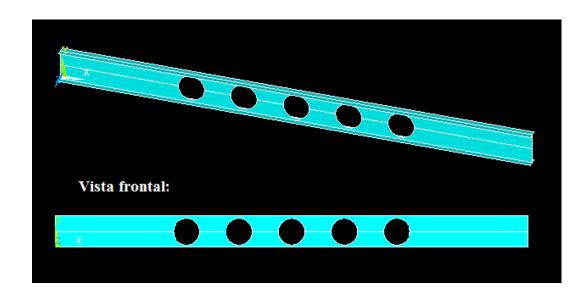
Figura 3.20 – Independência de malha.

Observando a Fig. 3.20 é possível observar que existe uma estabilização dos resultados para a variação crítica de temperatura e, com base nisso, é possível definir a malha com elemento de tamanho 20 mm como sendo a malha independente. Na sequência, adotando o tamanho de elemento finito definido no teste de independência de malha, a verificação do modelo computacional será realizada, comparando o valor da variação crítica de temperatura com a solução analítica.

3.4.2 INDEPENDÊNCIA DE MALHA PARA O PERFIL COM PERFURAÇÕES

Foi realizado, também, um teste de independência de malha considerando o perfil com perfurações, já que o presente trabalho visa estudar o comportamento de colunas perfuradas. Sendo assim, na coluna da Fig. 3.1 foram feitas cinco perfurações circulares, com diâmetro de 250 mm, conforme mostrado na Fig. 3.21.

Figura 3.21 – Perfil com área removida.



Para a discretização da coluna da Fig. 3.21 foram adotados elementos finitos triangulares, pois estes se adaptam melhor às geometrias complexas como as formadas com a inclusão das perfurações. Diferentes malhas foram geradas com o tamanho do elemento finito decrescendo, desta forma obtendo-se uma malha cada vez mais refinada (Tabela 3.3). Foi gerado então um gráfico relacionando o número de elementos na malha com a respectiva variação de temperatura crítica. Os valores obtidos estão na Tabela 3.3 e demonstrados no gráfico da Fig. 3.22.

Tabela 3.3 – Valores obtidos para o teste de independência de malha (Elemento triangular).

| Tamanho do elemento (mm) | Nº de elementos na malha | ΔT_{cr} (°C) | Diferença (%) |
|-----------------------------|-----------------------------|----------------------|---------------|
| 100 | 614 | 20.961 | -1.05% |
| 50 | 1660 | 21.181 | -0.24% |
| 20 | 9496 | 21.232 | -0.17% |
| 10 | 46040 | 21.269 | - |

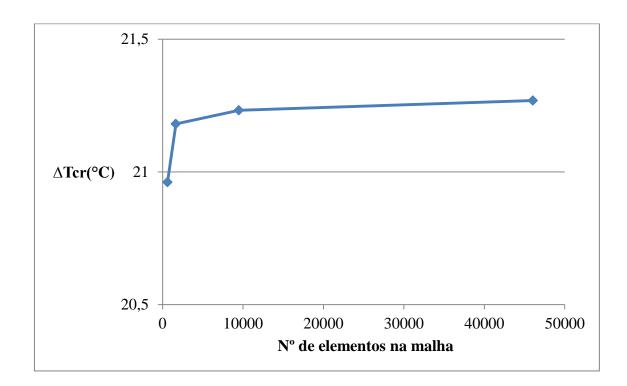


Figura 3.22 – Teste de independência de malha.

Observando a Fig. 3.22 e analisando a Tabela 3.3 é possível verificar que a diferença relativa entre os valores encontrados, para variação de temperatura crítica das diferentes malhas, é pequena. Foi definido então que a malha independente é aquela que possui uma diferença relativa menor que 0,20%, sendo, portanto, a malha gerada com elementos finitos de tamanho 20 mm, mostrada na Fig. 3.23.

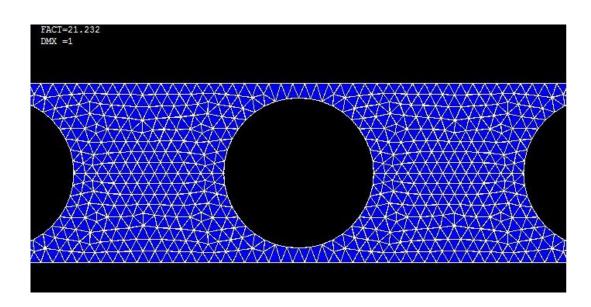


Figura 3.23 – Detalhe malha triangular.

3.5 RESULTADOS ANALÍTICOS

Nesta seção serão apresentados os valores obtidos, analiticamente, para a variação de temperatura crítica, ou seja, a variação de temperatura que causa a flambagem em colunas sem perfurações e com diferentes tipos de vinculações.

A variação de temperatura crítica depende do menor valor do momento de inércia, da área da seção transversal e do comprimento efetivo de flambagem. Conforme já foi definido anteriormente, o coeficiente de dilatação térmica do aço é $\alpha = 12 \times 10^{-6} \, ^{\circ}\text{C}^{-1}$, o comprimento da coluna é L = 4,5 m, o perfil de aço possui área de seção transversal $A = 2680 \, \text{mm}^2$ e momento de inércia $I_v = 0.986 \times 10^6 \, \text{mm}^4$.

Então, calculando a variação de temperatura crítica, para o caso da coluna biengastada (Fig. 3.24 (a)), através da Eq. (2.11), defini-se que:

$$\Delta T_{cr} = \frac{4\pi^2 I}{\alpha A L^2} = \frac{4\pi^2 .0,986.10^6}{12.10^{-6}.2680.4500^2} = 59,77^{\circ} \text{C}$$
 (3.1)

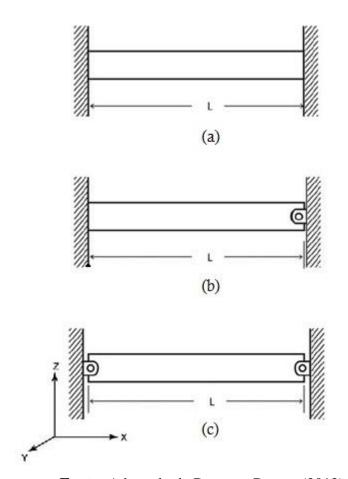
Em seguida foi calculada a variação de temperatura crítica para a coluna engastada-rotulada (Fig. 3.24 (b)), utilizando a Eq. (2.10):

$$\Delta T_{cr} = \frac{2,0457\pi^2 I}{\alpha A L^2} = \frac{2,0457\pi^2.0,986.10^6}{12.10^{-6}.2680.4500^2} = 30,57^{\circ} \text{C}$$
 (3.2)

Por fim, foi determinada a variação de temperatura crítica para a coluna birrotulada (Fig. 3.24 (c)), através da Eq. (2.9):

$$\Delta T_{cr} = \frac{\pi^2 I}{\alpha A L^2} = \frac{\pi^2 .0,986.10^6}{12.10^{-6}.2680.4500^2} = 14,94^{\circ} \text{C}$$
 (3.3)

Figura 3.24 – Elemento estrutural com vinculação: (a) biengastada, (b) engastada-rotulada e (c) birrotulada.

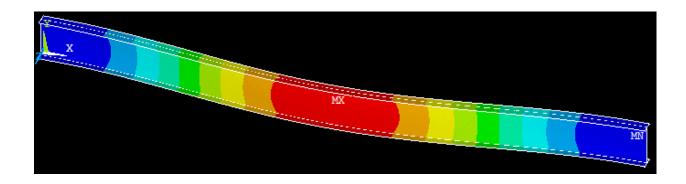


Fonte: Adaptado de Barron e Barron (2012).

3.6 VERIFICAÇÃO DO MODELO COMPUTACIONAL

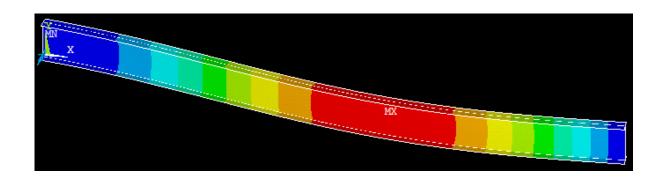
Para o caso com vinculação biengastada, foi obtida numericamente uma variação crítica de temperatura $\Delta T_{cr} = 58,46$ °C, apresentando uma diferença em relação ao resultado analítico de -2,19%. A configuração flambada do componente estrutural, nesse caso, assume a forma mostrada na Fig. 3.25, representando adequadamente a condição de engastamento imposta nas extremidades, possuindo uma deflexão máxima em sua região central (vermelho) na direção do eixo z, enquanto suas extremidades permanecem sem nenhum deslocamento ou rotação.

Figura 3.25 – Flambagem térmica do componente estrutural biengastado.



Já para a coluna engastada-rotulada, a variação crítica de temperatura definida através da simulação numérica foi de $\Delta T_{cr} = 30,61$ °C, possuindo uma diferença relativa de apenas 0,13% se comparada à solução analítica correspondente. A forma do componente estrutural após sofrer a flambagem térmica é apresentada na Fig. 3.26.

Figura 3.26 – Flambagem térmica do componente estrutural engastado-rotulado.

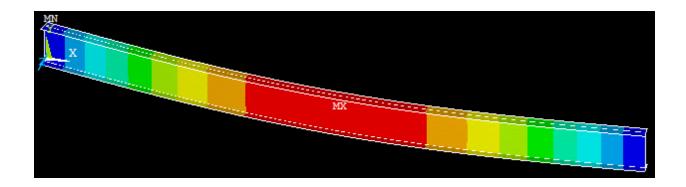


É possível notar na Fig. 3.26 que, em virtude da maior liberdade de movimentos permitida à extremidade direita da coluna, em relação ao caso biengastado, a deflexão máxima sofrida pelo componente (em vermelho) não ocorre em sua região central como observado na Fig. 3.25, mas sim em uma região localizada entre a região central do perfil metálico e sua extremidade rotulada. É importante destacar que essa configuração deformada está de acordo com a forma flambada de uma coluna engastada-rotulada (HIBBELER, 2010).

Por fim, foi realizada a simulação numérica para a flambagem térmica do componente com condição de vinculação birrotulada. Foi encontrado um valor de $\Delta T_{cr} = 15,18$ °C através da modelagem computacional, que se comparado ao valor determinado analiticamente apresenta uma diferença de 1,61 %. A configuração deformada devido à ocorrência da

flambagem térmica no componente birrotulado é mostrada na Fig. 3.27. Aqui, assim como na Fig. 3.25, devido à simetria existente nas condições de vinculação das extremidades do elemento estrutural, a região central do mesmo é a que sofre maior deflexão.

Figura 3.27 – Flambagem térmica do componente estrutural birrotulado.



Analisando quantitativamente os resultados numéricos obtidos, foi encontrada uma diferença máxima absoluta de aproximadamente 2 % em comparação às soluções analíticas, verificando assim o modelo computacional desenvolvido. Já se uma análise qualitativa é realizada é possível notar que modelo computacional para a flambagem térmica gerou configurações deformadas que estão em concordância com as indicações da literatura (HIBBELER, 2010; BARRON e BARRON, 2012), comprovando a eficácia do modelo proposto.

4 ESTUDO DE CASO

Como já foi dito ao longo do trabalho, na prática quando se está trabalhando com colunas, em inúmeras situações existe a necessidade de se fazer perfurações na estrutura. Seja para redução do peso próprio da estrutura, questões estéticas do projeto e tantas outras já citadas.

Sendo assim, foi desenvolvido um estudo de caso removendo diferentes porcentagens do volume total da coluna, visando analisar a influência dessa remoção de material na variação crítica de temperatura. Para todos os casos avaliados foram considerados componentes estruturais engastado-rotulado, birrotulado, e biengastado, com perfurações feitas ao longo da alma da coluna.

4.1 PERFURAÇÕES

A fração de volume referente à retirada de material através de perfurações na alma do perfil é dada por:

$$\phi = \frac{V_0}{V} \tag{4.1}$$

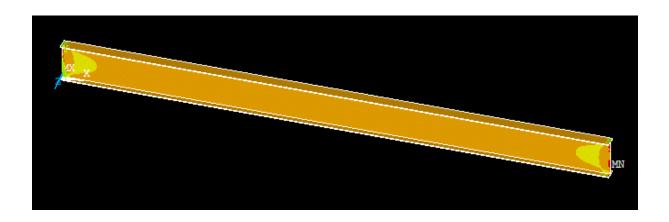
onde: V_0 é o volume do material a ser removido e V o volume total da coluna. No estudo de caso desenvolvido foram adotados $\phi = 0.025$, $\phi = 0.10$, $\phi = 0.15$, $\phi = 0.20$ e $\phi = 0.25$. Então, a partir da Eq. (4.1), definiu-se o volume de material a ser removido. Como as perfurações serão inseridas somente na alma, é possível determinar a área total que deverá ser removida. É importante observar que a espessura da alma é diferente das espessuras das abas. Na aplicação do método $Constructal\ Design\ a$ fração de volume é entendida como uma restrição.

Para determinar o número de perfurações levou-se em consideração a altura da alma e utilizou-se o princípio de Saint-Venant para definir a distância mínima das extremidades a partir da qual poderiam ser realizadas as perfurações.

Segundo Hibbeler (2010), o princípio Saint-Venant afirma que os efeitos localizados causados por qualquer carga que age sobre um corpo serão dissipados ou atenuados em regiões suficientemente afastadas do ponto de aplicação da carga. Como regra geral, se considera que essa distância seja pelo menos igual à maior dimensão da seção transversal sob carga.

A influência das extremidades nos valores obtidos ao longo da estrutura pode ser observada na Fig. 4.1. A figura mostra os valores para tensão de von Mises ao longo da estrutura, percebe-se que a variação dos valores ocorre próximo as extremidades, no restante da estrutura mantem-se constante. Logo, os valores próximos extremidade não são levados em consideração no estudo.

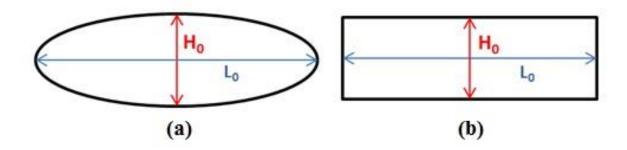
Figura 4.1 – Tensão de von Mises ao longo de uma estrutura



Então a distância mínima estipulada que os furos poderão estar da vinculação, é de 305mm. Além disso, as perfurações serão realizadas equidistantes e a distância mínima entre as perfurações será de 30 mm. Com essas limitações, e considerando as frações de volume estudadas, será permitida a realização de quatorze furos ao longo da estrutura.

Foram estudados dois tipos de perfurações: elípticas e retangulares. O número de furos e a área de cada furo foram mantidos constantes. Para avaliar a influência da forma (geometria) de cada tipo de furo, foi empregado o grau de liberdade H_0/L_0 , que relaciona as dimensões características H_0 e L_0 das perfurações, indicadas na Fig. 4.2.

Figura 4.2 – Indicação do H_0 e L_0 das perfurações: (a) Elíptica e (b) Retangular.



É importante destacar que as frações de volume são mantidas constantes enquanto que o grau de liberdade varia. Essas variações do grau de liberdade para cada valor de fração de volume permitem que todas as configurações geométricas possíveis sejam numericamente investigadas. Assim é possível analisar a influência da geometria na variação de temperatura crítica. O método *Constructal Design* permite que uma comparação entre todas as geometrias seja realizada, caracterizando um estudo de otimização geométrica através do método de Busca Exaustiva, que tem como função objetivo maximizar a variação crítica de temperatura.

A seguir será apresentado todo o procedimento realizado para a obtenção de resultados para os casos com fração de volume $\phi = 0.10$. Após, usando procedimentos análogos, os resultados obtidos para todas as frações de volume consideradas são apresentados.

4.2 ESTUDO DE CASO PARA COLUNA BIRROTULADA COM $\phi = 0.10$

Primeiramente foi desenvolvido um estudo removendo 10% do volume total da coluna apresentada na Fig. 3.1. Ou seja, um estudo de caso, onde $\phi=0,10$ e a coluna é birrotulada. Então, a partir da Eq. (4.1), é possível calcular o volume a ser removido que é dado por $V_0=1184727,60~\text{mm}^3$ e sabendo que a espessura da alma é igual a 5,08 mm é possível determinar também a área a ser removida que é $A_0=233214,09~\text{mm}^2$. Como todos os furos são iguais, a área de cada furo é igual à A_0 distribuídos em quatorze perfurações. Logo: $A_{furo}=16658,15~\text{mm}^2$.

As perfurações elípticas foram feitas diminuindo a cada caso o valor de L_0 e consequentemente aumentando o valor de H_0 , para manter sempre a mesma área da

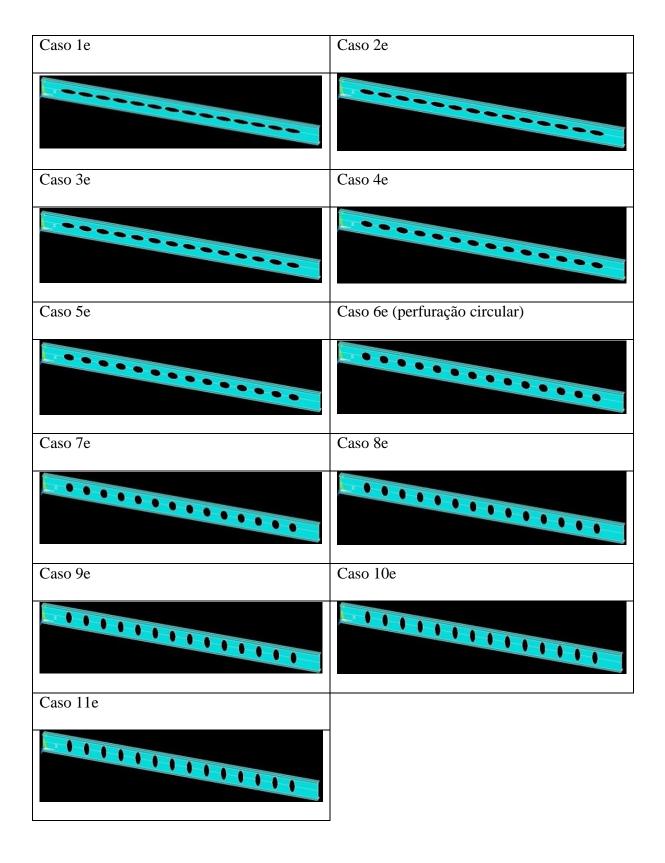
perfuração. Os casos estudados estão apresentados na Tabela 4.1, com seus respectivos valores para a variação crítica de temperatura. Além disso, esses valores para a ΔT_{cr} foram divididos pela variação crítica de temperatura da coluna sem perfuração, definindo assim a variação crítica de temperatura adimensional $\Delta T_{cr,adm}$.

Tabela 4.1 – Valores obtidos para a variação crítica de temperatura (Perfil com perfurações elípticas).

| Caso | L_0 (mm) | H_0 (mm) | H_0/L_0 | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{ m cr,adm}$ |
|------|------------|------------|-----------|--------------------------|------------------------|
| 1e | 250,00 | 84,84 | 0,34 | 17,24 | 1,14 |
| 2e | 230,00 | 92,22 | 0,40 | 17,43 | 1,15 |
| 3e | 210,00 | 101,00 | 0,48 | 17,65 | 1,16 |
| 4e | 190,00 | 111,63 | 0,59 | 17,95 | 1,18 |
| 5e | 170,00 | 124,76 | 0,73 | 18,34 | 1,21 |
| 6e | 145,60 | 145,60 | 1,00 | 19,06 | 1,26 |
| 7e | 124,76 | 170,00 | 1,36 | 20,05 | 1,32 |
| 8e | 111,63 | 190,00 | 1,70 | 21,01 | 1,38 |
| 9e | 101,00 | 210,00 | 2,08 | 22,09 | 1,46 |
| 10e | 92,22 | 230,00 | 2,49 | 23,36 | 1,54 |
| 11e | 84,84 | 250,00 | 2,95 | 24,78 | 1,63 |

Com a variação de H_0/L_0 , foram obtidas perfurações com forma de elipse, alongadas horizontalmente ($H_0/L_0 < 1$) ou verticalmente ($H_0/L_0 > 1$), e uma perfuração circular ($H_0/L_0 = 1,00$). As geometrias das estruturas perfuradas, de cada caso, indicadas na Tabela 4.1, são mostradas na Fig. 4.3.

Figura 4.3 – Perfis com perfurações elípticas.



De maneira análoga foi feito o estudo para as colunas com furos retangulares. Os casos estudados estão apresentados na Tabela 4.2, com seus respectivos valores para a variação crítica de temperatura.

Tabela 4.2 – Valores obtidos para a variação crítica de temperatura (Perfil com perfurações retangulares).

| Caso | L_0 (mm) | H_0 (mm) | H_0/L_0 | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{ m cr,adm}$ |
|------|------------|------------|-----------|--------------------------|------------------------|
| 1r | 250,00 | 66,63 | 0,27 | 17,05 | 1,12 |
| 2r | 225,00 | 74,04 | 0,33 | 17,28 | 1,14 |
| 3r | 200,00 | 83,29 | 0,42 | 17,55 | 1,16 |
| 4r | 175,00 | 95,19 | 0,54 | 17,90 | 1,18 |
| 5r | 150,00 | 111,05 | 0,74 | 18,38 | 1,21 |
| 6r | 129,10 | 129,10 | 1,00 | 19,01 | 1,25 |
| 7r | 111,05 | 150,00 | 1,35 | 19,81 | 1,31 |
| 8r | 95,19 | 175,00 | 1,84 | 20,94 | 1,38 |
| 9r | 83,29 | 200,00 | 2,40 | 22,26 | 1,47 |
| 10r | 74,04 | 225,00 | 3,04 | 23,82 | 1,57 |
| 11r | 66,63 | 250,00 | 3,75 | 25,61 | 1,69 |

Assim como no caso anterior, variou-se o grau de liberdade H_0/L_0 , obtendo-se perfurações retangulares, alongadas horizontalmente ($H_0/L_0 < 1$) ou verticalmente ($H_0/L_0 > 1$) e uma perfuração quadrada ($H_0/L_0 = 1.00$). As geometrias das estruturas perfuradas, conforme os casos indicados na Tabela 4.2, são mostradas na Fig. 4.4.

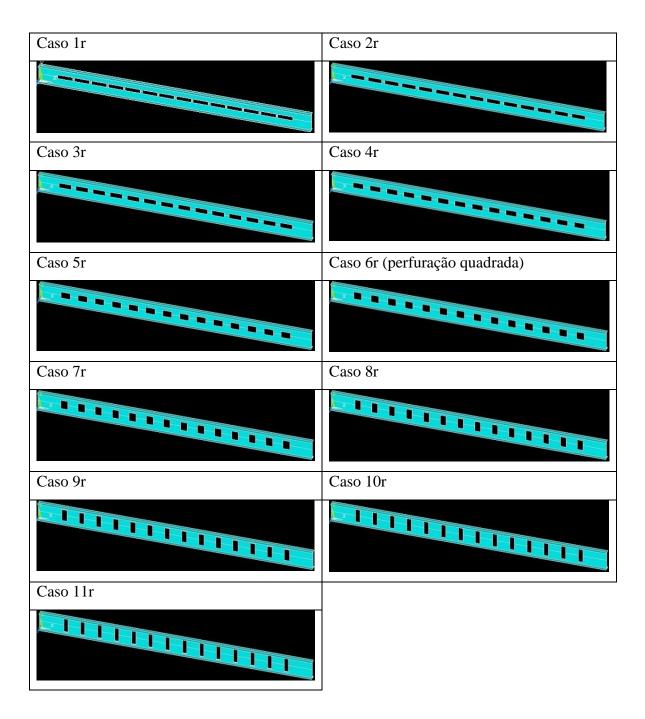


Figura 4.4 – Perfis com perfurações retangulares.

O estudo também foi realizado para colunas biengastadas e engastada-rotulada. As dimensões dos furos foram mantidas, trocando apenas as vinculações. Os resultados obtidos para $\Delta T_{cr,adm}$ são apresentados nas tabelas a seguir. Os casos são indicados pela numeração seguida de "e", para os furos elípticos (Tabela 4.3) e numeração seguida de "r" para os furos retangulares (Tabela 4.4).

Tabela 4.3 – Valores obtidos para a variação crítica de temperatura adimensional (Perfil com perfurações elípticas).

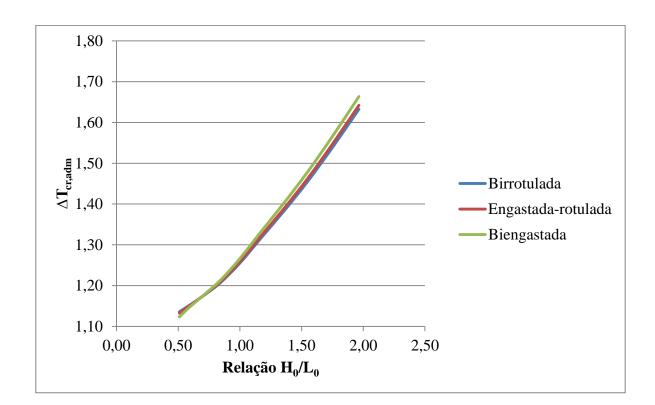
| Caso H ₀ /I ₀ | | Engastada | Engastada-rotulada | | Biengastada | |
|-------------------------------------|----------------|--------------------------|------------------------|--------------------------|------------------------|--|
| Caso | Caso H_0/L_0 | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{ m cr,adm}$ | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{ m cr,adm}$ | |
| 1e | 0,34 | 34,675 | 1,13 | 65,663 | 1,12 | |
| 2e | 0,40 | 35,099 | 1,15 | 66,742 | 1,14 | |
| 3e | 0,48 | 35,593 | 1,16 | 67,881 | 1,16 | |
| 4e | 0,59 | 36,215 | 1,18 | 69,237 | 1,18 | |
| 5e | 0,73 | 37,044 | 1,21 | 70,982 | 1,21 | |
| 6e | 1,00 | 38,535 | 1,26 | 74,037 | 1,27 | |
| 7e | 1,36 | 40,581 | 1,33 | 78,154 | 1,34 | |
| 8e | 1,70 | 42,543 | 1,39 | 82,060 | 1,40 | |
| 9e | 2,08 | 44,768 | 1,46 | 86,460 | 1,48 | |
| 10e | 2,49 | 47,362 | 1,55 | 91,564 | 1,57 | |
| 11e | 2,95 | 50,264 | 1,64 | 97,252 | 1,66 | |

Tabela 4.4 – Valores obtidos para a variação crítica de temperatura adimensional (Perfil com perfuração retangular).

| Cogo | 11 /1 | Engastada | Engastada-rotulada | | Biengastada | |
|------|----------------|--------------------------|------------------------|--------------------------|------------------------|--|
| Caso | Caso H_0/L_0 | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{ m cr,adm}$ | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{ m cr,adm}$ | |
| 1r | 0,27 | 34,203 | 1,12 | 64,313 | 1,10 | |
| 2r | 0,33 | 34,772 | 1,14 | 65,913 | 1,13 | |
| 3r | 0,42 | 35,368 | 1,16 | 67,353 | 1,15 | |
| 4r | 0,54 | 36,108 | 1,18 | 68,996 | 1,18 | |
| 5r | 0,74 | 37,134 | 1,21 | 71,167 | 1,22 | |
| 6r | 1,00 | 38,414 | 1,25 | 73,794 | 1,26 | |
| 7r | 1,35 | 40,091 | 1,31 | 77,178 | 1,32 | |
| 8r | 1,84 | 42,406 | 1,39 | 81,794 | 1,40 | |
| 9r | 2,40 | 45,117 | 1,47 | 87,155 | 1,49 | |
| 10r | 3,04 | 48,302 | 1,58 | 93,414 | 1,60 | |
| 11r | 3,75 | 51,953 | 1,70 | 100,560 | 1,72 | |

Analisando as Tabelas 4.1 e 4.2 é possível perceber que quanto maior for a relação H_0/L_0 maior é o valor da $\Delta T_{cr,adm}$ para ambas perfurações. Observa-se o mesmo comportamento para colunas com outras vinculações, analisando as Tabelas 4.3 e 4.4. Esse comportamento fica mais evidente, quando observa-se os gráficos da Fig.4.5, que apresenta a variação crítica de temperatura em função da relação H_0/L_0 , para a perfuração elíptica e a Fig.4.6, que mostra a variação crítica de temperatura em função da relação da relação H_0/L_0 , para a perfuração retangular.

Figura 4.5 – Variação crítica de temperatura para diferentes perfurações elípticas e diferentes vinculações.



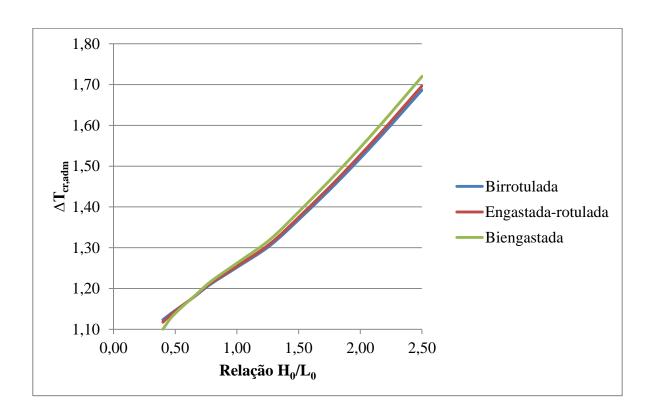


Figura 4.6 – Variação crítica de temperatura para diferentes perfurações retangulares e diferentes vinculações.

O estudo realizado aqui foi feito de maneira semelhante para os outros valores de ϕ (ϕ = 0,025, ϕ = 0,15, ϕ = 0,20 e ϕ = 0,25). E os seus resultados para ΔT_{cr} e $\Delta T_{cr,adm}$, juntamente com as descrições de H_0 e L_0 , para as diferentes vinculações, estão no Apêndice A. O comportamento mantém-se igual ao observado para o ϕ = 0,10, ou seja, a medida que a relação H_0/L_0 aumenta ocorre também um aumento no valor da variação crítica de temperatura.

4.3 CÁLCULO DA TENSÃO DE VON MISES

Antes de ser estabelecida qualquer comparação entre os resultados obtidos para os diferentes valores de ϕ , relacionar os mesmos e estabelecer análises mais complexas para definir o comportamento como padrão, é necessário verificar se o material não escoa antes de ocorrer a flambagem. Caso isso aconteça, esses valores deverão ser excluídos do estudo, pois nesses casos a falha da coluna ocorrerá por escoamento e não devido à flambagem térmica.

Para avaliar se o material escoa, basta comparar o valor máximo da tensão de von Mises gerada na coluna com o valor da tensão de escoamento do material σ_e , que nesse caso é igual a 250MPa, pois o material utilizado é o aço A-36. Para isso, para cada configuração geométrica estudada, seu valor correspondente de variação crítica de temperatura foi usado em uma análise estática linear, através da qual a distribuição de tensões de von Mises foi obtida.

Então, a seguir são explicadas as etapas necessárias para o desenvolvimento dessas simulações numéricas que serão usadas para avaliar se a falha da coluna ocorrerá por flambagem térmica ou por escoamento.

4.3.1 VERIFICAÇÃO DO MODELO COMPUTACIONAL

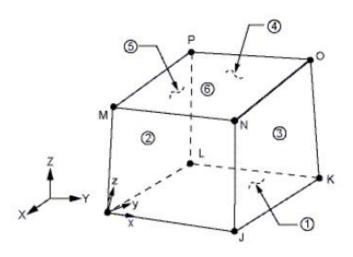
Inicialmente, um teste de independência de malha foi desenvolvido considerando o perfil sem perfurações. Na sequência, adotando o tamanho de elemento finito definido no teste de independência de malha, a verificação do modelo computacional foi realizada, comparando o valor da tensão normal, σ_x , obtido analiticamente, com o valor de σ_x fornecido pelo ANSYS.

Diferentemente do que foi feito anteriormente, nessa etapa foi feita uma simulação numérica 3D. Essa mudança foi necessária, pois ao realizar a análise numérica estática linear com o elemento SHELL93, os resultados de tensão normal comparados com o analítico estavam resultando em diferenças significativas. Como por exemplo para $\Delta T_{\rm cr} = 58,46^{\circ}{\rm C}$ (coluna biengastado) a diferença foi de 8% em relação ao analítico, enquanto para $\Delta T_{\rm cr} = 15,18^{\circ}{\rm C}$ (coluna birrotulada) a diferença foi de 34%. Uma possibilidade para explicar essas diferenças pode estar relacionada com a hipótese simplificativa usada, pois para empregar o elemento SHELL93 foi considerado a linha média das abas e da alma (ver Fig. 3.1(b)). Essa simplificação causa sobreposições das geometrias da seção transversal, o que pode ter gerado as grandes variações entre os valores, impossibilitando a determinação da tensão de von Mises, com esse elemento.

Sendo assim, para se obter a tensão de von Mises de maneira confiável foi feito uma simulação numérica 3D, usando o elemento SOLID45. Esse tipo de simulação reproduz fielmente a geometria da seção transversal do perfil I.

O elemento SOLID45 é um elemento finito tridimensional utilizado para a modelagem de estruturas sólidas, possuindo oito nós e tendo três graus de liberdade em cada um (translações nas direções x, y e z), conforme Figura 4.7.

Figura 4.7 – Elemento SOLID45.



Fonte: Ansys User's Manual, 2005.

Para a discretização da coluna foi adotada uma malha tetraédrica. Diferentes malhas foram geradas com o tamanho do elemento finito decrescendo, desta forma obtendo-se uma malha cada vez mais refinada (Tabela 4.5).

Tabela 4.5 - Valores obtidos para o teste de independência de malha (Elemento SOLID45).

| σ _{xmax} (MPa) | Diferença (%) |
|----------------------------|---|
| 153,23 | 1,25 |
| 151,47 | 1,06 |
| 149,1 | 0,60 |
| 148,8 | 0,40 |
| 148,2 | - |
| | (MPa) 153,23 151,47 149,1 148,8 |

Analisando a Tabela 4.5 é possível observar que a diferença relativa entre os valores encontrados para as diferentes malhas é pequena. Foi definido então que a malha independente é aquela que possui uma diferença relativa absoluta menor que 0,50%, sendo, portanto, a malha gerada com elementos finitos de tamanho 10 mm.

A tensão normal σ_x analítica é dada por (Hibbeler, 2010):

$$\sigma_{\chi} = \frac{-P}{A} \tag{4.2}$$

onde: *P* é o valor da reação de apoio causada pela variação de temperatura e *A* é a área da seção transversal. O sinal negativo indica uma força de compressão que, consequentemente, gerará uma tensão de compressão.

Substituindo a Eq. (2.7) na Eq. (4.2) é possível reescrever σ_x em função da ΔT . Logo:

$$\sigma_{x} = E\alpha\Delta T \tag{4.3}$$

Na Tabela 4.6 são apresentados os valores obtidos para a tensão normal, analiticamente e numericamente. São apresentadas as soluções para os diferentes apoios e é calculada a diferença entre as soluções numérica e analítica. Cabe destacar que os valores de tensão normal obtidos numericamente respeitam o princípio de Saint-Venant e foram determinados suficientemente distantes das vinculações da coluna.

Tabela 4.6 – Valores numéricos e analíticos para σ_x .

| Vinculação | σ _x (MPa) Analítico | σ _x (MPa) Numérico | Diferença (%) |
|--------------------|-----------------------------------|----------------------------------|------------------|
| Biengastada | 147,31 | 148,46 | 0,78 |
| Birrotulada | 77,14 | 77,73 | 0,77 |
| Engastada-rotulada | 38,25 | 38,55 | 0,78 |

Considerando as diferenças entre as soluções numérica e analítica, todas com valores pequenos (menores que 1%), pode-se afirmar que o modelo computacional foi verificado. Sendo assim, é possível utilizar o modelo para determinar a tensão de von Mises máxima e determinar se o material está sofrendo escoamento.

No Anexo B são apresentadas tabelas com os valores para a tensão de von Mises de todos os casos estudados no presente trabalho, estando indicado em quais casos ocorre o escoamento. Analisando essas tabelas se percebe que, para a coluna biengastada, na maioria dos casos ocorre escoamento, apenas para alguns casos, quando $\phi = 0.025$, não ocorre. Isso pode se dar pelo fato de que a variação de temperatura é muito alta, gerando tensões elevadas

na coluna que fazem com que ocorra o escoamento antes da flambagem. Já para o caso birrotulado, em que a variação de temperatura é bem menor, ocorre escoamento somente em dois casos.

De uma maneira geral, para todas vinculações e todos valores de ϕ , a tensão de von Mises tende a ser maior quanto maior for o valor da relação H_0/L_0 , como observa-se no gráfico da Fig. 4.8, com pequenas variações, devido ao modo como esses valores foram determinados. Como o objetivo é determinar se o material escoa, para os casos em que a tensão é menor que 250 MPa (σ_e), utiliza-se o valor encontrado como valor da tensão máxima. Mas, conforme foi definido anteriormente, não deve-se considerar os valores próximos às vinculações (Princípio Saint-Venant). Então para os casos onde a tensão é maior que 250 MPa, procura-se valores na estrutura, excluindo valores perto das vinculações. Em alguns casos onde a tensão é menor que 250 MPa, o valor da tensão máxima encontrado pode indicar informações destes locais (extremidades), o que possivelmente gera essas variações.

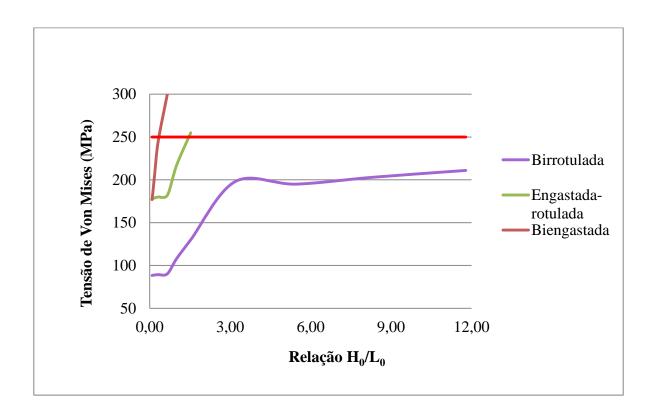


Figura 4.8 – Tensão de von Mises para $\phi = 0.025$, furo elíptico.

A linha vermelha, na Fig. 4.8 indica a tensão de escoamento (σ_e). É possível observar que, tanto para o caso biengastado, quanto para o engastado-rotulado, a partir de um determinado valor de H_0/L_0 o material escoa. Esse valor é H_0/L_0 =0,65, para biengastada, e H_0/L_0 =1,53, para engastada-rotulada, nos quais já ocorrem escoamento. Já para o caso birrotulado, não ocorre escoamento, embora haja um aumento no valor da tensão, o que está de acordo com a tendência observada nos casos biengastado e engastado-rotulado, ou seja, um aumento da relação H_0/L_0 causa um aumento na tensão máxima na coluna. Para o mesmo ϕ , mas com perfuração retangular, em todos os tipos de vinculação ocorre escoamento para pelo menos um caso, conforme pode ser observado na Fig. 4.9.

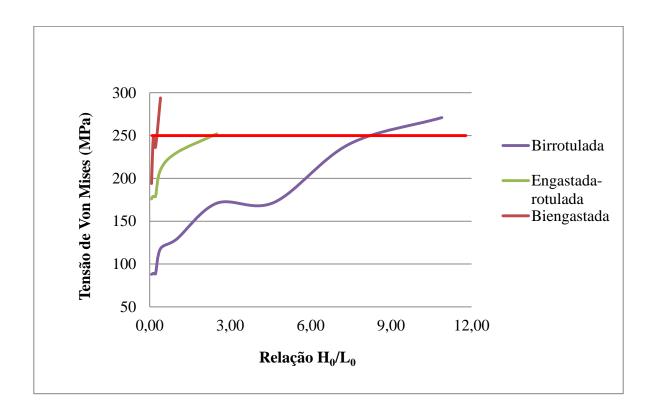


Figura 4.9 – Tensão de von Mises para $\phi = 0.025$, furo retangular.

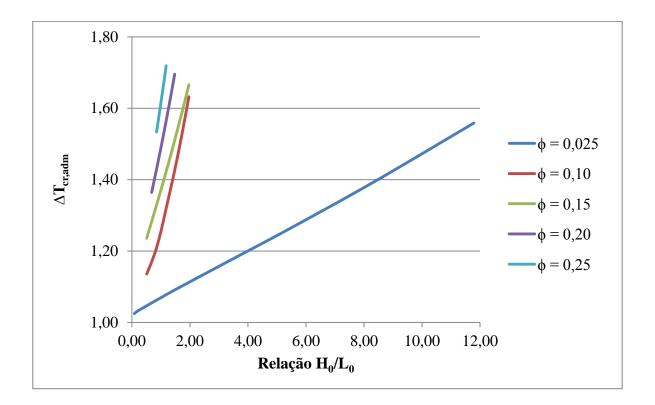
4.4 RESULTADOS

Após determinar em quais casos não há escoamento, e excluir do estudo os casos em que o mesmo ocorre, pode-se analisar os dados das tabelas do anexo A.

Analisando as tabelas é possível perceber que quanto maior for a relação H_0/L_0 maior é o valor da $\Delta T_{cr,adm}$, para um mesmo valor de ϕ . E comparando diferentes valores de ϕ , para o

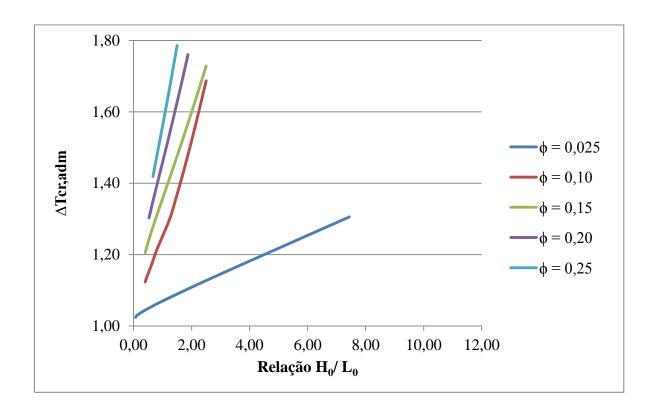
mesmo tipo de vinculação, se percebe que quanto maior for o valor do ϕ maior será o valor da $\Delta T_{cr,adm}$. Ou seja, quanto maior for o tamanho das perfurações maior será a temperatura necessária para causar flambagem. Essa tendência pode ser comprovada fazendo-se a análise do gráfico apresentado na Fig. 4.10.

Figura 4.10 – Variação crítica de temperatura adimensional, para diferentes perfurações elípticas e diferentes valores de ϕ , para vinculação birrotulada.



A Fig. 4.10 mostra o comportamento para perfuração elíptica e vinculação birrotulada. O comportamento para o furo retangular, para essa mesma vinculação, é semelhante, conforme indicado no gráfico da Fig. 4.11.

Figura 4.11 – Variação crítica de temperatura adimensional, para diferentes perfurações retangulares e diferentes valores de ϕ , para vinculação birrotulada.



A coluna birrotulada é a única vinculação estudada que tem valores válidos para todos ϕ . A estrutura biengastada, por exemplo, tem valores válidos somente para ϕ =0,025. No gráfico da Fig. 4.12 são comparados os comportamentos da variação crítica de temperatura adimensional, para diferentes perfurações retangulares e elípticas. Conforme explicado anteriormente, são apresentados somente os casos para ϕ =0,025 para a vinculação biengastada, pois para valores maiores de ϕ ocorre o escoamento. Já para a coluna engastadarotulada, existem alguns casos válidos para mais que um valor de ϕ , conforme mostram os gráficos das Figs. 4.13 e 4.14, para os diferentes tipos de perfurações. Em todos esses gráficos é possível observar o comportamento semelhante ao já descrito para a coluna birrotulada.

Figura 4.12 – Variação crítica de temperatura adimensional, para diferentes perfurações retangulares e elípticas. Para ϕ =0,025 e vinculação biengastada.

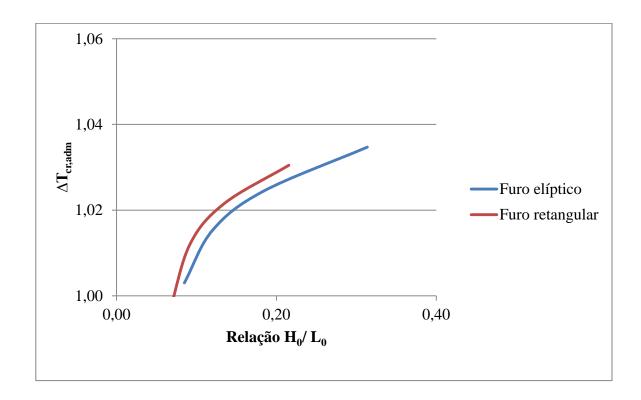


Figura 4.13 – Variação crítica de temperatura adimensional, para diferentes perfurações elípticas e diferentes valores de ϕ , para vinculação engastada-rotulada.

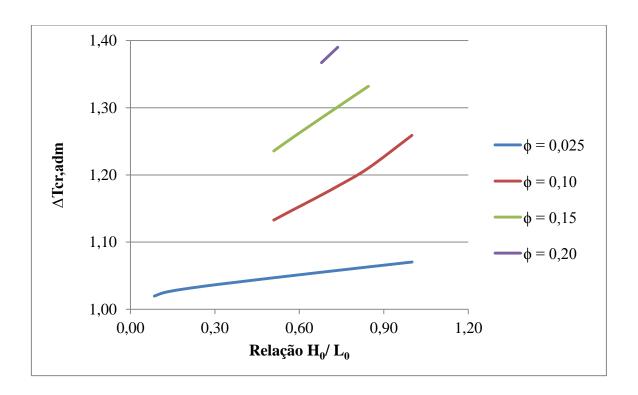
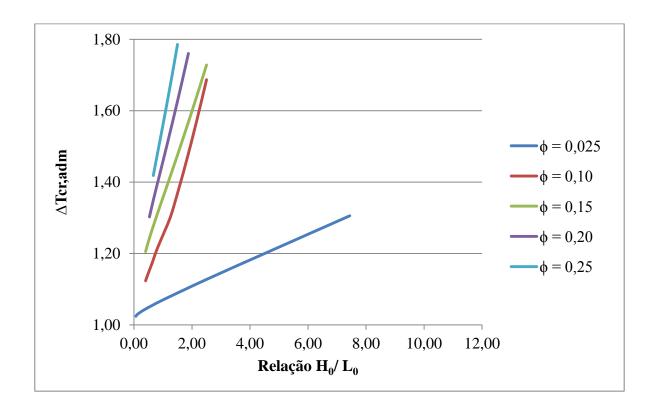
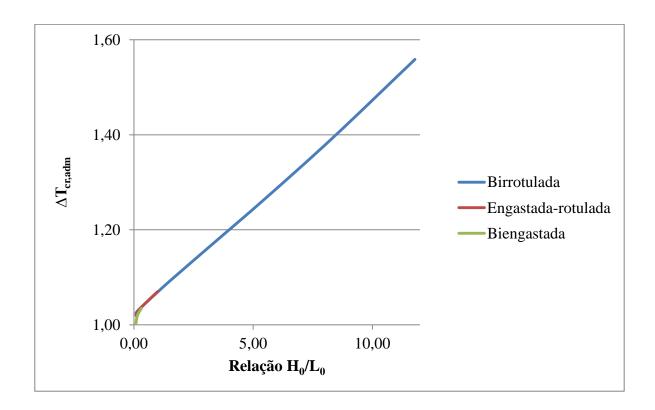


Figura 4.14 – Variação crítica de temperatura adimensional, para diferentes perfurações retangulares e diferentes valores de ϕ , para vinculação engastada-rotulada.



Analisando todos os gráficos apresentados, é possível perceber que, independente da vinculação, quanto maior for a relação H_0/L_0 maior é o valor da $\Delta T_{cr,adm}$, para um mesmo valor de ϕ . Então o gráfico da Fig. 4.15 traz uma comparação entre as diferentes vinculações e os respectivos valores da variação crítica de temperatura, para ϕ =0,025, mostrando exatamente essa tendência de comportamento. Mesmo com quantidades diferentes de valores válidos, para cada vinculação, é possível estabelecer essa comparação.

Figura 4.15 – Variação crítica de temperatura para diferentes vinculações, perfurações elípticas e ϕ =0,025.

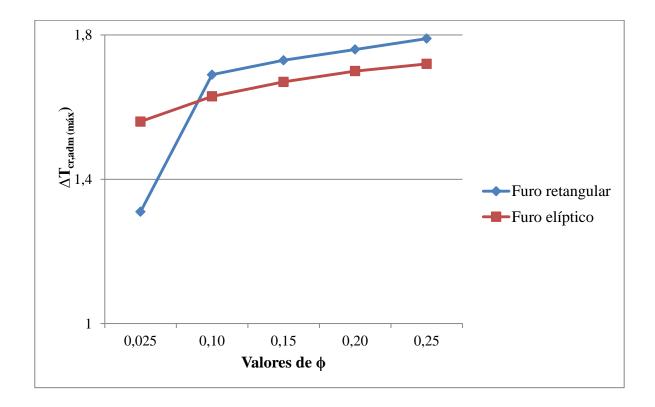


Na Tabela 4.7 é apresentado, para a coluna birrotulada, o melhor caso para cada valor de ϕ e para cada tipo de furo, ou seja, o caso onde a variação da temperatura crítica adimensional é máxima ($\Delta T_{\rm cr,adm~(máx)}$). Esses mesmos dados são demonstrados no gráfico da Fig. 4.16.

Tabela 4.7 – Valores da $\Delta T_{\rm cr,adm \, (m\acute{a}x)}$, para diferentes perfurações e diferentes valores de ϕ , para a coluna birrotulada.

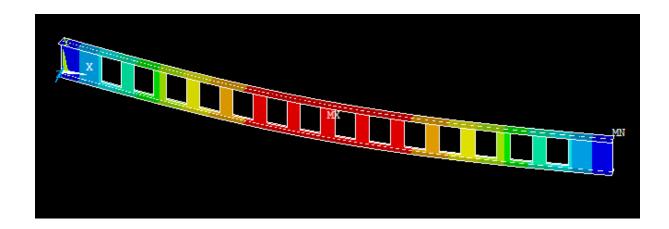
| | $\Delta T_{cr,adm\;(m\acute{a}x)}$ | | | | | | |
|-----------------|------------------------------------|--------------------|--|--|--|--|--|
| Valores de φ | Furo elíptico | Furo retangular | | | | | |
| 0,025 | 1,56 | 1,31 | | | | | |
| 0,10 | 1,63 | 1,69 | | | | | |
| 0,15 | 1,67 | 1,73 | | | | | |
| 0,20 | 1,70 | 1,76 | | | | | |
| 0,25 | 1,72 | 1,79 | | | | | |

Figura 4.16 – Variação crítica de temperatura adimensional máxima para diferentes tipos de perfurações e valores de ϕ (coluna birrotulada).



Analisando a Tabela 4.7 e a Fig 4.16, determina—se o melhor caso para a coluna birrotulada, que é o caso onde $\Delta T_{\rm cr,adm(m\acute{a}x)}=1,79$. Esse caso permite a maior retirada de volume da estrutura, pois tem o maior valor de ϕ (ϕ = 0,25). E ainda, comparando o valor da variação de temperatura da estrutura sem perfuração com o valor para a estrutura com perfuração, para esse caso, é o caso em que a diferença entre esses valores é maior ($\Delta T_{\rm cr,adm(m\acute{a}x)}=1,79$). A configuração flambada do componente estrutural, para o melhor caso, da coluna birrotulada, assume a forma mostrada na Fig. 4.17, que está coerente com o esperado para a configuração flambada de uma coluna com essa vinculação.

Figura 4.17 – Configuração flambada da coluna birrotulada, com perfurações retangulares para $\Delta T_{\text{cr,adm(máx)}} = 1,79$.



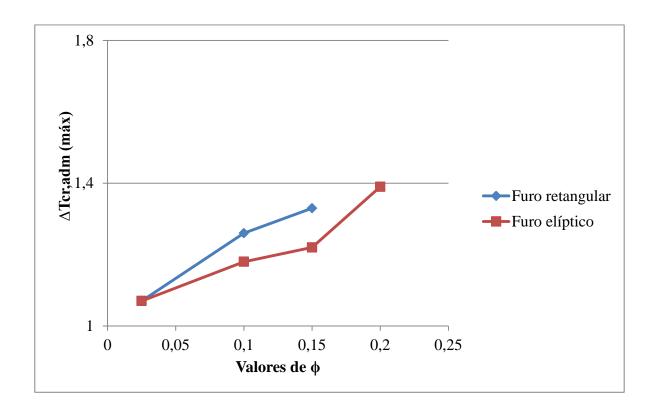
Fazendo esse mesmo estudo para as outras vinculações, é possível determinar seus melhores casos. Para a coluna biengastada, somente o ϕ =0,025 possui valores válidos para o estudo. E o valor da $\Delta T_{\rm cr,adm(m\acute{a}x)}$ é igual a 1,03, tanto para a coluna com perfurações elípticas quanto para a coluna com perfurações retangulares.

Para a coluna engastada-rotulada os valores da $\Delta T_{\rm cr,adm(m\acute{a}x)}$ são apresentados na Tabela 4.8. Assim como na coluna birrrotulada, na coluna engastada-rotulada quanto maior é o valor de ϕ maior é $\Delta T_{\rm cr,adm(m\acute{a}x)}$. O caso ótimo da coluna engastada-rotulada é $\Delta T_{\rm cr,adm(m\acute{a}x)}$ = 1,39, como pode ser visto no gráfico da Fig. 4.18.

Tabela 4.8 – Valores da $\Delta T_{\rm cr,adm~(m\acute{a}x)}$, para diferentes perfurações e diferentes valores de ϕ , para a coluna engastada-rotulada.

| | $\Delta T_{cr,adm (m\acute{a}x)}$ | | | | | | |
|---------|------------------------------------|----------|--|--|--|--|--|
| Valores | Furo | Furo | | | | | |
| de φ | retangular | elíptico | | | | | |
| 0,025 | 1,07 | 1,07 | | | | | |
| 0,10 | 1,26 | 1,18 | | | | | |
| 0,15 | 1,33 | 1,22 | | | | | |
| 0,20 | - | 1,39 | | | | | |
| 0,25 | - | - | | | | | |

Figura 4.18 – Variação crítica de temperatura adimensional máxima para diferentes tipos de perfurações e valores de ϕ (coluna engastada-rotulada).



A configuração flambada termicamente do componente estrutural, para os casos ótimos das colunas biengastada e engastada-rotulada, assumem a forma mostrada nas Figs. 4.19 e 4.20, respectivamente. E estão coerentes com a flambagem de uma coluna com essas vinculações.

Figura 4.19 – Configuração flambada da coluna biengastada, com perfurações elípticas para $\Delta T_{\rm cr,adm(m\acute{a}x)} = 1{,}03.$

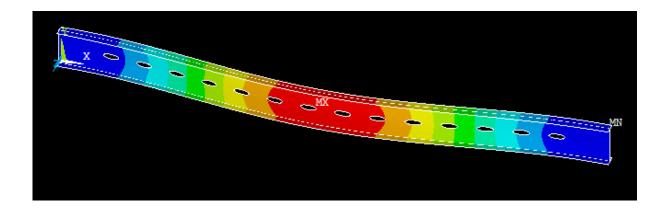
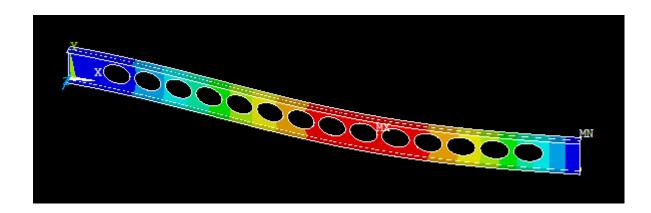


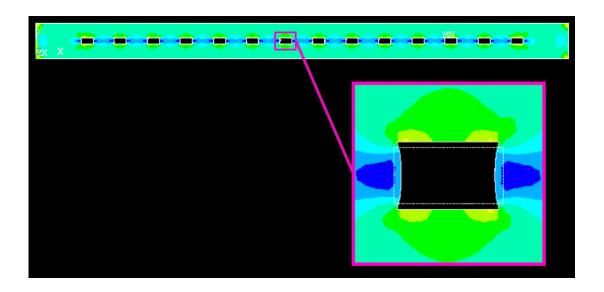
Figura 4.20 – Configuração flambada da coluna engastada-rotulada, com perfurações elípticas para $\Delta T_{\text{cr,adm(máx)}} = 1,39$.



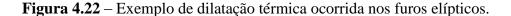
Inicialmente tem-se a ideia de que, caso se extraia uma parte do volume da estrutura, a mesma ficará fragilizada e terá seus valores de variação crítica de temperatura reduzidos, se comparados com a estrutura sem perfurações, semelhante ao que acontece com a flambagem mecânica, onde ocorre uma redução no valor da carga crítica.

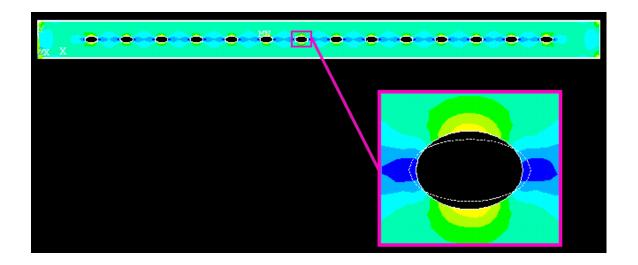
Mas com esse estudo percebe-se que isso não ocorre na flambagem térmica. Isso devese ao fato de que com a variação de temperatura, parte da estrutura dilata em direção das perfurações, necessitando assim de uma variação maior de temperatura para causar a flambagem da estrutura. Essa dilatação em direção dos furos pode ser observada no detalhe na Fig. 4.21.

Figura 4.21 – Exemplo de dilatação térmica ocorrida nos furos retangulares.



Na Fig. 4.21 é possível ver no detalhe que na configuração indeformada (indicada pela linha tracejada) a perfuração tem todas as arestas perfeitamente retas. Após a ocorrência da variação de temperatura positiva, ocorre um deslocamento das arestas verticais da perfuração devido ao aumento de temperatura. Essa dilatação térmica sofrida pelo material faz com que a perfuração sofra uma redução em suas dimensões e uma mudança em sua geometria, fazendo com que sejam necessárias temperaturas críticas maiores à medida que a extração de volume das perfurações aumenta. Cabe destacar que essa mesma tendência foi observada para as perfurações elípticas, conforme pode ser visto na Fig. 4.22.





5 CONCLUSÃO

Nesse trabalho foi desenvolvido e verificado um modelo computacional capaz de solucionar o problema da flambagem térmica em componentes estruturais esbeltos (colunas) com diferentes tipos de vinculações. O software ANSYS, que é baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF), foi empregado, sendo usado o elemento finito tipo casca SHELL93 para a discretização do domínio computacional.

Para verificar o modelo computacional proposto, os resultados numéricos obtidos foram comparados com os resultados analíticos. Os mesmos apresentam concordância, sendo a máxima diferença relativa absoluta entre eles de aproximadamente 2%. Além disso, as deflexões sofridas pelos componentes estruturais, para cada situação de vinculação considerada, e devido à ocorrência da flambagem térmica estão de acordo com as indicações da literatura. Desta forma, tanto quantitativamente quanto qualitativamente, é possível afirmar que o modelo numérico desenvolvido foi verificado.

A partir desse modelo computacional foi possível estudar uma situação prática que não possui solução analítica, que é a influência de perfurações distribuídas ao longo de um componente estrutural (coluna formada por um perfil I), na flambagem térmica. Empregando o método *Constructal Design*, foram analisados e comparados dois tipos de perfurações, retangulares e elípticas. Estudou-se a influência da variação da forma da perfuração na flambagem térmica. Mantendo-se fixo o volume de material retirado da coluna para cada análise. Ao total foram estudados cinco frações de volume, ou seja, cinco quantidades diferentes de volume foram retiradas. E analisou-se a influência da retirada de material na variação de temperatura crítica, bem como a variação das perfurações elípticas e retangulares. Além disso, três tipos de vinculação foram considerados. Dessa forma, foi possível realizar um estudo de otimização geométrica, através do método de Busca Exaustiva, visando determinar a variação de temperatura crítica máxima.

Além disso, foi feita uma avaliação da tensão de von Mises causada pela imposição da variação de temperatura crítica em uma análise estática linear, em casa caso. Com isso, foi possível identificar se ocorre escoamento do material antes da ocorrência da flambagem térmica. Nos casos em que isto ocorreu, os dados foram excluídos da pesquisa, pois não eram válidos para o estudo relacionado à flambagem térmica. De acordo com o princípio de Saint-Venant, as concentrações de tensões que ocorreram na região dos engastes foram desconsideradas.

Assim, tanto para a perfuração retangular, quanto para a elíptica, quanto maior o valor da relação H_0/L_0 maior o valor de $\Delta T_{\rm cr}$. Uma variação crítica de temperatura adimensional ($\Delta T_{\rm cr,adm}$) foi criada para cada caso, através da relação entre a variação crítica de temperatura e a variação crítica de temperatura da coluna sem perfurações, permitindo além da comparação entre os casos estudados, também a comparação com a coluna sem furos. Todos os valores encontrados para $\Delta T_{\rm cr,adm}$ são maiores do que 1, ou seja, todos os valores de $\Delta T_{\rm cr}$ das colunas perfuradas são maiores que a $\Delta T_{\rm cr}$ da coluna sem perfuração. Isso deve-se ao fato de que, a variação temperatura que era necessária para que a estrutura, sem perfuração, dilatasse e ocorresse flambagem tem que ser maior para a coluna com perfurações, já que a estrutura irá dilatar principalmente na direção dos furos.

Com o estudo foi possível determinar as geometrias ótimas para cada tipo de vinculação. Os resultados obtidos mostraram que o método *Constructal Design* permite a determinação de geometrias otimizadas que conduzem a performances superiores dos componentes estruturais analisados. Cabe destacar que a aplicação do método *Constructal Design* no estudo de colunas perfuradas submetidas à flambagem térmica é uma abordagem inédita, uma vez que nenhuma publicação sobre esse tema foi encontrada na literatura.

Um fato curioso, que foi observado, é que em estudos de flambagem mecânica que se teve acesso, o caso ótimo é normalmente o que a perfuração está mais alongada na horizontal. Diferente dos resultados obtidos no presente estudo, para flambagem térmica, onde o melhor caso é a coluna com perfurações mais alongadas na vertical. Este fato é muito interessante e deve ser levado em consideração no momento de projeto, pois normalmente a estrutura não estará sujeita a apenas variação de temperatura, na maioria dos casos as colunas recebem esforços.

Agora que se fez o estudo de colunas perfuradas submetidas à flambagem térmica e pode-se comparar com os estudos existentes de flambagem mecânica, percebe-se a necessidade de se fazer um estudo da estrutura submetida à carga e à variação de temperatura. Existem várias situações em que isso ocorre, como, por exemplo, estruturas metálicas em situação de incêndio, que é um tema importante e muito interessante. O estudo de cargas combinadas permitiria determinar o caso ótimo para essa estrutura..

Outras sugestões para trabalhos futuros, seriam: estudos envolvendo diferentes tipos de perfis para a coluna, diferentes tipos de perfurações (por exemplo, furos losangulares, hexagonais e oblongos) e diferentes valores para a fração volumétrica das perfurações. Sugere-se ainda estudar placas de aço perfuradas submetidas à flambagem térmica, empregando o método *Constructal Design*.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALONSO, R.C.; LIMA, D.S.; GOMES, M.; REAL, M.V.; SANTOS, E.D.; ISOLDI, L.A. **Modelagem computacional aplicada à flambagem elástica de colunas perfuradas**, 2015. Revista de Engenharia e Tecnologia, vol. 7, n°. 2, p 12-22.

ANANDRAO, K. S.; GUPTA, R.K.; RAMCHANDRAN, P.; RAO; G. V. Thermal Buckling and Free Vibration Analysis of Heated Functionally Graded Material Beams, 2013. Defence Science Journal, vol. 63, n. 3, p. 315-322.

ANSYS. User's Manual (version 10.0). Swanson Analysis System Inc, Houston, 2005.

BARRON, R.F.; BARRON, B.R. **Design for Thermal Stresses.** John Wiley & Sons, New York, 2012.

BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R. Jr., **Resistência dos Materiais**. Makron Books, São Paulo,1995.

BEJAN, A. **Shape and Structure, from engineering to nature**. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2000.

BEJAN, A.; LORENTE, S. Design with Constructal Theory. Wiley, Hoboken, 2008.

BEJAN, A.; ZANE, J. P. **Design in Nature.** New York, Doubleday, 2012.

CASSENTI, B. **Thermal Buckling of a 2D Beam Fixed at Both Ends.** University of Connecticut, 2012, Disponível em: http://www.engr.uconn.edu/~cassenti/

FARIA, V. O.; FREITAS, A.M.S.; SOUZA, F.T. Análise de elementos estruturais em perfis formados a frio com perfurações -Sistemas "Racks". In: XXXIV Congresso Ibérico Latino-Americano sobre Métodos Computacionais em Engenharia (CILAMCE), 2013, Pirenópolis. Anais do XXXIV CILAMCE.

GERE, J. M. Mecânica dos materiais. São Paulo: Cengage Learning. 2003.

HELBIG, D.; MICHAELLO, R. S.; SANTOS, E.D.; REAL, M.V.; ROCHA, L.A.O.; ISOLDI, L.A. **Análise numérica da flambagem térmica em placas finas de aço.** Scientia Plena, v. 11, p. 8, 2015.

HIBBELER, R. C. Resistência dos Materiais. Pearson Prentice Hall, São Paulo, 2010.

HIGDON, A.; OHLSEN, E.D.; STILES, W.B.; WEESE, J.A.; RILEY,W.F. Mecânica dos materiais. 3ª ed. Guanabara Dois S.A., Rio de Janeiro, 1981.

KIMURA, E. F. A. **Analise termoestrutural de pilares de aço em situação de incêndio**. 2009. 212 p. Dissertação (mestrado) — Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, São Paulo. 2009.

MADENCI, E.; GUVEN, I. The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS[®]. Springer, New York, 2006.

MALISKA, Clovis R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional.** 2.ed.rev.ampl. Rio de Janeiro : LTC, 2004.

MICHAELLO, R. S.; HELBIG, D.; ROCHA, L.A.O.; REAL, M.V.; SANTOS, E.D.; ISOLDI, L.A. Modelagem computacional aplicada ao estudo da flambagem térmica de colunas. In: VI Seminário e Workshop em Engenharia Oceânica (SEMENGO), 2014, Rio Grande. Anais do VI SEMENGO. Rio Grande: FURG, 2014. v.1. p. 298-305.

RODRIGUES, M. K. Modelagem computacional aplicada à melhoria do desempenho térmico de trocador de calor solo-ar através do método Constructal Design, 2014. Dissertação de mestrado em Modelagem Computacional, Universidade Federal do Rio Grande.

SINGH, R. K. Thermal Buckling Analysis of Laminated Composite Shell Panel Embedded with Shape Memory Alloy Fibre under TD and TID. 2014. 80p. Thesis (master's degree). National Institute of Technology, Rourkela. 2014.

SOLANO, R. F.; VAZ, M. A. Thermal Post-Buckling of Slender Elastic Rods with different boundary conditions, 2006. J. Thermal Engineering, vol. 5, n°2, p. 50-57.

TIMOSHENKO, S. P. **Resistência dos materiais**, vol II. AO LIVRO TÉCNICO S.A. Rio de Janeiro, 1966.

TIMOSHENKO, S. P; GOODIER, J. N. **Teoria da elasticidade.** 3ª ed. Guanabara Dois S.A., Rio de Janeiro, 1980.

VANALLI, L. O MEC e o MEF aplicados à análise de problemas viscoplásticos em meios anisotrópicos e compostos, 2004. Tese de doutorado em Engenharia de Estruturas, Universidade São Paulo.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. An Introduction to Computational Fluid Dynamics. Longman, Malaysia, 1999.

APÊNDICE A – Tabelas da $\Delta T_{cr,adm}$ para perfurações elípticas e retangulares com diferentes valores de ϕ .

Tabela A.1 - Perfuração elíptica e $\phi = 0.025$

| | T | 77 | | | | Engast | tada- | | |
|------|------------|------------|-----------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|--|-------------------------|
| Caso | L_0 (mm) | H_0 (mm) | H_0/L_0 | Birrot | ulada | rotul | ada | Bienga | stada |
| | (111111) | (111111) | | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{\rm cr,adm}$ | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{\rm cr,adm}$ | $\Delta T_{\rm cr} (^{\circ}{\rm C})$ | $\Delta T_{\rm cr,adm}$ |
| 1e | 250,00 | 21,21 | 0,08 | 15,557 | 1,02 | 31,214 | 1,02 | 58,637 | 1,00 |
| 2e | 210,00 | 25,25 | 0,12 | 15,600 | 1,03 | 31,373 | 1,02 | 59,357 | 1,02 |
| 3e | 170,00 | 31,19 | 0,18 | 15,654 | 1,03 | 31,522 | 1,03 | 59,886 | 1,02 |
| 4e | 130,00 | 40,79 | 0,31 | 15,752 | 1,04 | 31,748 | 1,04 | 60,489 | 1,03 |
| 5e | 90,00 | 58,92 | 0,65 | 15,995 | 1,05 | 32,264 | 1,05 | 61,626 | 1,05 |
| 6e | 72,80 | 72,84 | 1,00 | 16,235 | 1,07 | 32,764 | 1,07 | 62,659 | 1,07 |
| 7e | 58,92 | 90,00 | 1,53 | 16,598 | 1,09 | 33,510 | 1,09 | 64,173 | 1,10 |
| 8e | 40,79 | 130,00 | 3,19 | 17,692 | 1,17 | 35,761 | 1,17 | 68,686 | 1,17 |
| 9e | 31,19 | 170,00 | 5,45 | 19,179 | 1,26 | 38,813 | 1,27 | 74,754 | 1,28 |
| 10e | 25,25 | 210,00 | 8,32 | 21,141 | 1,39 | 42,830 | 1,40 | 82,685 | 1,41 |
| 11e | 21,21 | 250,00 | 11,79 | 23,662 | 1,56 | 47,983 | 1,57 | 92,797 | 1,59 |

Tabela A.2 - Perfuração elíptica e $\phi = 0.15$

| | L_0 | H _o | $H_0 = H_0/I_0$ | D. | | Engast | | D: 4 1 | |
|------|---------|----------------|-----------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|------------------------|--------------------------|------------------------|
| Caso | (mm) | (mm) | H_0/L_0 | Birroti | ılada | rotulada | | Biengastada | |
| | (11111) | (11111) | | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{\rm cr,adm}$ | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{ m cr,adm}$ | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{ m cr,adm}$ |
| 1e | 250,00 | 127,26 | 0,51 | 18,762 | 1,24 | 37,822 | 1,24 | 72,147 | 1,23 |
| 2e | 236,00 | 134,81 | 0,57 | 19,023 | 1,25 | 38,388 | 1,25 | 73,422 | 1,26 |
| 3e | 222,00 | 143,31 | 0,65 | 19,332 | 1,27 | 39,042 | 1,28 | 74,827 | 1,28 |
| 4e | 208,00 | 152,96 | 0,74 | 19,704 | 1,30 | 39,822 | 1,30 | 76,456 | 1,31 |
| 5e | 194,00 | 163,99 | 0,85 | 20,162 | 1,33 | 40,773 | 1,33 | 78,407 | 1,34 |
| 6e | 178,37 | 178,36 | 1,00 | 20,817 | 1,37 | 42,126 | 1,38 | 81,143 | 1,39 |
| 7e | 163,99 | 194,00 | 1,18 | 21,614 | 1,42 | 43,766 | 1,43 | 84,424 | 1,44 |
| 8e | 152,96 | 208,00 | 1,36 | 22,404 | 1,48 | 45,388 | 1,48 | 87,644 | 1,50 |
| 9e | 143,31 | 222,00 | 1,55 | 23,284 | 1,53 | 47,191 | 1,54 | 91,204 | 1,56 |
| 10e | 134,81 | 236,00 | 1,75 | 24,239 | 1,60 | 49,145 | 1,61 | 95,046 | 1,63 |
| 11e | 127,26 | 250,00 | 1,96 | 25,293 | 1,67 | 51,298 | 1,68 | 99,267 | 1,70 |

Tabela A.3 - Perfuração elíptica e $\phi=0,\,20$

| | 7 | 77 | | | | Engast | tada- | | |
|------|------------|------------|-----------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|
| Caso | L_0 (mm) | H_0 (mm) | H_0/L_0 | Birrot | ulada | rotul | ada | Biengas | stada |
| | (111111) | (11111) | | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{\rm cr,adm}$ | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{\rm cr,adm}$ | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{\rm cr,adm}$ |
| 1e | 250,00 | 169,68 | 0,68 | 20,71 | 1,36 | 41,847 | 1,37 | 80,352 | 1,37 |
| 2e | 240,00 | 176,75 | 0,74 | 21,043 | 1,39 | 42,548 | 1,39 | 81,819 | 1,40 |
| 3e | 230,00 | 184,43 | 0,80 | 21,425 | 1,41 | 43,342 | 1,42 | 82,060 | 1,40 |
| 4e | 220,00 | 192,82 | 0,88 | 21,867 | 1,44 | 44,257 | 1,45 | 84,424 | 1,44 |
| 5e | 210,00 | 202,00 | 0,96 | 22,384 | 1,47 | 45,324 | 1,48 | 86,460 | 1,48 |
| 6e | 205,96 | 205,96 | 1,00 | 22,616 | 1,49 | 45,802 | 1,50 | 87,644 | 1,50 |
| 7e | 202,00 | 210,00 | 1,04 | 22,862 | 1,51 | 46,306 | 1,51 | 91,564 | 1,57 |
| 8e | 192,82 | 220,00 | 1,14 | 23,506 | 1,55 | 47,629 | 1,56 | 95,046 | 1,63 |
| 9e | 184,43 | 230,00 | 1,25 | 24,201 | 1,59 | 49,054 | 1,60 | 97,252 | 1,66 |
| 10e | 176,75 | 240,00 | 1,36 | 24,936 | 1,64 | 50,558 | 1,65 | 99,267 | 1,70 |
| 11e | 169,68 | 250,00 | 1,47 | 25,738 | 1,70 | 52,198 | 1,71 | 101,010 | 1,73 |

Tabela A.4 - Perfuração elíptica e $\phi = 0.25$

| | | 77 | | Engastada- | | | | | | |
|------|------------|------------|-----------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|--|
| Caso | L_0 (mm) | H_0 (mm) | H_0/L_0 | Birrotu | ılada | rotul | ada | Biengastada | | |
| | (11111) | (11111) | | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{\rm cr,adm}$ | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{\rm cr,adm}$ | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{\rm cr,adm}$ | |
| 1e | 250,00 | 212,10 | 0,85 | 23,283 | 1,53 | 47,14 | 1,54 | 90,958 | 1,56 | |
| 2e | 246,00 | 215,55 | 0,88 | 23,507 | 1,55 | 47,603 | 1,56 | 91,889 | 1,57 | |
| 3e | 242,00 | 219,11 | 0,91 | 23,745 | 1,56 | 48,094 | 1,57 | 92,870 | 1,59 | |
| 4e | 238,00 | 222,79 | 0,94 | 23,998 | 1,58 | 48,613 | 1,59 | 93,905 | 1,61 | |
| 5e | 234,00 | 226,60 | 0,97 | 24,268 | 1,60 | 49,168 | 1,61 | 95,007 | 1,63 | |
| 6e | 230,27 | 230,27 | 1,00 | 24,535 | 1,62 | 49,717 | 1,62 | 96,095 | 1,64 | |
| 7e | 226,60 | 234,00 | 1,03 | 24,810 | 1,63 | 50,280 | 1,64 | 97,208 | 1,66 | |
| 8e | 222,79 | 238,00 | 1,07 | 25,119 | 1,65 | 50,913 | 1,66 | 98,457 | 1,68 | |
| 9e | 219,11 | 242,00 | 1,10 | 25,431 | 1,68 | 51,554 | 1,68 | 99,718 | 1,71 | |
| 10e | 215,55 | 246,00 | 1,14 | 25,760 | 1,70 | 52,226 | 1,71 | 101,040 | 1,73 | |
| 11e | 212,10 | 250,00 | 1,18 | 26,098 | 1,72 | 52,917 | 1,73 | 102,400 | 1,75 | |

Tabela A.5 - Perfuração retangular e $\phi = 0.025$

| Caso | L_0 | H ₀ (mm) | H_0/L_0 | Birrotula | da | Engastada rotulada | - | Biengasta | Biengastada | |
|------|-------|---------------------|-----------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|--|
| | (mm) | (111111) | | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{\rm cr,adm}$ | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{\rm cr,adm}$ | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{\rm cr,adm}$ | |
| 1r | 250 | 16,66 | 0,07 | 15,548 | 1,02 | 31,123 | 1,02 | 58,255 | 1,00 | |
| 2r | 213 | 19,55 | 0,09 | 15,599 | 1,03 | 31,345 | 1,02 | 59,163 | 1,01 | |
| 3r | 176 | 23,66 | 0,13 | 15,646 | 1,03 | 31,488 | 1,03 | 59,717 | 1,02 | |
| 4r | 139 | 29,96 | 0,22 | 15,716 | 1,04 | 31,661 | 1,03 | 60,242 | 1,03 | |
| 5r | 102 | 40,83 | 0,40 | 15,858 | 1,04 | 31,972 | 1,04 | 60,986 | 1,04 | |
| 6r | 64,53 | 64,54 | 1,00 | 16,244 | 1,07 | 32,779 | 1,07 | 62,686 | 1,07 | |
| 7r | 40,83 | 102 | 2,50 | 17,114 | 1,13 | 34,574 | 1,13 | 66,311 | 1,13 | |
| 8r | 29,96 | 139 | 4,64 | 18,292 | 1,20 | 36,993 | 1,21 | 71,142 | 1,22 | |
| 9r | 23,66 | 176 | 7,44 | 19,821 | 1,31 | 40,129 | 1,31 | 77,359 | 1,32 | |
| 10r | 19,55 | 213 | 10,89 | 21,754 | 1,43 | 44,086 | 1,44 | 85,156 | 1,46 | |
| 11r | 16,66 | 250 | 15,01 | 24,172 | 1,59 | 49,024 | 1,60 | 94,835 | 1,62 | |

Tabela A.6 - Perfuração retangular e $\phi = 0.15$

| | L_0 | H_0 | | D | | Engast | | D . | |
|------|---------|----------|-----------|--------------------------|------------------------|---|-------------------------|--------------------------|-------------------------|
| Caso | (mm) | (mm) | H_0/L_0 | Birrotu | | rotul | | Bienga | |
| | (11111) | (111111) | | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{ m cr,adm}$ | $\Delta T_{\rm cr} (^{\circ} {\bf C})$ | $\Delta T_{\rm cr,adm}$ | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{\rm cr,adm}$ |
| 1r | 250,00 | 99,95 | 0,40 | 18,299 | 1,21 | 36,784 | 1,20 | 69,681 | 1,19 |
| 2r | 232,00 | 107,70 | 0,46 | 18,589 | 1,22 | 37,452 | 1,22 | 71,341 | 1,22 |
| 3r | 214,00 | 116,76 | 0,55 | 18,924 | 1,25 | 38,18 | 1,25 | 72,986 | 1,25 |
| 4r | 196,00 | 127,49 | 0,65 | 19,328 | 1,27 | 39,038 | 1,28 | 74,829 | 1,28 |
| 5r | 178,00 | 140,38 | 0,79 | 19,84 | 1,31 | 40,107 | 1,31 | 77,055 | 1,32 |
| 6r | 158,07 | 158,08 | 1,00 | 20,602 | 1,36 | 41,686 | 1,36 | 80,267 | 1,37 |
| 7r | 140,38 | 178,00 | 1,27 | 21,563 | 1,42 | 43,663 | 1,43 | 84,229 | 1,44 |
| 8r | 127,49 | 196,00 | 1,54 | 22,544 | 1,49 | 45,677 | 1,49 | 88,224 | 1,51 |
| 9r | 116,76 | 214,00 | 1,83 | 23,645 | 1,56 | 47,931 | 1,57 | 92,669 | 1,59 |
| 10r | 107,70 | 232,00 | 2,15 | 24,868 | 1,64 | 50,432 | 1,65 | 97,576 | 1,67 |
| 11r | 99,95 | 250,00 | 2,50 | 26,235 | 1,73 | 53,224 | 1,74 | 103,040 | 1,76 |

Tabela A.7 - Perfuração retangular e $\phi = 0, 20$

| | L_0 | H_0 | | D: 4 | | Engas | | D: 4 1 | | |
|------|---------|--------|---------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|--|
| Caso | (mm) | (mm) | H_0/L | Birrotu | | rotul | | Bienga | | |
| | (=====) | () | | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{\rm cr,adm}$ | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{\rm cr,adm}$ | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{\rm cr,adm}$ | |
| 1r | 250,00 | 133,27 | 0,53 | 19,775 | 1,30 | 39,855 | 1,30 | 76,06 | 1,30 | |
| 2r | 236,00 | 141,17 | 0,60 | 20,129 | 1,33 | 40,63 | 1,33 | 77,814 | 1,33 | |
| 3r | 222,00 | 150,07 | 0,68 | 20,532 | 1,35 | 41,487 | 1,36 | 79,652 | 1,36 | |
| 4r | 208,00 | 160,17 | 0,77 | 21,007 | 1,38 | 42,482 | 1,39 | 81,72 | 1,40 | |
| 5r | 194,00 | 171,73 | 0,89 | 21,577 | 1,42 | 43,664 | 1,43 | 84,13 | 1,44 | |
| 6r | 182,53 | 182,53 | 1,00 | 22,145 | 1,46 | 44,838 | 1,46 | 86,492 | 1,48 | |
| 7r | 171,73 | 194,00 | 1,13 | 22,793 | 1,50 | 46,17 | 1,51 | 89,148 | 1,52 | |
| 8r | 160,17 | 208,00 | 1,30 | 23,65 | 1,56 | 47,93 | 1,57 | 92,633 | 1,58 | |
| 9r | 150,07 | 222,00 | 1,48 | 24,588 | 1,62 | 49,849 | 1,63 | 96,413 | 1,65 | |
| 10r | 141,17 | 236,00 | 1,67 | 25,609 | 1,69 | 51,938 | 1,70 | 100,51 | 1,72 | |
| 11r | 133,27 | 250,00 | 1,88 | 26,724 | 1,76 | 54,215 | 1,77 | 104,970 | 1,80 | |

Tabela A.8 - Perfuração retangular e $\phi = 0.25$

| | L_0 | H_0 | Engastada- | | | | | | | |
|------|-----------------|----------|------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|--|
| Caso | (\mathbf{mm}) | (mm) | H_0/L_0 | Birrotu | ılada | rotul | | Biengastada | | |
| | (11111) | (111111) | | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{\rm cr,adm}$ | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{\rm cr,adm}$ | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | $\Delta T_{\rm cr,adm}$ | |
| 1r | 250,00 | 166,58 | 0,67 | 21,534 | 1,42 | 43,503 | 1,42 | 83,537 | 1,43 | |
| 2r | 241,00 | 172,80 | 0,72 | 21,87 | 1,44 | 44,216 | 1,44 | 85,049 | 1,45 | |
| 3r | 232,00 | 179,51 | 0,77 | 22,237 | 1,46 | 44,986 | 1,47 | 86,645 | 1,48 | |
| 4r | 223,00 | 186,75 | 0,84 | 22,648 | 1,49 | 45,841 | 1,50 | 88,386 | 1,51 | |
| 5r | 214,00 | 194,60 | 0,91 | 23,111 | 1,52 | 46,798 | 1,53 | 90,315 | 1,54 | |
| 6r | 204,07 | 204,07 | 1,00 | 23,697 | 1,56 | 48,005 | 1,57 | 92,726 | 1,59 | |
| 7r | 194,60 | 214,00 | 1,10 | 24,351 | 1,60 | 49,347 | 1,61 | 95,387 | 1,63 | |
| 8r | 186,75 | 223,00 | 1,19 | 24,983 | 1,65 | 50,643 | 1,65 | 97,944 | 1,68 | |
| 9r | 179,51 | 232,00 | 1,29 | 25,653 | 1,69 | 52,015 | 1,70 | 100,64 | 1,72 | |
| 10r | 172,80 | 241,00 | 1,39 | 26,363 | 1,74 | 53,466 | 1,75 | 103,49 | 1,77 | |
| 11r | 166,58 | 250,00 | 1,50 | 27,109 | 1,79 | 54,991 | 1,80 | 106,470 | 1,82 | |

APÊNDICE B – Tabelas com valores da tensão de von Mises, menores que a tensão de escoamento.

Tabela B.1 - Perfuração elíptica e $\phi = 0.025$

| | | | | Birro | tulada | Engasta | ada-rotulada | Bieng | astada |
|------|---------------------|----------------------------|-----------|--------------------------|------------------------------------|--------------------------|---------------------------------|--------------------------|------------------------------------|
| Caso | L ₀ (mm) | <i>H</i> ₀ (mm) | H_0/L_0 | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (MPa) | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (MPa) | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (MPa) |
| 1e | 250,00 | 21,21 | 0,08 | 15,557 | 88,30 | 31,214 | 177,00 | 58,637 | 177,00 |
| 2e | 210,00 | 25,25 | 0,12 | 15,600 | 88,70 | 31,373 | 178,00 | 59,357 | 187,00 |
| 3e | 170,00 | 31,19 | 0,18 | 15,654 | 88,90 | 31,522 | 179,00 | 59,886 | 207,00 |
| 4e | 130,00 | 40,79 | 0,31 | 15,752 | 89,30 | 31,748 | 180,00 | 60,489 | 245,15 |
| 5e | 90,00 | 58,92 | 0,65 | 15,995 | 90,30 | 32,264 | 182,00 | 61,626 | Escoa |
| 6e | 72,80 | 72,84 | 1,00 | 16,235 | 108,00 | 32,764 | 217,00 | 62,659 | Escoa |
| 7e | 58,92 | 90,00 | 1,53 | 16,598 | 130,00 | 33,510 | Escoa | 64,173 | Escoa |
| 8e | 40,79 | 130,00 | 3,19 | 17,692 | 198,00 | 35,761 | Escoa | 68,686 | Escoa |
| 9e | 31,19 | 170,00 | 5,45 | 19,179 | 195,00 | 38,813 | Escoa | 74,754 | Escoa |
| 10e | 25,25 | 210,00 | 8,32 | 21,141 | 203,00 | 42,830 | Escoa | 82,685 | Escoa |
| 11e | 21,21 | 250,00 | 11,79 | 23,662 | 211,00 | 47,983 | Escoa | 92,797 | Escoa |

Tabela B.2 - Perfuração retangular e $\phi = 0.025$

| | | | | Birro | tulada | Engast | ada-rotulada | Bieng | astada |
|------|----------------------------|----------------------------|-----------|--------------------------|------------------------------------|--------------------------|---------------------------------|--------------------------|------------------------------------|
| Caso | <i>L</i> ₀ (mm) | <i>H</i> ₀ (mm) | H_0/L_0 | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (MPa) | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (MPa) |
| 1r | 250 | 16,66 | 0,07 | 15,548 | 88,00 | 31,123 | 176,00 | 58,255 | 194,00 |
| 2r | 213 | 19,55 | 0,09 | 15,599 | 88,40 | 31,345 | 178,00 | 59,163 | 219,00 |
| 3r | 176 | 23,66 | 0,13 | 15,646 | 89,10 | 31,488 | 179,00 | 59,717 | 248,00 |
| 4r | 139 | 29,96 | 0,22 | 15,716 | 88,80 | 31,661 | 179,00 | 60,242 | 237,00 |
| 5r | 102 | 40,83 | 0,40 | 15,858 | 118,00 | 31,972 | 210,00 | 60,986 | Escoa |
| 6r | 64,53 | 64,54 | 1,00 | 16,244 | 129,00 | 32,779 | 230,00 | 62,686 | Escoa |
| 7r | 40,83 | 102 | 2,50 | 17,114 | 171,00 | 34,574 | Escoa | 66,311 | Escoa |
| 8r | 29,96 | 139 | 4,64 | 18,292 | 172,00 | 36,993 | Escoa | 71,142 | Escoa |
| 9r | 23,66 | 176 | 7,44 | 19,821 | 240,00 | 40,129 | Escoa | 77,359 | Escoa |
| 10r | 19,55 | 213 | 10,89 | 21,754 | 271,00 | 44,086 | Escoa | 85,156 | Escoa |
| 11r | 16,66 | 250 | 15,01 | 24,172 | 282,00 | 49,024 | Escoa | 94,835 | Escoa |

Tabela B.3 - Perfuração elíptica e $\phi = 0,1$

| | | | | Birrotulada | | Engast | ada-rotulada | Biengastada | |
|------|---------------------|----------------------------|-----------|--------------------------|------------------------------------|-------------------------|---------------------------------|--------------------------|------------------------------------|
| Caso | L ₀ (mm) | <i>H</i> ₀ (mm) | H_0/L_0 | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) | $\Delta T_{ m cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) |
| 1e | 250 | 84,84 | 0,51 | 17,242 | 94,40 | 34,675 | 190,00 | 65,663 | Escoa |
| 2e | 230 | 92,22 | 0,57 | 17,427 | 95,70 | 35,099 | 193,00 | 66,742 | Escoa |
| 3e | 210 | 101,00 | 0,65 | 17,653 | 96,30 | 35,593 | 194,00 | 67,881 | Escoa |
| 4e | 190 | 111,63 | 0,74 | 17,946 | 97,40 | 36,215 | 196,00 | 69,237 | Escoa |
| 5e | 170 | 124,76 | 0,85 | 18,342 | 101,00 | 37,044 | 205,00 | 70,982 | Escoa |
| 6e | 145,6 | 145,67 | 1,00 | 19,058 | 124,00 | 38,535 | 249,00 | 74,037 | Escoa |
| 7e | 124,76 | 170 | 1,18 | 20,054 | 149,00 | 40,581 | Escoa | 78,154 | Escoa |
| 8e | 111,63 | 190 | 1,36 | 21,009 | 178,00 | 42,543 | Escoa | 82,060 | Escoa |
| 9e | 101,00 | 210 | 1,55 | 22,095 | 198,00 | 44,768 | Escoa | 86,460 | Escoa |
| 10e | 92,22 | 230 | 1,75 | 23,362 | 219,00 | 47,362 | Escoa | 91,564 | Escoa |
| 11e | 84,84 | 250 | 1,96 | 24,783 | 231,00 | 50,264 | Escoa | 97,252 | Escoa |

Tabela B.4 - Perfuração retangular e $\phi=0,1$

| | | | Birro | Birrotulada | | ada-rotulada | Biengastada | | |
|------|---------------------|---------------------|-----------|--------------------------|------------------------------------|-------------------------|---------------------------------|-------------------------|------------------------------------|
| Caso | L ₀ (mm) | H ₀ (mm) | H_0/L_0 | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) | $\Delta T_{ m cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) | $\Delta T_{ m cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) |
| 1r | 250 | 66,63 | 0,40 | 17,055 | 122,00 | 34,203 | 217 | 64,313 | Escoa |
| 2r | 225 | 74,04 | 0,46 | 17,284 | 123,00 | 34,772 | 220 | 65,913 | Escoa |
| 3r | 200 | 83,29 | 0,55 | 17,551 | 124,00 | 35,368 | 222 | 67,353 | Escoa |
| 4r | 175 | 95,19 | 0,65 | 17,896 | 132,00 | 36,108 | 237 | 68,996 | Escoa |
| 5r | 150 | 111,05 | 0,79 | 18,385 | 142,00 | 37,134 | Escoa | 71,167 | Escoa |
| 6r | 129,1 | 129,03 | 1,00 | 19,005 | 139,00 | 38,414 | Escoa | 73,794 | Escoa |
| 7r | 111,05 | 150 | 1,27 | 19,815 | 172,00 | 40,091 | Escoa | 77,178 | Escoa |
| 8r | 95,19 | 175 | 1,54 | 20,941 | 187,00 | 42,406 | Escoa | 81,794 | Escoa |
| 9r | 83,29 | 200 | 1,83 | 22,265 | 201,00 | 45,117 | Escoa | 87,155 | Escoa |
| 10r | 74,04 | 225 | 2,15 | 23,822 | 212,00 | 48,302 | Escoa | 93,414 | Escoa |
| 11r | 66,63 | 250 | 2,50 | 25,609 | 193,00 | 51,953 | Escoa | 100,560 | Escoa |

Tabela B.5 - Perfuração elíptica e $\phi = 0.15$

| | | | | Birrotulada | | Engasta | ada-rotulada | Biengastada | |
|------|---------------------|----------------------------|-----------|--------------------------|------------------------------------|--------------------------|---------------------------------|--------------------------|------------------------------------|
| Caso | L ₀ (mm) | <i>H</i> ₀ (mm) | H_0/L_0 | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) |
| 1e | 250,00 | 127,26 | 0,51 | 18,762 | 100,00 | 37,822 | 203,00 | 72,147 | Escoa |
| 2e | 236,00 | 134,81 | 0,57 | 19,023 | 102,00 | 38,388 | 205,00 | 73,422 | Escoa |
| 3e | 222,00 | 143,31 | 0,65 | 19,332 | 103,00 | 39,042 | 207,00 | 74,827 | Escoa |
| 4e | 208,00 | 152,96 | 0,74 | 19,704 | 110,00 | 39,822 | 222,00 | 76,456 | Escoa |
| 5e | 194,00 | 163,99 | 0,85 | 20,162 | 120,00 | 40,773 | 243,00 | 78,407 | Escoa |
| 6e | 178,37 | 178,36 | 1,00 | 20,817 | 134,00 | 42,126 | Escoa | 81,143 | Escoa |
| 7e | 163,99 | 194,00 | 1,18 | 21,614 | 152,00 | 43,766 | Escoa | 84,424 | Escoa |
| 8e | 152,96 | 208,00 | 1,36 | 22,404 | 168,00 | 45,388 | Escoa | 87,644 | Escoa |
| 9e | 143,31 | 222,00 | 1,55 | 23,284 | 185,00 | 47,191 | Escoa | 91,204 | Escoa |
| 10e | 134,81 | 236,00 | 1,75 | 24,239 | 190,00 | 49,145 | Escoa | 95,046 | Escoa |
| 11e | 127,26 | 250,00 | 1,96 | 25,293 | 207,00 | 51,298 | Escoa | 99,267 | Escoa |

Tabela B.6 - Perfuração retangular e $\phi = 0.15$

| | | | | Birro | Birrotulada | | ada-rotulada | Biengastada | |
|------|---------------------|---------------------|-----------|--------------------------|------------------------------------|-------------------------|---------------------------------|-------------------------|------------------------------------|
| Caso | L ₀ (mm) | H ₀ (mm) | H_0/L_0 | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) | $\Delta T_{ m cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) | $\Delta T_{ m cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) |
| 1r | 250,00 | 99,95 | 0,40 | 18,299 | 126,00 | 36,784 | 226,00 | 69,681 | Escoa |
| 2r | 232,00 | 107,70 | 0,46 | 18,589 | 138,00 | 37,452 | 248,00 | 71,341 | Escoa |
| 3r | 214,00 | 116,76 | 0,55 | 18,924 | 144,00 | 38,18 | Escoa | 72,986 | Escoa |
| 4r | 196,00 | 127,49 | 0,65 | 19,328 | 150,00 | 39,038 | Escoa | 74,829 | Escoa |
| 5r | 178,00 | 140,38 | 0,79 | 19,84 | 157,00 | 40,107 | Escoa | 77,055 | Escoa |
| 6r | 158,07 | 158,08 | 1,00 | 20,602 | 150,00 | 41,686 | Escoa | 80,267 | Escoa |
| 7r | 140,38 | 178,00 | 1,27 | 21,563 | 179,00 | 43,663 | Escoa | 84,229 | Escoa |
| 8r | 127,49 | 196,00 | 1,54 | 22,544 | 184,00 | 45,677 | Escoa | 88,224 | Escoa |
| 9r | 116,76 | 214,00 | 1,83 | 23,645 | 195,00 | 47,931 | Escoa | 92,669 | Escoa |
| 10r | 107,70 | 232,00 | 2,15 | 24,868 | 189,00 | 50,432 | Escoa | 97,576 | Escoa |
| 11r | 99,95 | 250,00 | 2,50 | 26,235 | 186,00 | 53,224 | Escoa | 103,040 | Escoa |

Tabela B.7 - Perfuração elíptica e $\phi = 0.20$

| | | | | Birro | otulada Engas | | tada-rotulada | Biengastada | |
|------|---------------------|----------------------------|-----------|--------------------------|------------------------------------|-------------------------|---------------------------------|-------------------------|------------------------------------|
| Caso | L ₀ (mm) | <i>H</i> ₀ (mm) | H_0/L_0 | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) | $\Delta T_{ m cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) | $\Delta T_{ m cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) |
| 1e | 250,00 | 169,68 | 0,68 | 20,71 | 113,00 | 41,847 | 228,00 | 80,352 | Escoa |
| 2e | 240,00 | 176,75 | 0,74 | 21,043 | 119,00 | 42,548 | 241,00 | 81,819 | Escoa |
| 3e | 230,00 | 184,43 | 0,80 | 21,425 | 126,00 | 43,342 | Escoa | 82,060 | Escoa |
| 4e | 220,00 | 192,82 | 0,88 | 21,867 | 135,00 | 44,257 | Escoa | 84,424 | Escoa |
| 5e | 210,00 | 202,00 | 0,96 | 22,384 | 144,00 | 45,324 | Escoa | 86,460 | Escoa |
| 6e | 205,96 | 205,96 | 1,00 | 22,616 | 148,00 | 45,802 | Escoa | 87,644 | Escoa |
| 7e | 202,00 | 210,00 | 1,04 | 22,862 | 153,00 | 46,306 | Escoa | 91,564 | Escoa |
| 8e | 192,82 | 220,00 | 1,14 | 23,506 | 164,00 | 47,629 | Escoa | 95,046 | Escoa |
| 9e | 184,43 | 230,00 | 1,25 | 24,201 | 176,00 | 49,054 | Escoa | 97,252 | Escoa |
| 10e | 176,75 | 240,00 | 1,36 | 24,936 | 181,00 | 50,558 | Escoa | 99,267 | Escoa |
| 11e | 169,68 | 250,00 | 1,47 | 25,738 | 191,00 | 52,198 | Escoa | 101,010 | Escoa |

Tabela B.8 - Perfuração retangular e $\phi = 0.20$

| | | | | Birrotulada | | Engasta | ada-rotulada | Biengastada | |
|------|----------------------------|---------------------|-----------|--------------------------|------------------------------------|--------------------------|---------------------------------|-------------------------|------------------------------------|
| Caso | <i>L</i> ₀ (mm) | H ₀ (mm) | H_0/L_0 | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) | $\Delta T_{ m cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) |
| 1r | 250,00 | 133,27 | 0,53 | 19,775 | 149,00 | 39,855 | Escoa | 76,06 | Escoa |
| 2r | 236,00 | 141,17 | 0,60 | 20,129 | 151,00 | 40,63 | Escoa | 77,814 | Escoa |
| 3r | 222,00 | 150,07 | 0,68 | 20,532 | 156,00 | 41,487 | Escoa | 79,652 | Escoa |
| 4r | 208,00 | 160,17 | 0,77 | 21,007 | 162,00 | 42,482 | Escoa | 81,72 | Escoa |
| 5r | 194,00 | 171,73 | 0,89 | 21,577 | 170,00 | 43,664 | Escoa | 84,13 | Escoa |
| 6r | 182,53 | 182,53 | 1,00 | 22,145 | 173,00 | 44,838 | Escoa | 86,492 | Escoa |
| 7r | 171,73 | 194,00 | 1,13 | 22,793 | 178,00 | 46,17 | Escoa | 89,148 | Escoa |
| 8r | 160,17 | 208,00 | 1,30 | 23,65 | 185,00 | 47,93 | Escoa | 92,633 | Escoa |
| 9r | 150,07 | 222,00 | 1,48 | 24,588 | 187,00 | 49,849 | Escoa | 96,413 | Escoa |
| 10r | 141,17 | 236,00 | 1,67 | 25,609 | 179,00 | 51,938 | Escoa | 100,51 | Escoa |
| 11r | 133,27 | 250,00 | 1,88 | 26,724 | 171,00 | 54,215 | Escoa | 104,970 | Escoa |

Tabela B.9 - Perfuração elíptica e $\phi = 0.25$

| | | | | Birro | Birrotulada | | ada-rotulada | Biengastada | |
|------|---------------------|----------------------------|-----------|--------------------------|------------------------------------|-------------------------|---------------------------------|-------------------------|------------------------------------|
| Caso | L ₀ (mm) | <i>H</i> ₀ (mm) | H_0/L_0 | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) | $\Delta T_{ m cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) | $\Delta T_{ m cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) |
| 1e | 250,00 | 212,10 | 0,85 | 23,283 | 142,00 | 47,14 | Escoa | 90,958 | Escoa |
| 2e | 246,00 | 215,55 | 0,88 | 23,507 | 147,00 | 47,603 | Escoa | 91,889 | Escoa |
| 3e | 242,00 | 219,11 | 0,91 | 23,745 | 152,00 | 48,094 | Escoa | 92,870 | Escoa |
| 4e | 238,00 | 222,79 | 0,94 | 23,998 | 156,00 | 48,613 | Escoa | 93,905 | Escoa |
| 5e | 234,00 | 226,60 | 0,97 | 24,268 | 160,00 | 49,168 | Escoa | 95,007 | Escoa |
| 6e | 230,27 | 230,27 | 1,00 | 24,535 | 165,00 | 49,717 | Escoa | 96,095 | Escoa |
| 7e | 226,60 | 234,00 | 1,03 | 24,810 | 160,00 | 50,280 | Escoa | 97,208 | Escoa |
| 8e | 222,79 | 238,00 | 1,07 | 25,119 | 169,00 | 50,913 | Escoa | 98,457 | Escoa |
| 9e | 219,11 | 242,00 | 1,10 | 25,431 | 173,00 | 51,554 | Escoa | 99,718 | Escoa |
| 10e | 215,55 | 246,00 | 1,14 | 25,760 | 173,00 | 52,226 | Escoa | 101,040 | Escoa |
| 11e | 212,10 | 250,00 | 1,18 | 26,098 | 183,00 | 52,917 | Escoa | 102,400 | Escoa |

Tabela B.10 - Perfuração retangular e $\phi = 0.25$

| | | | | | Birrotulada | | ada-rotulada | Bienga | Biengastada | |
|------|----------------------------|---------------------|-----------|--------------------------|------------------------------------|--------------------------|---------------------------------|-------------------------|------------------------------------|--|
| Caso | <i>L</i> ₀ (mm) | H ₀ (mm) | H_0/L_0 | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) | $\Delta T_{\rm cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) | $\Delta T_{ m cr}$ (°C) | Tensão de Von Mises (Mpa) | |
| 1r | 250,00 | 166,58 | 0,67 | 21,534 | 144,00 | 43,503 | Escoa | 83,537 | Escoa | |
| 2r | 241,00 | 172,80 | 0,72 | 21,87 | 166,00 | 44,216 | Escoa | 85,049 | Escoa | |
| 3r | 232,00 | 179,51 | 0,77 | 22,237 | 168,00 | 44,986 | Escoa | 86,645 | Escoa | |
| 4r | 223,00 | 186,75 | 0,84 | 22,648 | 170,00 | 45,841 | Escoa | 88,386 | Escoa | |
| 5r | 214,00 | 194,60 | 0,91 | 23,111 | 169,00 | 46,798 | Escoa | 90,315 | Escoa | |
| 6r | 204,07 | 204,07 | 1,00 | 23,697 | 175,00 | 48,005 | Escoa | 92,726 | Escoa | |
| 7r | 194,60 | 214,00 | 1,10 | 24,351 | 180,00 | 49,347 | Escoa | 95,387 | Escoa | |
| 8r | 186,75 | 223,00 | 1,19 | 24,983 | 174,00 | 50,643 | Escoa | 97,944 | Escoa | |
| 9r | 179,51 | 232,00 | 1,29 | 25,653 | 164,00 | 52,015 | Escoa | 100,64 | Escoa | |
| 10r | 172,80 | 241,00 | 1,39 | 26,363 | 178,00 | 53,466 | Escoa | 103,49 | Escoa | |
| 11r | 166,58 | 250,00 | 1,50 | 27,109 | 160,00 | 54,991 | Escoa | 106,470 | Escoa | |