

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

MODELAGEM COMPUTACIONAL DE TABULEIROS DE PONTES DE CONCRETO

por

THAÍS DE OLIVEIRA BOTELHO

Dissertação para obtenção do Título de
Mestre em Modelagem Computacional

Rio Grande, junho, 2016.

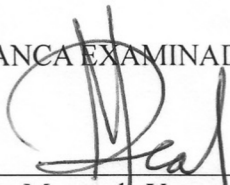
Thaís de Oliveira Botelho

“Modelagem Computacional de Tabuleiros de Pontes de Concreto”

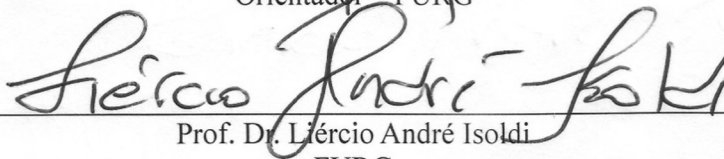
Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal do Rio Grande - FURG, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre. Área concentração: Modelagem Computacional.

Aprovada em

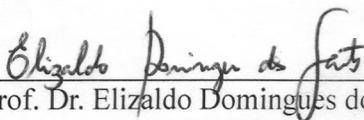
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Mauro de Vasconcellos Real
Orientador - FURG



Prof. Dr. Liércio André Isoldi
FURG



Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos
FURG



Prof. Dr. Eduardo Costa Couto
UFPel

Dedico ao meu pai que sempre me incentivou a estudar.

Ao meu esposo Cristiano, por entender as minhas
ausências e me incentivar a seguir sempre.

Agradeço ao meu professor orientador que teve paciência
e que me ajudou muito a concluir este trabalho.

RESUMO

Uma ponte é constituída de três partes: superestrutura, infraestrutura e mesoestrutura. A superestrutura é constituída de lajes, vigas principais e secundárias. A mesoestrutura é constituída de pilares. A infraestrutura é a parte da ponte que transmite as cargas ao solo: blocos de fundações e estacas. A superestrutura, ou tabuleiro, é formada por uma grelha hiperestática de vigas longitudinais (longarinas) e transversais (transversinas), sendo que este problema necessita de recursos computacionais para a sua solução. Além disso, o fato do carregamento de uma ponte ser móvel complica ainda mais a solução do problema. Neste trabalho será rodado dois modelos de pontes, com os quais serão mostrados a complexidade da determinação das distribuições de cargas no tabuleiro de uma ponte, a evolução dos métodos simplificados e o método de elementos finitos. Também serão verificados os modelos calculados com o método de elementos finitos e comparados com os métodos simplificados. Será resolvido o problema da distribuição de cargas com o emprego do método de elementos finitos, que consiste na discretização de um meio em elementos menores, mantendo as propriedades do elemento inicial. Com isso, permitindo uma análise de um problema complexo transformado em uma série de problemas simples que ao serem somados resultam no problema inicial. Após a verificação dos modelos de elementos finitos com resultados de outros autores, é feito um estudo paramétrico avaliando a influência do comprimento da ponte, do número de vigas transversinas e da espessura da laje na distribuição do carregamento móvel entre as vigas longarinas. Os resultados mostram que o uso de transversinas e o aumento da espessura da laje contribui para a redistribuição dos momentos nas longarinas sob o carregamento, e que esse efeito é maior em pontes longas do que em pontes curtas.

Palavras-chaves: Ponte, Modelagem Computacional, ANSYS, Concreto.

ABSTRACT

A bridge consists of three parts: superstructure, infrastructure, and mesostructure. The superstructure consists of slabs, main and secondary beams. The mesostructure is constituted of columns. The infrastructure is the part of the bridge that is fixed to the ground: foundations blocks and piles. The superstructure, or bridge deck, is formed by a statically indeterminate grid of longitudinal beams (girders) and transverse beams (crossbeams). This problem of structural analysis requires large computing resources for its solution. Moreover, the bridge is subject to moving loads and this further complicates the problem solution. In this work, two bridge analysis methods will be studied to show the complexity of determining the load distribution on the bridge deck: the simplified method of Fauchart and the finite element method. Also, the models calculated with the simplified method will be checked with the finite element method. It will be solved the problem of load distribution with the use of finite element method, which constitutes a means of discretization of the structure into smaller elements while maintaining the properties of the initial structure. Thus, it allows the analysis of a complex problem by transforming it into a series of simple problems which, when combined, result in the original problem. The finite element models are verified with numerical results of other authors. A parametric study is performed to evaluate the influence of the length of the bridge, the number of crossbeams, and the slab thickness on the load distribution. The results show that the use of crossbeams and the increase in slab thickness contributes to redistribution of the deck load and that this effect is higher in long bridges than in the short bridges.

Keywords: Bridge, Computational Modeling, Ansys, Concrete.

ÍNDICE

1	Introdução	17
1.1	Apresentação do Problema.....	17
1.2	Estado da Arte	25
1.3	Objetivos	28
1.3.1	Objetivo Geral	28
1.3.2	Objetivos Específicos.....	28
1.4	Organização do trabalho	29
2	Metodologia	30
2.1	Análise de Tabuleiros de Pontes.....	30
2.2	Método Simplificado de Fauchart	33
2.3	Método dos Elementos Finitos (MEF).....	46
2.3.1	Elemento Beam 189.....	49
2.3.2	Elemento Shell 93.....	51
2.3.3	Elemento Solid 95.....	52
3	Verificação dos modelos	54
3.1	Análise de uma ponte de 3 longarinas	54
3.1.1	Teste de convergência de malha.....	56
3.1.2	Modelo 1 da ponte de 3 longarinas.....	57
3.1.3	Modelo 2 da ponte de 3 longarinas.....	58
3.1.4	Modelo 3 da ponte de 3 longarinas.....	62
3.1.5	Modelo 4 da ponte de 3 longarinas.....	64
3.1.6	Quadro comparativo e gráficos da ponte de 3 longarinas	68
3.2	Análise de uma ponte de 7 longarinas	69
3.2.1	Modelo 1 da ponte de 7 longarinas.....	72
3.2.2	Modelo 2 da ponte de 7 longarinas.....	76
3.2.3	Modelo 3 da ponte de 7 longarinas.....	80
3.2.4	Modelo 4 da ponte de 7 longarinas.....	82
3.2.5	Quadro comparativo e gráficos da ponte de 7 longarinas	84
4	Estudos Paramétricos	86
4.1	Introdução.....	86
4.2	Ponte 20M5L.....	87
4.2.1	Influência do número de transversinas para a ponte 20M5L	90
4.2.2	Influência da espessura da laje para a ponte 20M5L.....	94
4.3	Ponte 40M5L.....	96

4.3.1	Influência do número de transversinas para a ponte 40M5L	99
4.3.2	Influência da espessura da laje para a ponte 40M5L.....	103
4.4	Influência do comprimento do vão	106
4.4.1	Quadro comparativo e gráficos para a influência do comprimento do vão	106
5	Conclusão	109
6	Bibliografia	112
7	Apêndice 1	115

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Ponte do Saber Rio de Janeiro (Governo do Rio de Janeiro, 2012)	17
Figura 1.2 - Vista geral de uma ponte com as suas principais estruturas (PFEIL, 1983).....	17
Figura 1.3 - Classificação das pontes de acordo com o tipo estrutural (PFEIL, 1983)	18
Figura 1.4 - Tipos de pontes estaiadas (LEONHARDT, 1979)	19
Figura 1.5 - Ponte corrediça (PFEIL, 1983).....	19
Figura 1.6 - Ponte levadiça (PFEIL, 1983)	20
Figura 1.7 - Ponte basculante (PFEIL, 1983).....	20
Figura 1.8 - Ponte giratória (PFEIL, 1983)	20
Figura 1.9 - Superestrutura em viga com transversina (LEONHARDT, 1979).....	21
Figura 1.10 - Superestrutura em viga sem transversina (LEONHARDT, 1979)	21
Figura 1.11 - Superestrutura em viga com várias vigas (LEONHARDT, 1979)	22
Figura 1.12 - Superestrutura em seção celular (LEONHARDT, 1979).....	22
Figura 1.13 - Superestrutura em laje maciça (LEONHARDT, 1979)	23
Figura 1.14 - Superestrutura em laje esbelta (LEONHARDT, 1979)	23
Figura 1.15 - Vista inferior e cortes de um tabuleiro de ponte.....	23
Figura 2.1 - Foto de um tabuleiro de ponte mostrando as longarinas e as transversinas (ARAÚJO <i>et al.</i> , 2005)	30
Figura 2.2 - Distribuição de cargas estáticas (NBR 7188, 2013)	31
Figura 2.3 - Ponte sobre o Rio Joanes (Alpe Estruturas)	34
Figura 2.4 - Viaduto em Limeira (Marka).....	34
Figura 2.5 - Linha de influência de distribuição de cargas (STUCCHI, 2006).....	35
Figura 2.6 - Superestrutura de uma ponte qualquer sem transversinas (STUCCHI, 2006).....	35
Figura 2.7 - Distribuição transversal de uma carga F (STUCCHI, 2006).....	36
Figura 2.8 - Viga isolada de uma ponte qualquer (STUCCHI, 2006)	36
Figura 2.9 - Viga em equilíbrio	37
Figura 2.10 - Carga e deslocamento verticais	38
Figura 2.11 - Viga submetida a torque (HIBBELER, 2006).....	38
Figura 2.12 - Viga sobre efeito de torque e em equilíbrio	39
Figura 2.13 - Viga submetida a torção (LEONHARDT, 1979)	40
Figura 2.14 - Momento torçor e a ângulo de torção da seção (ARAÚJO, 2003)	40
Figura 2.15 - Carga, deslocamento e constante de mola vertical	41
Figura 2.16 - Carga, deslocamento e constante de mola da torção.....	42
Figura 2.17 - Faixa unitária de laje (STUCCHI, 2006)	42
Figura 2.18 - Esquema estrutural transversal para uma faixa unitária (TRENTINI; MARTINS, 2015)	42
Figura 2.19 - Viga biapoiada (SÜSSEKIND, 1980).....	43
Figura 2.20 - Viga biapoiada deformada (SÜSSEKIND, 1980)	44
Figura 2.21 - Exemplo de ponte modelada pelo software FTOOL	45
Figura 2.22 - Linha de influência gerada pelo software FTOOL	45
Figura 2.23 - Passos para usar um programa de MEF (BURNETT, 1988)	47
Figura 2.24 - Elementos conectados por pontos nodais (MADENCI; GUVEN, 2006)	48
Figura 2.25 - Diferentes tipos de elementos finitos (SOUZA, 2003).....	48
Figura 2.26 - Malha de elementos finitos para um problema plano (SOUZA, 2003)	49
Figura 2.27 - Elemento Beam 189 (Ansys Stuba, 2014)	50
Figura 2.28 - Elemento Shell 93 (Ansys Stuba, 2014)	51
Figura 2.29 - Elemento Solid 95 (Ansys Stuba, 2014)	52

Figura 3.1 - Vista superior da ponte de 3 longarinas (SOUZA, 2015)	55
Figura 3.2 - Secção transversal da longarina, à esquerda, e secção transversal das transversinas de apoio, à direita para a ponte de 3 longarinas (SOUZA, 2015).....	55
Figura 3.3 - Modelo do carregamento e vinculações, sendo as medidas em metros.....	56
Figura 3.4 - Viga que representa a ponte de 3 longarinas com a força normal ao tabuleiro....	57
Figura 3.5 - Linha de influência para a força normal ao tabuleiro para a ponte de 3 longarinas	58
Figura 3.6 - Desenho da grelha no software ANSYS	59
Figura 3.7 - Secção das longarinas 1, 2 e 3, sendo as unidades em kN e m	59
Figura 3.8 - Secção da laje, sendo as unidades em kN e m.....	60
Figura 3.9 - Secção das transversinas de apoio, sendo as unidades em kN e m.....	60
Figura 3.10 - Carregamento aplicado na secção.....	61
Figura 3.11 - Ponte modelada no ANSYS	62
Figura 3.12 - Secção das longarinas, sem considerar a laje, sendo as unidades em kN e m....	63
Figura 3.13 - Secção das transversinas de apoio, sendo as unidades em kN e m.....	63
Figura 3.14 - Secção transversal da ponte.....	65
Figura 3.15 - Modelagem da ponte no software ANSYS	65
Figura 3.16 - Secção de uma viga e suas tensões	65
Figura 3.17 - Gráfico comparativo entre os resultados para a ponte de 3 longarinas.....	69
Figura 3.18 - Corte transversal e longitudinal da ponte de exemplo, dimensões em m (TRENTINI; MARTINS, 2015)	69
Figura 3.19 - Perfil I das longarinas considerando o tabuleiro, dimensões em cm (TRENTINI; MARTINS, 2015)	70
Figura 3.20 - Distribuição de cargas estáticas (NBR 7188, 2013)	71
Figura 3.21 - Cálculo do carregamento do tabuleiro da ponte	71
Figura 3.22 - Modelo do Carregamento e vinculações, sendo as medidas em metros	72
Figura 3.23 - Viga que representa a ponte com a força normal de carregamento.....	73
Figura 3.24 - Viga com os trechos destacados de secção com altura de 32 cm.....	73
Figura 3.25 - Viga com os trechos destacados de secção com altura de 20 cm.....	74
Figura 3.26 - Linha de influência para a reação vertical na viga 1.....	74
Figura 3.27 - Trem-tipo aplicada na longarina da ponte.....	75
Figura 3.28- Trem-tipo aplicada na longarina da ponte.....	76
Figura 3.29 - Envoltória do momento fletor.....	76
Figura 3.30 - Desenho da grelha no software ANSYS	77
Figura 3.31 - Secção da longarina 7, sendo as unidades em kN e m.....	77
Figura 3.32 - Secção das longarinas 2 à 6, sendo as unidades em kN e m	78
Figura 3.33 - Secção da longarina 1, sendo as unidades em kN e m.....	78
Figura 3.34 - Secção da laje, sendo as unidades em kN e m.....	78
Figura 3.35 - Secção das transversinas de apoio, sendo as unidades em kN e m.....	79
Figura 3.36 - Ponte modelada no ANSYS	80
Figura 3.37 - Secção das longarinas, sem considerar a laje, sendo as unidades em kN e m....	81
Figura 3.38 - Secção das transversinas de apoio, sendo as unidades em kN e m.....	81
Figura 3.39 - Secção transversal da ponte.....	83
Figura 3.40 - Modelagem da ponte no software ANSYS	83
Figura 3.41 - Gráfico comparativo entre os resultados para a ponte de 7 longarinas.....	85
Figura 4.1 - Desenho da grelha no software ANSYS	88
Figura 4.2 - Secção das longarinas, sendo as unidades em kN e m.....	88
Figura 4.3 - Secção das transversinas de apoio, sendo as unidades em kN e m.....	89
Figura 4.4 - Carregamento aplicado entre as longarinas 1 e 2, sendo as medidas em metros .	89

Figura 4.5 - Carregamento aplicado entre as longarinas 2, 3 e 4, sendo as medidas em metros	90
Figura 4.6 - Ponte de 20 m com nenhuma transversina intermediária, sendo as medidas em metros.....	90
Figura 4.7 - Ponte de 20 m com 1 transversina intermediária, sendo as medidas em metros..	90
Figura 4.8 - Ponte de 20 m com 3 transversinas intermediária, sendo as medidas em metros	91
Figura 4.9 - Ponte de 20 m com 7 transversinas intermediárias, sendo as medidas em metros	91
Figura 4.10 - Gráfico comparativo para os casos de 20 m variando a quantidade de transversinas e o carregamento entre as longarinas 1 e 2.....	93
Figura 4.11 - Gráfico comparativo para os casos de 20 m variando a quantidade de transversinas e o carregamento entre as longarinas 2, 3 e 4.....	93
Figura 4.12 - Gráfico comparativo para os casos de 20 m variando a espessura da laje e o carregamento aplicado entre as longarinas 1 e 2	95
Figura 4.13 - Gráfico comparativo para os casos de 20 m variando a espessura da laje e o carregamento aplicado entre as longarinas 2, 3 e 4	96
Figura 4.14 - Desenho da grelha no software ANSYS	97
Figura 4.15 - Secção das longarinas, sendo as unidades em kN e m.....	97
Figura 4.16 - Secção das transversinas de apoio, sendo as unidades em kN e m.....	98
Figura 4.17 - Carregamento aplicado entre as longarinas 1 e 2, sendo as medidas em metros	98
Figura 4.18 - Carregamento aplicado entre as longarinas 2, 3 e 4, sendo as medidas em metros	98
Figura 4.19 - Ponte de 40 m com nenhuma transversina intermediária, sendo as medidas em metros.....	99
Figura 4.20 - Ponte de 40 m com 1 transversina intermediária, sendo as medidas em metros	99
Figura 4.21 - Ponte de 40 m com 3 transversinas intermediárias, sendo as medidas em metros	99
Figura 4.22 - Ponte de 40 m com 7 transversinas intermediárias, sendo as medidas em metros	100
Figura 4.23 - Gráfico comparativo para os casos de 40 m variando a quantidade de transversinas e o carregamento entre as longarinas 1 e 2.....	102
Figura 4.24 - Gráfico comparativo para os casos de 40 m variando a quantidade de transversinas e o carregamento entre as longarinas 2, 3 e 4.....	103
Figura 4.25 - Gráfico comparativo para os casos de 40 m variando a espessura da laje e com o carregamento entre as longarina 1 e 2.....	105
Figura 4.26 - Gráfico comparativo para os casos de 40 m variando a espessura da laje e com o carregamento entre as longarinas 2, 3 e 4	105
Figura 4.27 - Gráfico comparativo para os casos de 20 m e 40 m e o carregamento aplicado entre as longarinas 1 e 2.....	108
Figura 4.28 - Gráfico comparativo para os casos de 20 m e 40 m o carregamento aplicado entre as longarina 2, 3 e 4.....	108
Figura 7.1 - Diagrama de corpo livre de um elemento de mola linear (MADENCI; GUVEN, 2006)	115
Figura 7.2 - Sistema de molas lineares (MADENCI; GUVEN, 2006).....	117
Figura 7.3 - Matriz de rigidez para o elemento 1 (MADENCI; GUVEN, 2006).....	118
Figura 7.4 - Matriz de rigidez para o elemento 2 (MADENCI; GUVEN, 2006).....	118
Figura 7.5 - Matriz de rigidez para o elemento 3 (MADENCI; GUVEN, 2006).....	119
Figura 7.6 - Matriz de rigidez para o elemento 4 (MADENCI; GUVEN, 2006).....	119
Figura 7.7 - Vetor de força para o elemento 1 (MADENCI; GUVEN, 2006).....	120
Figura 7.8 - Vetor de força para o elemento 2 (MADENCI; GUVEN, 2006).....	120

Figura 7.9 - Vetor de força para o elemento 3 (MADENCI; GUVEN, 2006).....	120
Figura 7.10 - Vetor de força para o elemento 4 (MADENCI; GUVEN, 2006).....	120
Figura 7.11 - Autovetores (MADENCI; GUVEN, 2006).....	122
Figura 7.12 - Possíveis modos de solução para o sistema de molas lineares (MADENCI; GUVEN, 2006).....	122
Figura 7.13 - Solução física aceitável para o sistema de molas lineares (MADENCI; GUVEN, 2006)	123

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Valores usados para calcular a ponte no software FTOOL para a ponte de 3 longarinas	55
Tabela 3.2 - Resultado do teste de convergência de malha para as deflexões para a ponte de 3 longarinas	56
Tabela 3.3 - Valores usados para todas as vigas para a ponte de 3 longarinas	57
Tabela 3.4 - Base e altura da seção que contém a longarina para a ponte de 3 longarinas.....	57
Tabela 3.5 - Tabela com os resultados obtidos com o carregamento na longarina 1	61
Tabela 3.6 - Tabela com os resultados obtidos com o carregamento na longarina 1	64
Tabela 3.7 - Tabela com os resultados obtidos para a longarina 1 com o carregamento na mesma	67
Tabela 3.8 - Quadro comparativo entre os resultados para a ponte de 3 longarinas	68
Tabela 3.9 - Valores usados para calcular a ponte no software FTOOL	70
Tabela 3.10 - Valores usados para as vigas 1 e 7	72
Tabela 3.11 - Valores usados para as vigas 2 à 6	73
Tabela 3.12 - Base e altura da seção que contém a longarina	73
Tabela 3.13 - Base e altura da seção que não contém a longarina.....	74
Tabela 3.14 - Valores das deflexões para o carregamento de uma força normal.....	75
Tabela 3.15 - Tabela com os resultados obtidos com o carregamento na longarina 1	79
Tabela 3.16 - Tabela com os resultados obtidos com o carregamento na longarina 1	82
Tabela 3.17 - Tabela com os resultados obtidos para a longarina 1 com o carregamento na mesma	83
Tabela 3.18 - Quadro comparativo entre os resultados para a ponte de 7 longarinas	84
Tabela 4.1 - Nomenclatura dos modelos simulados no estudo paramétrico	86
Tabela 4.2 - Nomenclatura dos modelos simulados no estudo paramétrico	87
Tabela 4.3 - Valor usado para calcular as pontes no software ANSYS.....	87
Tabela 4.4 - Tabela com os valores para os casos de 20 m variando a quantidade de transversinas e o carregamento entre as longarinas 1 e 2.....	92
Tabela 4.5 - Tabela com os valores para os casos de 20 m variando a quantidade de transversinas e o carregamento entre as longarinas 2, 3 e 4.....	92
Tabela 4.6 - Quadro comparativo para os casos de 20 m variando a espessura da laje e o carregamento entre as longarinas 1 e 2.....	94
Tabela 4.7 - Quadro comparativo para os casos de 20 m variando a espessura da laje e o carregamento entre as longarinas 2, 3 e 4.....	95
Tabela 4.8 - Quadro comparativo para os casos de 40 m variando a quantidade de transversinas e o carregamento entre as longarinas 1 e 2.....	101
Tabela 4.9 - Quadro comparativo para os casos de 40 m variando a quantidade de transversinas e o carregamento entre as longarinas 2, 3 e 4.....	102
Tabela 4.10 - Quadro comparativo para os casos de 40 m variando a espessura da laje e o carregamento entre as longarinas 1 e 2.....	104
Tabela 4.11 - Quadro comparativo para os casos de 40 m variando a espessura da laje e o carregamento entre as longarinas 2, 3 e 4.....	104
Tabela 4.12 - Quadro comparativo para os casos de 20 m e 40 m e com o carregamento aplicado entre as longarinas 1 e 2.....	107
Tabela 4.13 - Quadro comparativo para os casos de 20 m e 40 m e com o carregamento aplicado entre as longarinas 2, 3 e 4.....	107
Tabela 7.1 - Tabela de conectividade (MADENCI; GUVEN, 2006).....	118

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área da secção dA [m ²]
b	Base da secção [m]
e	Distância do centroide da laje até o centroide da longarina [m]
f_{ck}	Resistência característica do concreto a compressão [MPa]
h	Altura da secção [m]
I	Momento de inércia da secção [m ⁴]
J	Inércia polar da secção [m ⁴]
L	Comprimento do vão [m]
M	Momento fletor [kN×m]
m	Momento torçor distribuído [kN×m]
M_i	Momento fletor máximo [kN×m]
M_{tot}	Momento fletor total [kN×m]
M_{v1}	Momento fletor na viga 1 [kN×m]
N_i	Esforço normal máximo [kN]
P	Carga concentrada [kN]
p	Carga Distribuída [kN/m]
q	Carga distribuída [kN/m]
T	Torque aplicado na secção [kN×m]
V	Reação de apoio [kN]
V	Esforço cortante [kN]
W	Módulo de resistência à flexão da secção transversal [m ³]
x	Eixo da viga [m]
y	Deslocamento vertical [m]
y_t	Distância do centroide da secção composta viga + laje até o bordo mais tracionado [m]
θ	Ângulo de torção da secção [°]
λ	Autovalores
ν	Coefficiente de Poisson
σ_{max}	Tensão normal máxima [kN/m ²]
σ_x	Tensão normal na direção x [kN/m ²]
E_c	Módulo de elasticidade secante [kN/m ²]

- G Módulo de elasticidade transversal [kN/m²]
 K_F Constante de mola vertical [kN/m]
 K_T Constante de mola da torção [kN/m]

LISTA DE ABREVIATURAS

MEF Método dos Elementos Finitos

FTOOL Um Programa Gráfico-Interativo para Ensino de Comportamento de Estruturas

1 INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação do Problema

Ponte é o nome dado à obra que tem por objetivo permitir a transposição de obstáculos, e dar continuidade a uma via. Quando o obstáculo é um curso de água, denomina-se ponte, quando é um vale ou via denomina-se viaduto. As pontes onde os vãos variam entre cinco e dez metros recebem o nome de pontilhão. As pontes e grandes estruturas são usualmente chamadas de "Obras de arte", conforme Figura 1.1 (PFEIL, 1983).



Figura 1.1 - Ponte do Saber Rio de Janeiro (Governo do Rio de Janeiro, 2012)

Uma ponte é constituída de três partes conforme Figura 1.2, superestrutura, infraestrutura e mesoestrutura. A superestrutura é constituída de lajes, vigas principais e secundárias. A mesoestrutura é constituída de pilares. A infraestrutura é a parte da ponte que a fixa ao solo (MARCHETTI, 2008).

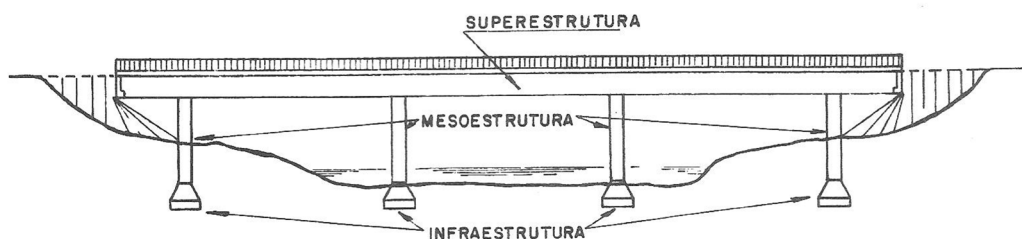


Figura 1.2 - Vista geral de uma ponte com as suas principais estruturas (PFEIL, 1983)

As pontes podem ser classificadas de diversas formas, de acordo com: O tipo estrutural: podendo ser em laje, vigas retas de alma cheia, treliça, quadros rígidos, arcos ou abóbodas, pênséis ou suspensas e estaiada (em leque ou harpa), conforme mostrado nas Figura 1.3 e Figura 1.4.

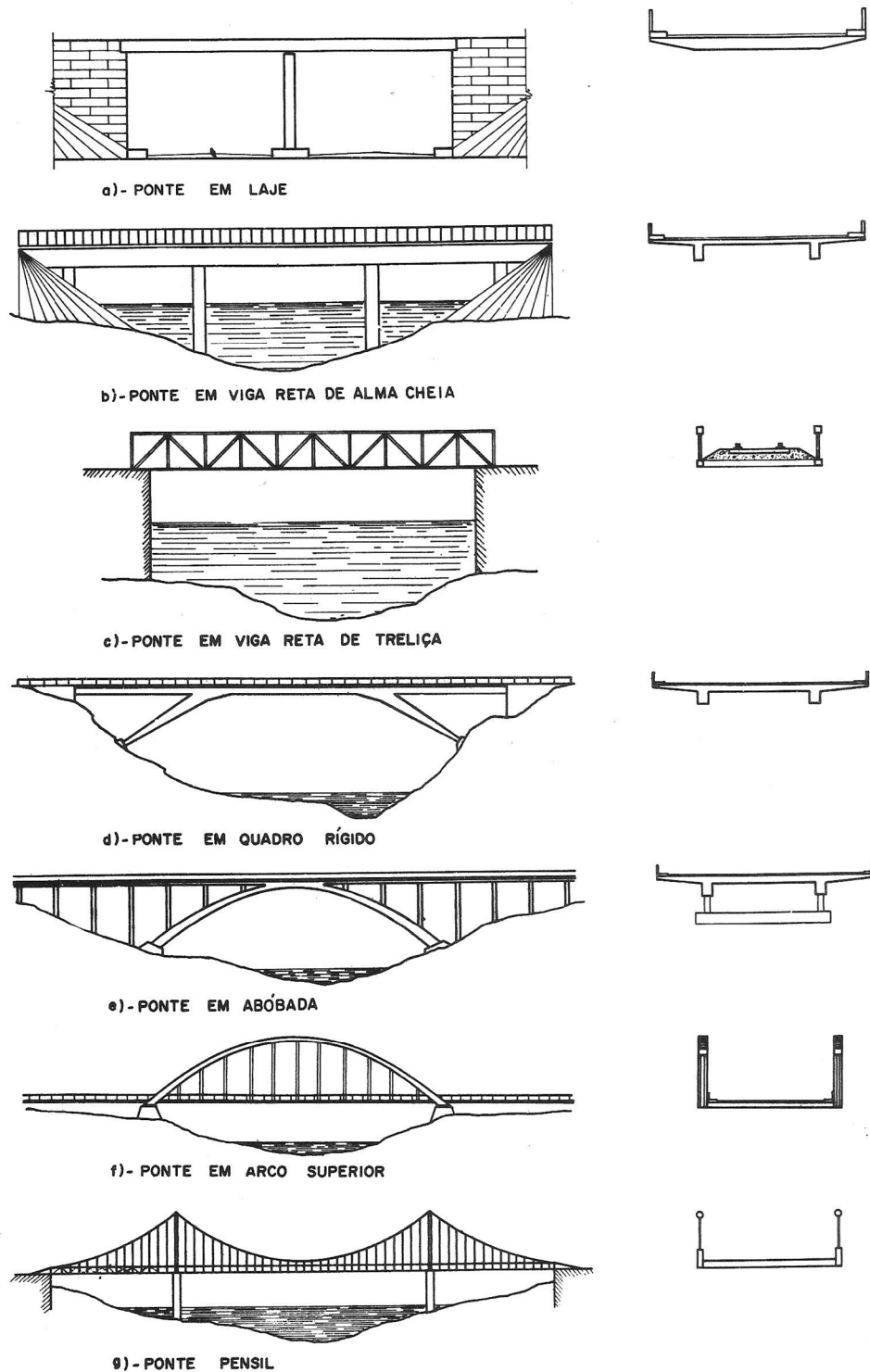


Figura 1.3 - Classificação das pontes de acordo com o tipo estrutural (PFEIL, 1983)

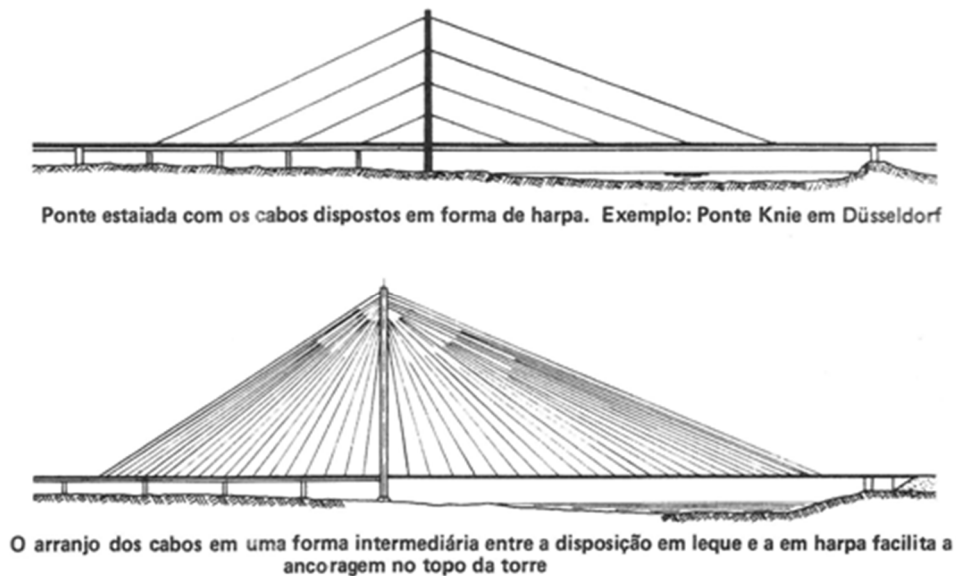


Figura 1.4 - Tipos de pontes estaiadas (LEONHARDT, 1979)

Quanto a sua finalidade, as pontes podem ser rodoviárias, ferroviárias, e para pedestres que são comumente chamadas de passarelas. Além disso, podem destinar-se ao suporte de tubulação para água, esgoto, óleo, gás, pista de aeroportos e até vias navegáveis (PFEIL, 1983).

Quanto ao material, podem ser de madeira, pedra, concreto armado, concreto protendido e metálicas (MARCHETTI, 2008).

Quanto ao tempo de utilização da ponte pode ser provisória ou permanente. As pontes provisórias geralmente são de madeira, mas ultimamente têm sido usadas pontes metálicas pré-fabricadas de fácil montagem e desmontagem. Também pode haver pontes provisórias flutuantes como barcos ou tambores metálicos (MARCHETTI, 2008).

Quanto à fixidez ou mobilidade do estrado, as de tabuleiro móvel são quando ele não pode ser construído em altura suficiente para atender ao gabarito de navegação. Quando o estrado realiza um movimento de translação, a ponte pode ser corrediça (Figura 1.5) se o movimento for na horizontal, ou levadiça (Figura 1.6) se o movimento for na vertical. Quando o estrado fizer movimento de rotação, a ponte pode ser basculante (Figura 1.7) se o giro for na vertical, ou giratória (Figura 1.8) se o giro for na horizontal (PFEIL, 1983).

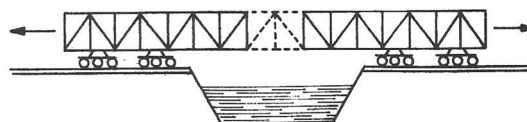


Figura 1.5 - Ponte corrediça (PFEIL, 1983)

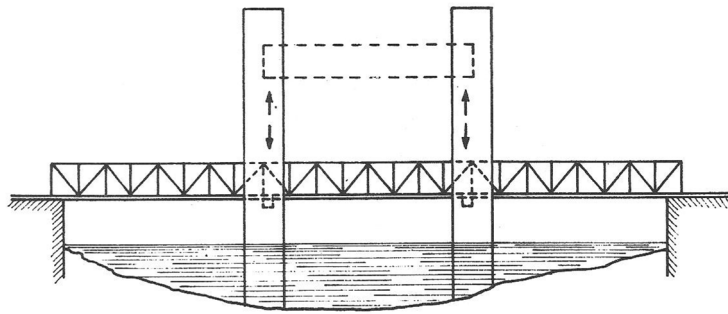


Figura 1.6 - Ponte levadiça (PFEIL, 1983)

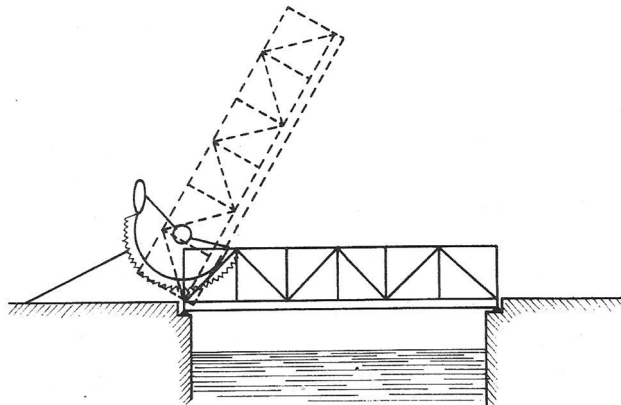


Figura 1.7 - Ponte basculante (PFEIL, 1983)

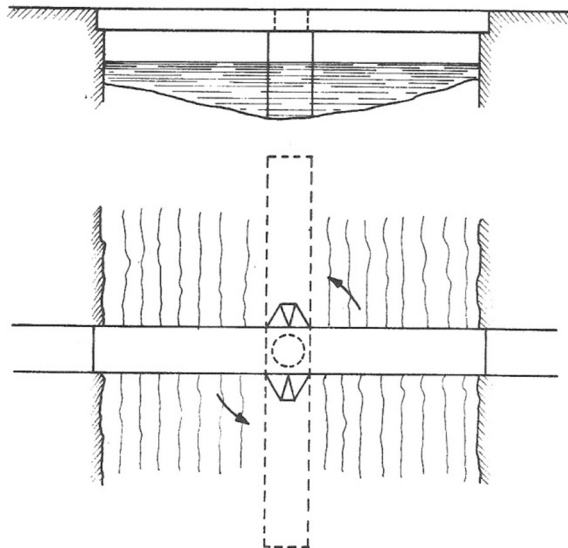


Figura 1.8 - Ponte giratória (PFEIL, 1983)

Outra classificação comum em pontes é de acordo com o tipo da superestrutura. Sobre o aspecto dos elementos estruturais principais elas podem ser classificadas como:

- Superestrutura em viga
 - Em duas vigas longitudinais (longarinas), unidas ou não por vigas transversais (Figura 1.9).

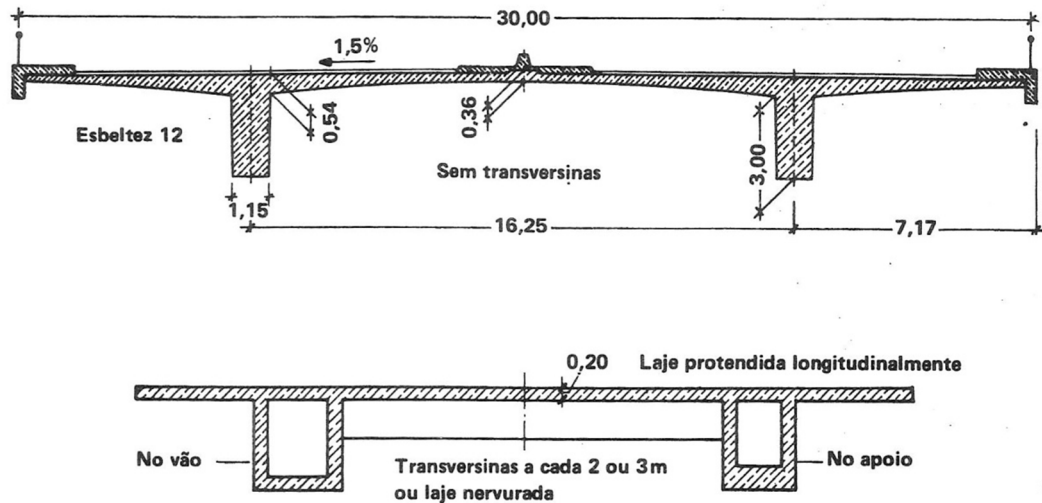


Figura 1.9 - Superestrutura em viga com transversina (LEONHARDT, 1979)

As vigas transversais das pontes em viga podem ser ligadas às lajes ou separadas destas. Serão chamadas, respectivamente, pontes com tabuleiro solidário ou com tabuleiro solto, conforme Figura 1.10.

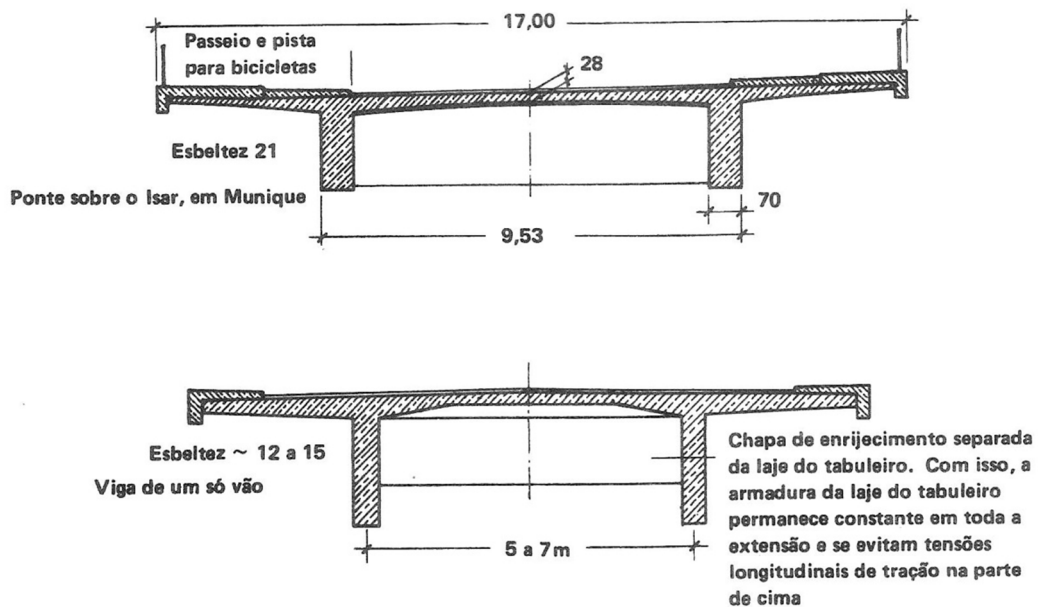


Figura 1.10 - Superestrutura em viga sem transversina (LEONHARDT, 1979)

- b) Em três ou mais vigas longitudinais, sem vigas transversais (Figura 1.11).

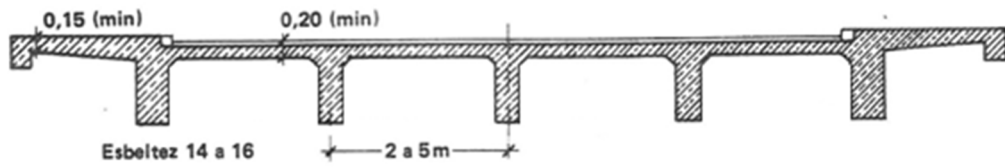


Figura 1.11 - Superestrutura em viga com várias vigas (LEONHARDT, 1979)

- c) Superestrutura em três ou mais vigas longitudinais e uma ou mais vigas transversais, constituindo uma grelha.

- Superestrutura em seção celular (Figura 1.12)

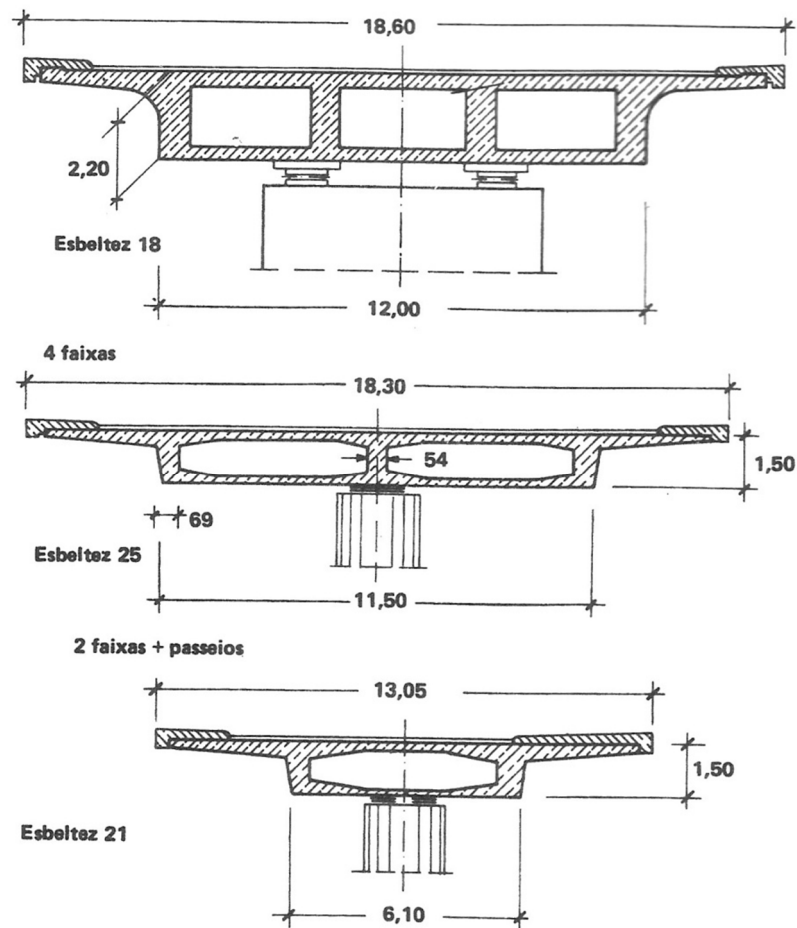


Figura 1.12 - Superestrutura em seção celular (LEONHARDT, 1979)

- Superestrutura em laje (Figura 1.13 e Figura 1.14)

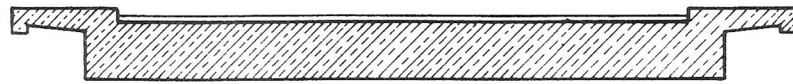


Figura 1.13 - Superestrutura em laje maciça (LEONHARDT, 1979)

Pontes rodoviárias

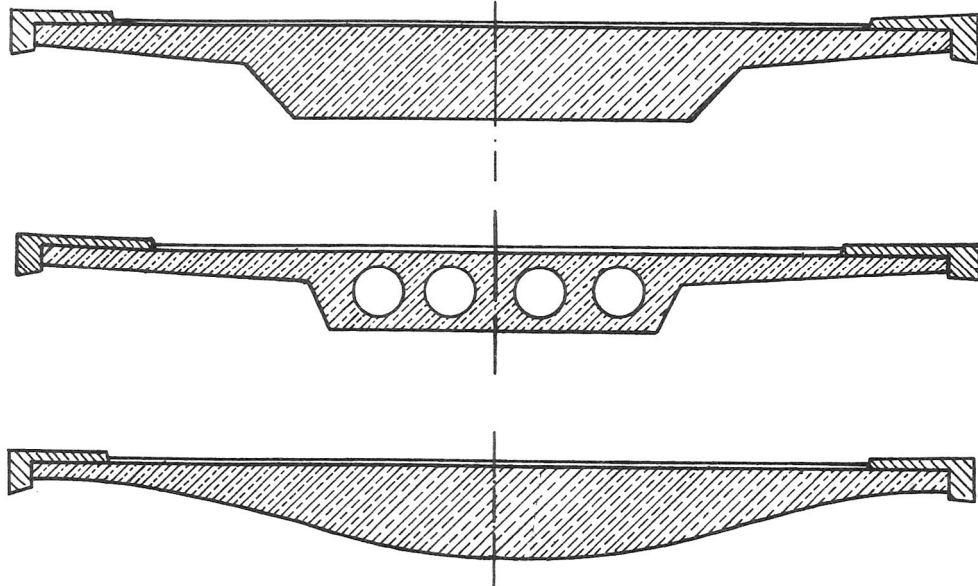


Figura 1.14 - Superestrutura em laje esbelta (LEONHARDT, 1979)

As vigas que compõe a superestrutura de uma ponte formam uma grelha, onde os nós são a união das vigas longitudinais e das transversais, conforme Figura 1.15 (SAN MARTIN, 1981).

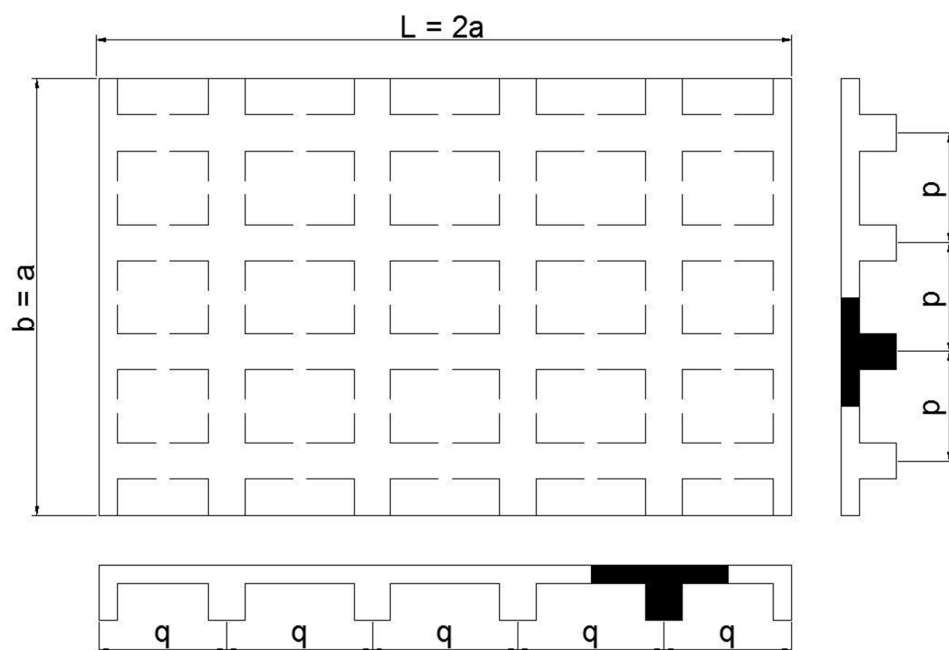


Figura 1.15 - Vista inferior e cortes de um tabuleiro de ponte

Nessa grelha de nós rígidos existem três esforços de ligação em cada nó, o que dependendo do número de nós pode ser caracterizado como uma estrutura hiperestática. Para realizar uma análise exata dessas estruturas torna-se indispensável o uso de modelos computacionais (SAN MARTIN, 1981).

Neste trabalho será mostrada a complexidade da determinação das distribuições de carga no tabuleiro de uma ponte, a evolução dos métodos simplificados e o ganho adquirido com o advento dos computadores pessoais com grande capacidade de processamento. Também serão verificados os modelos calculados com o método de elementos finitos e compará-los com os métodos simplificados, além de analisar o uso de transversinas internas e o efeito do aumento da espessura da laje.

Será resolvido o problema da distribuição de cargas com o emprego do método de elementos finitos, que consiste na discretização de um meio em elementos menores, mantendo as propriedades do elemento inicial. Com isso, permitindo uma análise de um problema complexo transformado em uma série de problemas simples que ao serem somados resultam no problema inicial.

Como motivação para a realização do mesmo, vem a forte mudança na forma de construção de pontes de concreto armado. Comumente eram usadas transversinas internas na construção. Atualmente elas têm caído em desuso, comprometendo os métodos de cálculos utilizados até então, pois eles consideram as transversinas internas. O desapego ao uso de transversinas vem motivado pelo relevante esforço para sua execução, por serem concretadas *in loco* (FULGÊNCIO; PAULA; AZEVEDO, 2014).

Atualmente as pontes requerem o uso de mais de duas longarinas ou a adoção de seção celular. Como prática comum são utilizadas vigas pré-moldadas, em geral de concreto protendido, que são posteriormente solidarizadas através de concretagens *in loco*. Essa solidarização do tabuleiro é feita pelas lajes e vigas transversinas. Há algum tempo atrás as transversinas e as lajes eram concretadas entre as abas superiores das vigas principais, e tanto as lajes como as transversinas eram protendidas (BRAGA, 2002).

Para facilitar a concretagem das lajes, estas começaram a ser posicionadas acima da face superior das vigas, deixando de ser protendidas e ligando-se às vigas por meio de estribos salientes. Tornou-se pouco comum deixar os cabos de protensão saindo na face superior das vigas, isso porque as lajes assumiram uma nova posição, e os cabos usados eram mais potentes, sendo que todos vão até as extremidades, e a protensão é completada no canteiro de pré-moldagem, ou seja, antes de as vigas serem colocadas em suas posições definitivas. Com

isso, procura-se evitar a necessidade de protensão durante a complementação do tabuleiro, e as transversinas passam a ser de concreto armado. Por apresentar essa complexidade de execução, vem se adotando o uso de transversinas apenas nos apoios (BRAGA, 2002).

1.2 Estado da Arte

No intuito de avançar nas pesquisas sobre os métodos de análise de pontes foi feita uma revisão bibliográfica em livros, artigos, trabalhos de conclusão de curso, dissertações de mestrado e teses de doutorado, visando reunir o que existe de mais atual sobre o problema da análise de tabuleiro de pontes.

Inicialmente um trabalho desenvolvido por Faraji et al.(2001) descreveu a implementação de um modelo completo de elementos finitos 3D de um sistema de pontes de encontro integrado que incorpora explicitamente a resposta não linear do solo. Também apresentou os resultados a partir de um estudo paramétrico em uma ponte de exemplo onde o nível de compactação no reaterro granular domina fortemente a reação do solo em geral, e que esta reação foi de grande impacto global na resposta estrutural do sistema da ponte. O principal interesse nesse trabalho foi o modelo completo em 3D utilizado.

Depois foi apresentada por Braga (2002), uma análise do uso ou não de transversinas internas em pontes. Braga constatou que as transversinas de apoio são indispensáveis para apoiar as longarinas, mas as transversinas internas são optativas e apresentam poucas vantagens de uso.

Alves et al. (2004) relatou que na análise da superestrutura foi possível fazer uma simplificação do modelo estrutural de grelha formado por longarinas e transversinas para um modelo menos rigoroso de vigas biapoiadas, o qual foi resolvido por métodos tradicionais, definindo as parcelas de carregamento correspondentes a cada longarina. Com o método de elementos finitos foi possível automatizar essa análise e desconsiderar qualquer simplificação usada pelos métodos tradicionais.

Araújo et al.(2005) mostrou os fatores de distribuição de carga para momentos de um modelo tridimensional de elementos finitos resolvido pelo software ANSYS, com e sem transversinas. Também foi feito um comparativo entre as recomendações das normas brasileiras e americanas.

Chansawat et al. (2006) apresentou um modelo não linear e tridimensional de elementos finitos de uma ponte, a qual foi reforçada com fibras de polímeros. Foi realizado um estudo de sensibilidade variando a geometria da ponte, a carga, a resistência do concreto,

e rigidez do solo de fundação. Cargas de caminhão foram aplicadas ao modelo da ponte em locais diferentes, como num teste de ponte real. Verificou-se que todos os parâmetros examinados podem potencialmente influenciar a resposta e são necessários para a seleção do modelo ideal que prevê as magnitudes e tendências com precisão. O interesse nesse trabalho foi a sua análise não linear em 3D usando o software ANSYS.

Chung et al. (2006) investigou a aplicação do MEF nas técnicas de modelagem de pontes de viga compostas de aço com foco no comportamento global da flexão do sistema. Foram usadas várias técnicas de modelagem, que são empregadas para superar a incompatibilidade dos deslocamentos e erros de modelagem geométrica. Os resultados foram comparados com os de um modelo de elementos finitos que utiliza elementos sólidos. A modelagem em 3D é semelhante com a que será trabalhada nesta dissertação.

De acordo com Judice et al. (2008), a análise usual do emprego de transversinas não permite que se tire proveito da ação combinada delas com as lajes na distribuição transversal da carga móvel. Esse método de cálculo usual também reduz a rigidez da estrutura e a torna mais deformável. Entretanto ao colocar uma carga distribuída ao longo da ponte, e com o auxílio de modelos com elementos finitos foi possível comparar com a literatura técnica. O modelo que representou melhor o comportamento da estrutura analisada foi o modelo 3D, pois analisou todas as partes em conjunto, mas é um modelo trabalhoso de ser elaborado e complexo na análise dos resultados.

Qaqish et al. (2008) analisou uma ponte de pequena extensão, composta de vigas T e de acordo com as especificações AASHTO, por dois modelos, um tridimensional e um de placas. Pode-se concluir que o modelo de elementos finitos, o tridimensional apresentou resultados de esforços menores que os obtidos a partir da análise de placas.

Pravia (2009) relatou que o uso de linhas de influência para a distribuição de carregamento transversal sobre as vigas pode não ser seguro, pois os resultados obtidos por elas são menores que os obtidos pelo MEF. O método de elementos finitos é validado para o uso em projetos de pontes mistas de aço e concreto.

Amorim et al. (2010) analisou o comportamento de sistemas estruturais de pontes investigando a influência de carregamentos peculiares desses sistemas por meio da simulação computacional. Como resultado ele observou que ao inserir vigas transversais melhora a resistência ao carregamento do vento, servindo como um sistema de contraventamento. Entretanto ao inserir mais vigas transversais também aumenta-se o peso próprio da estrutura provocando deslocamentos verticais cada vez maiores.

Amorim et al. (2012) também analisou o comportamento de sistemas estruturais de pontes, investigando a influência dos carregamentos peculiares. Foram utilizados dois modelos, o de pórtico que foi desenvolvido utilizando o método dos deslocamentos em forma matricial e o modelo de grelha que foi desenvolvido com o mesmo método aplicando a técnica da analogia de grelha para simular o tabuleiro de uma ponte. Como conclusão foi notado que os exemplos apresentaram valores da mesma ordem de grandeza dos mostrados na literatura usando o MEF, significando que o método possui boa adequação da associação pórtico-grelha para análise de superestruturas de pontes.

Fulgêncio et al. (2014) evidenciou que o uso de transversinas pode gerar menores valores de deformações e que o número delas pode aumentar a rigidez do tabuleiro, além de distribuir de forma, mas uniforme as tensões. Também é possível notar que o uso de transversinas dificulta a execução das mesmas, pois na maioria das vezes elas são concretadas *in loco* juntamente com o tabuleiro.

Yu et al. (2015) utilizou um modelo 3D no software ANSYS para determinar o fator de impacto dinâmico, que é uma medida bem aceita do efeito do impacto das cargas de veículo em pontes. O resultado dos fatores de impacto especificados em muitos projetos que foram tradicionalmente obtidos a partir das respostas globais de pontes, podendo não ser necessariamente razoáveis para a concepção de lajes de pontes. O objetivo foi investigar o efeito do impacto local das cargas veiculares nas lajes do tabuleiro de pontes tipo caixão de concreto protendido. A modelagem em 3D da viga caixão feita no software ANSYS foi a maior contribuição deste trabalho.

Vitório (2015) apresentou algumas soluções que foram adotadas em projetos de reforço de fundações de pontes localizadas em rodovias brasileiras. Estas obras tiveram os tabuleiros alargados para atender ao aumento do volume de tráfego nessas rodovias, além da adequação das estruturas às cargas móveis da norma NBR 7188 atualmente em vigor no Brasil (classe 450 kN), cujos valores são superiores aqueles utilizados nos projetos originais das pontes (classe 360 kN). É de fundamental importância a modelagem com a utilização de elementos finitos, para a obtenção dos esforços e deslocamentos nas estruturas original e da ponte alargada, objetivando estabelecer as condições em que serão feitos os reforços da superestrutura e das fundações. Diante do desconhecimento da estrutura e fundações existentes foi conveniente projetar o alargamento conforme um modelo estrutural que não aumentasse (ou aumentasse pouco) os valores dos esforços atuantes nas fundações originais,

de modo que as cargas permanentes e móveis do alargamento fossem transmitidas para as novas fundações. A utilização do MEF, e a sua modelagem foi contribuição desse trabalho.

Trentini et al. (2015), em seu trabalho, destinou-se a calcular os esforços máximos em longarinas de viadutos e pontes por dois métodos: Processo simplificado de Fauchart, que consiste no cálculo de uma faixa de laje de tamanho unitário na direção transversal do tabuleiro com apoios de mola no lugar dos apoios das longarinas, e pelo MEF. Foi escolhido um tabuleiro arbitrário, e sobre ele foram desenvolvidas as duas análises, posteriormente comparadas. Os resultados obtidos para esforço cortante e momento fletor foram muito próximos, já quando comparado o momento torçor a maior divergência foi encontrada, sendo o processo de Fauchart para tabuleiro em questão mais conservador. Esse trabalho apresenta uma sequência de cálculo parecido com a utilizada nesta dissertação, sendo de suma importância o cálculo desenvolvido pelo método de Fauchart, que foi utilizado como base de comparação.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho é elaborar modelos computacionais, com o auxílio do software Ansys que para a análise utiliza o MEF e avaliar a precisão destes modelos de cálculo. Os estudos começam com os modelos computacionais mais simples, o método de grelha e, posteriormente, foi usado o método de placa apoiada sobre grelha de vigas e por fim o modelo 3D. E posteriormente é feito o estudo da influência do uso de transversinas, do aumento da espessura da laje e do comprimento da ponte.

1.3.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Desenvolver e validar o modelo de grelha para o tabuleiro de ponte;
- Desenvolver e validar o modelo placa apoiada sobre grelha de vigas;
- Desenvolver e validar o modelo 3D para o tabuleiro;
- Desenvolver e validar o método simplificado de Fauchart de distribuição de esforços;
- Analisar e comparar o método simplificado com os métodos de elementos finitos;

- Realizar um estudo paramétrico para verificar as vantagens e desvantagens do uso de transversinas intermediárias em tabuleiros de pontes;
- Realizar um estudo paramétrico para verificar a influência da espessura da laje;
- Realizar um estudo paramétrico para verificar a influência do comprimento do vão da ponte.

1.4 Organização do trabalho

O presente trabalho é dividido em cinco capítulos.

No capítulo 1 foi apresentada uma breve introdução sobre o assunto.

No capítulo 2 foi feita a revisão bibliográfica e apresentado os principais estudos realizados. Também foi apresentada a teoria do método de Fauchart e a teoria dos Métodos dos Elementos Finitos.

No capítulo 3 foram apresentados os modelos que foram verificados com um artigo e uma dissertação publicados.

No capítulo 4 foram apresentados os estudos paramétricos, que avaliam a influência do comprimento da ponte, do número de transversinas intermediárias e também da espessura da laje do tabuleiro.

No capítulo 5 foi apresentada a conclusão dos estudos paramétricos, mostrando se é viável o uso de transversinas intermediárias e se sim em quais casos.

2 METODOLOGIA

2.1 Análise de Tabuleiros de Pontes

O vigamento da superestrutura de uma ponte é composto por duas ou mais vigas principais longitudinais (longarinas), unidas, na maior parte das vezes, por vigas transversais (transversinas). O conjunto desses elementos constituirá uma grelha. Chamam-se nós os pontos de ligação de vigas longitudinais e transversais, a Figura 2.1 mostra as longarinas e transversinas de um tabuleiro (SAN MARTIN, 1981).

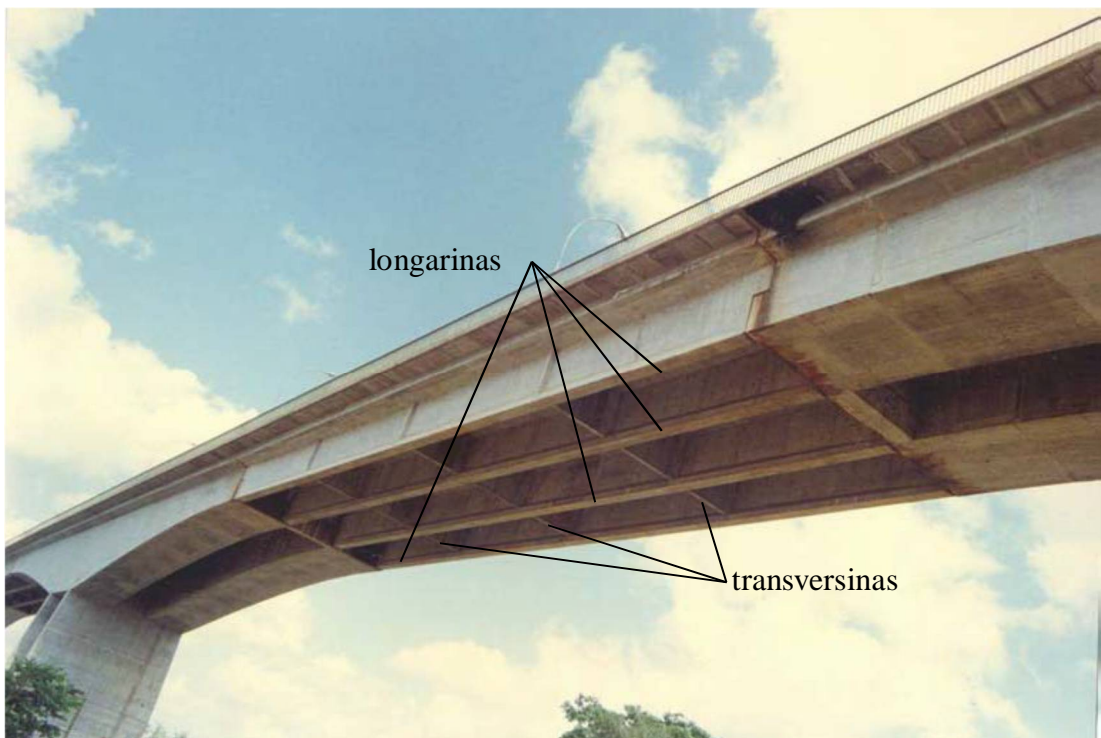


Figura 2.1 - Foto de um tabuleiro de ponte mostrando as longarinas e as transversinas (ARAÚJO *et al.*, 2005)

O carregamento de uma ponte é composto da carga permanente e da carga acidental móvel. Em uma grelha de nós rígidos, existem três esforços de ligação por nó, sendo eles, esforço cortante, momento fletor e momento torçor. A estrutura poderá, então, dependendo do número de nós, ser altamente hiperestática. A mobilidade da carga aumenta a complexidade da análise, pois se torna necessário que, para cada ponto da estrutura que se deva analisar, se determine a constituição e posicionamento do carregamento que crie nele as solicitações máximas e mínimas (SAN MARTIN, 1981).

No Brasil a carga móvel é formada por um veículo tipo de seis rodas e uma carga uniformemente distribuída de multidão, que se desloca sobre o tabuleiro de ponte, conforme mostrada na Figura 2.2 (NBR 7188, 2013).

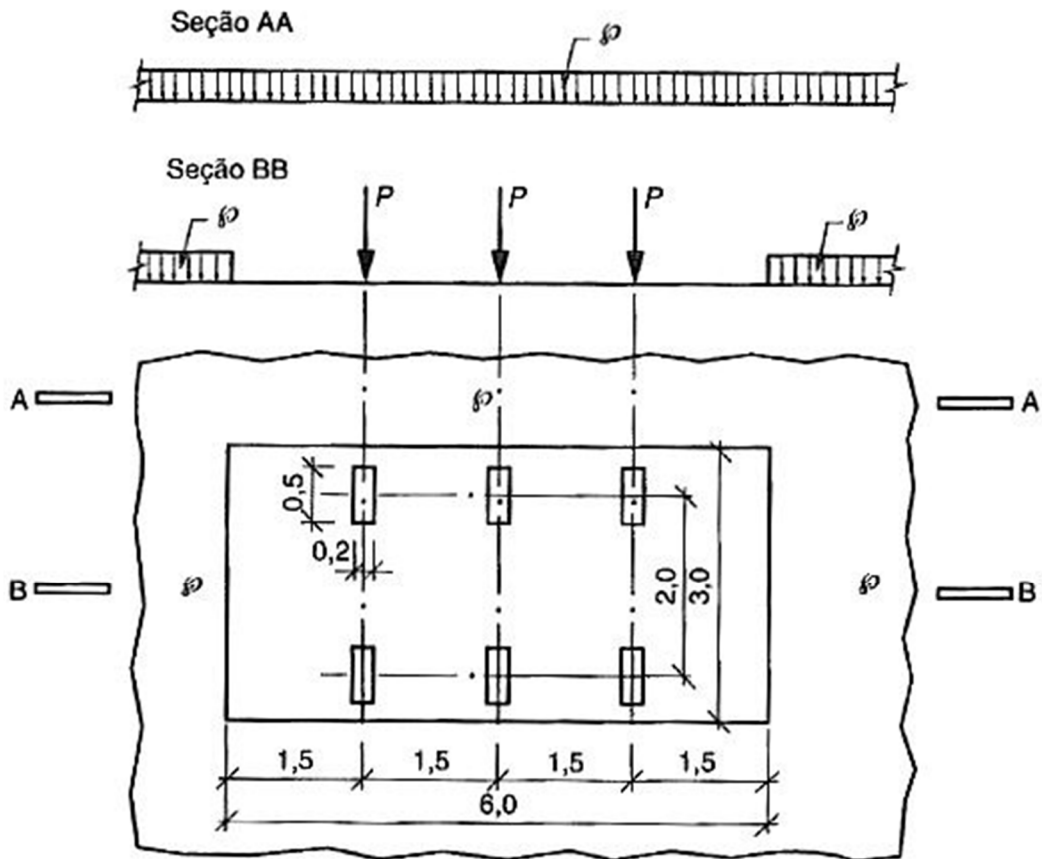


Figura 2.2 - Distribuição de cargas estáticas (NBR 7188, 2013)

Dada a elevada hiperestaticidade do tabuleiro de uma ponte, diversos métodos foram desenvolvidos ao longo dos anos, para determinar a distribuição do carregamento entre as diversas vigas que formam a superestrutura.

Em 1938, Leonhardt apresentou um importante trabalho sobre grelhas apoiadas em dois bordos. Neste trabalho foram estudados os coeficientes de distribuição transversal, desprezando-se a torção do conjunto e considerando a laje apenas como uma parcela colaborante na inércia das vigas. No ano de 1940, o mesmo autor estendeu o método às grelhas engastadas e contínuas, concluindo então o conhecido "Método de Leonhardt" (ALVES; ALMEIDA; JUDICE, 2004). Neste método admite-se a hipótese simplificadora de que a transversina está livremente apoiada nas longarinas (SAN MARTIN, 1981).

No ano de 1940, Courbon desenvolveu o método dos coeficientes de distribuição transversal para grelhas constituídas por transversinas com rigidez infinita, juntamente com

Engesser, sendo assim conhecido como "Método de Engesser - Courbon" (ALVES; ALMEIDA; JUDICE, 2004). Esse método pode ser aplicado quando as dimensões longitudinais são bem maiores que as dimensões transversais. Como o método considera as transversinas com rigidez infinita, podendo ser considerado como um sólido rígido da mecânica racional, de modo que ao ter um eixo reto em uma posição inicial, ele permanecerá reto após a deformação do conjunto (SAN MARTIN, 1981).

Em 1946, Guyon deu continuidade ao estudo de Huber para grelhas compostas por elementos sem rigidez torcional. Com a hipótese de um elevado número de longarinas e transversinas, a grelha foi assimilada a um sistema contínuo (placa ortotrópica) (ALVES; ALMEIDA; JUDICE, 2004).

Em 1950, o "Método de Leonhardt" foi mais uma vez aperfeiçoado por Leonhardt, com auxílio de Andrä (ALVES; ALMEIDA; JUDICE, 2004). No mesmo ano, Massonet prosseguiu com os estudos de Guyon, incluindo a rigidez à torção das vigas. Com essa inserção, concluiu o "Método dos Coeficientes de Distribuição Transversal de Guyon-Massonet" (ALVES; ALMEIDA; JUDICE, 2004). Esse método consiste no estudo contínuo, cujo protótipo clássico é a laje ortotrópica. Nesse estudo teórico da laje ortotrópica são feitas algumas ressalvas entre elas que a espessura da laje é constante e pequena em relação às demais dimensões, que as deformações são puramente elásticas e seguem a lei de Hooke, que os pontos alinhados segundo uma normal à superfície média da laje indeformada, encontram-se linearmente dispostos em uma normal à superfície média da configuração deformada, que os pontos situados na superfície média da laje deslocam-se somente normalmente a ela, e que as propriedades elásticas sejam as mesmas em quaisquer pontos e direções ou que sejam constantes, mas diferentes em direções determinadas (SAN MARTIN, 1981).

No Brasil, em 1951, Ferraz apresentou um trabalho no qual se fez uso de funções ortogonais para solução das equações diferenciais do problema de uma placa ortotrópica equivalente a uma grelha. Durante o ano de 1955, o "Método dos Coeficientes de Distribuição Transversal de Guyon- Massonet" foi aperfeiçoado por Rowe, ao introduzir a consideração da influência do coeficiente de Poisson. No ano seguinte, Homberg e Weinmeister abordaram a questão sem considerar efeitos de torção (ALVES; ALMEIDA; JUDICE, 2004).

Posteriormente, em 1962, Homberg e Trenks apresentaram um trabalho no qual os efeitos de torção foram incluídos. Já em 1965, o "Método dos Coeficientes de Distribuição Transversal de Guyon- Massonet", que já havia sido melhorado por Rowe, foi ampliado por Barés (ALVES; ALMEIDA; JUDICE, 2004).

Fauchart em 1975 sugeriu um método simplificado para o cálculo de superestrutura de pontes, que utilizava uma faixa da laje de largura unitária na direção transversal do tabuleiro e também substituía o apoio das longarinas por apoios de molas (SOUZA, 2015).

Paralelamente, também foram desenvolvidos modelos numéricos para a solução rigorosa do tabuleiro de uma ponte, dentre os quais, sem dúvida, o principal utilizado foi o MEF.

Courant foi creditado como sendo a primeira pessoa a desenvolver o MEF. Em um artigo publicado no início de 1940, Courant usou interpolação seccionalmente polinomial sobre sub-regiões triangulares para investigar problemas de torção (MOAVENI, 1999).

O próximo passo significativo na utilização do método de elementos finitos foi feita pelo Boeing em 1950, quando ele seguido por outros, utilizou elementos triangulares para modelar a tensão nas asas do avião. Clough fez o termo "elemento finito" popular após 1960. Durante a década de 1960, os investigadores começaram a aplicar o MEF para outras áreas da engenharia, como a transferência de calor e problemas de fluxo de infiltração. Zienkiewicz e Cheung escreveram o primeiro livro inteiramente dedicado ao método dos elementos em 1967 (MOAVENI, 1999).

Em 1971, o software ANSYS foi lançado pela primeira vez. ANSYS é um programa de computador que abrange o método de elementos finitos, contendo mais de 100.000 linhas de código. Ele é capaz de realizar a análise da transferência de calor, a análise do escoamento de fluidos, e de eletromagnetismo (MOAVENI, 1999).

Concluindo-se que neste trabalho será feita uma comparação entre o método de Fauchart, que apresenta melhor precisão entre os demais métodos analíticos, e o MEF. Também serão comparados três modelos distintos de elementos finitos: modelo de grelha plana, modelo de placa apoiada sobre grelha e modelo com elementos tridimensionais.

2.2 Método Simplificado de Fauchart

O método simplificado de Fauchart consiste no cálculo de uma faixa de laje, de comprimento unitário na direção transversal do tabuleiro, com apoios de mola no lugar dos apoios das longarinas (SOUZA, 2015). Para desenvolver o método é necessário que a ponte a ser calculada possua apenas transversinas nos apoios, sem transversinas intermediárias (STUCCHI, 2006).

A resolução de um problema com o método em questão requer algumas hipóteses, sendo elas, que as longarinas trabalhem como vigas esbeltas (hipótese das seções planas), que

elas sejam biapoiadas e tenham inércia constante e que o trabalho longitudinal das lajes seja desprezado (STUCCHI, 2006).

A construção das transversinas sobre o vão é bastante complicada, pois exige a presença de escoramentos. A execução de escoramentos, principalmente sobre cursos d'água importantes, é uma operação difícil e onerosa, conforme mostrada na Figura 2.3.



Figura 2.3 - Ponte sobre o Rio Joanes (Alpe Estruturas)

Para se evitar os custos e as dificuldades de um escoramento, hoje em dia, cada vez mais é adotada a solução de pontes com vigas longarinas pré-moldadas de concreto protendido, sem transversinas ao longo do vão. Usa-se apenas transversinas sobre os apoios, apoiando-se as formas sobre os pilares da ponte já concretados. No meio do vão, a ligação entre as vigas longarinas é feita apenas através das lajes, que são construídas através de elementos de concreto pré-moldado, dispensando-se o uso de formas. A Figura 2.4 mostra um exemplo de viaduto construído com transversinas de apoio (1) e longarinas (2).

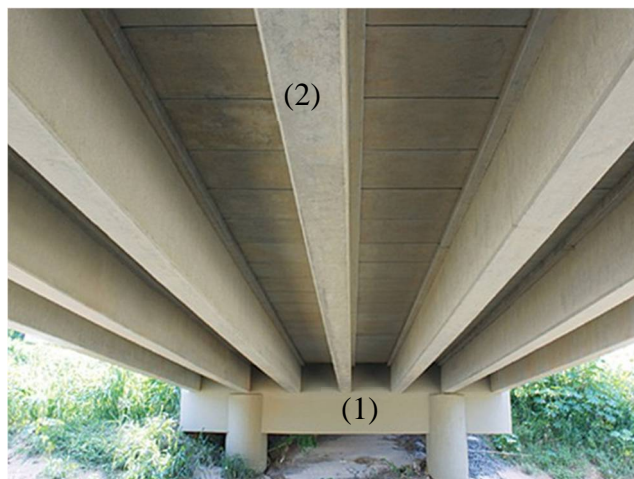


Figura 2.4 - Viaduto em Limeira (Marka)

Como a laje tem uma rigidez à flexão muito menor que a da viga transversina, a linha de influência de distribuição de cargas entre as longarinas deixa de ser uma reta e passa a ser uma curva de determinação mais complexa, conforme mostrado na Figura 2.5. Para se resolver o problema da distribuição das cargas entre as vigas longarinas, quando não há transversinas, pode-se usar o método de Fauchart.

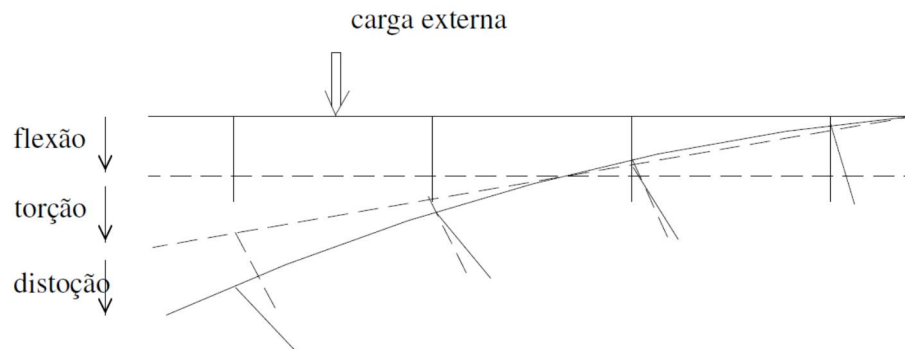


Figura 2.5 - Linha de influência de distribuição de cargas (STUCCHI, 2006)

As hipóteses fundamentais da determinação da distribuição transversal de cargas pelo Método de Fauchart são:

- O material que constitui a viga longarina apresenta um comportamento elástico linear;
- As deformações específicas são infinitesimais;
- As vigas longarinas são biapoimadas e possuem inércia constante;
- A flexão longitudinal da laje pode ser desprezada.

A Figura 2.6 mostra a superestrutura de uma ponte sem transversinas.

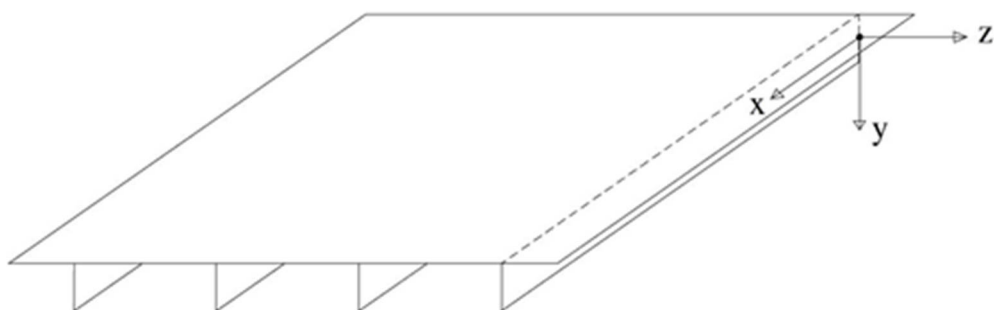


Figura 2.6 - Superestrutura de uma ponte qualquer sem transversinas (STUCCHI, 2006)

A Figura 2.7 mostra como uma carga concentrada vertical F se distribui entre as diversas longarinas. A laje distribui a carga vertical F transmitindo por efeito de sua deformação uma força cortante V e um momento torçor T para cada viga longarina.

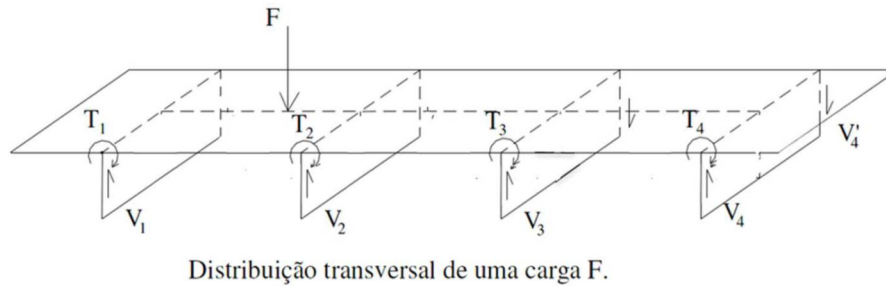


Figura 2.7 - Distribuição transversal de uma carga F (STUCCHI, 2006)

Isolando-se uma viga longarina i observa-se que por considerações de equilíbrio de forças verticais e de momentos em torno do eixo x , cada viga longarina receberá uma força vertical resultante p_i e um momento torçor resultante m_i .

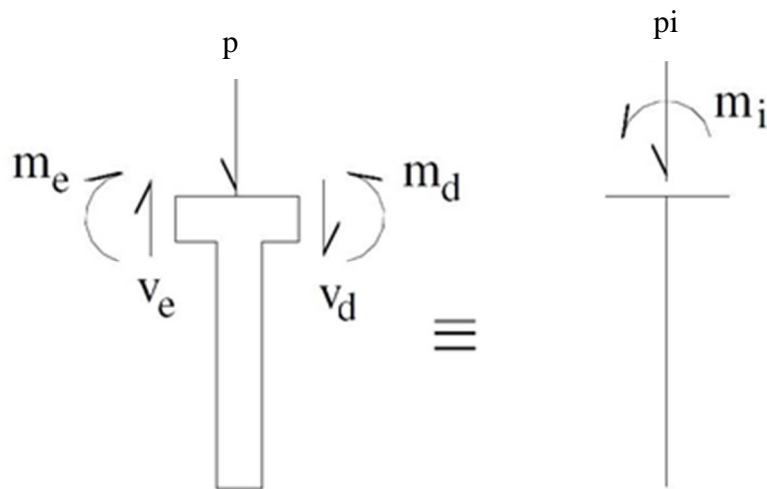


Figura 2.8 - Viga isolada de uma ponte qualquer (STUCCHI, 2006)

A partir do carregamento mostrado na Figura 2.8, é possível deduzir as equações de equilíbrio Eq. (2.1) e Eq. (2.2).

$$p_i = p + v_d - v_e \quad (2.1)$$

$$m_i = m_d - m_e \quad (2.2)$$

A Figura 2.9 mostra uma viga em equilíbrio, e os carregamentos existentes na secção extraída.

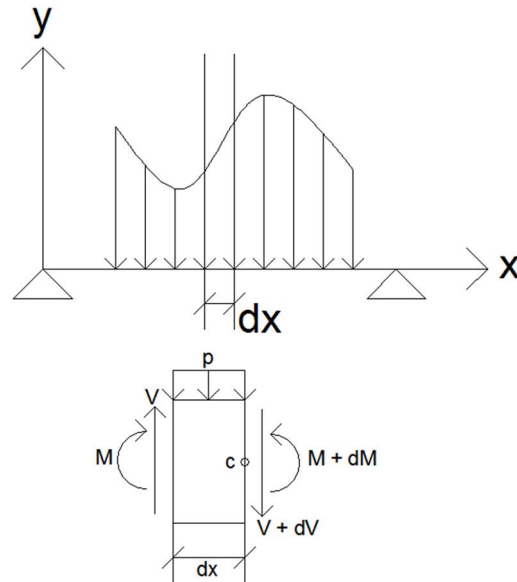


Figura 2.9 - Viga em equilíbrio

Da Resistência dos Materiais (HIBBELER, 2006) tem-se que o comportamento da viga longarina sob o efeito da carga vertical p é governado pela equação da linha elástica, dada por:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-M}{EI} \quad (2.3)$$

A equação diferencial de equilíbrio de uma viga é dada por:

$$\frac{d^2M}{dx^2} = -p(x) \quad (2.4)$$

Derivando-se duas vezes a Eq. (2.3) e usando a Eq. (2.4), resulta:

$$\frac{d^4y}{dx^4} = \frac{p(x)}{EI} \quad (2.5)$$

Aplicando-se a Eq. (2.5) a viga longarina de número i , resulta:

$$\frac{d^4 y_i}{dx^4} = \frac{p_i(x)}{EI} \quad (2.6)$$

A Figura 2.10 exemplifica a carga vertical p_i e o deslocamento vertical y_i .

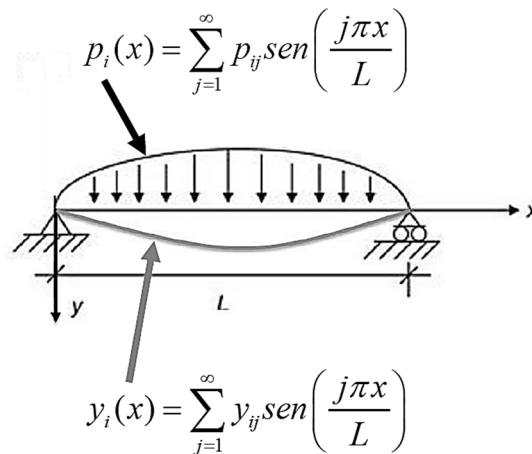


Figura 2.10 - Carga e deslocamento verticais

Da Resistência dos Materiais (HIBBELER, 2006) tem-se que o comportamento da viga longarina sob o efeito do momento torçor m_i , conforme mostrado na Figura 2.11, é governado pela equação diferencial da torção, dada por:

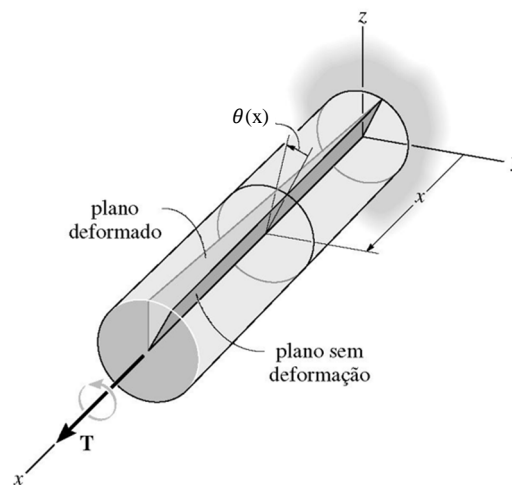


Figura 2.11 - Viga submetida a torque (HIBBELER, 2006)

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{T(x)}{GJ} \quad (2.7)$$

A Figura 2.12 mostra uma viga sobre efeito de torque e em equilíbrio, e os carregamentos existentes na secção extraída.

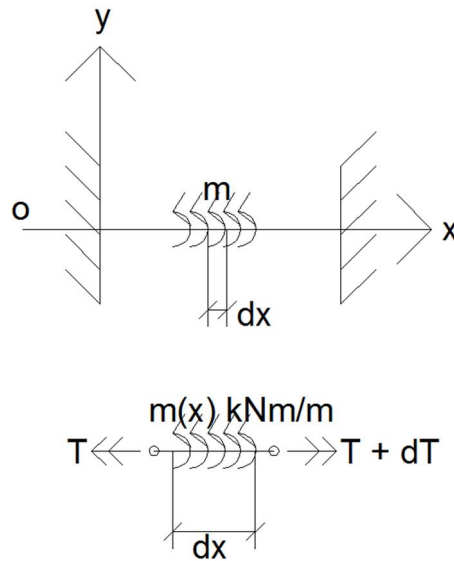


Figura 2.12 - Viga sobre efeito de torque e em equilíbrio

A equação diferencial de equilíbrio de uma viga com uma carga momento torçor distribuída é dada por (HIBBELER, 2006):

$$\frac{dT}{dx} = m_t(x) \quad (2.8)$$

Derivando uma vez a Eq. (2.7) e usando a Eq. (2.8), resulta:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} = -\frac{m_t(x)}{GJ} \quad (2.9)$$

Aplicando-se a Eq. (2.9) à viga longarina de número *i*, resulta:

$$\frac{d^2\theta_i}{dx^2} = -\frac{m_i(x)}{GJ} \quad (2.10)$$

A constante de torção J é calculada pela fórmula apresentada na Eq. (2.11).

$$J = \sum_{i=1}^n \frac{1}{3} h_i b_i^3 \text{ sendo que: } h_i > b_i \quad (2.11)$$

A Figura 2.13 mostra uma viga submetida a torção, e o equilíbrio de momentos em uma laje.

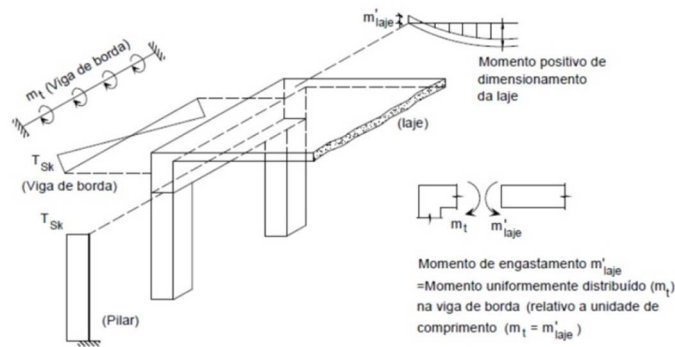


Figura 2.13 - Viga submetida a torção (LEONHARDT, 1979)

A Figura 2.14 exemplifica o momento torçor m_i e o deslocamento θ_i .

$$m_i(x) = \sum_{j=1}^{\infty} m_{ij} \text{sen} \left(\frac{j\pi x}{L} \right)$$

torção na viga

$$\theta_i(x) = \sum_{j=1}^{\infty} \theta_{ij} \text{sen} \left(\frac{j\pi x}{L} \right)$$

Figura 2.14 - Momento torçor e a ângulo de torção da secção (ARAÚJO, 2003)

Desenvolvendo as cargas p_i em i e o deslocamento y_i e o ângulo de torção da secção θ_i em série de Fourier, é possível transformar as equações diferenciais da linha elástica e da torção em duas equações algébricas. Com esta expansão em série, consegue-se transformar um problema que inicialmente era bidimensional no plano xOz , em um problema unidimensional, apenas na direção do eixo x da viga longarina.

Observe-se que a solução em série de Fourier para a equação diferencial da linha elástica satisfaz as condições de contorno do problema, pois em $x = 0$ e em $x = L$, tem-se que $y = 0$. Da mesma forma, a solução em série de Fourier para a equação diferencial da torção satisfaz as condições de contorno do problema, pois em $x = 0$ e em $x = L$, tem-se que $\theta = 0$. Substituindo-se a expansão em série de Fourier em ambos os lados da equação diferencial da linha elástica Eq. (2.6), resulta para cada termo j :

$$\frac{d^4 y_i}{dx^4} = \frac{p_i(x)}{EI} \quad (2.12)$$

$$\sum_{j=1}^{\infty} y_{ij} \left(\frac{j\pi}{L}\right)^4 \text{sen}\left(\frac{j\pi x}{L}\right) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{p_{ij}}{EI} \text{sen}\left(\frac{j\pi x}{L}\right) \quad (2.13)$$

$$y_{ij} \left(\frac{j\pi}{L}\right)^4 = \frac{p_{ij}}{EI} \quad (2.14)$$

$$p_{ij} = k_F y_{ij} \text{ onde: } k_F = EI \left(\frac{j\pi}{L}\right)^4 \quad (2.15)$$

A Figura 2.15 exemplifica as cargas p_{ij} , os deslocamentos y_{ij} e a constante de mola vertical k_F .

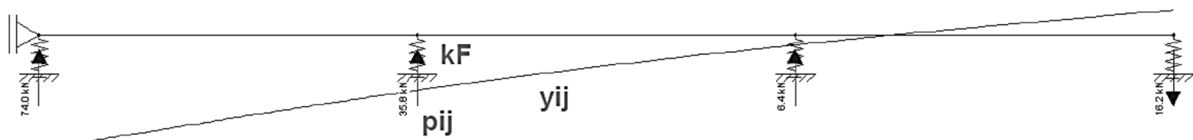


Figura 2.15 - Carga, deslocamento e constante de mola vertical

Substituindo-se a expansão em série de Fourier em ambos os lados da equação diferencial da torção Eq. (2.10), resulta para cada termo j :

$$\frac{d^2 \theta_i}{dx^2} = \frac{m_i(x)}{GJ} \quad (2.16)$$

$$\sum_{j=1}^{\infty} \theta_{ij} \left(\frac{j\pi}{L}\right)^2 \text{sen}\left(\frac{j\pi x}{L}\right) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{m_{ij}}{GJ} \text{sen}\left(\frac{j\pi x}{L}\right) \quad (2.17)$$

$$\theta_{ij} \left(\frac{j\pi}{L}\right)^2 = \frac{m_{ij}}{GJ} \quad (2.18)$$

$$m_{ij} = k_T \theta_{ij} \text{ onde: } k_T = GJ \left(\frac{j\pi}{L}\right)^2 \quad (2.19)$$

A Figura 2.16 exemplifica os momentos m_{ij} , o ângulo de torção da secção θ_{ij} e a constante de mola da torção k_T .

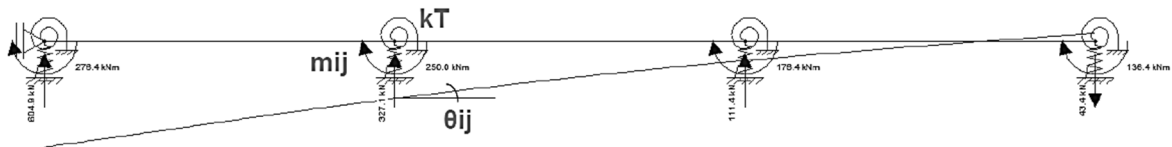


Figura 2.16 - Carga, deslocamento e constante de mola da torção

Para cada termo j da série, o problema de distribuição transversal se reduz a calcular a faixa unitária de laje esquematizada Figura 2.17.

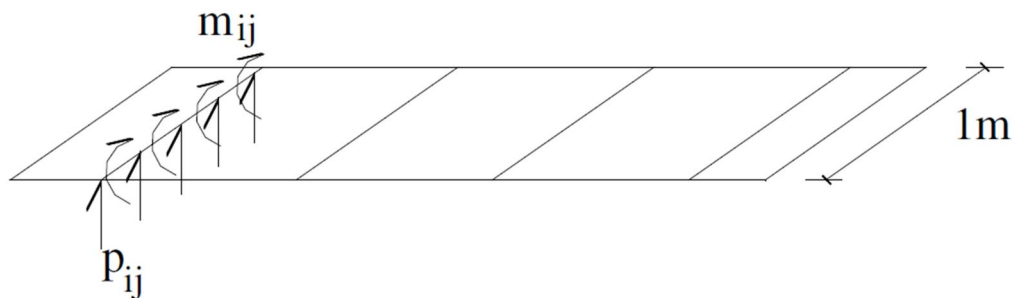


Figura 2.17 - Faixa unitária de laje (STUCCHI, 2006)

A Figura 2.18 mostra o esquema estrutural transversal do método de Fauchart. Ao usar o método transforma-se um problema bidimensional em uma série de problemas unidimensionais. Usualmente o primeiro termo da série já é suficiente para a resolução do problema, tendo assim apenas um problema unidimensional (STUCCHI, 2006).

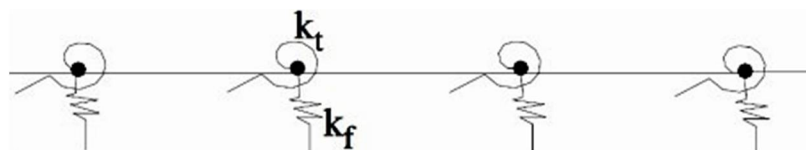


Figura 2.18 - Esquema estrutural transversal para uma faixa unitária (TRENTINI; MARTINS, 2015)

Após serem calculados os valores de kt e kf , é resolvida essa viga “passeando” uma carga unitária sobre ela e anotando os valores de reações, momentos e esforços cortantes. Com esses valores são montadas as linhas de influência das reações, momentos e esforços (STUCCHI, 2006).

O uso do princípio de Müller – Breslau facilita esse processo final do cálculo das linhas de influência. Segundo este princípio, as linhas de influência são representadas por deformadas quando um deslocamento relativo unitário é imposto em uma seção. Deste modo é possível obter a forma de linha de influência e as zonas da estrutura que, ao serem carregadas, produzirão os efeitos mais desfavoráveis.

Para traçar a linha de influência de um efeito estático E de esforço ou de reação, procede-se da seguinte forma (SÜSSEKIND, 1980):

- Rompe-se o vínculo capaz de transmitir o efeito E , cuja linha de influência se deseja determinar;
- Na secção onde atua E , atribui-se à estrutura, no sentido oposto ao de E positivo, uma deformação absoluta unitária, no caso de reação de apoio, ou deformação relativa unitária, no caso de esforço simples, que será tratada como pequena deformação;
- A elástica obtida é a linha de influência de E .

Será demonstrado o uso do princípio de Müller – Breslau para um caso particular, embora a seja absolutamente análogo para qualquer outro caso. Ao observar a viga da Figura 2.19, para a qual deseja-se conhecer a linha de influência de reação de apoio em A (SÜSSEKIND, 1980).

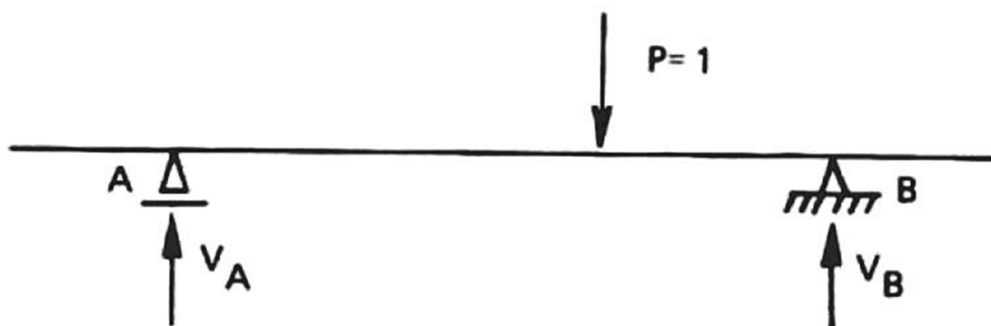


Figura 2.19 - Viga biapoiada (SÜSSEKIND, 1980)

Ao romper-se o vínculo que transmite V_A e, atribui-se à viga assim obtida uma deformação virtual unitária oposta ao sentido de V_A positivo, conforme mostrada na Figura 2.20, é possível obter uma estrutura hipostática, que submetida a uma força V_A tal que

equilíbrio $P = 1$ e V_B sendo, portanto igual ao valor da reação vertical em A produzida por $P = 1$, estará equilibrada (SÜSSEKIND, 1980).

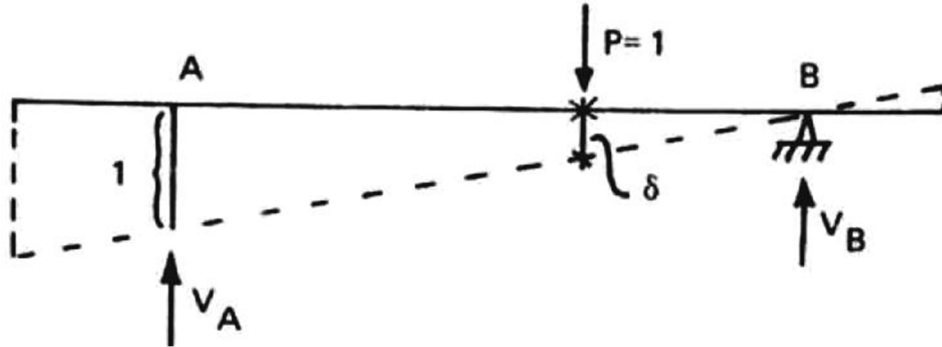


Figura 2.20 - Viga biapoiada deformada (SÜSSEKIND, 1980)

Posteriormente aplica-se o teorema dos trabalhos virtuais, que gera a Eq. (2.20), para trabalho virtual das forças externas e zero para o trabalho virtual das forças internas, pois a estrutura tornou-se uma cadeia cinemática. Ao igualar as equações do trabalho virtual externa e interna obtém-se a Eq. (2.21) (SÜSSEKIND, 1980).

$$1 \times \delta - 1 \times V_A \quad (2.20)$$

$$\delta = V_A \quad (2.21)$$

A Eq. (2.21) mostra que uma ordenada genérica da configuração deformada obtida representa o valor da reação de apoio em A produzida por uma carga unitária sobre aquela seção genérica, o que corresponde exatamente à definição de linha de influência e demonstra, então, a proposição (SÜSSEKIND, 1980).

Sendo a estrutura dada isostática, após a ruptura do vínculo ela transforma-se numa cadeia cinemática, cuja deformada é uma linha poligonal quebrada, nos casos mais gerais. Isto demonstra que as linhas de influência de esforços simples e reações de apoio em estruturas isostáticas são sempre constituídas por segmentos de reta, nos casos mais gerais (SÜSSEKIND, 1980).

A menção feita, no enunciado da regra, a uma deformação unitária constitui uma pequena falha teórica no enunciado, pois o teorema dos trabalhos virtuais só é válido no regime das pequenas deformações, mas que não acarreta erro algum nas conclusões. A regra de Muller-Breslau também se aplica às estruturas hiperestáticas (SÜSSEKIND, 1980).

O Método de Fauchart pode ser resolvido utilizando um programa de análise estrutural como o FTOOL (FTOOL - Um Programa Gráfico-Interativo para Ensino de Comportamento de Estruturas), conforme mostrada na Figura 2.21. Para isso, primeiramente deve-se modelar a laje como se ela se apoiasse sobre apoios elásticos (longarinas). A rigidez à flexão das longarinas será representada por molas de rigidez axial que servirão para restringir o deslocamento vertical da laje já a rigidez à torção das longarinas será representada por molas de rigidez à torção, que servirão para restringir a rotação da mesma.

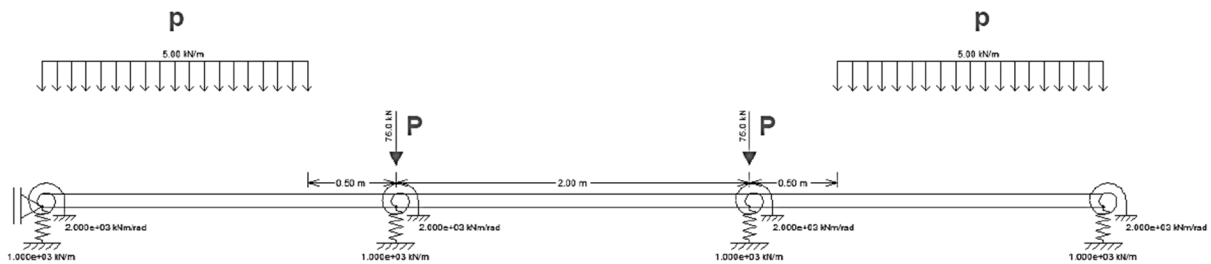


Figura 2.21 - Exemplo de ponte modelada pelo software FTOOL

A linha de influência das reações verticais para uma dada longarina é obtida aplicando-se uma carga com o valor da rigidez axial da mola k_f desta longarina. Esta linha pode ser gerada pelo software FTOOL, conforme mostra a Figura 2.22. Com isto se obtém o deslocamento unitário nesta seção da viga e, conseqüentemente, a linha de influência para a reação vertical.

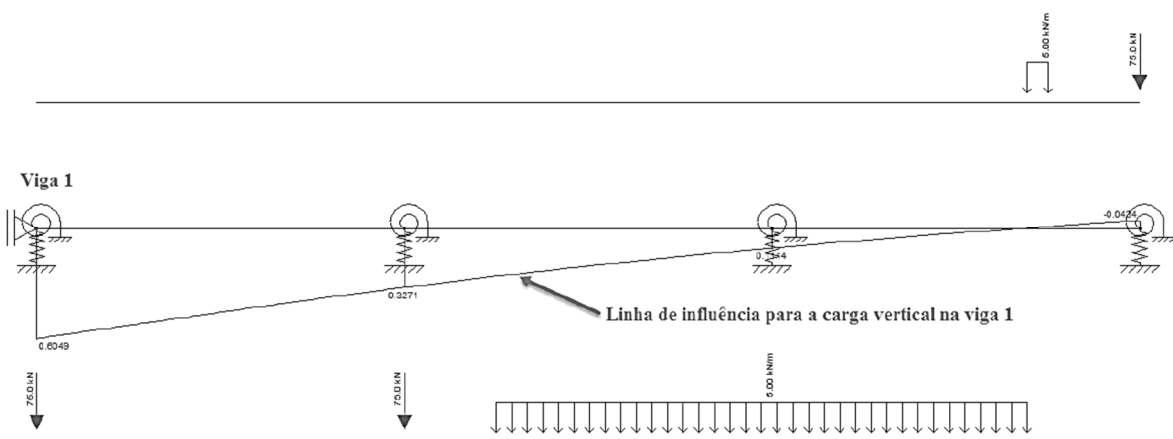


Figura 2.22 - Linha de influência gerada pelo software FTOOL

Para gerar a linha de influência da torção para uma dada longarina é aplicada uma carga momento com o valor da rigidez da mola de torção kt desta longarina. Com isto se

obtem uma rotaçao unitaria nesta secao da viga e, conseqüentemente, a linha de influencia para o momento torçor da mesma.

Com estas linhas de influencia e o carregamento móvel da ponte, pode-se determinar o trem tipo para a carga vertical e para a torçao de cada viga longarina.

Assim, transforma-se um problema bidimensional hiperestático, em um problema unidimensional isostático.

2.3 Método dos Elementos Finitos (MEF)

No estudo do comportamento de sistemas físicos são utilizados modelos físicos e/ ou modelos matemáticos. O desenvolvimento dos modelos matemáticos tem sido motivado pelo avanço da ciência e a comparação entre esses modelos, propiciando modelagens realísticas, confiáveis e de aplicação prática na engenharia, muito mais econômicas do que os modelos físicos. Embora o modelo matemático guarde aproximações em relação ao sistema físico original, a solução é dita aproximada. A análise desses modelos matemáticos habitualmente requer o uso de métodos numéricos, entre os quais se inclui o de elementos finitos (SORIANO, 2003).

O MEF consiste em um procedimento numérico que pode ser utilizado para obter a solução de uma grande quantidade de problemas de engenharia, entre eles de análise de tensão, transferência de calor, eletromagnetismo e escoamento de fluidos. Esse método usa formulações integrais em vez de equações diferenciais, para criar um sistema algébrico de equações. Além disso, uma função contínua aproximada é assumida para representar a solução para cada elemento. Essa solução, em seguida, é gerada através da ligação ou da montagem das soluções individuais, permitindo assim, uma continuidade nas fronteiras entre elementos (MOAVENI, 1999).

Para resolver um problema usando o MEF, é necessária a determinação de quatro conceitos básicos: sistema, domínio, equações que regem o sistema e condições de carregamento (BURNETT, 1988).

O sistema é normalmente, mas não necessariamente, um objeto físico composto de vários materiais, esses podendo ser simples ou complexo dependendo do número de materiais envolvidos. O domínio do problema é tipicamente a região do espaço ocupado pelo sistema, mas também pode ser o intervalo de tempo enquanto as alterações no sistema ocorrem, geralmente sendo variáveis matemáticas de espaço e/ou tempo. As equações que governam

um problema podem ser equações diferenciais ou integrais que são transformadas em equações algébricas. As condições de carregamento são originárias externamente, podendo ser forças, temperaturas, correntes, campos, entre outras, que interagem com o sistema, fazendo com que o estado do sistema mude (BURNETT, 1988).

A Figura 2.23 mostra que ao usar um programa já existente o usuário precisa apenas fornecer ao programa os dados para um problema específico, alguns comandos para orientar o procedimento da geração da malha, e instruções para controlar a saída de dados (BURNETT, 1988).

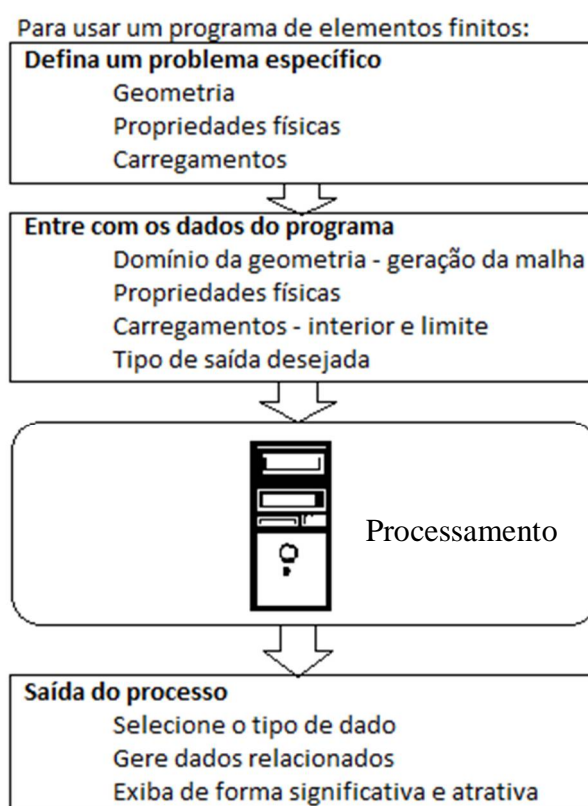


Figura 2.23 - Passos para usar um programa de MEF (BURNETT, 1988)

O MEF é uma poderosa técnica computacional para a obtenção de soluções de problemas de engenharia do “mundo real”, possuindo domínios complexos submetidos a condições de contorno. A base do MEF depende da decomposição do domínio em um número finito de subdomínios (elementos) para os quais a solução sistemática aproximada é constituída pela aplicação dos métodos residual variacional ou ponderado (MADENCI; GUVEN, 2006).

Cada elemento se conecta ao elemento vizinho através dos pontos nodais (nós). Um nó especifica a localização da coordenada no espaço onde os graus de liberdade e as ações de problemas físicos existem. Os graus de liberdade são ditados pela natureza física do problema e o tipo de elemento, conforme mostra a Figura 2.24 (MADENCI; GUVEN, 2006).

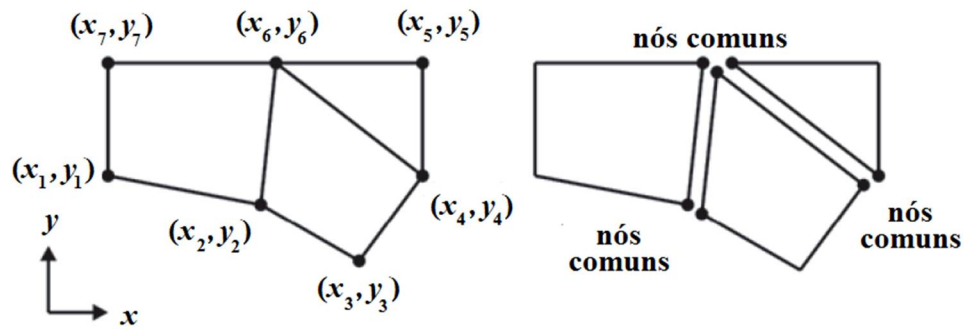


Figura 2.24 - Elementos conectados por pontos nodais (MADENCI; GUVEN, 2006)

Os elementos apresentam formas geométricas diversas em função do tipo e da dimensão do problema. A Figura 2.25 apresenta a geometria de vários tipos de elementos finitos.

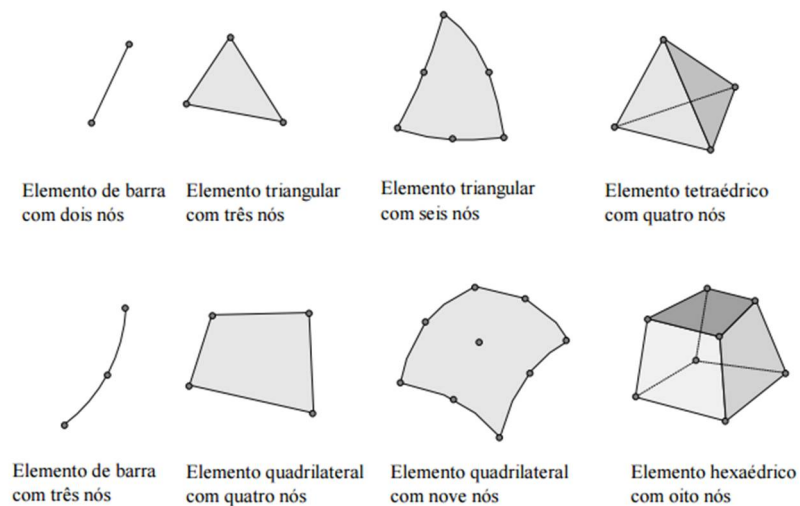


Figura 2.25 - Diferentes tipos de elementos finitos (SOUZA, 2003)

A análise pelo MEF requer que os seguintes passos sejam seguidos (MADENCI; GUVEN, 2006):

- Discretização do domínio em número finito de subdomínios (elementos), conforme Figura 2.26;

- Seleção da função de interpolação;
- Desenvolvimento da matriz elemento para o subdomínio;
- Montagem de matrizes de elementos para cada subdomínio para obter a matriz global de todo o domínio;
- Imposição de condições de contorno e iniciais;
- Solução de equações.

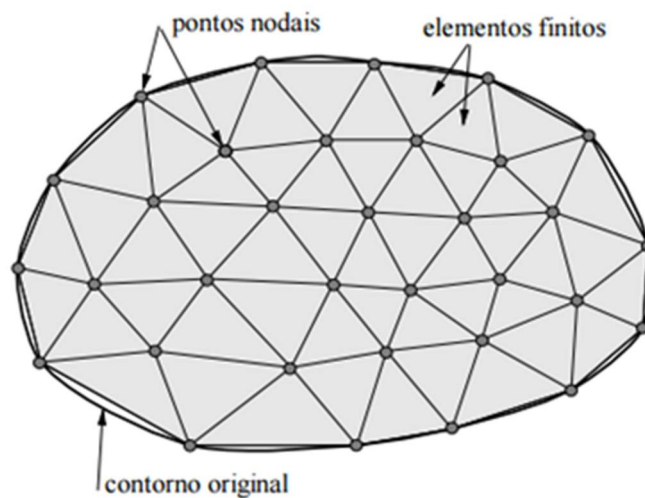


Figura 2.26 - Malha de elementos finitos para um problema plano (SOUZA, 2003)

O MEF é utilizado em diferentes áreas da engenharia para resolver um problema complexo, subdividindo-o em uma série de problemas mais simples. Tal método torna possível simular cenários diferentes durante o processo de desenvolvimento de um produto e, portanto, ajudando as empresas há economizar muito tempo e dinheiro ao reduzir os testes experimentais (SOUZA, 2003). Para maiores explicações, verificar o problema de mola linear desenvolvido no Apêndice 1.

Para a montagem de um modelo computacional usando o MEF devem ser escolhidos os elementos que serão usados. Para os modelos desenvolvidos nesse trabalho, no software ANSYS foram usados os elementos Beam 189, Shell 63 e o Solid 95.

2.3.1 Elemento Beam 189

O elemento Beam 189 é usado para a análise de estruturas delgadas. Esse elemento é baseado na teoria de vigas de Timoshenko. A teoria de vigas de Timoshenko inclui a deformação de corte transversal constante através da secção transversal, ou seja, secções

transversais permanecem planos e sem distorção após a deformação. Ele possui efeitos de deformação de cisalhamento incluídos no elemento. O elemento em questão é de viga quadrática (com três nós) em 3D com seis graus de liberdade em cada nó. Os graus de liberdade em cada nó são translações em X , Y , e Z , e rotações nos sentidos X , Y , e Z . A geometria, o local dos nós, e o sistema de coordenadas para este elemento são mostradas na Figura 2.27 (Ansys Stuba, 2014).

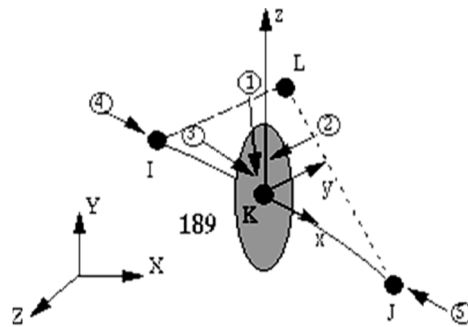


Figura 2.27 - Elemento Beam 189 (Ansys Stuba, 2014)

Esse elemento assume que a deformação de uma secção transversal é suficientemente pequena, de tal modo que pode ser negligenciada. Também permite a mudança nas propriedades de inércia da secção transversal como uma função do alongamento axial. Por hipótese admite-se que, a área de secção transversal muda de tal forma que o volume do elemento é preservado, mesmo após a deformação (Ansys Stuba, 2014).

Os dados de saída desse elemento são feito de três formas, através de deslocamentos nodais e reações, e incluídas na solução nodal global, podendo ser (Ansys Stuba, 2014):

- Elementos
- Conectividade entre elementos
- Material
- Volume
- Localização do centroide
- Área de secção transversal
- Forças
- Tensões

2.3.2 Elemento Shell 93

O elemento Shell 93 é particularmente bem adequado para modelar cascas. O elemento tem seis graus de liberdade em cada nó sendo três de translação em X , Y , Z e três de rotação nos nós X , Y , Z (Ansys Stuba, 2014).

O elemento é definido por oito nós, quatro espessuras, e as propriedades do material ortotrópicos. Um elemento de forma triangular pode ser formado ao definir o mesmo número de nó para nós de K , L e O (Ansys Stuba, 2014).

O elemento pode ter uma espessura variável. A espessura pode variar suavemente sobre a área do elemento, com a entrada de uma espessura nos nós de canto. A espessura nos nós do meio é calculada como a média dos nós de canto correspondentes. Se o elemento tem uma espessura constante, apenas uma espessura necessita ser informada. Se a espessura não é constante, todas as quatro espessuras deve ser informadas. A espessura total de cada elemento de invólucro tem de ser inferior a duas vezes o raio de curvatura, e também deve ser inferior a um quinto do raio de curvatura (Ansys Stuba, 2014).

A geometria, locais de nó, e o sistema de coordenadas para este elemento são mostradas na Figura 2.28.

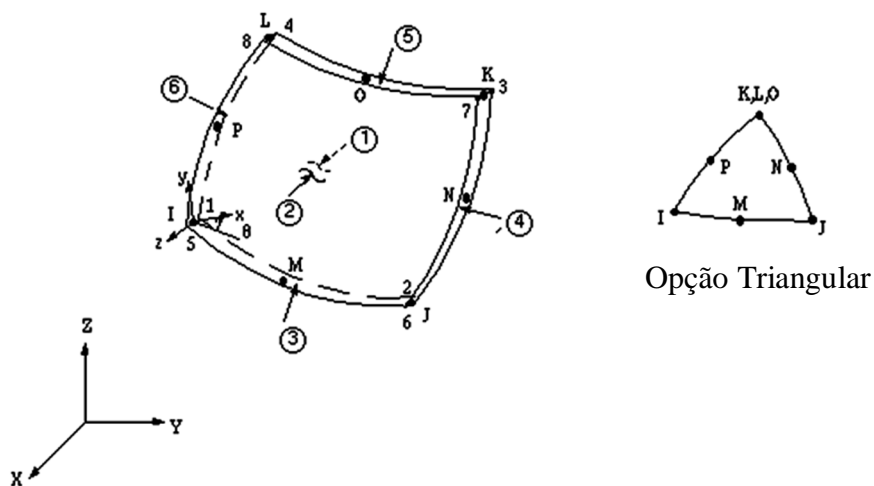


Figura 2.28 - Elemento Shell 93 (Ansys Stuba, 2014)

O elemento possui determinados tipos de saída, entre eles (Ansys Stuba, 2014):

- Deslocamentos nodais;
- Elemento;
- Nós - I, J, K, L, M, N, O, P;

- Material;
- Espessura média;
- Volume
- Localização Global;
- Pressões;
- Temperaturas;
- Tensões;
- Momentos;
- Forças;

2.3.3 Elemento Solid 95

O elemento Solid 95 pode tolerar formas irregulares sem tanta perda de precisão. Ele tem formas de deslocamento compatíveis e são bem adequados para modelar fronteiras curvas. Ele possui três graus de liberdade por nó de translação em X, Y, e Z, podendo ter qualquer orientação espacial, conforme mostrado na Figura 2.29 (Ansys Stuba, 2014).

O elemento pode ter qualquer orientação espacial, e ele tem plasticidade, fluência, aumento de tensões, grande deflexão, e grandes capacidades de deformação (Ansys Stuba, 2014).

A geometria, locais de nó e o sistema de coordenadas para este elemento são mostradas na Figura 2.29.

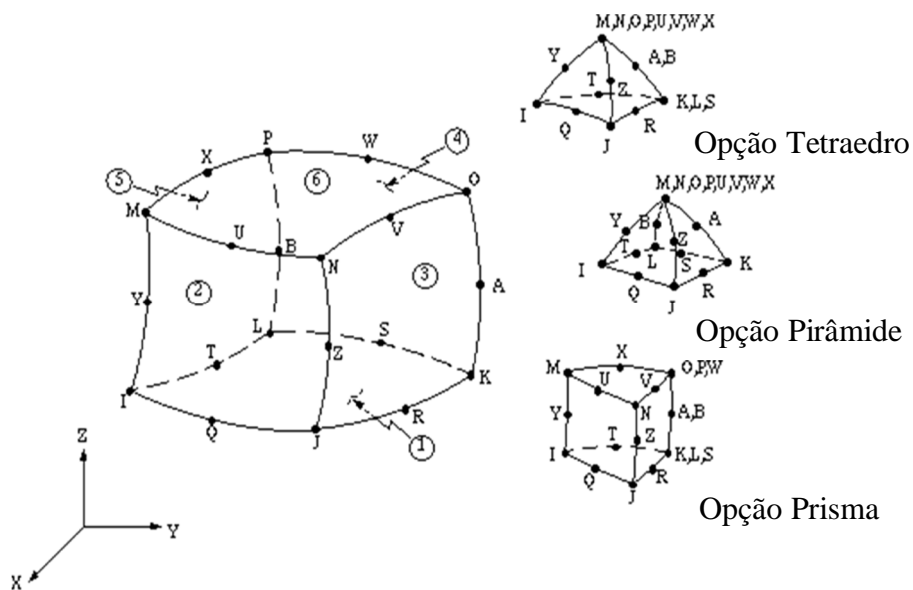


Figura 2.29 - Elemento Solid 95 (Ansys Stuba, 2014)

Elementos em forma de prisma, tetraédricos ou piramidais podem ser formados, conforme mostrado na Figura 2.29. Pressões podem ser introduzidas como cargas de superfície sobre o elemento (Ansys Stuba, 2014).

A saída de solução usando o elemento pode ser das formas descritas abaixo (Ansys Stuba, 2014):

- Deslocamentos nodais
- Nós
- Materiais
- Localização
- Pressão
- Temperatura
- Tensão
- Deformação
- Pressão hidrostática

3 VERIFICAÇÃO DOS MODELOS

Inicialmente foram modeladas duas pontes, uma com 3 longarinas e a outra com 7 longarinas, para realizar a verificação de 4 modelos. Os modelos que foram verificados são:

- Modelo 1 – Modelo feito com o auxílio do software FTOOL resolvendo a ponte pelo método de Fauchart.
- Modelo 2 – Modelo feito no software ANSYS resolvendo a ponte como uma grelha usando o elemento Beam 189, com lajes representadas como vigas transversais de secção retangular com largura de 0,5 m e espessura de 20 cm, e contendo duas transversinas de apoio.
- Modelo 3 – Modelo feito no software ANSYS resolvendo a ponte como uma grelha usando o elemento Beam 189, que são as longarinas e placas usando o elemento Shell 93, que representam a laje, com largura de 2 e 4 m e espessura de 20 cm, e contendo duas transversinas de apoio.
- Modelo 4 – Modelo feito no software ANSYS resolvendo a ponte em questão como um elemento de sólido em 3D do perfil da ponte, usando o elemento Solid 95 e mais duas transversinas de apoio usando o elemento Shell 93. O modelo é na realidade tridimensional, mas as transversinas de apoio, por serem geometricamente similares a chapas, foram modeladas com elementos de casca, esta consideração também foi feita no artigo de Trentini et. al.(2015).

3.1 Análise de uma ponte de 3 longarinas

A primeira ponte a ser analisada, trata-se de uma ponte em vigas, com 30 m de vão. Ela possui 3 longarinas de perfil I, espaçadas igualmente a cada 400 cm, conforme Figura 3.1. As longarinas em perfil I e as transversinas de apoio são iguais à mostrada na Figura 3.2 (SOUZA, 2015). Nessa ponte, o carregamento usado é uma carga unitária aplicada no centro da viga 1.

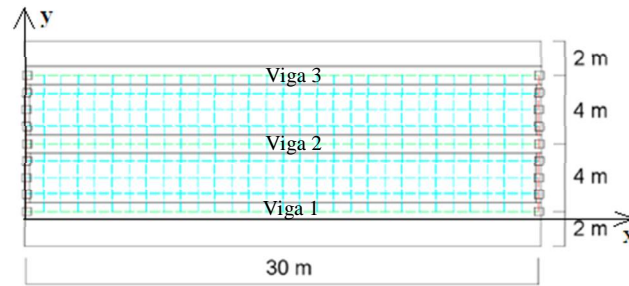


Figura 3.1 - Vista superior da ponte de 3 longarinas (SOUZA, 2015)

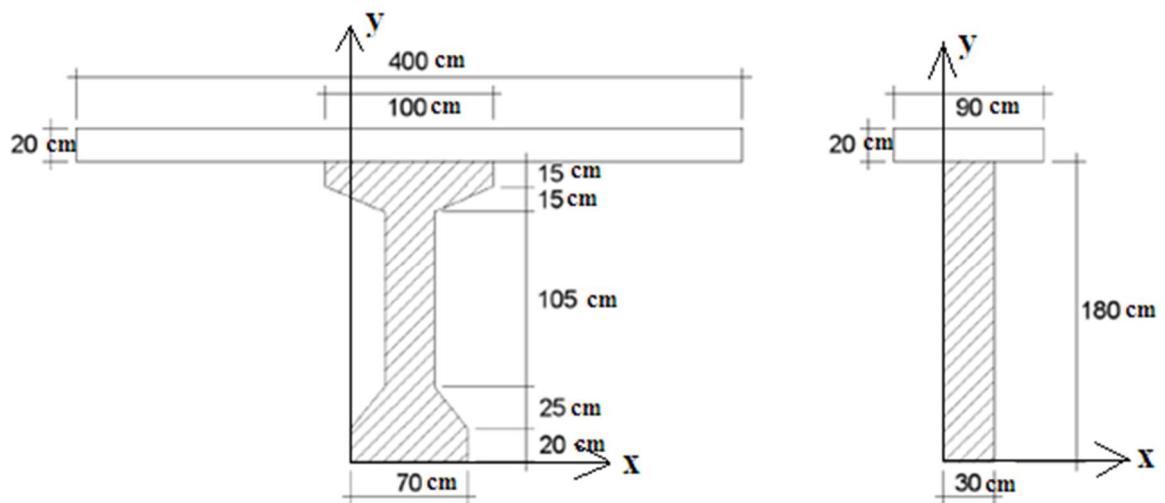


Figura 3.2 - Secção transversal da longarina, à esquerda, e secção transversal das transversinas de apoio, à direita para a ponte de 3 longarinas (SOUZA, 2015)

Foram usados os valores do módulo secante de deformação longitudinal do concreto (E_{cs}) e coeficiente de Poisson (ν) conforme mostrados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Valores usados para calcular a ponte no software FTOOL para a ponte de 3 longarinas

E_{cs}	33.792.650 kN/m ²
ν	0,25

A Figura 3.3 mostra o carregamento e as vinculações que foram aplicadas nas extremidades inferiores das longarinas dos modelos. O carregamento é uma carga pontual de 1 kN, aplicado no meio da primeira longarina.

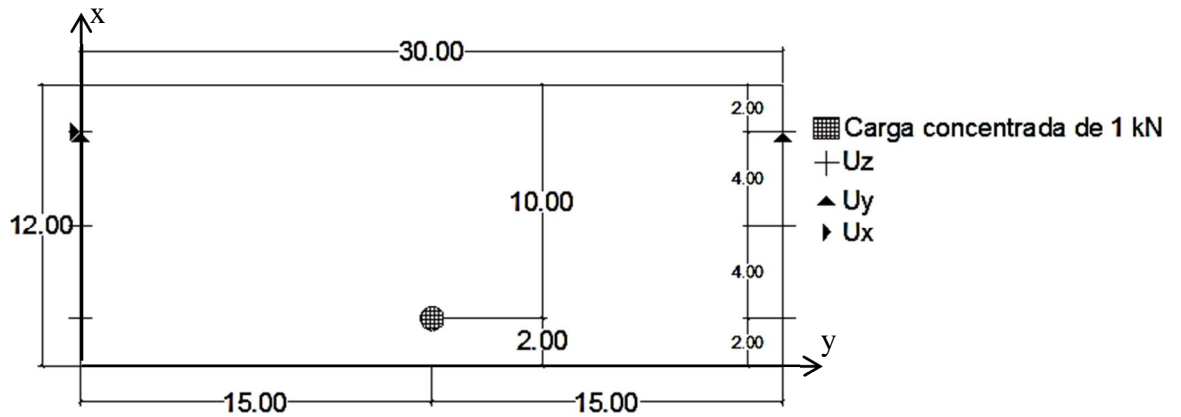


Figura 3.3 - Modelo do carregamento e vinculações, sendo as medidas em metros

Inicialmente foram desenvolvidos os 4 modelos descritos anteriormente, e esses foram comparados como modelo desenvolvido na dissertação de Souza(2015). O modelo desenvolvido na dissertação de Souza(2015) é uma grelha simplificada, e que comparado com os modelos 1, 2, 3 e 4, os quais estão listados da menor para a maior complexibilidade, apresentarão uma diferença crescente nos resultados encontrados, sendo o modelo 4 o mais preciso dentre os apresentados.

3.1.1 Teste de convergência de malha

O teste de convergência de malha foi realizado na ponte da dissertação de Souza(2015), por se tratar de um modelo mais simples de ser resolvido. Para o teste foram usado três tamanhos de malha de 0,1 m, 0,2 m e 0,5 m.

Foram rodados os modelos 2, 3 e 4 para cada uma das malhas em questão, resultando os valores de máximos de deflexão apresentados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Resultado do teste de convergência de malha para as deflexões para a ponte de 3 longarinas

Malha (m)	Modelo 2 (m)	Modelo 3 (m)	Modelo 4 (m)
0,1	0,0000314	0,0000267	0,0000321
0,2	0,0000314	0,0000267	0,0000321
0,5	0,0000313	0,0000267	0,0000320

A diferença entre os valores da Tabela 3.2 foi muito pequena e o tempo de execução de cada modelo na malha mais refinada também foi pequeno, para essa ponte, resolveu-se usar a malha de 0,1 m para calcular os modelos descritos nos próximos itens. Esta decisão

também levou em conta que nos próximos casos, os quais utilizam carregamentos mais complexos, a malha de 0,1 m propiciou a colocação dos carregamentos inteiros sem o uso de compensação por momentos fletores.

3.1.2 Modelo 1 da ponte de 3 longarinas

O modelo trata da ponte analisada resolvida pelo método de Fauchart. Foi resolvida a mesma viga da dissertação de Souza(2015), com o intuito de fazer uma comparação entre os métodos de resolução através dos resultados encontrados. A Tabela 3.3 mostra os valores de momento de inércia (I), constante da mola transversal (K_t), constante da mola vertical (K_f) e constante de torção (J), calculados com as fórmulas apresentadas anteriormente, com base na secção mostrada anteriormente.

Tabela 3.3 - Valores usados para todas as vigas para a ponte de 3 longarinas

I	0,537 m ⁴
K_f	2.089,00 kN/m
K_t	3.069,00 kN/m
J	0,026866 m ⁴

A Figura 3.4 mostra a viga que representa a ponte a ser analisada, com as vinculações de mola no lugar das longarinas e suas respectivas constantes. O carregamento aplicado é uma força normal de valor igual à 1 kN. Com esse carregamento será calculada as reações de apoio que será a porcentagem do carregamento absorvido pela viga em questão.

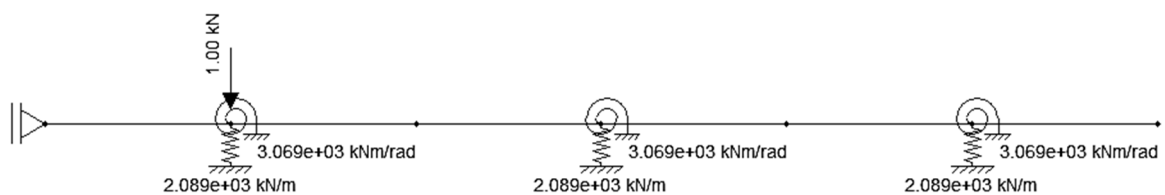


Figura 3.4 - Viga que representa a ponte de 3 longarinas com a força normal ao tabuleiro

A Tabela 3.4 mostra as dimensões da secção da laje utilizada no modelo.

Tabela 3.4 - Base e altura da secção que contém a longarina para a ponte de 3 longarinas

h	0,20 m
b	1,00 m

Com o auxílio do software FTOOL, foi possível rodar a viga mostrada na Figura 3.4, gerando a linha de influência das reações verticais para a longarina 1, mostrada na Figura 3.5.

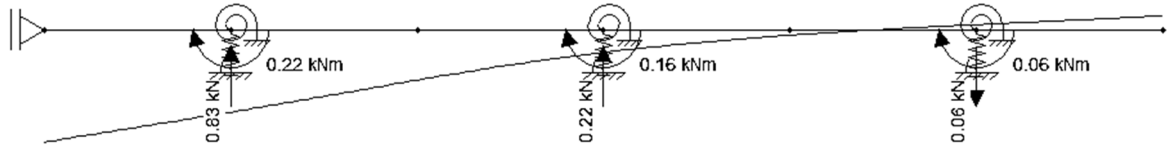


Figura 3.5 - Linha de influência para a força normal ao tabuleiro para a ponte de 3 longarinas

Ao observar a Figura 3.5 é possível perceber que o valor da reação de apoio para a viga 1 é de 0,83 kN. Isto significa que 83 % da carga aplicada na viga 1 é absorvida por ela.

O momento fletor total no centro da ponte será dado por:

$$M_{total} = \frac{P \times L}{4} \quad (3.1)$$

$$M_{total} = \frac{1 \times 30 \text{ m}}{4} = 7,5 \text{ kN} \times \text{m} \quad (3.2)$$

Logo o momento na viga 1 será dado por:

$$M_{v1} = 0,83 \times 7,5 = 6,2 \text{ kN} \times \text{m} \quad (3.3)$$

3.1.3 Modelo 2 da ponte de 3 longarinas

O modelo trata da ponte analisada resolvida por uma grelha. Foi resolvida a mesma ponte do artigo de Souza(2015), com o intuito de fazer uma comparação entre os métodos de resolução através dos resultados encontrados. O elemento do ANSYS usados para representar a ponte foi o Beam 189. Será calculado o valor do momento fletor máximo nas 3 longarinas, para o carregamento aplicado na longarina 1. Além de ser calculado o momento total máximo que será comparado com a dissertação de Souza(2015).A Figura 3.6 mostra o desenho do tabuleiro no software ANSYS. O espaçamento entre as vigas na direção longitudinal é de 0,5 m. As vigas na direção do eixo x foram modeladas usando a secção das longarinas mostradas

na Figura 3.7. A primeira e a última viga na direção do eixo y representam as transversinas de apoio e foi usada a secção apresentada na Figura 3.9. Já para as demais vigas na direção de y foram usadas a secção da Figura 3.8.

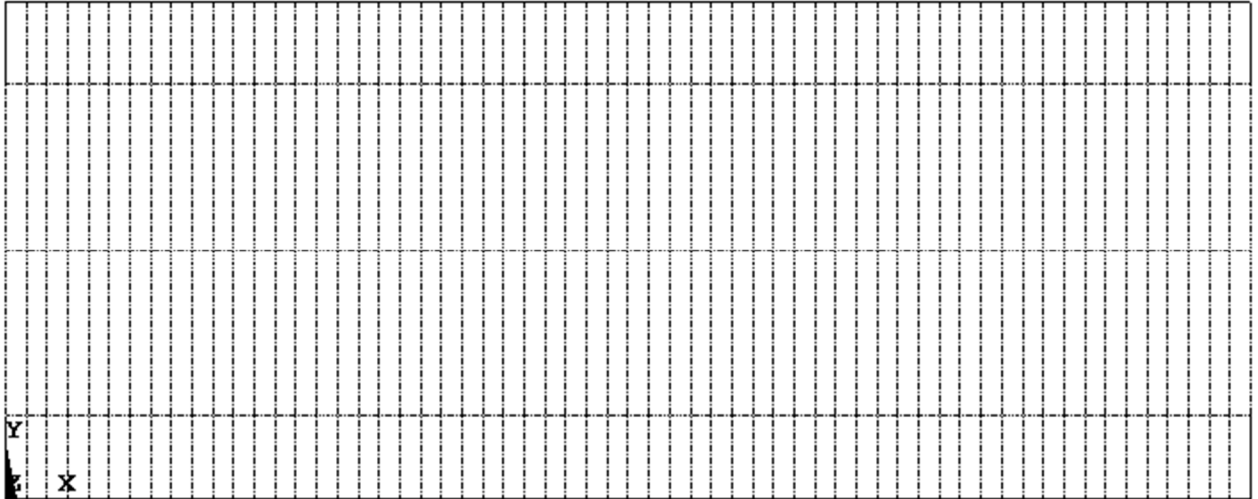


Figura 3.6 - Desenho da grelha no software ANSYS

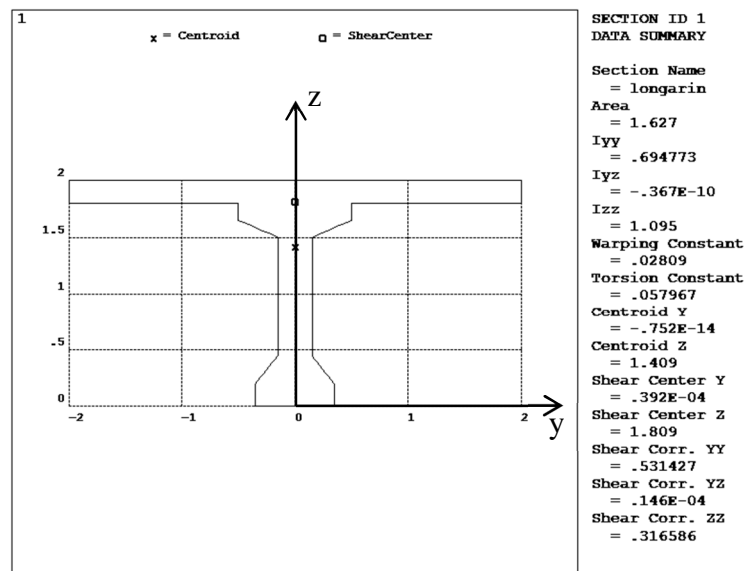


Figura 3.7 - Secção das longarinas 1, 2 e 3, sendo as unidades em kN e m

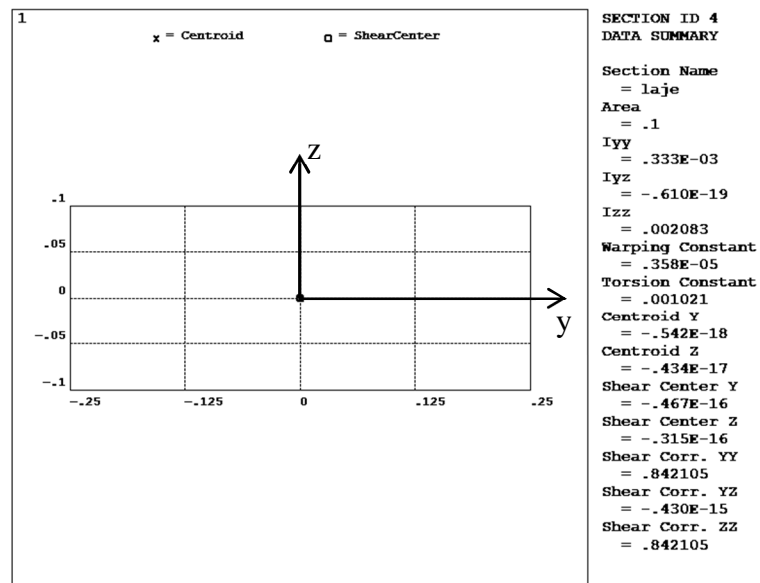


Figura 3.8 - Secção da laje, sendo as unidades em kN e m

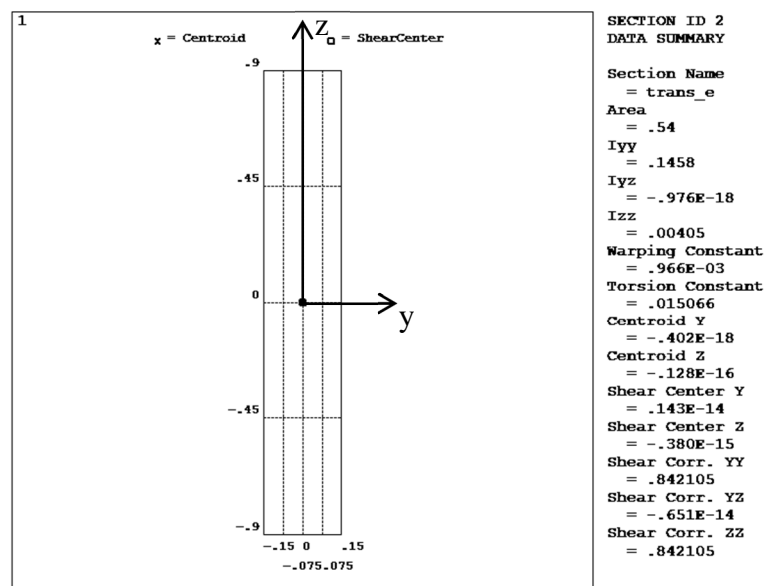


Figura 3.9 - Secção das transversinas de apoio, sendo as unidades em kN e m

Após ser definido o carregamento e as vinculações o modelo foi resolvido pelo software ANSYS e resultou nos valores de esforço máximo normal ao tabuleiro (N_i) e momento fletor máximo (M_i) para cada uma das três longarinas conforme mostrado na Tabela 3.5. A Tabela 3.5 mostra também o cálculo feito para achar o momento total, levando em conta a distância do centróide da laje até o centroide de cada longarina (e).

Tabela 3.5 - Tabela com os resultados obtidos com o carregamento na longarina 1

Viga	Ni(kN)	Mi(kN×m)	e(m)	Mtotal(kN×m)= Mi + Ni×e
1	0,91	-6,07	0,49	6,52
2	-0,62	-1,43	0,49	1,13
3	-0,29	0,02	0,49	-0,16
Momento Total				7,49

O cálculo feito para encontrar o momento total em cada uma das vigas é composto pelo momento M_i que é o momento total da viga pré-moldada na secção central mais o esforço normal na secção central multiplicado pela distância do centro da laje e do centro da viga pré-moldada, conforme mostrado na Figura 3.10. O ponto O e o ponto G mostrados na Figura 3.10 representam respectivamente o centróide da laje e o centróide da secção das longarinas, que neste modelo é composto pela secção da laje mais o perfil I.

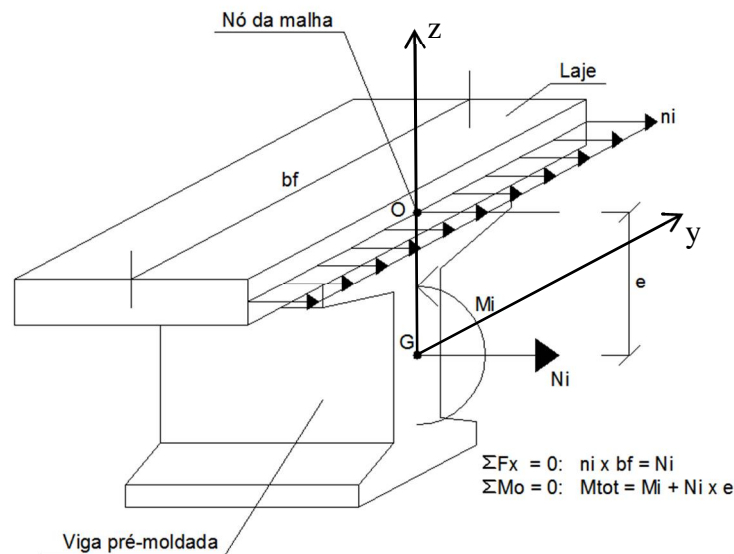


Figura 3.10 - Carregamento aplicado na secção

O momento total encontrado no artigo de Souza(2015) para a ponte analisada foi de 6,84 kN×m para a ponte desenvolvida no modelo de grelha com o MEF e usando o software GAP-GEL v1. O valor do momento total calculado usando o modelo 2 com o MEF e através do software ANSYS foi de 6,52 kN×m. Com isso, conclui-se que o modelo apresentado pela dissertação (SOUZA, 2015), que é de uma ponte em grelha resolvida pelo MEF através do software GAP-GEL v1, e o modelo 2, que é da mesma ponte desenvolvida pelo MEF usando o modelo de elementos lineares de grelha representando as longarinas e transversinas e

elementos de área representando a laje e resolvida pelo software ANSYS, apresentou uma diferença de 4,68 % no momento para a viga 1, sendo a dissertação de Souza(2015) usada como referência.

3.1.4 Modelo 3 da ponte de 3 longarinas

O modelo trata da ponte analisada resolvida por uma grelha que representa as longarinas e placas que formam a laje. Foi resolvida a mesma ponte da dissertação de Souza(2015), com o intuito de fazer uma comparação entre os métodos de resolução através dos resultados encontrados. O elemento do ANSYS usado para representar as longarinas e as transversinas de apoio foi o Beam 189, e o elemento usado para representar a laje foi o Shell 93. Será calculado o valor do momento fletor máximo nas 3 longarinas, para o carregamento aplicado na longarina 1. Além de ser calculado o momento total máximo que será comparado com a dissertação de Souza(2015).

A Figura 3.11 mostra a ponte como ficou modelada no software ANSYS, sendo as placas delimitadas pelas linhas mostradas na figura. As linhas paralelas ao eixo x serão atribuídas a secção das longarinas mostrada na Figura 3.12, e as na direção y , a primeira e a última serão atribuídas a secção da transversina de apoio mostrada na Figura 3.13. As placas, no software ANSYS não são compostas de secções, apenas se determina as espessuras da placa, no caso em questão, a placa possui espessura constante de 0,20 m sendo permitido informar apenas uma espessura.

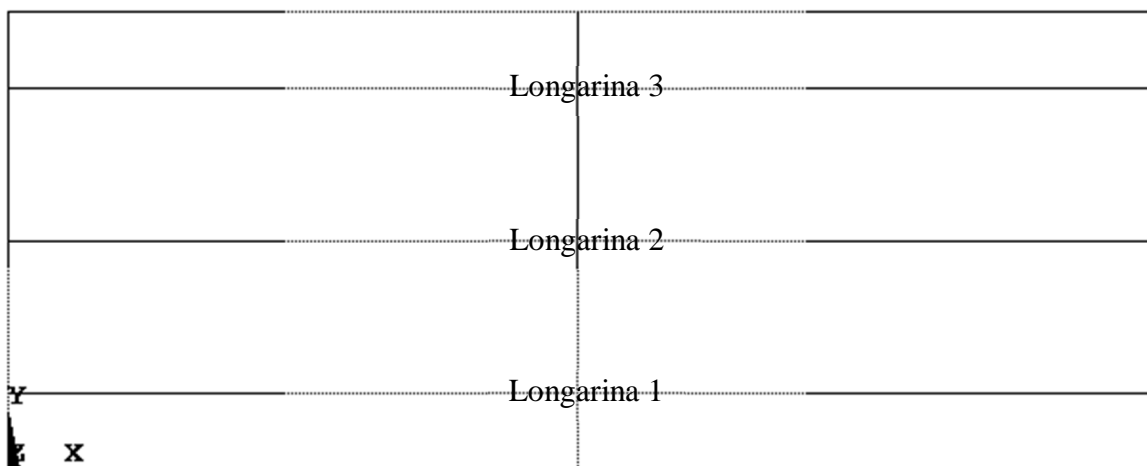


Figura 3.11 - Ponte modelada no ANSYS

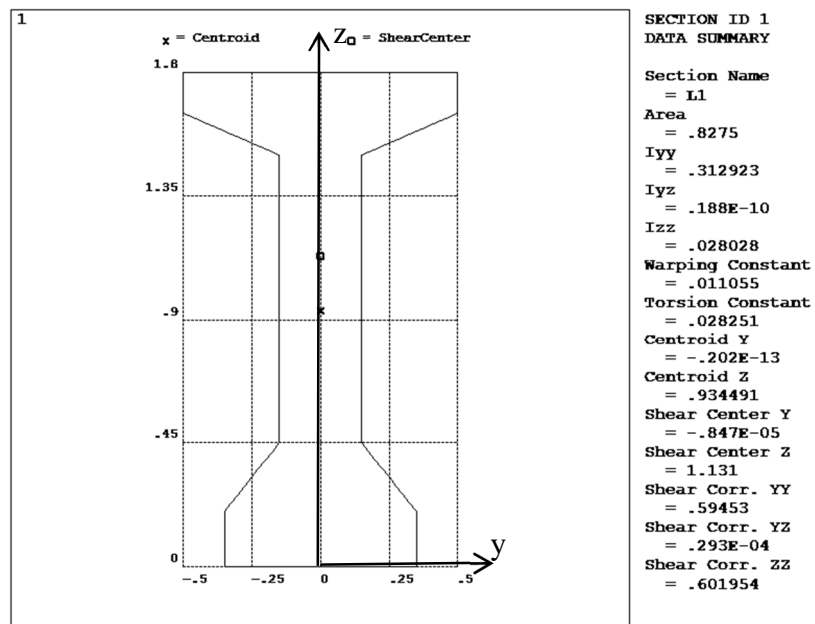


Figura 3.12 - Secção das longarinas, sem considerar a laje, sendo as unidades em kN e m

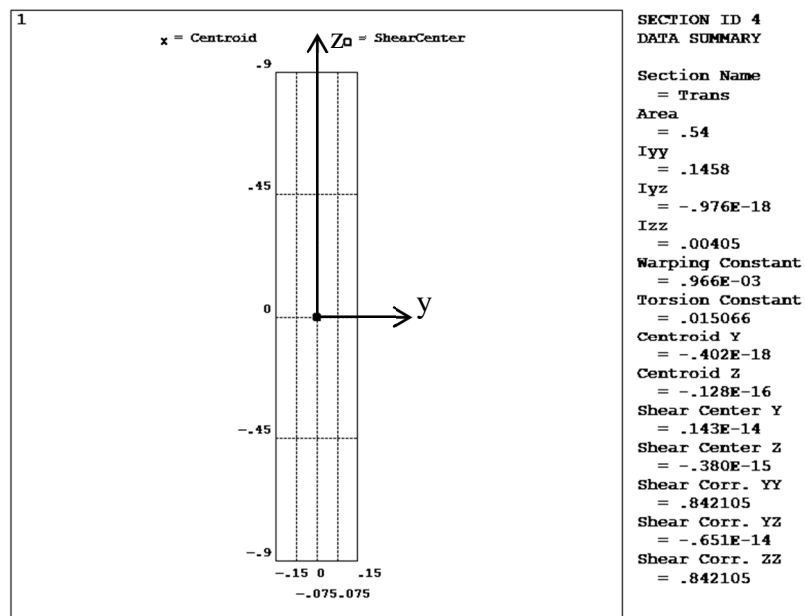


Figura 3.13 - Secção das transversinas de apoio, sendo as unidades em kN e m

Após ser definido o carregamento e as vinculações, conforme mostrado anteriormente, o modelo foi resolvido pelo software ANSYS e resultou nos valores de esforço normal máximo (N_i) e momento fletor máximo (M_i) para cada uma das três longarinas conforme mostrado na Tabela 3.6. A Tabela 3.6 mostra também o cálculo feito para achar o momento total, levando em conta a distância do centroide da laje até o centroide de cada longarina (e).

Tabela 3.6 - Tabela com os resultados obtidos com o carregamento na longarina 1

Viga	Ni(kN)	Mi(kN×m)	e(m)	Mtotal(kN×m)= Mi + Ni*e
1	3,46	-2,89	0,97	6,23
2	0,55	-0,68	0,97	1,22
3	0,13	0,04	0,97	0,08
Momento Total				7,54

O momento total encontrado no artigo de Souza(2015) para a ponte analisada foi de 6,84 kN×m para a ponte desenvolvida no modelo de grelha com o MEF e usando o software GAP-GEL v1. O valor do momento total calculado usando o modelo 3 com o MEF e através do software ANSYS foi de 6,23 kN×m. Com isso, conclui-se que o modelo apresentado por Souza(2015), que é de uma ponte em grelha resolvida pelo MEF através do software GAP-GEL v1, e o modelo 3, que é da mesma ponte desenvolvida pelo MEF usando o modelo de elementos lineares de grelha representando as longarinas e transversinas e elementos de área representando a laje e resolvida pelo software ANSYS, apresentou uma diferença de 8,92 % no momento para a viga 1, sendo a dissertação de Souza(2015) a referência.

3.1.5 Modelo 4 da ponte de 3 longarinas

O modelo se trata da ponte analisada como um elemento sólido em 3D do perfil da ponte e mais duas transversinas de apoio. Foi resolvida a mesma ponte da dissertação (SOUZA, 2015), com o intuito de fazer uma comparação entre os métodos de resolução através dos resultados encontrados. O elemento do ANSYS usado para representar as transversinas de apoio foi o Shell 93, e o elemento usado para representar o restante da ponte foi o Solid 95, que se trata de um elemento quadrático. Será calculado o valor do momento fletor máximo nas 3 longarinas, para o carregamento aplicado na longarina 1. Além de ser calculado o momento total máximo que será comparado com a dissertação (SOUZA, 2015).

A Figura 3.14 mostra a secção completa da ponte que foi modelada usando o software ANSYS.

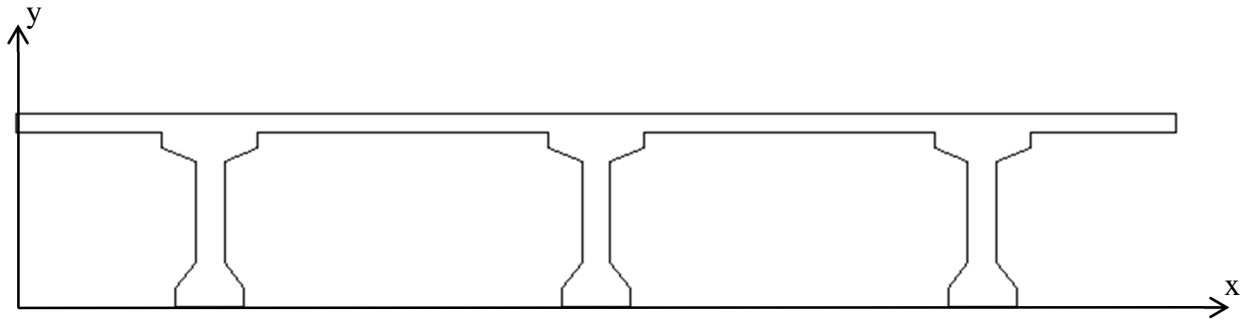


Figura 3.14 - Secção transversal da ponte

A Figura 3.15 mostra a ponte como ficou modelada no software ANSYS.

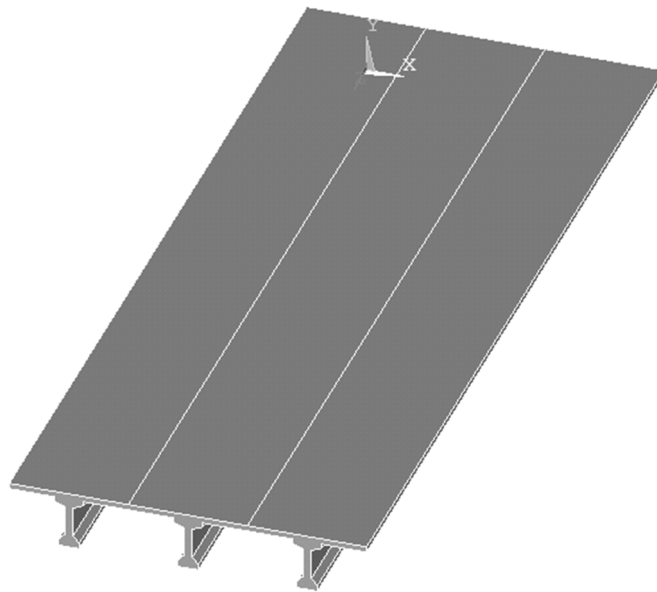


Figura 3.15 - Modelagem da ponte no software ANSYS

A alternativa utilizada para o cálculo do momento fletor foi uma simplificação da integral como mostrada na Figura 3.16. Foi extraído do ANSYS o valor da tensão máxima que é a localizada no centro da base da secção.

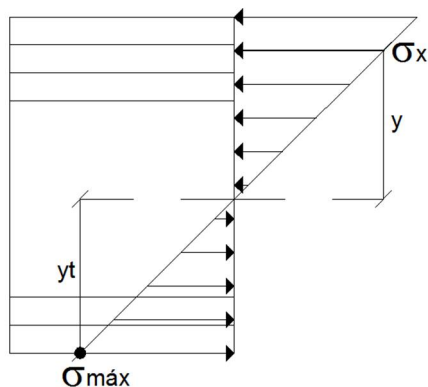


Figura 3.16 - Secção de uma viga e suas tensões

A tensão normal em uma fibra situada a uma distância y do centroide será dada por:

$$\sigma_x = -\frac{\sigma_{max} - y}{y_t} \quad (3.4)$$

O momento fletor resultante na seção ser dado pela integral:

$$M = -\int_A \sigma_x \times y \times dA. \quad (3.5)$$

Substituindo a Eq. (3.4) na Eq. (3.5), resulta:

$$M = -\int_A -\frac{\sigma_{max}}{y_t} \times y^2 \times dA. \quad (3.6)$$

Como σ_{max} e y_t são constantes para uma dada seção, podem ser retirados de dentro do sinal de integração, donde resulta:

$$M = \frac{\sigma_{max}}{y_t} \times \int_A y^2 \times dA. \quad (3.7)$$

O termo da Eq. (3.7) é igual ao momento de inércia centroidal da seção transversal da viga mais laje, portanto:

$$M = \frac{\sigma_{max}}{y_t} \times I_G \quad (3.8)$$

Lembrando que a razão I_G/y_t é igual ao módulo de resistência à flexão da seção transversal, a Eq. (3.8) pode ser reescrita como:

$$M = \sigma_{max} \times W \quad (3.9)$$

onde:

- M é o momento fletor;
- σ_x é a tensão na secção dA ;
- y é a distância da base da secção ao centroide;

- A a área da secção dA ;
- $\sigma_{m\acute{a}x}$ é a tensão máximo na borda inferior; e
- W é o módulo de resistência à flexão da seção transversal, definido pela Eq. (3.10).

$$W = \frac{I}{y_t} \quad (3.10)$$

onde:

- W é o módulo de resistência relativo;
- I é o momento de inércia da seção da ponte, considerando apenas a área da longarina;
- y_t é a distância do centroide da seção composta viga + laje até o bordo mais tracionado.

Esta simplificação foi utilizada na publicação técnica de Braga(2002), e obteve excelentes resultados. Ao utilizar a Eq. (3.5) para as tensões na borda superior conduziria a resultados muito discrepantes, pelo fato de não valer o princípio de conservação das seções planas, ao longo de toda a largura da viga composta. Onde há lajes incorporadas, o gradiente de deformações e de tensões ao longo da espessura pode ser de sinal contrário ao existente na viga propriamente dita, além disso, as tensões podem conter efeitos locais. Já utilizando as tensões da borda inferior, a simplificação da integral apresentada na Eq. (3.5) apresenta valores aceitáveis, desde que mantendo a seção razoavelmente plana após a rotação e não havendo diferença significativa entre as tensões nos diferentes nós e sua média. Contudo a variação das tensões na borda superior não é motivo de preocupação, uma vez que nesse tipo de tabuleiro, as tensões na borda superior das vigas compostas ficam sempre muito abaixo dos valores limites.

Tabela 3.7 - Tabela com os resultados obtidos para a longarina 1 com o carregamento na mesma

Viga	Tensão (kPa)	$W(m^3) = I(m^4)/y(m)$	M (kNm)
1	12,321	0,4931	6,08
2	3,048	0,4931	1,50
3	-0,005666	0,4931	-0,000279
Momento Total			7,58

O momento total encontrado no artigo de Souza(2015) para a ponte analisada foi de 6,84 kN×m para a ponte desenvolvida no modelo de grelha com o MEF e usando o software GAP-GEL v1. O valor do momento total calculado usando o modelo 4 com o MEF e através do software ANSYS foi de 6,08 kN×m. Com isso, conclui-se que o modelo apresentado por Souza(2015), que é de uma ponte em grelha resolvida pelo MEF através do software GAP-GEL v1, e o modelo 4, que é da mesma ponte desenvolvida pelo MEF usando o modelo em 3D e resolvida pelo software ANSYS, apresentou uma diferença de 11,11 % no momento na viga 1, ao comparada com os resultados de Souza(2015). No entanto, o modelo 3D é um modelo mais próximo da realidade que um modelo de grelha como o usado por Souza(2015).

3.1.6 Quadro comparativo e gráficos da ponte de 3 longarinas

A Tabela 3.8 mostra o quadro comparativo entre os resultados dos modelos apresentados até o presente momento.

Tabela 3.8 - Quadro comparativo entre os resultados para a ponte de 3 longarinas

Modelos	Momentos Viga 01 (kN×m)	Erro (%)
Grelha (SOUZA, 2015)	6,84	-
Modelo 1 - Fauchart	6,20	-
Modelo 2 - Grelha	6,52	4,68
Modelo 3 - Placa + Grelha	6,23	8,92
Modelo 4 - 3D	6,08	11,11

Conforme mostrado na Figura 3.30, o modelo de grelha usado na dissertação de Souza(2015) é um modelo simplificado que usa elementos de barra para representar uma estrutura 3D. O modelo 2 de grelha usado nesta dissertação apresenta uma diferença de apenas 4,68 % em relação ao modelo de grelha da dissertação de Souza(2015). O modelo 3 de placa + grelha é mais sofisticado em relação ao modelo de grelha da dissertação de Souza(2015). Por isso a diferença é maior. Já o modelo 4 em 3D é a melhor representação da realidade, por isso a diferença é maior em relação ao modelo simplificado da dissertação Souza(2015).

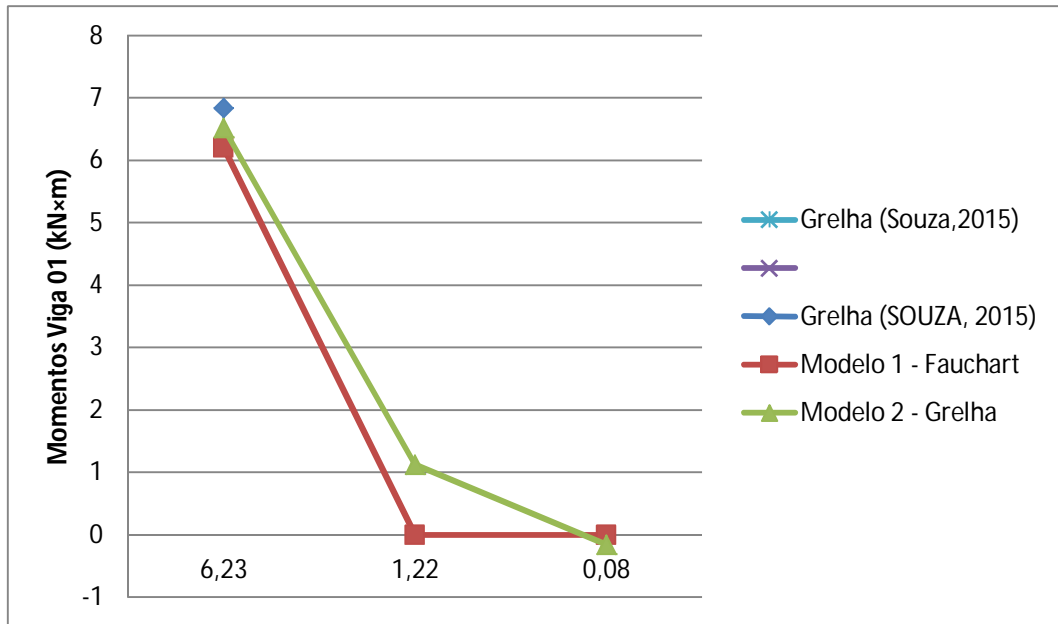


Figura 3.17 - Gráfico comparativo entre os resultados para a ponte de 3 longarinas

3.2 Análise de uma ponte de 7 longarinas

A ponte que foi analisada trata-se de uma ponte em viga, com 35 m de vão. Ela apresenta 7 longarinas de perfil I, espaçadas igualmente a cada 250 cm, conforme Figura 3.18. As longarinas em perfil I são iguais à mostrada na Figura 3.19 (TRENTINI; MARTINS, 2015).



Figura 3.18 - Corte transversal e longitudinal da ponte de exemplo, dimensões em m (TRENTINI; MARTINS, 2015)

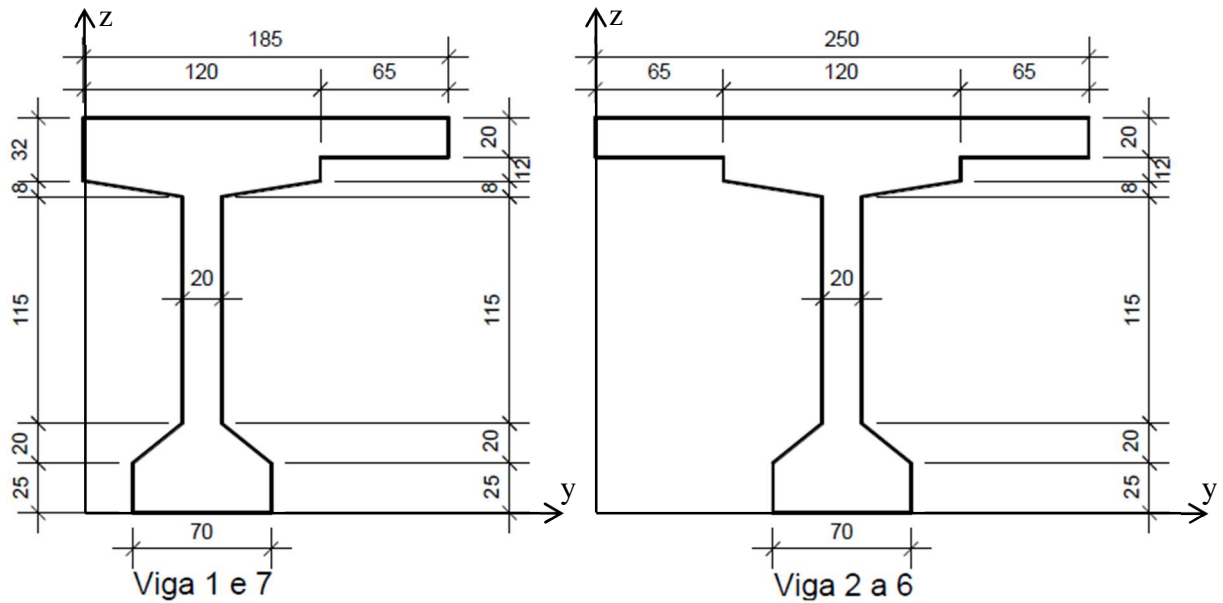


Figura 3.19 - Perfil I das longarinas considerando o tabuleiro, dimensões em cm (TRENTINI; MARTINS, 2015)

Para que pudesse ser feita essa comparação, foram usados os valores da resistência característica do concreto a compressão (f_{ck}), módulo secante de deformação longitudinal do concreto (E_{cs}) e coeficiente de Poisson (ν) iguais ao do artigo do Trentini, et. al.(2015), conforme mostrados na Tabela 3.9.

Tabela 3.9 - Valores usados para calcular a ponte no software FTOOL

f_{ck}	35 MPa
E_{cs}	33792650 kN/m ²
ν	0,25

A Figura 3.20 mostra o posicionamento do carregamento usado de acordo com norma (NBR 7188, 2013) em viga. De acordo com a norma a carga distribuída não ocupa a região determinada para estar o veículo tipo, com isso foi feita uma simplificação e a carga distribuída de 5 kN/m foi aplicada em todo o tabuleiro da ponte. Para que se mantenha a magnitude do carregamento será subtraído da carga concentrada o valor excedente da carga distribuída aplicada. De acordo com a norma, o veículo tipo ocupa 18 m², e ao multiplicar essa área pela carga distribuída de 5 kN/m resulta numa magnitude de 90 kN, que ao ser dividida por 6 rodas do veículo tipo, chega-se ao valor de 15 kN que é o valor a ser subtraído de cada carga concentrada. A carga concentrada determinada pela norma é de 75 kN, subtraindo os 15 kN excedentes da carga distribuída resulta numa carga concentrada de 60kN conforme mostrado na Figura 3.21.

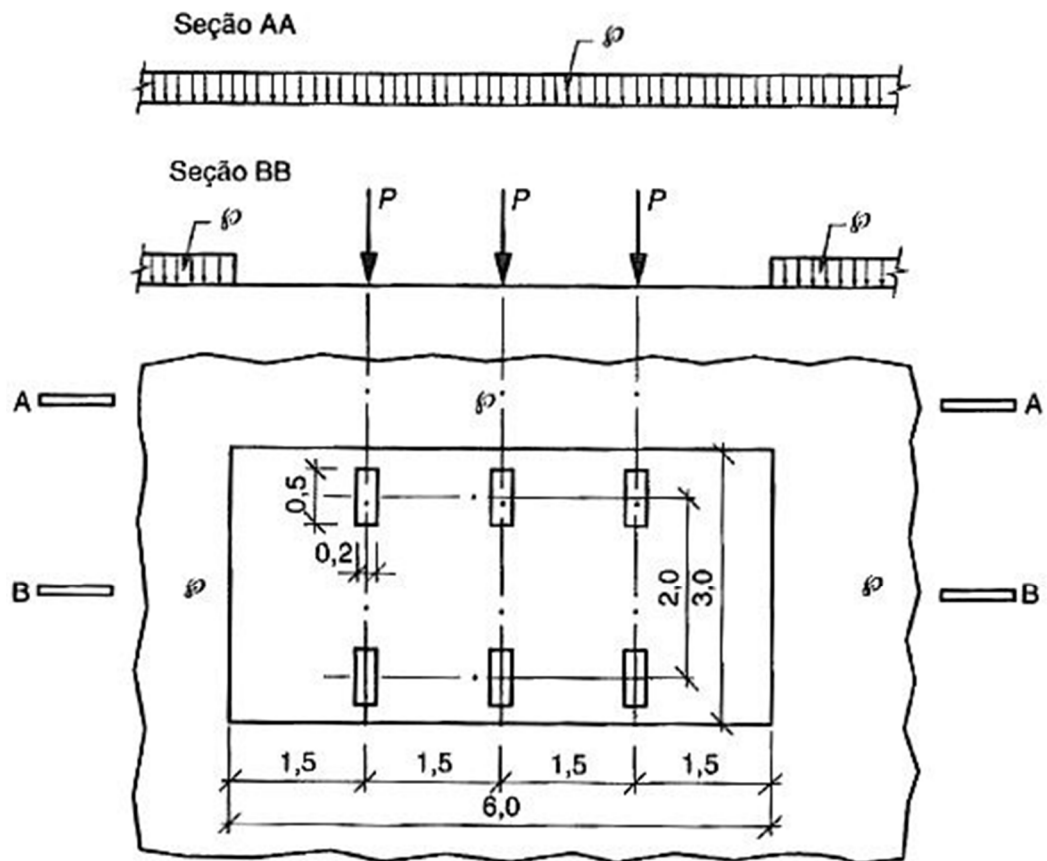


Figura 3.20 - Distribuição de cargas estáticas (NBR 7188, 2013)

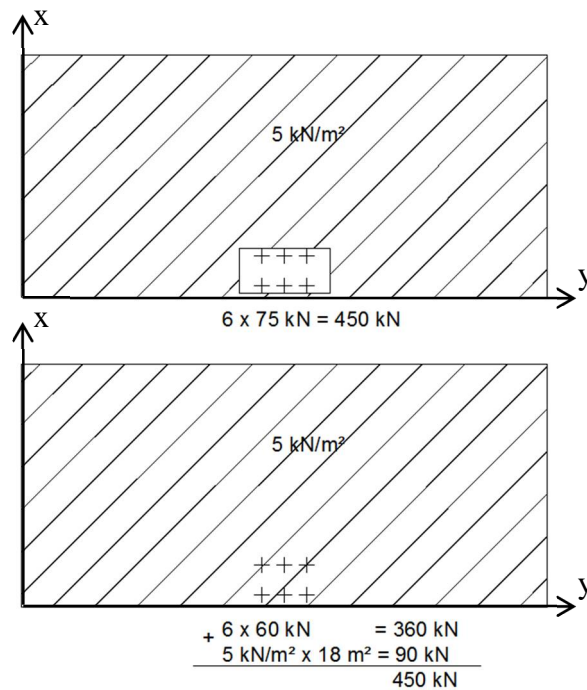


Figura 3.21 - Cálculo do carregamento do tabuleiro da ponte

A Figura 3.22 mostra o carregamento e as vinculações que foram aplicadas nas extremidades inferiores das longarinas dos modelos.

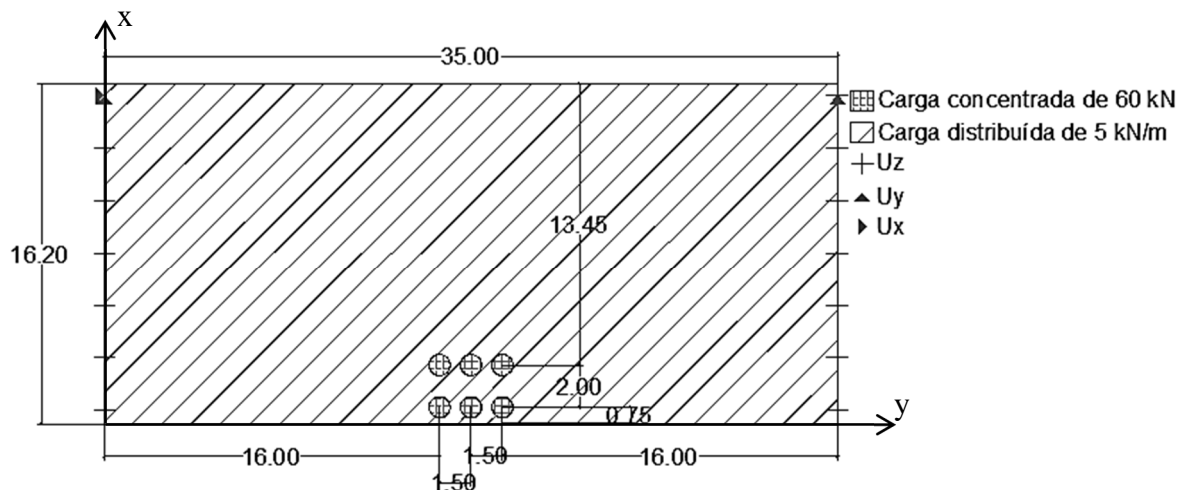


Figura 3.22 - Modelo do Carregamento e vinculações, sendo as medidas em metros

O artigo do Trentini et. al.(2015), apresenta dois resultados para a mesma ponte analisada, um deles feito pelo método de Fauchart e o outro pelo MEF, usando um modelo 3D. Deve-se salientar ainda que o modelo 3D do artigo (TRENTINI; MARTINS, 2015), que é modelado com elementos 3D lineares, é menos preciso que o modelo 4 que é um modelo 3D modelado com elementos quadráticos.

3.2.1 Modelo 1 da ponte de 7 longarinas

O modelo consiste da ponte analisada resolvida pelo método de Fauchart. Foi resolvida a mesma estrutura do artigo de Trentini et.al.(2015), com o intuito de fazer uma comparação entre os métodos de resolução através dos resultados encontrados. Será apenas calculado o valor do momento fletor máximo na viga 1, devido ao carregamento aplicado na mesma, pois esse é o valor obtido no artigo.

A Tabela 3.10 mostra os valores de momento de inércia (I), constante da mola transversal (K_t), constante da mola vertical (K_f) e constante de torção (J), extraídos do artigo, para as vigas 1 e 7 da ponte a ser analisada, conforme mostradas anteriormente.

Tabela 3.10 - Valores usados para as vigas 1 e 7

I	0,537 m ⁴
K_f	1.177,72 kN/m
K_t	1.089,05 kN/m
J	0,0100 m ⁴

A Tabela 3.11 mostra os valores de momento de inércia (I), constante da mola transversal (K_t), constante da mola vertical (K_f) e constante de torção (J), extraídos do artigo, para as vigas 2 até a viga 6 da ponte a ser analisada, conforme mostradas anteriormente.

Tabela 3.11 - Valores usados para as vigas 2 à 6

I	$0,586 \text{ m}^4$
K_f	$1.285,21 \text{ kN/m}$
K_t	$1.277,81 \text{ kN/m}$
J	$0,0117 \text{ m}^4$

A Figura 3.23 mostra a viga que representa a ponte a ser analisada, com as vinculações de mola no lugar das longarinas e suas respectivas constantes. O carregamento aplicado é uma força normal de valor igual à rigidez axial da mola (K_f) da longarina 1. Com esse carregamento será gerada a linha de influência das reações verticais para a longarina 1.

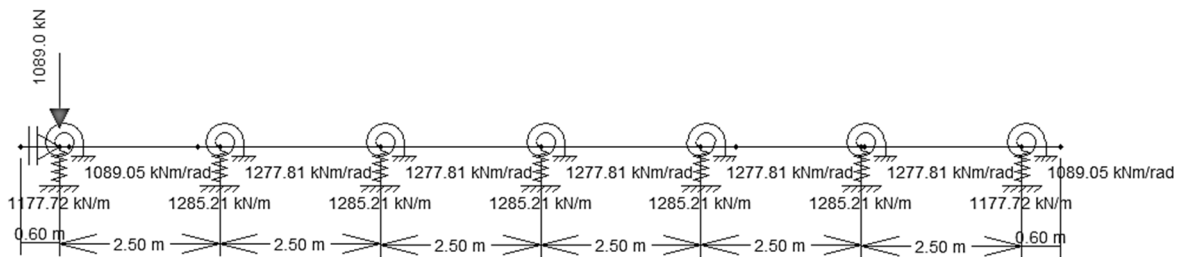


Figura 3.23 - Viga que representa a ponte com a força normal de carregamento

A Figura 3.24 mostra os segmentos da viga que possuem as secções descritas na Tabela 3.12. Essas secções são mais largas que as demais, pois corresponde a secção da laje composta com a mesa da viga.

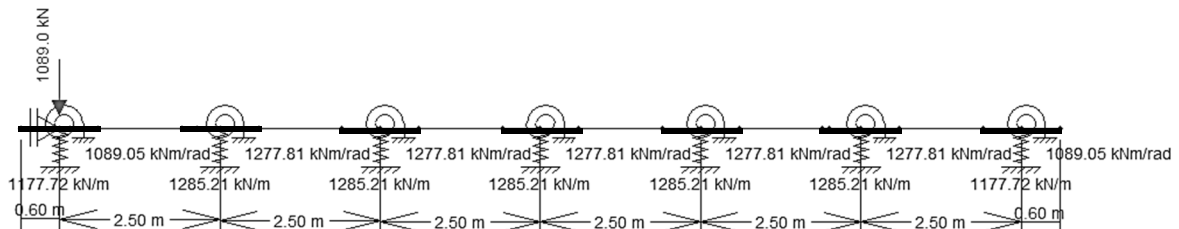


Figura 3.24 - Viga com os trechos destacados de seção com altura de 32 cm

Tabela 3.12 - Base e altura da seção que contém a longarina

h	$0,32 \text{ m}$
b	$1,00 \text{ m}$

A Figura 3.25 mostra os segmentos da viga que possuem as secções descritas na Tabela 3.13. Essas secções são mais estreitas que as demais, pois corresponde apenas a secção da laje.

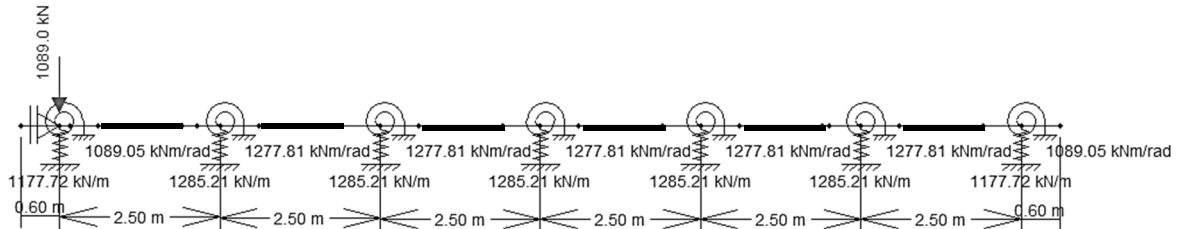


Figura 3.25 - Viga com os trechos destacados de secção com altura de 20 cm

Tabela 3.13 - Base e altura da seção que não contém a longarina

h	0,20 m
b	1,00 m

Com o auxílio do software FTOOL, foi possível rodar as vigas mostradas na Figura 3.25, gerando as linhas de influência das reações verticais para a longarina 1, mostrada na Figura 3.26.

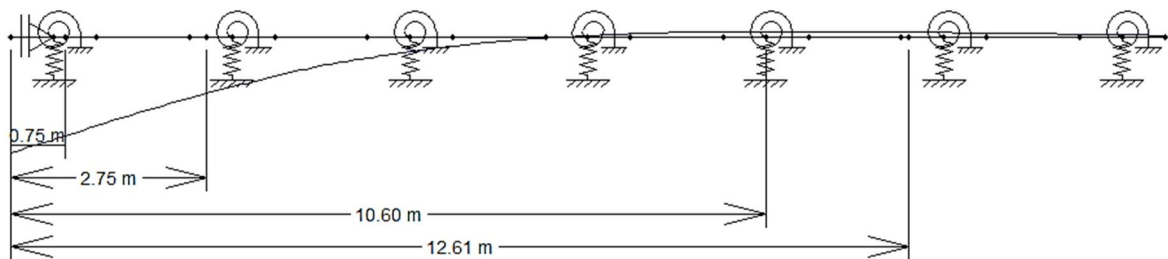


Figura 3.26 - Linha de influência para a reação vertical na viga 1

Através da linha de influência da Figura 3.26 são coletadas as deflexões nas seguintes distâncias 0,75 m, 2,75 m, 10,607 m e 12,607 m. As duas primeiras distâncias correspondem ao posicionamento das cargas concentradas de 60 kN do trem tipo, quando a linha de influência é positiva. Já a terceira e a quarta distâncias correspondem ao ponto onde as cargas concentradas de 60 kN do trem tipo são posicionadas contemplando os maiores valores de deflexão negativa. Os valores dessas deflexões são apresentados na Tabela 3.14. As áreas apresentadas na Tabela 3.14 são calculadas por uma aproximação da área entre o eixo e as linhas de influências.

Tabela 3.14 - Valores das deflexões para o carregamento de uma força normal

$d_{0,75}$	0,5764 m
$d_{2,75}$	0,3293 m
$d_{10,607}$	0,031752 m
$d_{12,607}$	0,028686 m
A.	0,194578696 m ²
A ₊	2,023959592 m ²

Com o valor das deflexões é possível calcular o trem tipo positivo para a carga vertical, conforme mostrados abaixo:

$$P_+ = 60 \times (0,5764 + 0,3293)$$

$$P_+ = 54,3 \text{ kN}$$

$$q_+ = 5 \times 2,024$$

$$q_+ = 10,12 \text{ kN/m}$$

A Figura 3.27 mostra o trem tipo positivo calculado anteriormente, aplicado sobre a viga que representa a ponte.

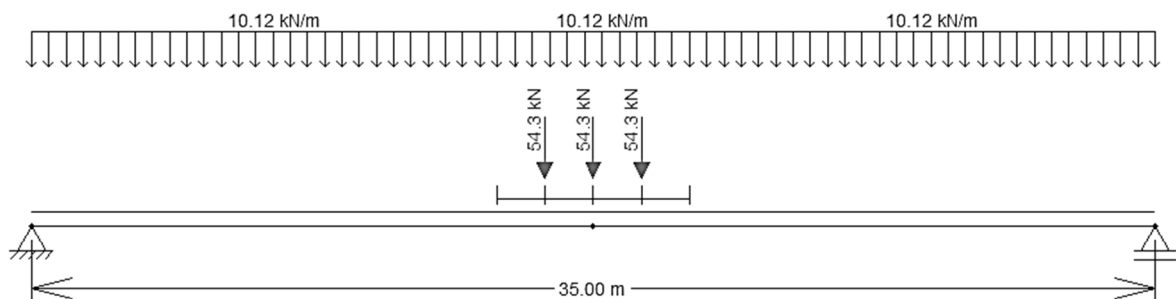


Figura 3.27 - Trem-tipo aplicada na longarina da ponte

Para os valores de deflexão negativo também é calculado o trem tipo negativo para a carga vertical, conforme mostrados abaixo:

$$P_- = 60 \times (0,031752 + 0,028686)$$

$$P_- = 3,6 \text{ kN}$$

$$q_- = 5 \times 0,1946$$

$$q_- = 0,97 \text{ kN/m}$$

A Figura 3.28 mostra o trem tipo negativo calculado anteriormente, aplicado sobre a viga que representa a ponte.

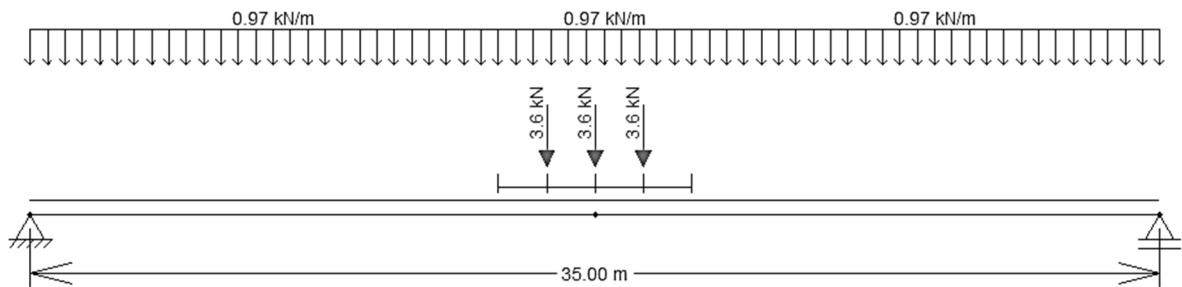


Figura 3.28- Trem-tipo aplicada na longarina da ponte

O resultado da união dos dois trens tipos, o positivo e o negativo, será a envoltória do momento fletor mostrada na Figura 3.29.

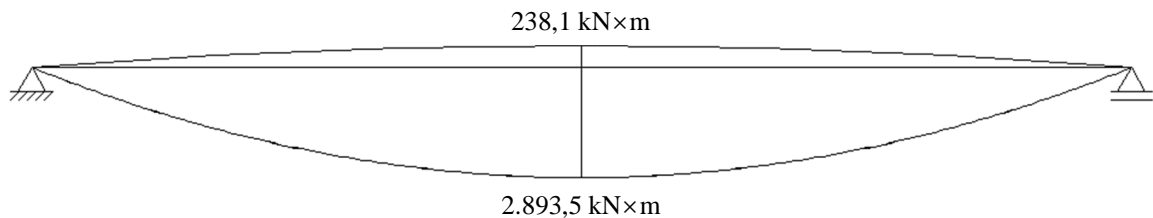


Figura 3.29 - Envoltória do momento fletor

O momento total na viga 1 encontrado no artigo de Trentini et. al.(2015) para a ponte analisada foi de 2.856,37 kN×m para a ponte desenvolvida pelo método de Fauchart usando o software SAP 2000. O valor do momento total na viga 1 calculado usando o método de Fauchart e através do software FTOOL foi de 2.893,5 kN×m. Com isso, conclui-se que para o modelo de Fauchart, é possível observar que embora usando softwares diferente, os valores para o momento na viga 1 ficam próximos, apresentando uma diferença de 1,3%, tomando o valor do artigo de Trentini et. al.(2015) como referência.

3.2.2 Modelo 2 da ponte de 7 longarinas

O modelo se trata da ponte analisada resolvida por uma grelha. Foi resolvida a mesma ponte do artigo de Trentini et. al.(2015), com o intuito de fazer uma comparação entre os métodos de resolução através dos resultados encontrados. O elemento do ANSYS usados para representar a ponte foi o Beam 189. Será calculado o valor do momento fletor máximo para todas as 7 longarinas, para o carregamento aplicado na viga 1, juntamente com o momento fletor total.

A Figura 3.30 mostra o desenho do tabuleiro no software ANSYS. O espaçamento entre as vigas na direção longitudinal é de 0,5 m. As vigas na direção do eixo x foram modeladas usando a secção das longarinas mostradas nas Figura 3.31, Figura 3.32 e Figura 3.33, e as na direção y , a primeira e a última serão atribuídas a secção da transversina de apoio mostrada na Figura 3.35. Já para as demais vigas na direção de y foram usadas a secção da Figura 3.34.

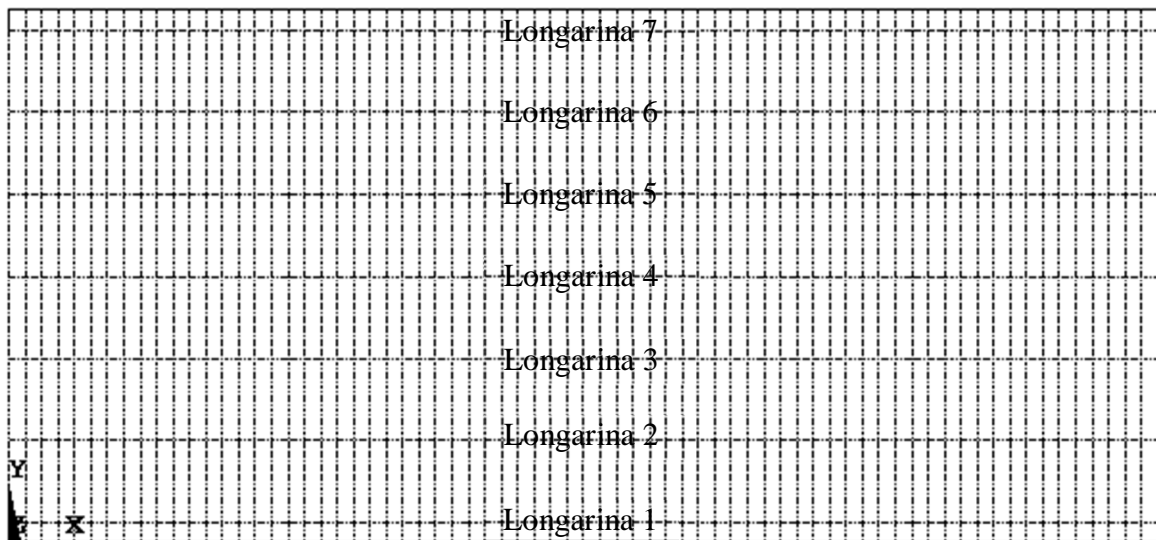


Figura 3.30 - Desenho da grelha no software ANSYS

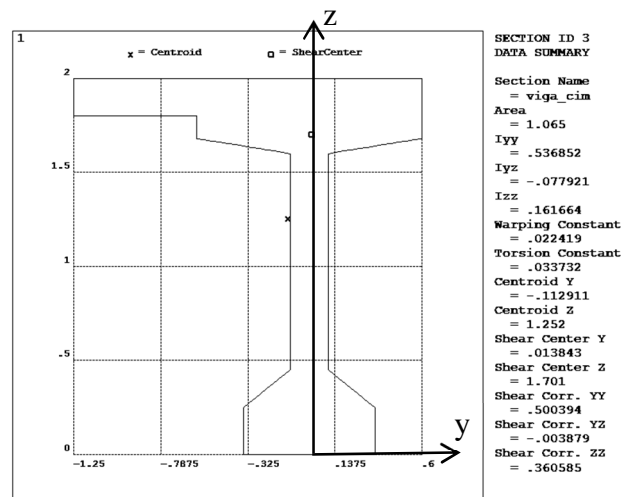


Figura 3.31 - Secção da longarina 7, sendo as unidades em kN e m

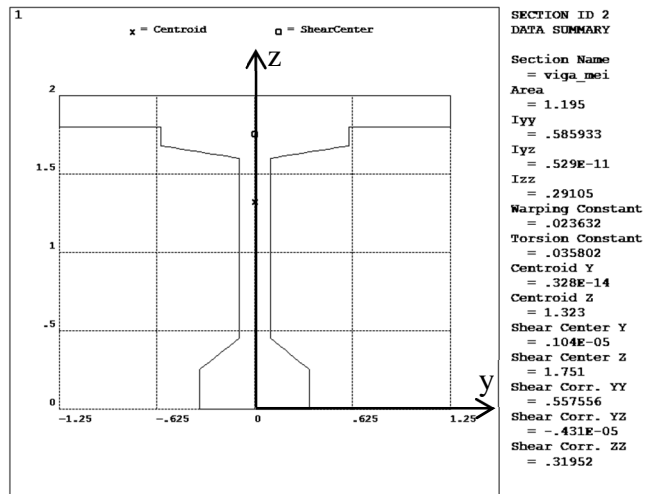


Figura 3.32 - Secção das longarinas 2 à 6, sendo as unidades em kN e m

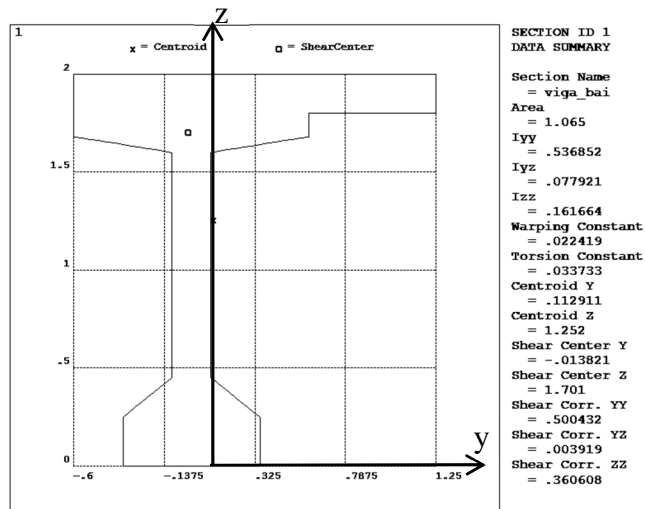


Figura 3.33 - Secção da longarina 1, sendo as unidades em kN e m

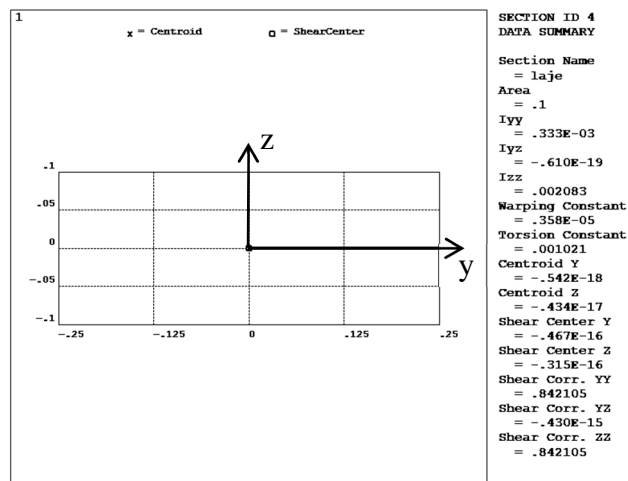


Figura 3.34 - Secção da laje, sendo as unidades em kN e m

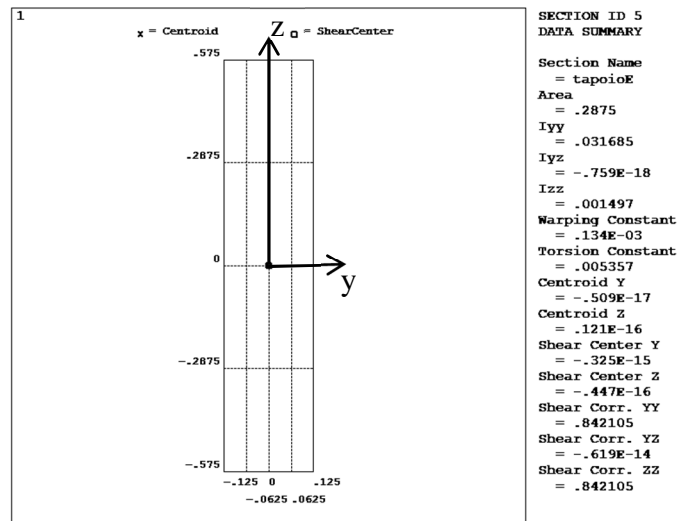


Figura 3.35 - Secção das transversinas de apoio, sendo as unidades em kN e m

Após ser definido o carregamento e as vinculações o modelo foi resolvido pelo software ANSYS e resultou nos valores de esforço normal máximo (N_i) e momento fletor máximo (M_i) para cada uma das sete longarinas conforme mostrado na Tabela 3.15. A Tabela 3.15 mostra também o cálculo feito para achar o momento total, levando em conta a distância do centroide da laje até o centroide de cada longarina (e).

Tabela 3.15 - Tabela com os resultados obtidos com o carregamento na longarina 1

Viga	N_i (kN)	M_i (kN×m)	e (m)	M_{total} (kN×m) = $M_i + N_i \times e$
1	59,36	-2884,60	0,65	2923,07
2	-17,58	-2875,70	0,58	2865,56
3	-29,11	-2305,80	0,58	2289,00
4	-29,12	-2014,20	0,58	1997,40
5	-17,16	-1868,60	0,58	1858,70
6	-30,37	-1766,30	0,58	1748,78
7	64,02	-1516,70	0,65	1558,18
Momento Total				15240,69

O momento total na viga 1 encontrado no artigo de Trentini et. al.(2015) para a ponte analisada foi de 2.705,48 kN×m para a ponte desenvolvida no modelo 3D com o MEF e usando o software SAP 2000. O valor do momento total calculado usando o modelo 2 com o MEF e através do software ANSYS foi de 2.923,07 kN×m. Com isso, conclui-se que embora o artigo Trentini et. al.(2015) apresente uma resolução usando o MEF, em um sólido em 3D, pelo software SAP 2000, e o modelo 2 seja de uma composição de elementos lineares usando

o mesmo método, mas pelo software ANSYS, a diferença para o momento na longarina 1 foi de 8,04%, tomando o valor do artigo de Trentini et. al.(2015) como referência.

3.2.3 Modelo 3 da ponte de 7 longarinas

O modelo se trata da ponte analisada resolvida por uma grelha que representam as longarinas e placas que representam a laje. Foi resolvida a mesma ponte do artigo (TRENTINI; MARTINS, 2015), com o intuito de fazer uma comparação entre os métodos de resolução através dos resultados encontrados. O elemento do ANSYS usado para representar as longarinas e as transversinas de apoio foi o Beam 189, e o elemento usado para representar a laje foi o Shell 93. Será calculado o valor do momento fletor máximo para todas as 7 longarinas, para o carregamento do veículo aplicado na borda da ponte.

A Figura 3.36 mostra a ponte como ficou modelada no software ANSYS, sendo as placas delimitadas pelas linhas mostradas na figura. As linhas paralelas ao eixo y serão atribuídas a secção das longarinas mostrada na Figura 3.37, e as na direção x, a primeira e a última serão atribuídas a secção da transversina de apoio mostrada na Figura 3.38. As placas, no software ANSYS não são compostas de secções, apenas se determina as espessuras da placa, no caso em questão, a placa possui espessura constante de 0,20 m sendo permitido informar apenas uma espessura.

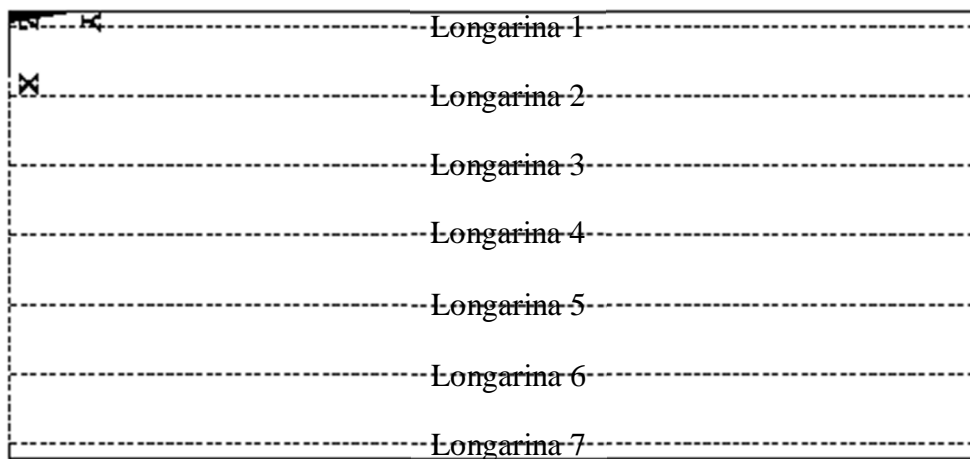


Figura 3.36 - Ponte modelada no ANSYS

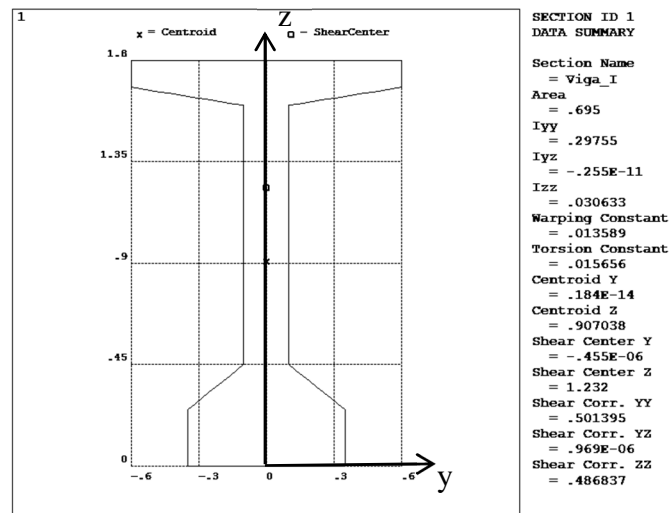


Figura 3.37 - Secção das longarinas, sem considerar a laje, sendo as unidades em kN e m

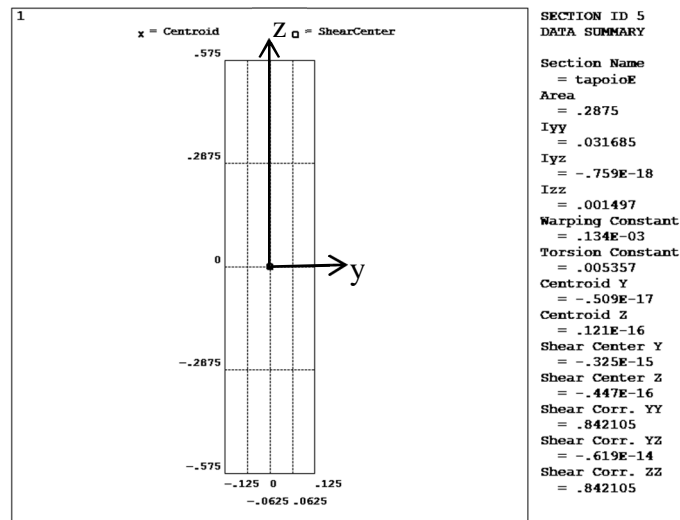


Figura 3.38 - Secção das transversinas de apoio, sendo as unidades em kN e m

Após ser definido o carregamento e as vinculações o modelo foi resolvido pelo software ANSYS e resultou nos valores de esforço normal máximo (N_i) e momento fletor máximo (M_i) para cada uma das sete longarinas conforme mostrado na Tabela 3.16. A Tabela 3.16 mostra também o cálculo feito para achar o momento total, levando em conta a distância do centroide da laje até o centroide de cada longarina (e).

Tabela 3.16 - Tabela com os resultados obtidos com o carregamento na longarina 1

Viga	NI (kN)	MI (kN×m)	e (m)	Mtotal (kN×m)= Mi + Ni×e
1	1435,10	-1591,10	0,99	3016,10
2	1368,70	-1462,50	0,99	2821,57
3	1074,20	-1207,40	0,99	2274,04
4	953,40	-1072,10	0,99	2018,79
5	908,60	-983,60	0,99	1885,81
6	860,58	-895,66	0,99	1750,18
7	770,25	-784,11	0,99	1548,94
Momento Total				15315,42

O momento total na viga 1 encontrado no artigo de Trentini et. al.(2015) para a ponte analisada foi de 2.705,48 kN×m para a ponte desenvolvida no modelo 3D com o MEF e usando o software SAP 2000. O valor do momento total calculado usando o modelo 3 com o MEF e através do software ANSYS foi de 3.016,10 kN×m. Com isso, conclui-se que em comparação com o artigo Trentini et. al.(2015), que utiliza um modelo em 3D resolvido pelo MEF e com o software SAP 2000, e o modelo 3, que utiliza um conjunto de elementos lineares que compõe as longarinas e a elementos de área que compõe as lajes através do software ANSYS, a diferença no momento para a viga 1 foi de 11,48 %, tomando o valor do artigo de Trentini et. al.(2015) como referência.

3.2.4 Modelo 4 da ponte de 7 longarinas

Aqui a ponte analisada foi resolvida como um elemento sólido em 3D do perfil da ponte e mais duas transversinas de apoio. Foi resolvida a mesma ponte do artigo Trentini et. al.(2015), com o intuito de fazer uma comparação entre os métodos de resolução através dos resultados encontrados. O elemento do ANSYS usado para representar as transversinas de apoio foi o Shell 93, e o elemento usado para representar o restante da ponte foi o Solid 95. Será calculado o valor do momento fletor máximo para todas as 7 longarinas, para o carregamento aplicado na viga 1.

A Figura 3.39 mostra a secção completa da ponte que foi modelada usando o software ANSYS.

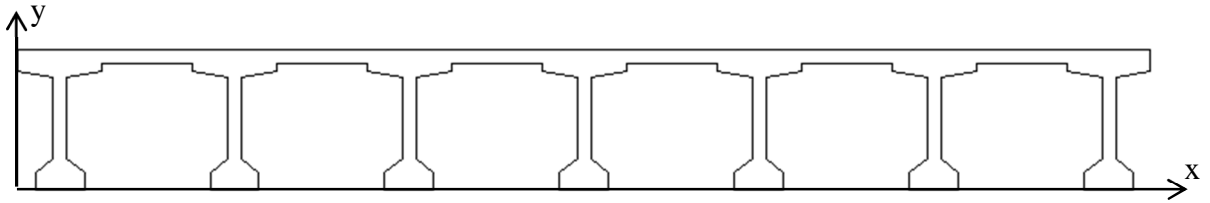


Figura 3.39 - Secção transversal da ponte

A Figura 3.40 mostra a ponte como ficou modelada no software ANSYS.

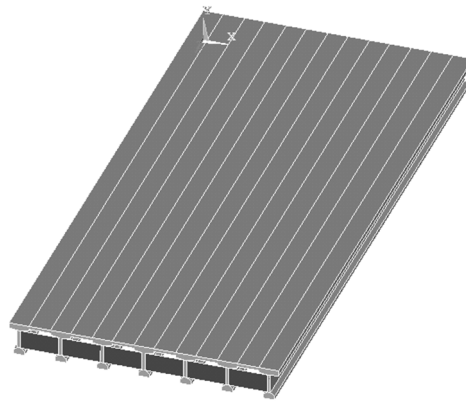


Figura 3.40 - Modelagem da ponte no software ANSYS

Após ser definido o carregamento e as vinculações o modelo foi resolvido pelo software ANSYS e resultou nos valores de tensão da Tabela 3.17. Essa tabela mostra os valores máximos de tensão na base do perfil, que deve ser multiplicado pelo W que é módulo de resistência relativo à borda inferior, conforme mostrado anteriormente, resultando no momento máximo em cada uma das vigas.

Tabela 3.17 - Tabela com os resultados obtidos para a longarina 1 com o carregamento na mesma

Viga	Tensão (kN/m ²)	$W = I/y$ (m ³)	M (kN×m)
1	6535	0,4288	2802,208
2	6167,4	0,4288	2644,581
3	5186,9	0,4288	2224,143
4	4722,4	0,4288	2024,965
5	4453,6	0,4288	1909,704
6	4192,9	0,4288	1797,916
7	3876,3	0,4288	1662,157
Momento Total			15065,67

O momento total na viga 1 encontrado no artigo de Trentini et. al.(2015) para a ponte analisada foi de 2.705,48 kN×m para a ponte desenvolvida no modelo 3D com o MEF e usando o software SAP 2000. O valor do momento total calculado usando o modelo 4 com o MEF e através do software ANSYS foi de 2.802,208 kN×m. Com isso, conclui-se que em comparação com o modelo do artigo Trentini et. al.(2015), que apresenta uma ponte calculada pelo MEF com um modelo 3D resolvido pelo software SAP 2000, e o modelo 4 que também é calculado pelo MEF com um modelo 3D e resolvido pelo software ANSYS, apresentou uma diferença de 3,58 % para o momento na viga 1, sendo a dissertação de Trentini et. al.(2015) usada como referência.

3.2.5 Quadro comparativo e gráficos da ponte de 7 longarinas

A Tabela 3.18 mostra o quadro comparativo entre os resultados dos modelos apresentados até o presente momento.

Tabela 3.18 - Quadro comparativo entre os resultados para a ponte de 7 longarinas

Modelos	Momentos (kN*m)		Erro (%)
	Viga 01	Total	
3D (TRENTINI; MARTINS, 2015)	2.705,48		
Fauchart (TRENTINI; MARTINS, 2015)	2.856,37	-	5,58
Modelo 1 – Fauchart	2.893,50	-	6,95
Modelo 2 – Grelha	2.923,07	15.240,69	8,04
Modelo 3 - Placa + Grelha	3.016,10	15.315,42	11,48
Modelo 4 - 3D	2.802,21	15.065,67	3,58

A Figura 3.41 mostra os resultados apresentados nos modelos em forma de gráfico.

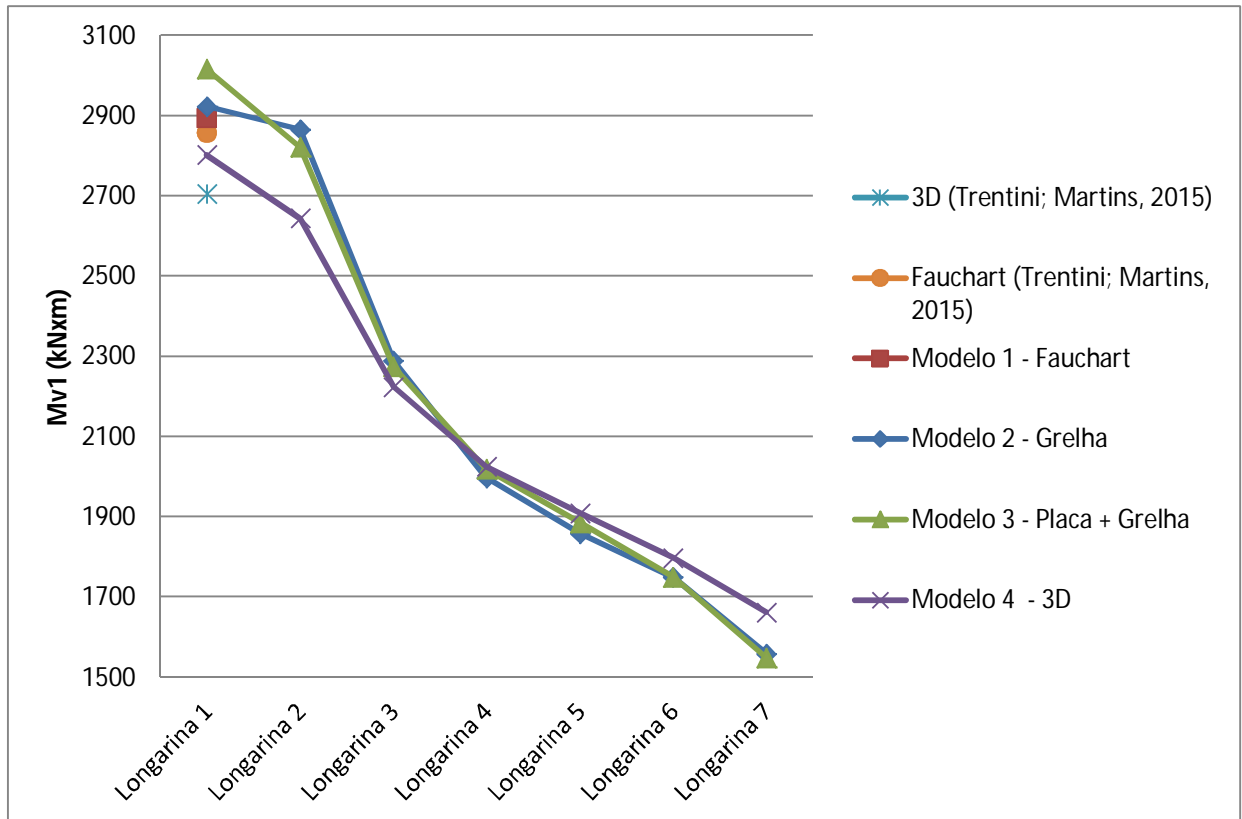


Figura 3.41 - Gráfico comparativo entre os resultados para a ponte de 7 longarinas

Os modelos 1, 2 e 3 são modelos simplificados e apresentaram valores próximos entre si, conforme mostrado na Figura 3.41. O modelo 4 é mais próximo da realidade e apresentou um valor menor para os momentos como era de se esperar. A diferença entre o modelo 3D desta dissertação e o modelo 3D apresentado pelo artigo Trentini et. al.(2015), é porque nesta dissertação é usado um elemento 3D quadrático, enquanto no artigo foi usado um elemento 3D linear. Após as simulações realizadas foi considerado os modelos numéricos verificados pelos dois modelos apresentados.

4 ESTUDOS PARAMÉTRICOS

4.1 Introdução

Neste capítulo serão apresentados a análise de duas pontes, usando o modelo 3 de placa + grelha, em uma ponte de 20 m de vão e outra de 40 m de vão. Em cada ponte serão estudadas situações de nenhuma, uma, três e sete transversinas. Também será estudado o efeito da espessura da laje na distribuição de momentos entre as vigas com lajes de 20 m, 25 m e 30 m de espessura.

Os estudos paramétricos consistem na análise da influência de três fatores de uma ponte. Esses fatores são:

- Comprimento da ponte;
- Número de transversinas;
- Espessura da laje;

Ao efetuar essa análise, foi utilizada uma nomenclatura para cada caso de ponte rodado pelo software ANSYS, para facilitar o entendimento do estudo. A nomenclatura dos casos começa com o comprimento da ponte seguido da letra **M** que representam o comprimento de 20 m nos casos analisados. Logo após é apresentado o número de longarinas, **5L**, sendo 5 longarinas para todos os casos. Depois do número de longarinas é informado o número de transversinas intermediárias seguidos da letra **T**. A espessura da laje vem logo após seguido da letra **E**. A Tabela 4.1 apresenta o nome dos casos e seu significado para os casos da ponte de 20 m e a Tabela 4.2 para a ponte de 40 m.

Tabela 4.1 - Nomenclatura dos modelos simulados no estudo paramétrico

Casos	Número de transversinas	Espessura da laje
20M5L	0	20 m
20M5L1T	1	20 m
20M5L3T	3	20 m
20M5L7T	7	20 m
20M5L25E	0	25 m
20M5L30E	0	30 m

Tabela 4.2 - Nomenclatura dos modelos simulados no estudo paramétrico

Casos	Número de transversinas	Espessura da laje
40M5L	0	20
40M5L1T	1	20
40M5L3T	3	20
40M5L7T	7	20
40M5L25E	0	25
40M5L30E	0	30

Os casos foram resolvidos usando o modelo de Placa + Grelha, já apresentado anteriormente, juntamente com os elementos usados no ANSYS para o mesmo. O valor do módulo secante de deformação longitudinal do concreto (E_{cs}) varia de acordo com o e a resistência característica do concreto à compressão (f_{ck}), e é calculado pelas equações Eq. (4.1) a Eq. (4.3) (NBR 6118, 2014), e os seus valores são os apresentados na Tabela 4.3, juntamente com o coeficiente de Poisson (ν).

$$E_{ci} = 5600 \times \sqrt{f_{ck}} \quad (4.1)$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \times \frac{f_{ck}}{80} \leq 1 \quad (4.2)$$

$$E_{cs} = \alpha_i \times E_{ci} \quad (4.3)$$

Tabela 4.3 - Valor usado para calcular as pontes no software ANSYS

$E_{cs}(f_{ck} = 20 \text{ MPa})$	26.838.405,32 kN/m ²
ν	0,20

Será calculado o valor do momento fletor máximo em todas as vigas, juntamente com o momento fletor total máximo na ponte quando o carregamento for aplicado entre as longarinas 1 e 2 e entre as longarinas 2, 3 e 4 (viga central).

4.2 Ponte 20M5L

A Figura 4.1 mostra o desenho do tabuleiro no software ANSYS para os casos em questão.

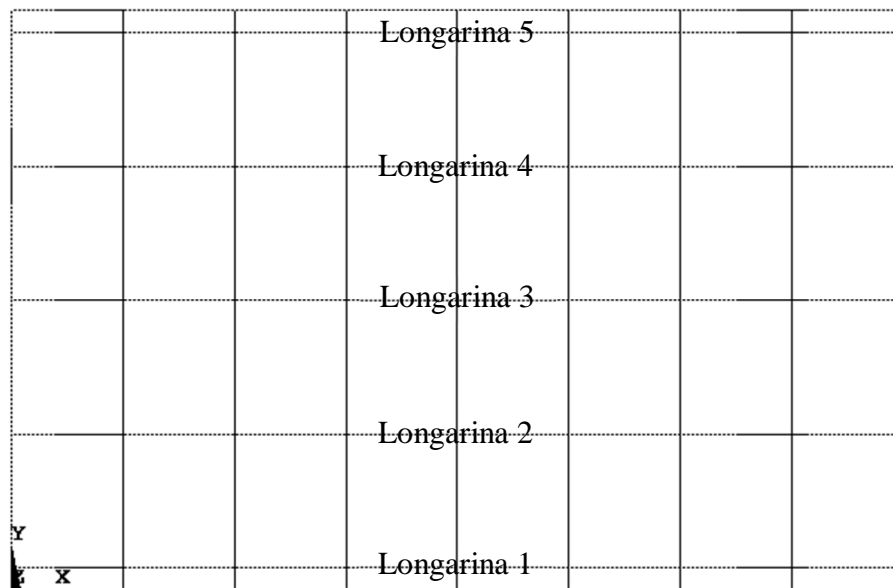


Figura 4.1 - Desenho da grelha no software ANSYS

A Figura 4.2 mostra a secção das longarinas desenhadas no software ANSYS para os casos em questão.

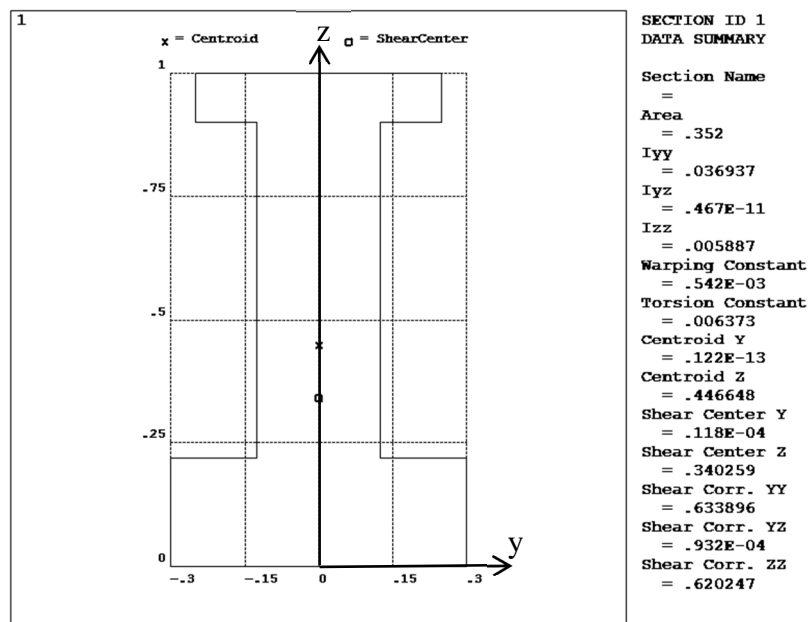


Figura 4.2 - Secção das longarinas, sendo as unidades em kN e m

A Figura 4.3 mostra a secção das transversinas de apoio.

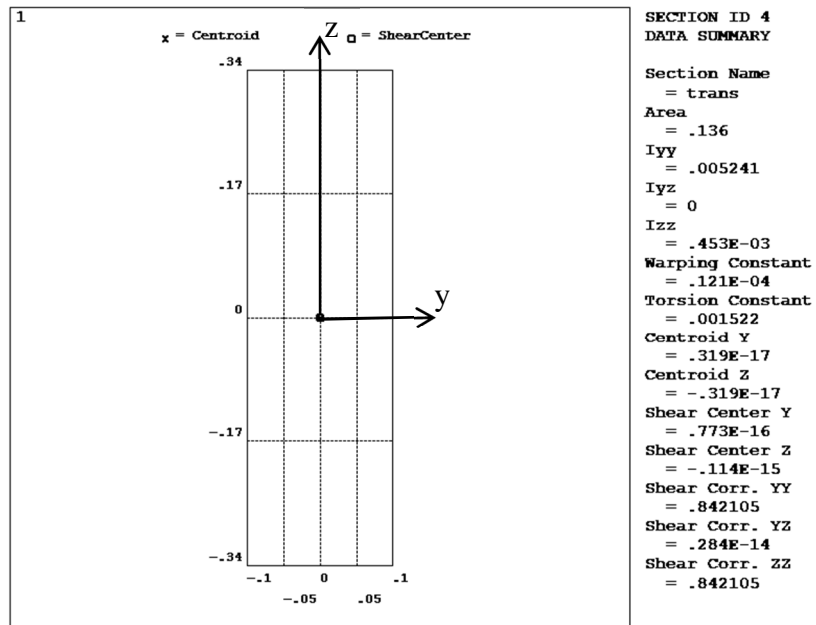


Figura 4.3 - Secção das transversinas de apoio, sendo as unidades em kN e m

Os dois carregamentos aplicados são os mostrados nas Figura 4.4 e Figura 4.5, juntamente com as vinculações que foram aplicadas nas extremidades inferiores das longarinas em cada um dos casos. Esses carregamentos são um trem tipo padrão conforme a norma vigente (NBR 7188, 2013).

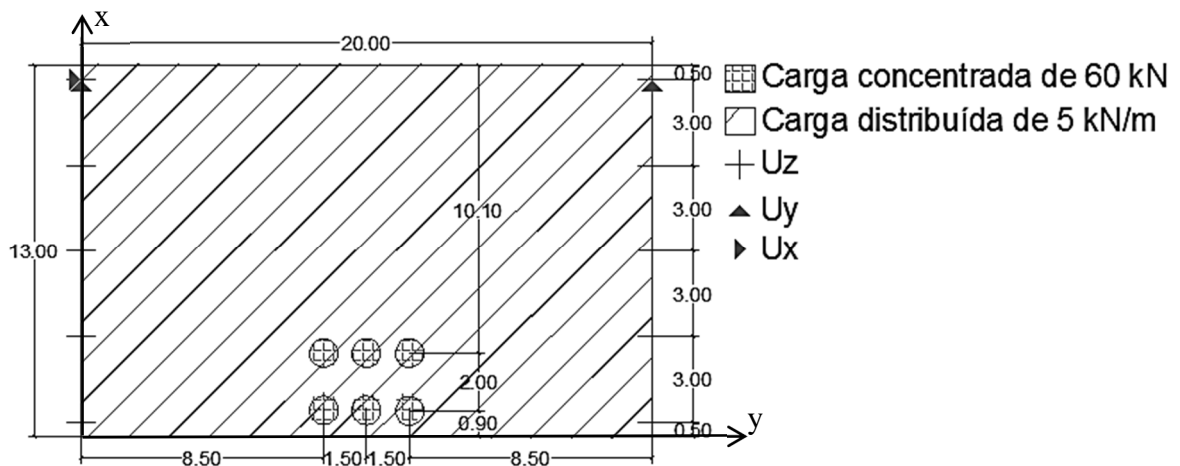


Figura 4.4 - Carregamento aplicado entre as longarinas 1 e 2, sendo as medidas em metros

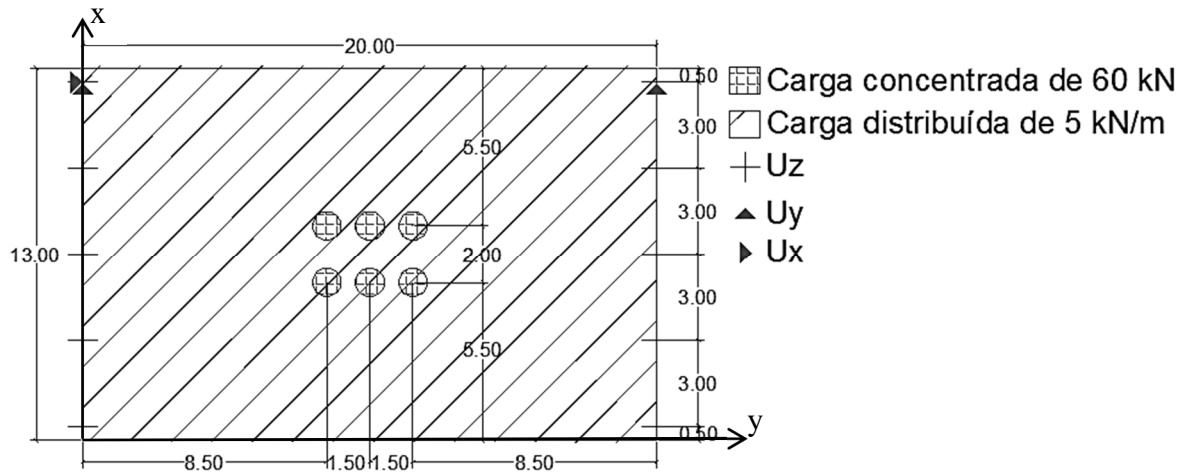


Figura 4.5 - Carregamento aplicado entre as longarinas 2, 3 e 4, sendo as medidas em metros

4.2.1 Influência do número de transversinas para a ponte 20M5L

Com o intuito de avaliar a influência do número de transversinas foi realizada uma variação do número de transversinas intermediárias. Variou-se o número de transversinas intermediárias entre 0, 1, 3 e 7 transversinas. Todas as transversinas intermediárias apresentam a mesma espessura de 20 cm e comprimento de 12 m, variando apenas a sua posição na ponte, conforme mostrado nas Figura 4.6 a Figura 4.9.

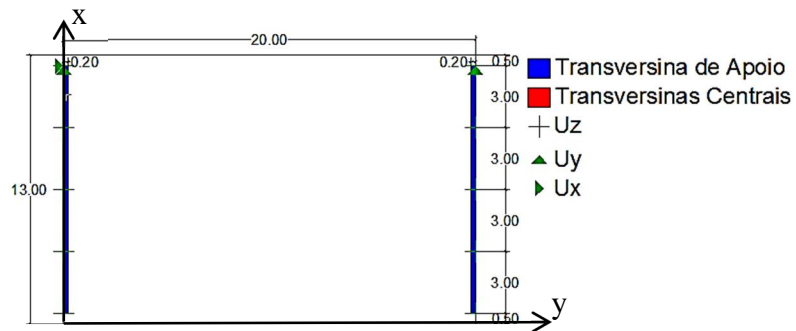


Figura 4.6 - Ponte de 20 m com nenhuma transversina intermediária, sendo as medidas em metros

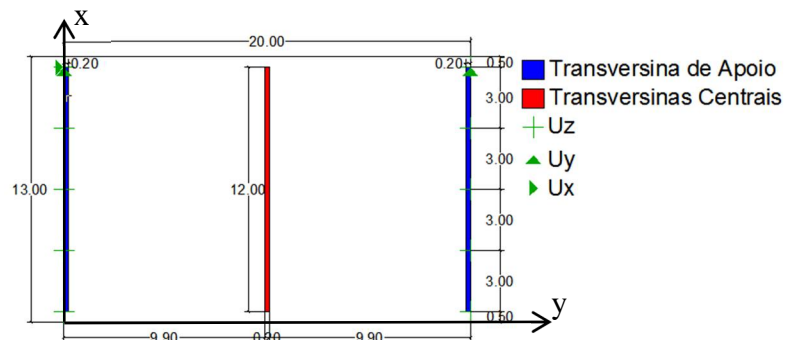


Figura 4.7 - Ponte de 20 m com 1 transversina intermediária, sendo as medidas em metros

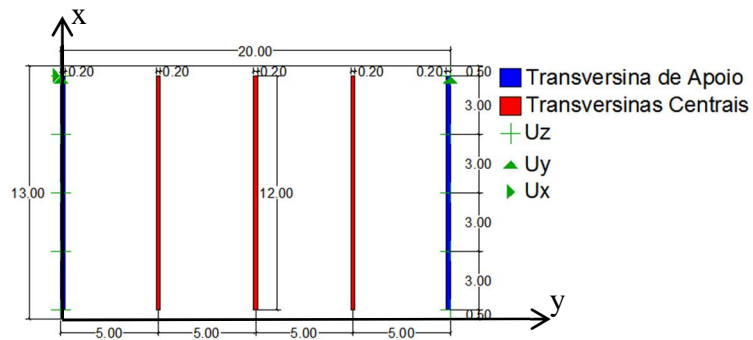


Figura 4.8 - Ponte de 20 m com 3 transversinas intermediária, sendo as medidas em metros

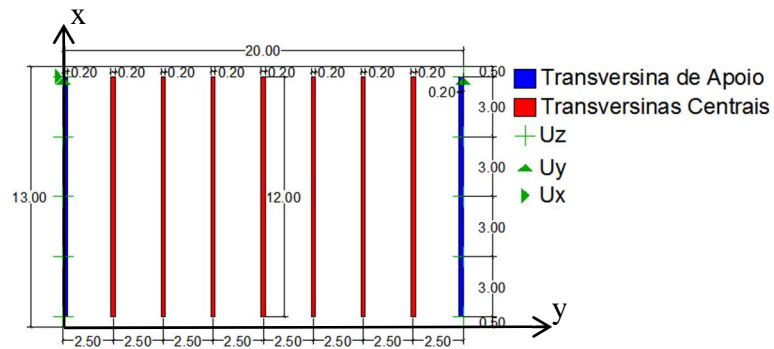


Figura 4.9 - Ponte de 20 m com 7 transversinas intermediárias, sendo as medidas em metros

Após ser definido o carregamento, as vinculações e o número de transversinas intermediárias, os casos foram resolvidos pelo software ANSYS.

Quadros comparativos e gráficos da influência do número de transversinas para a ponte 20M5L

Nas Tabela 4.4 e Tabela 4.5 são apresentados os valores dos momentos fletores máximos para cada uma das cinco longarinas, para cada um dos casos simulados.

Tabela 4.4 - Tabela com os valores para os casos de 20 m variando a quantidade de transversinas e o carregamento entre as longarinas 1 e 2

Casos	Viga	Momento (kN×m)	Momento Total (kN×m)	Diferença(%)
20M5L	1	1326,99	4781,26	1,86
	2	1310,67		
	3	913,59		
	4	710,91		
	5	519,11		
20M5L1T	1	1342,01	4782,58	1,83
	2	1264,17		
	3	947,57		
	4	713,37		
	5	515,45		
20M5L3T	1	1341,65	4782,81	1,82
	2	1262,90		
	3	942,24		
	4	719,14		
	5	516,88		
20M5L7T	1	1344,69	4783,32	1,81
	2	1249,08		
	3	944,79		
	4	725,38		
	5	519,38		

Tabela 4.5 - Tabela com os valores para os casos de 20 m variando a quantidade de transversinas e o carregamento entre as longarinas 2, 3 e 4

Casos	Viga	Momento (kN×m)	Momento Total (kN×m)	Diferença (%)
20M5L	1	576,04	4766,93	2,16
	2	1078,84		
	3	1457,78		
	4	1078,39		
	5	575,88		
20M5L1T	1	614,12	4767,86	2,14
	2	1086,96		
	3	1366,32		
	4	1086,54		
	5	613,91		
20M5L3T	1	637,69	4769,05	2,12
	2	1073,38		
	3	1347,57		
	4	1072,95		
	5	637,46		
20M5L7T	1	679,20	4770,98	2,08
	2	1056,53		
	3	1300,04		
	4	1056,25		
	5	678,96		

As Figura 4.10 e Figura 4.11 apresentam os valores dos momentos para cada um dos casos calculados, sendo a Figura 4.10 para o carregamento entre as longarinas 1 e 2, e a Figura 4.11 para o carregamento entre as longarinas 2, 3 e 4.

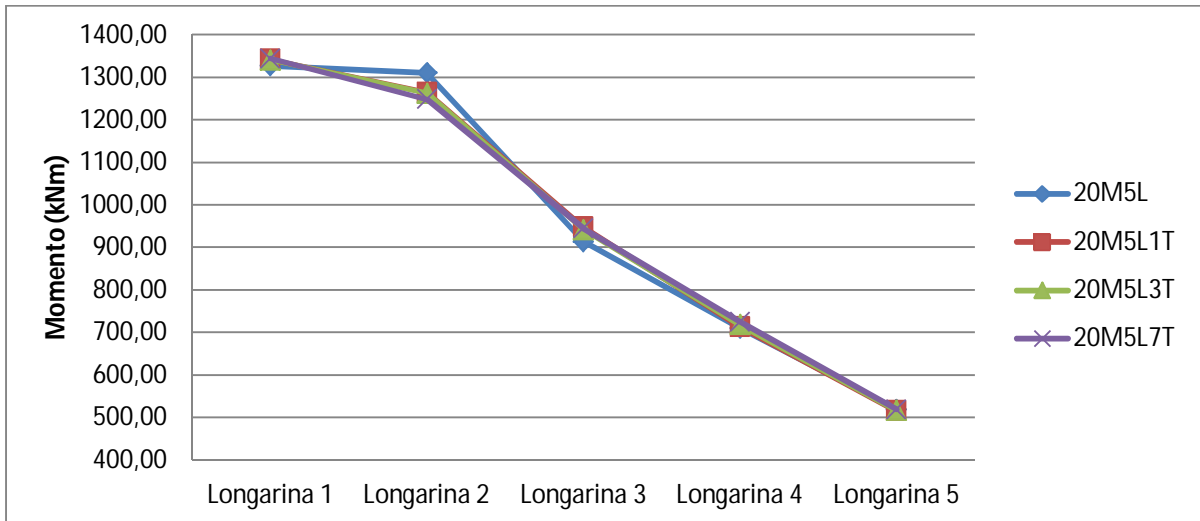


Figura 4.10 - Gráfico comparativo para os casos de 20 m variando a quantidade de transversinas e o carregamento entre as longarinas 1 e 2

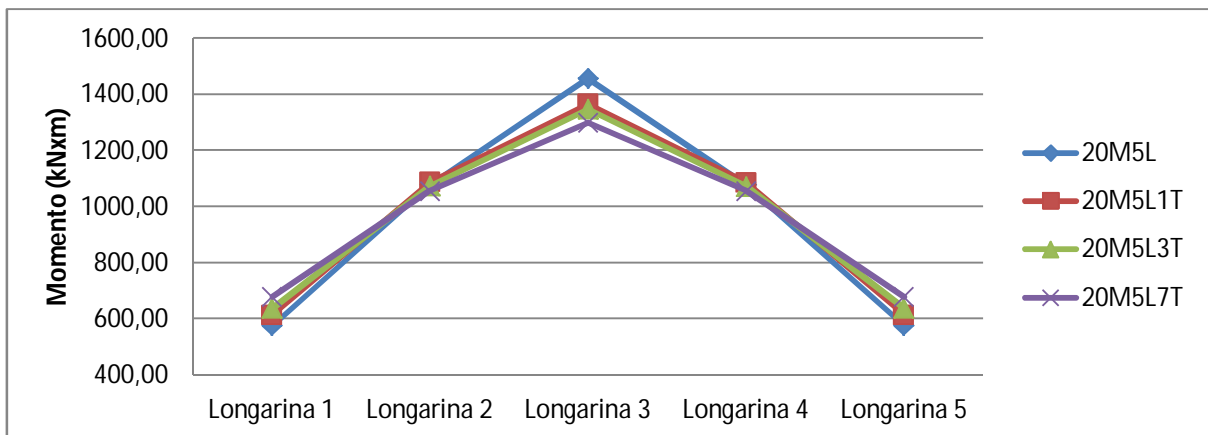


Figura 4.11 - Gráfico comparativo para os casos de 20 m variando a quantidade de transversinas e o carregamento entre as longarinas 2, 3 e 4

Ao analisar a Figura 4.10, quando o carregamento foi aplicado entre as longarinas 1 e 2, pode-se observar que apenas na longarina 2 houve uma redução do momento fletor com a inserção de transversinas intermediárias, enquanto nas longarinas 1 e 3 houve um pequeno aumento do momento fletor e nas longarinas 4 e 5 não houve mudanças significativas.

Ao analisar a Figura 4.11, quando o carregamento foi aplicado entre as longarinas 2, 3 e 4, pode-se observar que o momento fletor na longarina 3 diminuiu, já nas longarinas 1 e 5

houve um aumento pequeno no momento fletor e nas longarinas 2 e 4 não houve variação significativa. O acréscimo de mais transversinas intermediárias não alterou os resultados.

4.2.2 Influência da espessura da laje para a ponte 20M5L

A influência da espessura da laje foi verificada usando o caso 20M5L, sem nenhuma transversina intermediária. Os valores usados foram de 20 cm, 25 cm e 30 cm.

Após ser definido o carregamento e as vinculações, logo após os casos foram resolvidos pelo software ANSYS.

Quadro comparativo e gráficos da influência da espessura da laje para a ponte 20M5L

Nas Tabela 4.6 e Tabela 4.7 são apresentados os valores dos momentos fletores máximos para cada uma das cinco longarinas, para cada um dos casos simulados.

Tabela 4.6 - Quadro comparativo para os casos de 20 m variando a espessura da laje e o carregamento entre as longarinas 1 e 2

Casos	Viga	Momento (kN×m)	Momento Total (kN×m)	Diferença(%)
20M5L20E	1	1326,99	4781,26	1,86
	2	1310,67		
	3	913,59		
	4	710,91		
	5	519,11		
20M5L25E	1	1320,78	4727,68	3,01036
	2	1252,69		
	3	914,91		
	4	710,91		
	5	528,40		
20M5L30E	1	1304,30	4661,62	4,47023
	2	1204,24		
	3	904,68		
	4	708,99		
	5	539,39		

Tabela 4.7 - Quadro comparativo para os casos de 20 m variando a espessura da laje e o carregamento entre as longarinas 2, 3 e 4

Casos	Viga	Momento (kN×m)	Momento Total (kN×m)	Diferença(%)
20M5L	1	576,04	4766,93	2,16
	2	1078,84		
	3	1457,78		
	4	1078,39		
	5	575,88		
20M5L25E	1	625,15	4707,72	3,45
	2	1050,86		
	3	1356,32		
	4	1050,43		
	5	624,96		
20M5L30E	1	668,29	4634,82	5,07
	2	1017,10		
	3	1264,62		
	4	1016,74		
	5	668,07		

As Figura 4.12 e Figura 4.13 apresentam os valores dos momentos para cada um dos casos calculados, sendo a Figura 4.12 para o carregamento entre as longarina 1 e 2, e a Figura 4.13 para o carregamento entre as longarinas 2, 3 e 4.

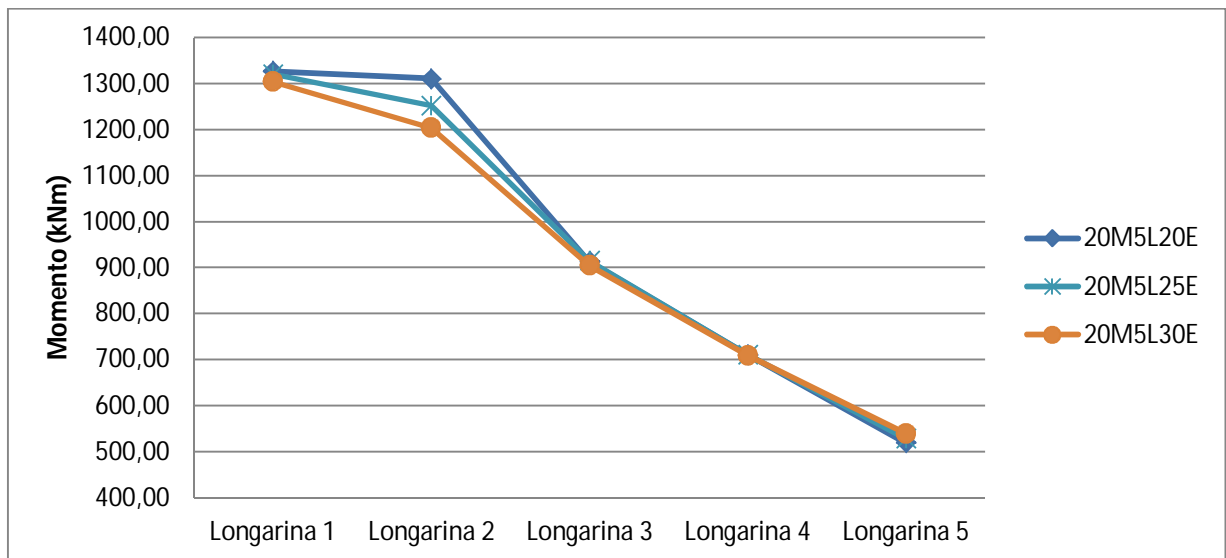


Figura 4.12 - Gráfico comparativo para os casos de 20 m variando a espessura da laje e o carregamento aplicado entre as longarinas 1 e 2

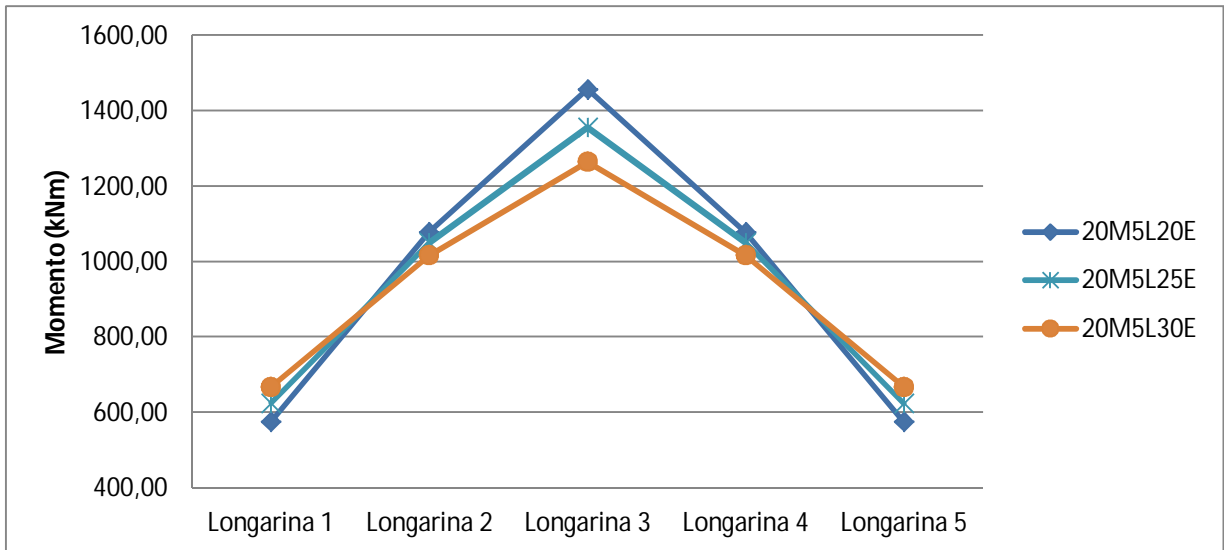


Figura 4.13 - Gráfico comparativo para os casos de 20 m variando a espessura da laje e o carregamento aplicado entre as longarinas 2, 3 e 4

Ao analisar as Figura 4.12 e Figura 4.13, podemos concluir que a variação do momento em cada um dos casos é significativa para a longarina de aplicação da carga. Quando o carregamento foi aplicado entre as longarinas 1 e 2, pode-se observar que apenas na longarina 2 houve uma redução do momento fletor com o aumento da espessura da laje, enquanto nas outras longarinas não houve mudanças significativas. O mesmo ocorreu para o carregamento aplicado entre as longarinas 2, 3 e 4, onde houve uma redução do momento fletor com o aumento da espessura da laje, apenas na longarina 3 e um aumento do momento fletor nas longarinas 1 e 5. Conclui-se então que o aumento da espessura da laje ajuda a redistribuir os esforços.

4.3 Ponte 40M5L

A Figura 4.14 mostra o desenho do tabuleiro no software ANSYS para os casos em questão.

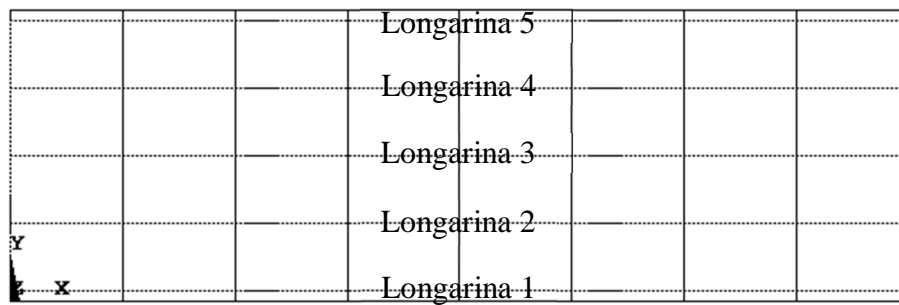


Figura 4.14 - Desenho da grelha no software ANSYS

A Figura 4.15 mostra a secção das longarinas desenhadas no software ANSYS para a ponte em questão.

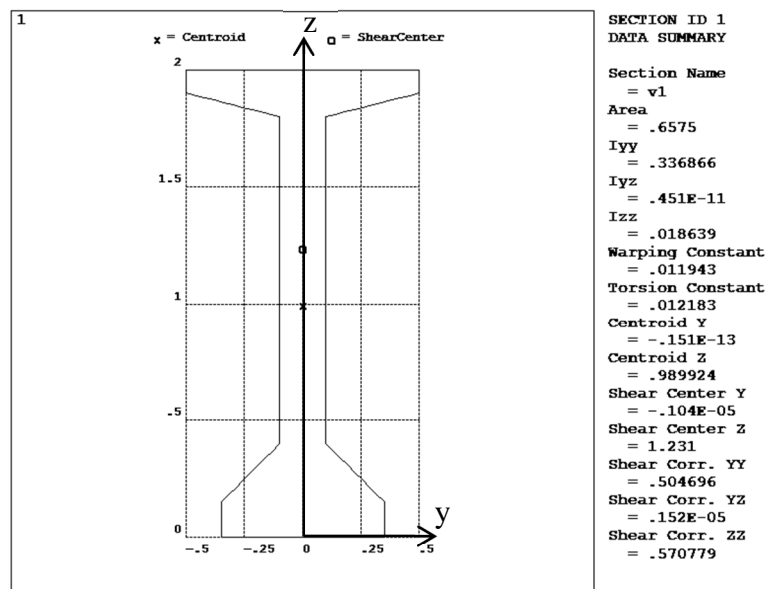


Figura 4.15 - Secção das longarinas, sendo as unidades em kN e m

A Figura 4.16 mostra a secção das transversinas de apoio.

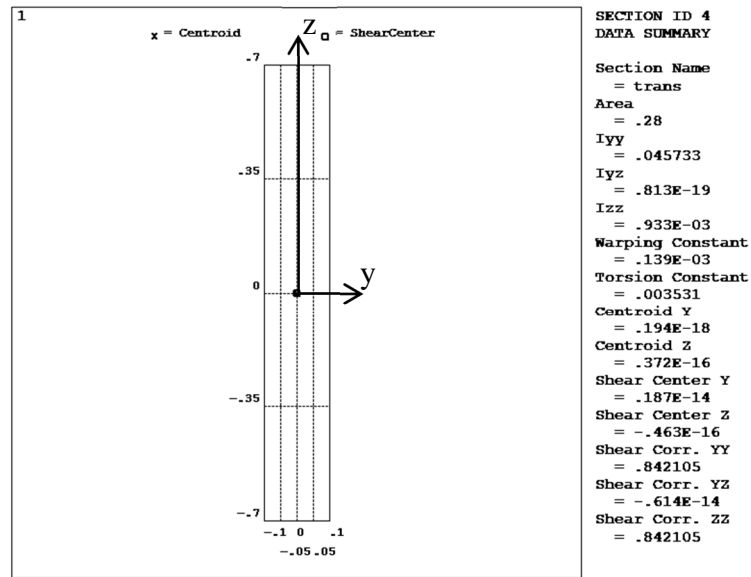


Figura 4.16 - Secção das transversinas de apoio, sendo as unidades em kN e m

Os dois carregamentos aplicados são os mostrados nas Figura 4.17 e Figura 4.18, juntamente com as vinculações que foram aplicadas nas extremidades inferiores das longarinas em cada um dos casos. Esses carregamentos são um trem tipo padrão conforme a norma vigente (NBR 7188, 2013).

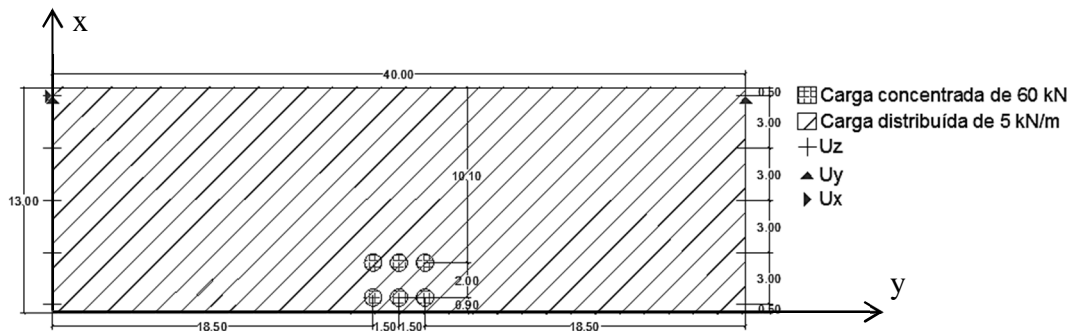


Figura 4.17 - Carregamento aplicado entre as longarinas 1 e 2, sendo as medidas em metros

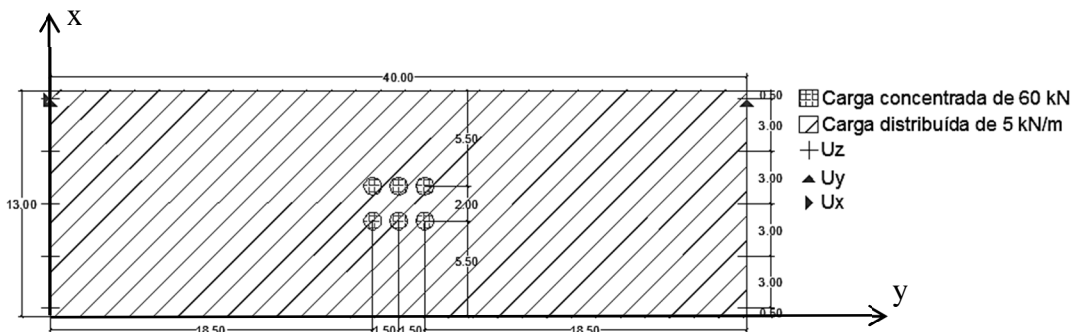


Figura 4.18 - Carregamento aplicado entre as longarinas 2, 3 e 4, sendo as medidas em metros

4.3.1 Influência do número de transversinas para a ponte 40M5L

Com o intuito de avaliar a influência do número de transversinas foi realizada uma variação do número de transversinas intermediárias. Variou-se o número de transversinas intermediárias entre 0, 1, 3 e 7 transversinas. Todas as transversinas intermediárias apresentam a mesma espessura de 20 cm e comprimento de 12 m, variando apenas a sua posição na ponte, conforme mostrado nas Figura 4.19 a Figura 4.22.

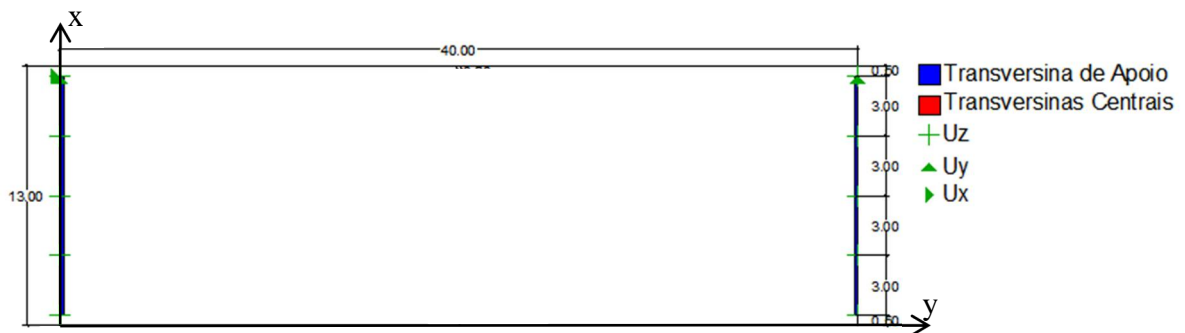


Figura 4.19 - Ponte de 40 m com nenhuma transversina intermediária, sendo as medidas em metros

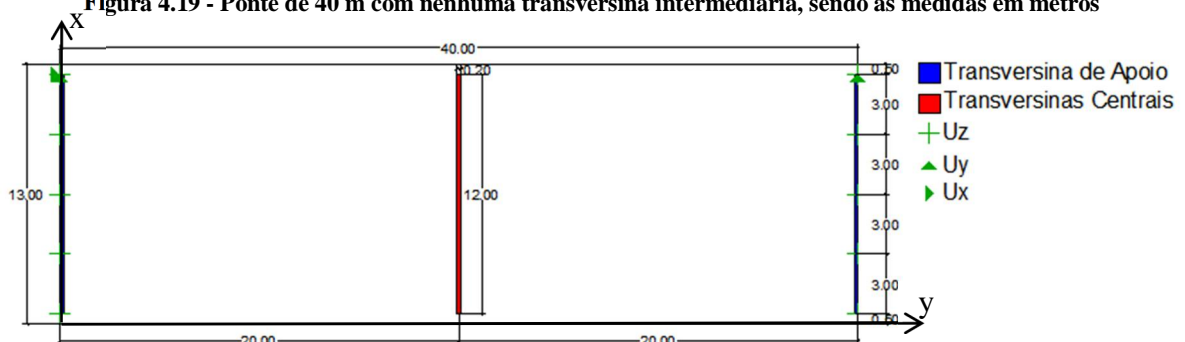


Figura 4.20 - Ponte de 40 m com 1 transversina intermediária, sendo as medidas em metros

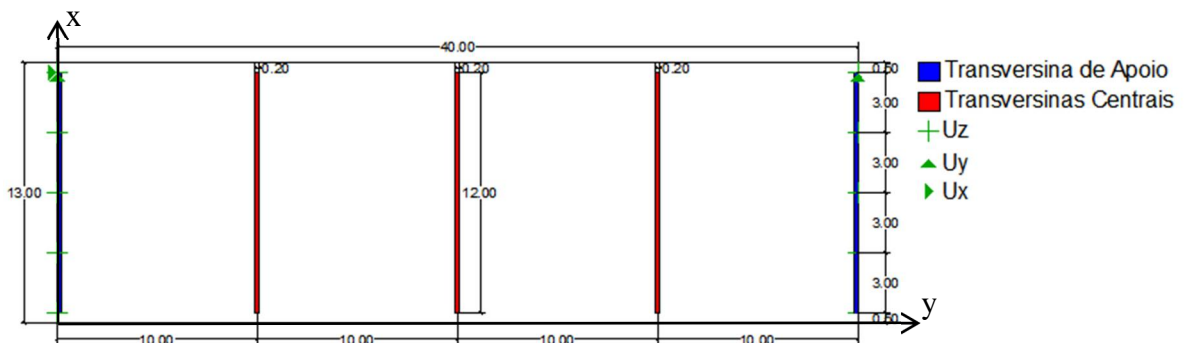


Figura 4.21 - Ponte de 40 m com 3 transversinas intermediárias, sendo as medidas em metros

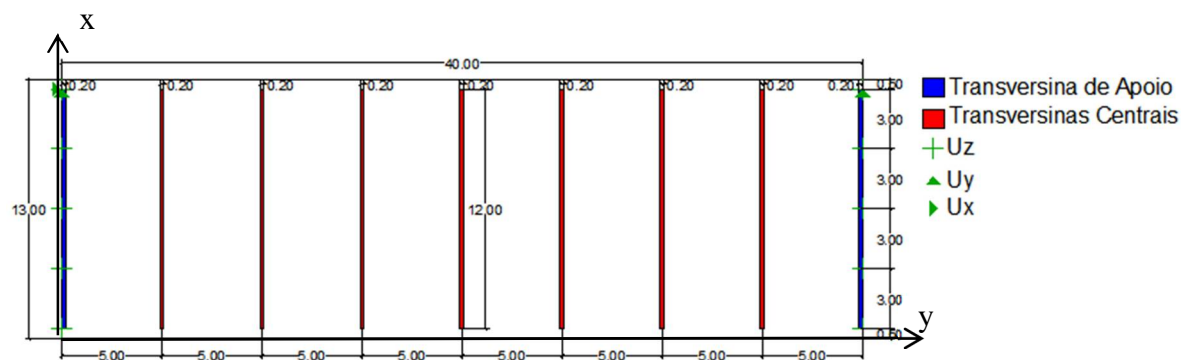


Figura 4.22 - Ponte de 40 m com 7 transversinas intermediárias, sendo as medidas em metros

A espessura dos elementos de placa, no software ANSYS não são compostas de secções, apenas se determina a(s) espessura(s) da placa, no caso em questão, a placa possui espessura constante de 0,20 m, sendo que esses elementos de placa representam a laje da ponte.

Após ser definido o carregamento, as vinculações e o número de transversinas intermediárias, os casos foram resolvidos pelo software ANSYS.

Quadro comparativo e gráficos da influência do número de transversinas para a ponte 40M5L

Nas Tabela 4.8 e Tabela 4.9 são apresentados os valores dos momentos fletores máximos para cada uma das cinco longarinas, para cada um dos casos simulados.

Tabela 4.8 - Quadro comparativo para os casos de 40 m variando a quantidade de transversinas e o carregamento entre as longarinas 1 e 2

Casos	Viga	Momento (kN×m)	Momento Total (kN×m)	Diferença(%)
40M5L	1	3933,77	16353,19	0,41
	2	4033,67		
	3	3375,16		
	4	2842,60		
	5	2167,98		
40M5L1T	1	4152,45	16360,41	0,36
	2	3775,69		
	3	3345,66		
	4	2786,52		
	5	2300,10		
40M5L3T	1	4144,48	16361,03	0,36
	2	3811,17		
	3	3298,65		
	4	2790,58		
	5	2316,15		
40M5L7T	1	4157,11	16361,50	0,36
	2	3809,85		
	3	3261,21		
	4	2790,50		
	5	2342,84		

Tabela 4.9 - Quadro comparativo para os casos de 40 m variando a quantidade de transversinas e o carregamento entre as longarinas 2, 3 e 4

Casos	Viga	Momento (kN×m)	Momento Total (kN×m)	Diferença (%)
40M5L	1	2383,22	16340,05	0,49
	2	3589,42		
	3	4396,08		
	4	3588,46		
	5	2382,87		
40M5L1T	1	2905,70	16350,40	0,43
	2	3411,51		
	3	3717,04		
	4	3411,09		
	5	2905,07		
40M5L3T	1	2933,19	16352,81	0,41
	2	3404,68		
	3	3678,34		
	4	3404,04		
	5	2932,55		
40M5L7T	1	3009,63	16355,30	0,40
	2	3364,63		
	3	3607,73		
	4	3364,20		
	5	3009,11		

As Figura 4.23 e Figura 4.24 apresentam os valores dos momentos para cada um dos casos calculados, sendo a Figura 4.23 para o carregamento entre as longarinas 1 e 2, e a Figura 4.24 para o carregamento entre as longarinas 2, 3 e 4.

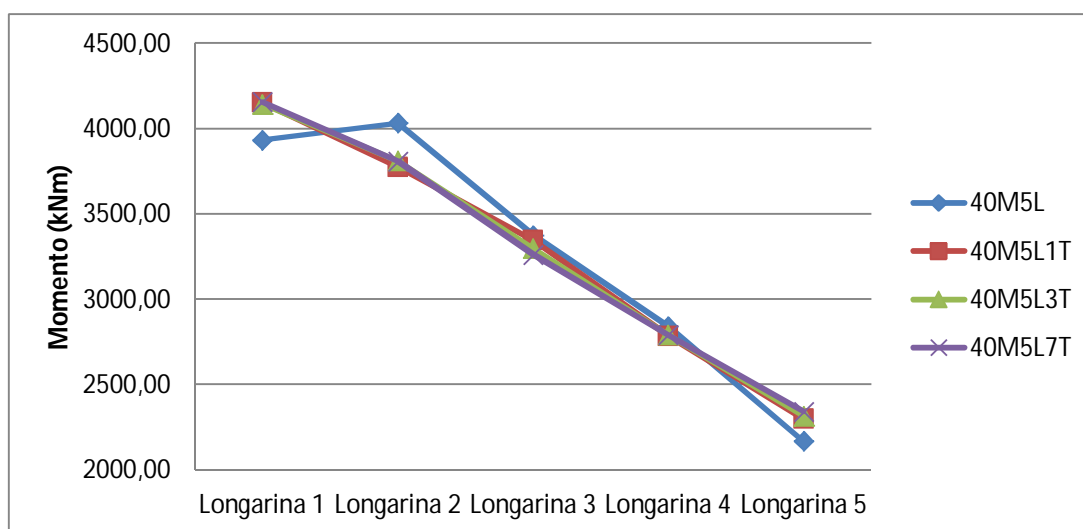


Figura 4.23 - Gráfico comparativo para os casos de 40 m variando a quantidade de transversinas e o carregamento entre as longarinas 1 e 2

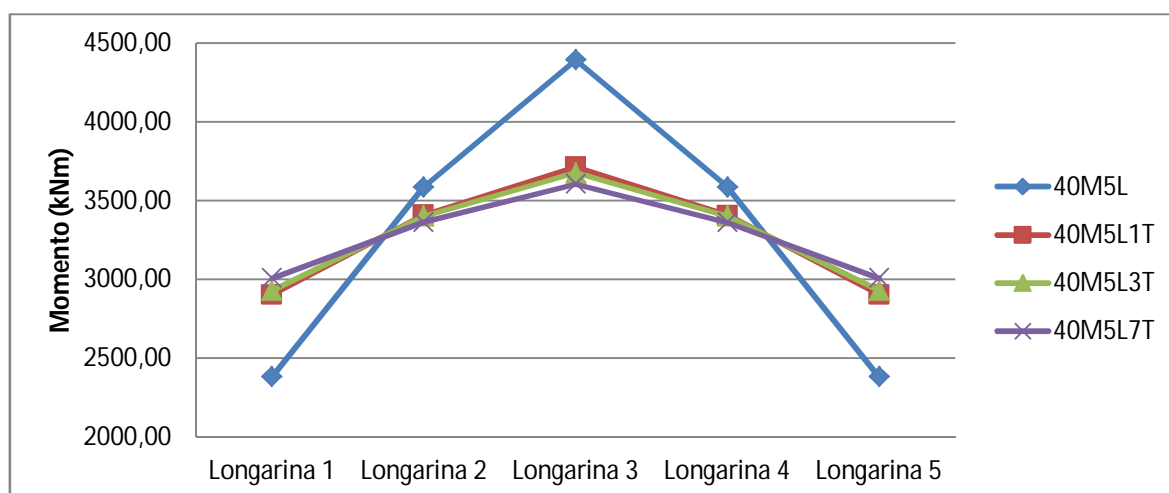


Figura 4.24 - Gráfico comparativo para os casos de 40 m variando a quantidade de transversinas e o carregamento entre as longarinas 2, 3 e 4

Ao analisar as Figura 4.23 e Figura 4.24, é possível concluir que a variação do momento em cada um dos casos é significativa. Quando o carregamento foi aplicado entre as longarina 1 e 2, pode-se observar que na longarina 1 houve um acréscimo no momento fletor, na longarina 2 houve uma redução do momento fletor e na longarina 5 houve um acréscimo do momento fletor, com a inserção de transversinas intermediárias, enquanto nas outras longarinas não houve mudanças significativas. Já com o carregamento aplicado entre as longarinas 2, 3 e 4, houve uma redução do momento fletor com o acréscimo de transversinas intermediárias nas longarinas 2, 3 e 4 enquanto nas longarinas 1 e 5 houve um acréscimo do momento fletor. O acréscimo de mais transversinas intermediárias não alterou os resultados significativamente.

4.3.2 Influência da espessura da laje para a ponte 40M5L

A influência da espessura da laje foi verificada usando o caso 40M5L, sem nenhuma transversina intermediária. Os valores usados foram de 20 cm, 25 cm e 30 cm.

Após ser definido o carregamento e as vinculações, logo após os casos foram resolvidos pelo software ANSYS.

Quadro comparativo e gráficos da influência da espessura da laje para a ponte 40M5L

Nas Tabela 4.4 e Tabela 4.5 são apresentados os valores dos momentos fletores máximos para cada uma das cinco longarinas, para cada um dos casos simulados.

Tabela 4.10 - Quadro comparativo para os casos de 40 m variando a espessura da laje e o carregamento entre as longarinas 1 e 2

Casos	Viga	Momento (kN×m)	Momento Total (kN×m)	Diferença(%)
40M5L20E	1	3933,77	16353,19	0,41
	2	4033,67		
	3	3375,16		
	4	2842,60		
	5	2167,98		
40M5L25E	1	3990,22	16315,81	0,6386
	2	3934,55		
	3	3326,94		
	4	2825,21		
	5	2238,90		
40M5L30E	1	4017,77	16267,23	0,9391
	2	3855,54		
	3	3277,18		
	4	2810,94		
	5	2305,80		

Tabela 4.11 - Quadro comparativo para os casos de 40 m variando a espessura da laje e o carregamento entre as longarinas 2, 3 e 4

Casos	Viga	Momento (kN×m)	Momento Total (kN×m)	Diferença(%)
40M5L20E	1	2383,22	16340,05	0,49
	2	3589,42		
	3	4396,08		
	4	3588,46		
	5	2382,87		
40M5L25E	1	2569,82	16297,06	0,75
	2	3505,52		
	3	4147,56		
	4	3504,77		
	5	2569,40		
40M5L30E	1	2718,47	16243,86	1,08
	2	3432,86		
	3	3942,28		
	4	3432,21		
	5	2718,04		

As Figura 4.25 e Figura 4.26 apresentam os valores dos momentos para cada um dos casos calculados, sendo a Figura 4.25 para o carregamento entre as longarinas 1 e 2, e a Figura 4.26 para o carregamento entre as longarinas 2, 3 e 4.

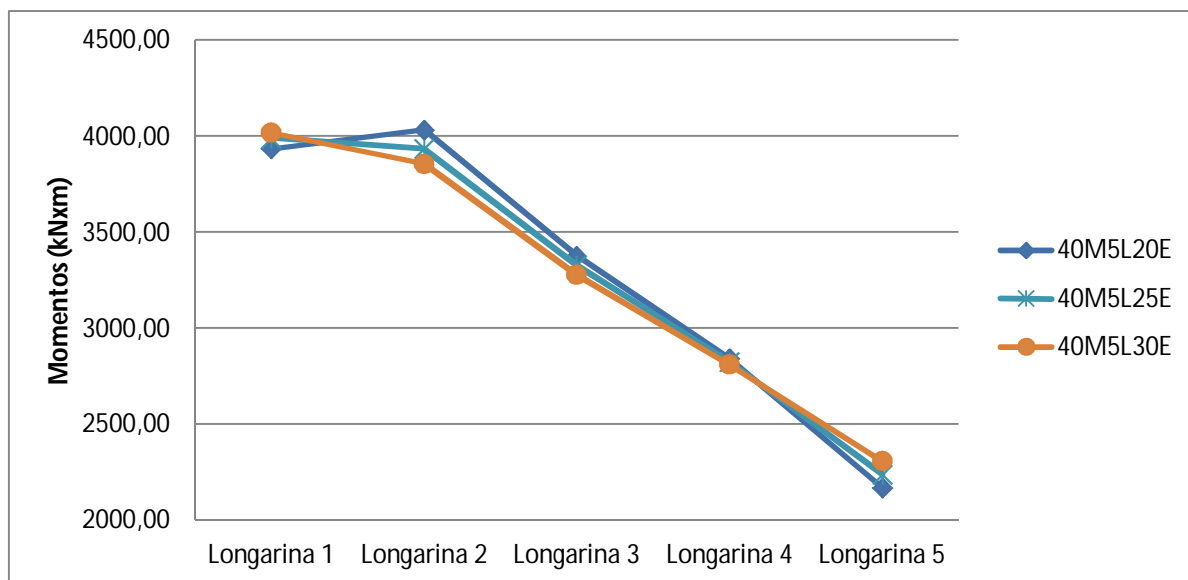


Figura 4.25 - Gráfico comparativo para os casos de 40 m variando a espessura da laje e com o carregamento entre as longarinas 1 e 2

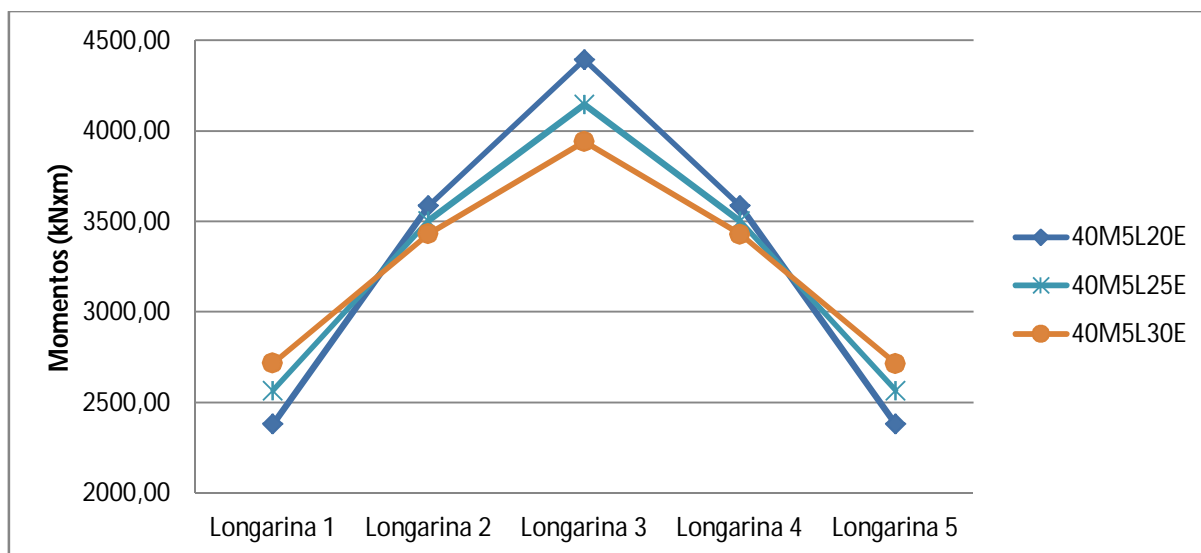


Figura 4.26 - Gráfico comparativo para os casos de 40 m variando a espessura da laje e com o carregamento entre as longarinas 2, 3 e 4

Ao analisar as Figura 4.25 e Figura 4.26, podemos concluir que a variação do momento em cada um dos casos é significativa para a longarina de aplicação da carga. Quando o carregamento foi aplicado entre as longarinas 1 e 2, pode-se observar que na

longarina 2 houve uma redução do momento fletor com o aumento da espessura da laje, enquanto nas longarinas 1 e 5 houve um aumento do momento fletor e nas demais longarinas não houve mudanças significativas. O mesmo ocorreu para o carregamento aplicado entre as longarinas 2, 3 e 4, onde houve uma redução do momento fletor com o aumento da espessura da laje, na longarina 3, enquanto nas longarinas 1 e 5 houve um acréscimo de momento fletor com o aumento da espessura a laje. Conclui-se então que o aumento da espessura da laje reduz o momento fletor somente onde a carga for aplicada, e aumenta o momento fletor nas longarinas de extremidade.

4.4 Influência do comprimento do vão

Os casos apresentados anteriormente possuíam uma variação do comprimento do vão. Os comprimentos modelados foram de 20 m e 40 m, conforme mostrados anteriormente.

Após ser definido o carregamento e as vinculações, logo após os casos foram resolvidos pelo software ANSYS.

4.4.1 Quadro comparativo e gráficos para a influência do comprimento do vão

Nas Tabela 4.12 e Tabela 4.13 são apresentados os valores dos momentos fletores máximos para cada uma das cinco longarinas, para cada um dos casos simulados.

Tabela 4.12 - Quadro comparativo para os casos de 20 m e 40 m e com o carregamento aplicado entre as longarinas 1 e 2

Casos	Viga	Momento (kN×m)	Momento Total(kN×m)	Diferença(%)
20M5L	1	1326,99	4781,26	1,86
	2	1310,67		
	3	913,59		
	4	710,91		
	5	519,11		
20M5L1T	1	1342,01	4782,58	1,83
	2	1264,17		
	3	947,57		
	4	713,37		
	5	515,45		
40M5L	1	3933,77	16353,19	0,41
	2	4033,67		
	3	3375,16		
	4	2842,60		
	5	2167,98		
40M5L1T	1	4152,45	16360,41	0,36
	2	3775,69		
	3	3345,66		
	4	2786,52		
	5	2300,10		

Tabela 4.13 - Quadro comparativo para os casos de 20 m e 40 m e com o carregamento aplicado entre as longarinas 2, 3 e 4

Casos	Viga	Momento (kN×m)	Momento Total (kN×m)	Diferença (%)
20M5L	1	576,04	4766,93	2,16
	2	1078,84		
	3	1457,78		
	4	1078,39		
	5	575,88		
20M5L1T	1	614,12	4767,86	2,14
	2	1086,96		
	3	1366,32		
	4	1086,54		
	5	613,91		
40M5L	1	2383,22	16340,05	0,49
	2	3589,42		
	3	4396,08		
	4	3588,46		
	5	2382,87		
40M5L1T	1	2905,70	16350,40	0,43
	2	3411,51		
	3	3717,04		
	4	3411,09		
	5	2905,07		

As Figura 4.27 e Figura 4.28 apresentam os valores dos momentos para cada um dos modelos calculados, sendo a Figura 4.27 para o carregamento entre as longarinas 1 e 2, e a Figura 4.28 para o carregamento entre as longarinas 2, 3 e 4.

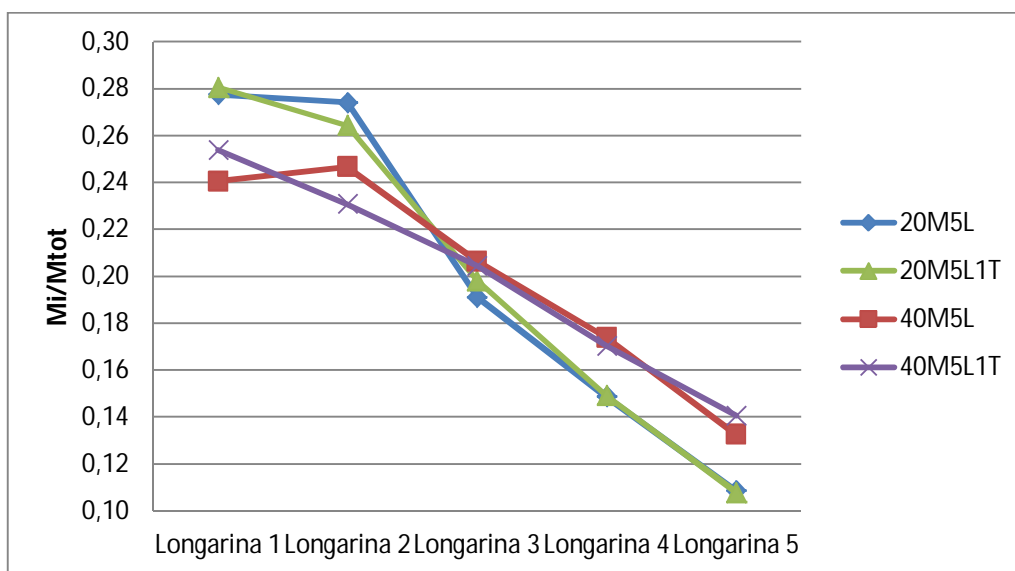


Figura 4.27 - Gráfico comparativo para os casos de 20 m e 40 m e o carregamento aplicado entre as longarinas 1 e 2

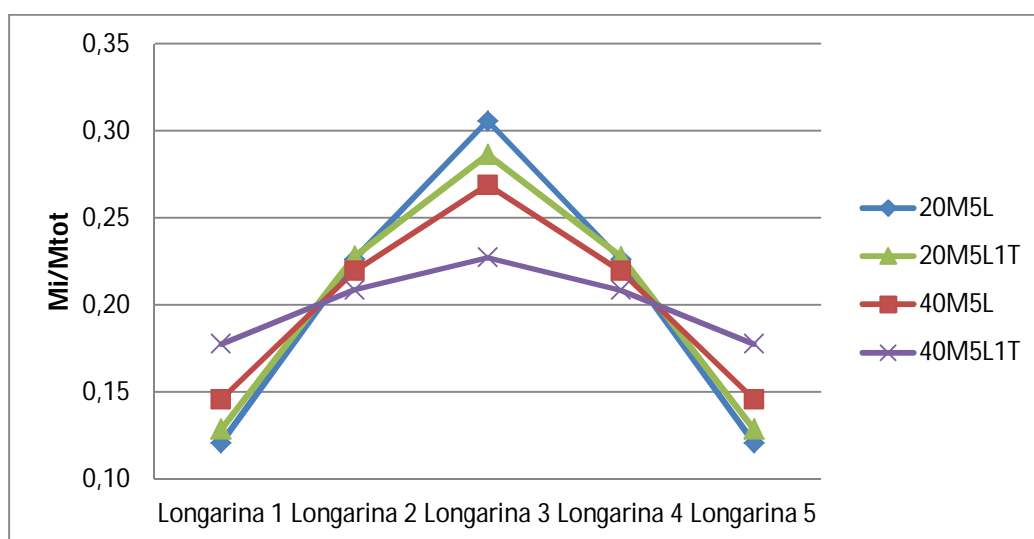


Figura 4.28 - Gráfico comparativo para os casos de 20 m e 40 m o carregamento aplicado entre as longarina 2, 3 e 4

Ao analisar as Figura 4.27 e Figura 4.28, é possível concluir que o efeito do número de transversinas na ponte longa foi maior do que na ponte curta, ou seja, a redistribuição dos momentos é maior. Já ao analisar a espessura das lajes, observa-se que na ponte longa o aumento da espessura é mais eficaz do que na ponte curta.

5 CONCLUSÃO

O objetivo deste trabalho foi apresentar a modelagem computacional de pontes de concreto. Foram apresentados modelos de elementos finitos de grelha, de placa + grelha e 3D. Também foi apresentado o método de Fauchart.

Ao analisar os modelos rodados da ponte de 3 longarinas retirada da dissertação de Souza(2015), foi possível concluir que o modelo de grelha usado na dissertação de Souza é um modelo simplificado que usa elementos de barra para representar uma estrutura 3D. O modelo 2 de grelha usado nesta dissertação apresenta uma diferença de apenas 4,68 % em relação ao modelo de grelha da dissertação de Souza(2015). O modelo 3 de placa + grelha é mais sofisticado em relação ao modelo de grelha da dissertação de Souza. Por isso a diferença é maior. Já o modelo 4 em 3D é a melhor representação da realidade, por isso a diferença é maior em relação ao modelo simplificado da dissertação Souza(2015).

Ao analisar os modelos rodados da ponte de 7 longarinas retirada do artigo de Trentini et. al.(2015), foi possível concluir que na ponte de 7 longarinas retirada do artigo de Trentini et. al.(2015), os modelos 1, 2 e 3 são modelos simplificados e apresentaram valores próximos entre si, conforme mostrado na Figura 3.41. O modelo 4 é mais próximo da realidade e apresentou um valor menor para os momentos como era de se esperar. A diferença entre o modelo 3D desta dissertação e o modelo 3D apresentado pelo artigo de Trentini et. al.(2015), é porque nesta dissertação é usado um elemento 3D quadrático, enquanto no artigo foi usado um elemento 3D linear.

Ao analisar o número de transversinas para a ponte de 20 m de comprimento do vão, foi possível concluir que quando o carregamento for aplicado entre as longarinas 1 e 2, apenas na longarina 2 houve uma redução do momento fletor com a inserção de transversinas intermediárias, enquanto nas longarinas 1 e 3 houve um pequeno aumento do momento fletor e nas longarinas 4 e 5 não houve mudanças significativas. Entretanto, quando o carregamento for aplicado entre as longarinas 2, 3 e 4, pode-se observar que o momento fletor na longarina 3 diminuiu, já nas longarinas 1 e 5 houve um aumento pequeno no momento fletor e nas longarinas 2 e 4 não houve variação significativa. O acréscimo de mais transversinas intermediárias não alterou os resultados.

Foi possível concluir também que quando é variada a espessura da laje, a variação do momento em cada um dos casos é significativa para a longarina de aplicação da carga. Quando o carregamento foi aplicado entre as longarinas 1 e 2, pode-se observar que apenas na

longarina 2 houve uma redução do momento fletor com o aumento da espessura da laje, enquanto nas outras longarinas não houve mudanças significativas. O mesmo ocorreu para o carregamento aplicado entre as longarinas 2, 3 e 4, onde houve uma redução do momento fletor com o aumento da espessura da laje, apenas na longarina 3 e um aumento do momento fletor nas longarinas 1 e 5. Conclui-se então que o aumento da espessura da laje ajuda a redistribuir os esforços.

Ao analisar o número de transversinas para a ponte de 40 m de comprimento do vão, foi possível concluir que a variação do momento em cada um dos casos é significativa. Quando o carregamento foi aplicado entre as longarina 1 e 2, pode-se observar que na longarina 1, houve um acréscimo no momento fletor, na longarina 2 houve uma redução do momento fletor e na longarina 5 houve um acréscimo do momento fletor, com a inserção de transversinas intermediárias, enquanto nas outras longarinas não houve mudanças significativas. Já com o carregamento aplicado entre as longarinas 2, 3 e 4, houve uma redução do momento fletor com o acréscimo de transversinas intermediárias nas longarinas 2, 3 e 4 enquanto nas longarinas 1 e 5 houve um acréscimo do momento fletor. O acréscimo de mais transversinas intermediárias não alterou os resultados.

Entretanto, quando é variada a espessura da laje conclui-se que a variação do momento em cada um dos casos é significativa para a longarina de aplicação da carga. Quando o carregamento foi aplicado entre as longarinas 1 e 2, pode-se observar que na longarina 2 houve uma redução do momento fletor com o aumento da espessura da laje, enquanto nas longarinas 1 e 5 houve um aumento do momento fletor e nas demais longarinas não houve mudanças significativas. O mesmo ocorreu para o carregamento aplicado entre as longarinas 2, 3 e 4, onde houve uma redução do momento fletor com o aumento da espessura da laje, na longarina 3, enquanto nas longarinas 1 e 5 houve um acréscimo de momento fletor com o aumento da espessura a laje. Conclui-se então que o aumento da espessura da laje reduz o momento fletor somente onde a carga for aplicada, e aumenta o momento fletor nas longarinas de extremidade.

Ao analisar a variação do comprimento do vão foi possível concluir que o efeito do número de transversinas na ponte longa foi maior do que na ponte curta, ou seja, a redistribuição dos momentos é maior. Já ao analisarmos a espessura das lajes, observa-se que na ponte longa o aumento da espessura é mais eficaz do que na ponte curta.

Conclui-se então que colocar uma transversina intermediária causa a redução do momento fletor nas longarinas onde ocorre o carregamento, tendo maior efeito em pontes

mais longas. Também conclui-se que aumentar a espessura da laje causa a redução do momento fletor nas longarinas onde ocorre o carregamento, tendo um efeito maior em pontes mais longas.

6 BIBLIOGRAFIA

ALPE Estruturas. **Alpe Estruturas**. Disponível em: <<http://alpeestruturas.com.br/site/portfolio/ponte-sobre-o-rio-joanes/>>. Acesso em: 07 jun. 2016.

ALVES, E. V.; ALMEIDA, S. M. F. D.; JUDICE, F. M. D. S. Métodos de Análise Estrutural de Tabuleiros de Pontes em Vigas Múltiplas de Concreto Protendido. **Engevista**, 6, n. 2, agosto 2004. 48-58.

AMORIM, D. L. N. D. F.; BARBOZA, A. D. S. R.; BARBIRATO, J. C. C. Técnica de analogia de grelha associada a um modelo de pórtico para análise do comportamento de sistemas estruturais de pontes. **V Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas**, Rio de Janeiro, junho 2012.

AMORIM, D. L. N. F.; BARBOZA, A. S. R.; BARBIRATO, J. C. C. Análise do comportamento de sistemas estruturais de pontes em vigas utilizando a técnica de analogia de grelha aplicada ao tabuleiro associada a um modelo de pórtico, XXIX, novembro 2010. 133-157.

ANSYS Stuba, 2014. Disponível em: <<http://www.ansys.stuba.sk/>>. Acesso em: 17 dez. 2015.

ARAÚJO, J. M. D. **Curso de Concreto Armado**. 2^a. ed. Rio Grande: Dunas, v. 4, 2003.

ARAÚJO, M. C. et al. Distribuição transversal de cargas em ponte de concreto protendidoprémoldada – avaliação da influência das transversinas com uso de procedimentos da NBR 6118/2003, do LaDOTD e de modelos de elementos finitos sólidos. **1º Encontro Nacional de Pesquisa - Projeto - Produção em Concreto Pré-moldado**, São Carlos, novembro 2005.

BONILHA, N. F. Superestrutura de Pontes. **Escola de Engenharia – EE, Universidade Federal do Rio Grande – FURG**, Rio Grande, 2000.

BRAGA, W. D. A. Transversinas Internas nos Tabuleiros das Pontes, São Paulo, junho 2002.

BURNETT, D. S. **Finite Element Analysis from concepts to applications**. [S.l.]: Addison-Wesley Publishing Company, 1988.

CHANSAWAT, K.; YIM, S. C. S.; MILLER, T. H. Nonlinear Finite Element Analysis of a FRP-Strengthened Reinforced Concrete Bridge. **Journal of Bridge Engineering**, v. 11, n. 1, janeiro 2006.

CHUNG, W.; SOTELINO, E. D. Three-dimensional finite element modeling of composite girder bridges. **Elsevier - Engineering Structures** 28, p. 63 - 71, 2006.

FARAJI, S. et al. Nonlinear analysis of integral bridges: Finite - element model. **Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering**, v. 127, p. 454 - 461, maio 2001.

FTOOL - Um Programa Gráfico-Interativo para Ensino de Comportamento de Estruturas. Disponível em: <<http://webserver2.tecgraf.puc-rio.br/ftool/>>.

FULGÊNCIO, J. P. T. O. R.; PAULA, F. A. D.; AZEVEDO, C. P. B. Análise do Uso de Vigas Transversinas em Pontes de Concreto Armado. **Engenharia Estudo e Pesquisa**, v. 14, n. 1, p. 26-33, jan./jun. 2014.

GOVERNO do Rio de Janeiro, 2012. Disponível em: <www.rj.gov.br>. Acesso em: 09 nov. 2015.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos Materiais**. 5ª. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.

JUDICE, F. M. D. S. et al. Avaliação da Distribuição Transversal de Cargas em Tabuleiros de Pontes sem Transversinas Internas. **50º Congresso Brasileiro do Concreto**, Salvador, setembro 2008.

LEONHARDT, F. **Construções de Concreto - Princípios básicos da Construção de Pontes de Concreto**. 1ª Edição. ed. Rio de Janeiro: Editora Interciência Ltda, v. 6, 1979.

MADENCI, E.; GUVEN, I. The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS. New York: Springer, 2006.

MARCHETTI, O. **Pontes de Concreto Armado**. 1ª Edição. ed. São Paulo: Editora Blucher, 2008.

MARKA. **Marka**. Disponível em: <www.markaweb.com.br/obras/pontes-e-passarelas/viaduto-pre-fabricado-limeira-sp/>.

MOAVENI, S. **Finite Element Analysis - Theory and Application with ANSYS**. New Jersey: Prentice-Hall, 1999.

NBR 6118. **Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**, p. 238, Abril 2014.

NBR 7188. **Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas.**, p. 14, 10 nov. 2013.

PFEIL, W. **Pontes em Concreto Armado. Volume 1: Elementos de Projeto**. Solicitações. Superestrutura. 3ª Edição. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1983.

PRAVIA, Z. M. C. Análise da distribuição do carregamento transversal móvel em pontes mistas aço-concreto. **Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño em Ingeniería**, v. 25, p. 195 - 206, abril 2009.

QAQISH, D. M.; FADDA, D. E.; AKAWWI, D. E. Design of T-Beam Bridge by Finite Element Method and Aashot Specification. **Kmitl Sci. J.**, v. 8, janeiro 2008.

REAL, M. D. V. **Pontes (Notas de Aula)**. Universidade Federal do Rio Grande - FURG. Rio Grande. 2016.

SAN MARTIN, F. J. Cálculo de Tabuleiros de Pontes. São Paulo: Livraria Ciência e Tecnologia Editora, 1981.

SOBRINHO, BRUNNO E.; ALMEIDA, TIAGO M.; SILVA, WELINGTON V.; SILVA, RAMON S. Y. R. C. ; PORTELA, ARTUR A. DE A. Distribuição das Tensões e Deformações Decorrentes de Forças Aplicadas em Corpos de Prova de Concreto Utilizando Técnicas Numéricas (MEF) e Experimentais (Fotoelasticidade). **Anais do 57º Congresso Brasileiro do Concreto**, Bonito, Outubro 2015. 1 - 16.

SORIANO, H. L. Métodos de Elementos Finitos em Análise de Estruturas. São Paulo: EDUSP, 2003.

SOUZA, C. F. P. Análise da distribuição de momentos fletores em pontes bi-apoiadas. **Dissertação de Mestrado**, Santa Catarina, 03 Março 2015. 156.

SOUZA, R. M. D. **O Método dos Elementos Finitos Aplicado ao Problema de Condução de Calor**. Universidade Federal do Pará. Belém, p. 39. 2003.

STUCCHI, F. R. **PEF - 2404 Pontes e Grandes Estruturas (Notas de Aula)**. Universidade de São Paulo - Escola Politécnica - Departamento de Estruturas e Fundações. São Paulo, p. 100. 2006.

STUCCHI, F. R.; SKAF, K. J. **PEF-2404 Pontes e Grandes Estruturas Projeto de Super. em Con. Protendido**. Universidade De São Paulo, Escola Politécnica, Departamento de Estruturas e Fundações. São Paulo, p. 100. 2006.

SÜSSEKIND, J. C. **Curso de Análise Estrutural**. 4ª. ed. Porto Alegre: Editora Globo, v. 2, 1980.

TRENTINI, E. V. W.; MARTINS, C. H. Cálculo dos esforços atuantes em longarinas de viadutos ou pontes utilizando o processo de Fauchart e análise por método dos elementos finitos. **Revista de Engenharia e Tecnologia**, v. 7, n. 3º, p. 162 - 173, agosto 2015. ISSN 2176-7270.

VITÓRIO, A. P. Soluções adotadas em projetos de reforço de fundações de pontes cujos tabuleiros foram alargados. **Anais do 57º Congresso Brasileiro do Concreto**, Bonito, Outubro 2015. 1 - 16.

YU, YANG; DENG, LU; WANG, WEI; CAI, CS. Local impact analysis for deck slabs of prestressed concrete box-girder bridges subject to vehicle loading. **Journal of Vibration and Control**, fevereiro 2015.

7 Apêndice 1

Será feito o equacionamento de um problema mola linear através dos princípios do MEF. Esse é um problema simplificado, mas já garante o entendimento do processo de cálculo executado pelo software ANSYS na resolução de uma ponte como será mostrado no próximo capítulo.

Ao resolver um problema mecânico, é usado um sistema global de equações que pode ser montado conforme notação matricial da (7.1). Nessa equação o \mathbf{K} é a matriz de rigidez do sistema, o \mathbf{u} é o vetor de incógnitas e o \mathbf{F} é o vetor de força. Dependendo da natureza do problema, \mathbf{K} pode ser dependente de \mathbf{u} , e \mathbf{F} do tempo (MADENCI; GUVEN, 2006).

$$\mathbf{K} \times \mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (7.1)$$

A Figura 7.1 mostra uma mola linear com rigidez k e com dois nós. Cada nó é submetido a forças axiais f_1 e f_2 que resultam nos deslocamentos u_1 e u_2 em suas definidas direções positivas.

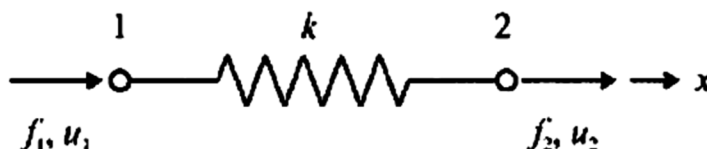


Figura 7.1 - Diagrama de corpo livre de um elemento de mola linear (MADENCI; GUVEN, 2006)

Ao submeter a mola a estas forças nodais, o deslocamento resultante da mola será o da (7.2), que está relacionado com a força que atua sobre a mola pela (7.3).

$$u = u_1 - u_2 \quad (7.2)$$

$$f_1 = k \times u = k \times (u_1 - u_2) \quad (7.3)$$

Com o equilíbrio das forças apresentado na (7.4) é possível reescrever a (7.1) com o uso das (7.3) a (7.5), chegando-se na (7.6).

$$f_2 = -f_1 \quad (7.4)$$

$$\mathbf{f}_2 = \mathbf{k} \times (\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1) \quad (7.5)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k} & -\mathbf{k} \\ -\mathbf{k} & \mathbf{k} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \end{Bmatrix} \text{ ou } \mathbf{k}^{(e)} \times \mathbf{u}^{(e)} = \mathbf{f}^{(e)} \quad (7.6)$$

Na (7.6) o vetor $\mathbf{u}^{(e)}$ é o vetor de incógnitas nodais que representa os deslocamentos, enquanto $\mathbf{k}^{(e)}$ e $\mathbf{f}^{(e)}$ são referentes às características do elemento como matriz de rigidez e vetor de força do elemento. O superescrito (e) refere-se ao número do elemento, podendo também ser expresso na forma indicial $k_{ij}^{(e)}$, onde i e j são os números de linha e colunas. Os coeficientes $k_{ij}^{(e)}$, podem ser interpretados como a força necessária no nó i para produzir um deslocamento unitário no nó j enquanto todos os nós estão fixos (MADENCI; GUVEN, 2006).

Para resolver um problema de engenharia com elementos finitos é exigida a montagem das matrizes de características dos elementos (rigidez) e os vetores de força dos elementos, levando a (7.1). Nessa equação o \mathbf{K} pode ser obtido a partir da expansão das matrizes de coeficientes dos elementos, $\mathbf{k}^{(e)}$, pelo somatório mostrado em (7.7), sendo E o número total de elementos (MADENCI; GUVEN, 2006).

$$\mathbf{K} = \sum_{e=1}^E \mathbf{k}^{(e)} \quad (7.7)$$

A expansão da matriz de características dos elementos é do mesmo tamanho que a matriz de rigidez global, mas existem linhas e colunas de correspondência zero para os nós não associados com elementos (e) . O tamanho da matriz global é ditado pelo número mais elevado entre os números de nós globais e pelo número de graus de liberdade por nó (MADENCI; GUVEN, 2006).

Similar à matriz de rigidez, o vetor de forças globais \mathbf{F} pode ser obtido pela expansão dos vetores de coeficientes dos elementos $\mathbf{f}^{(e)}$, conforme (7.8) (MADENCI; GUVEN, 2006).

$$\mathbf{F} = \sum_{e=1}^E \mathbf{f}^{(e)} \quad (7.8)$$

A expansão do vetor de força de elemento é do mesmo tamanho que o vetor de força global, mas existem linhas e colunas de correspondência zero para os nós não associados com elementos (e). O tamanho do vetor de forças global é ditado pelo número mais elevado entre os números de nós globais (MADENCI; GUVEN, 2006).

As etapas de construção da matriz do sistema global e do vetor de forças global são montadas considerando o sistema de molas lineares mostrados na Figura 7.1. Ao associá-los com o elemento (e), as equações para um elemento de mola dado pela (7.7) são reescritas e ficam como na (7.9, sendo $k_{11}^{(e)} = k_{22}^{(e)} = k^{(e)}$ e $k_{12}^{(e)} = k_{21}^{(e)} = -k^{(e)}$ (MADENCI; GUVEN, 2006).

$$\begin{bmatrix} k_{11}^{(e)} & k_{12}^{(e)} \\ k_{21}^{(e)} & k_{22}^{(e)} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} u_1^{(e)} \\ u_2^{(e)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1^{(e)} \\ f_2^{(e)} \end{Bmatrix} \quad (7.9)$$

Os índices da (7.9) correspondem aos dos nós 1 e 2, os números de nós locais do elemento (e). O número de nós globais especifica a conectividade entre os elementos para o sistema de molas da Figura 7.2, e as informações de conectividade estão apresentadas na Tabela 7.1 (MADENCI; GUVEN, 2006).

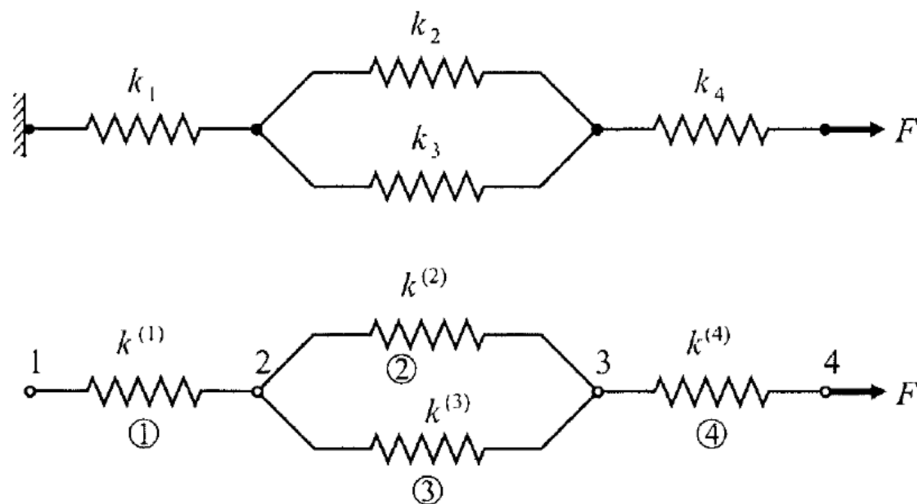


Figura 7.2 - Sistema de molas lineares (MADENCI; GUVEN, 2006)

Tabela 7.1 - Tabela de conectividade (MADENCI; GUVEN, 2006)

Número do elemento	Número de nó local	Número de nó global
1	1	1
	2	2
2	1	2
	2	3
3	1	2
	2	3
4	1	3
	2	4

Conforme (7.7), o tamanho da matriz do sistema global é 4x4 e a contribuição específica de cada elemento é dada como mostrado nas Figura 7.3 a Figura 7.6 (MADENCI; GUVEN, 2006).

$$\begin{array}{c} \boxed{1} \quad \boxed{2} \\ \left[\begin{array}{cc} k_{11}^{(1)} & k_{12}^{(1)} \\ k_{21}^{(1)} & k_{22}^{(1)} \end{array} \right] \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{2} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{cccc} \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{3} & \boxed{4} \\ \left[\begin{array}{cccc} k_{11}^{(1)} & k_{12}^{(1)} & 0 & 0 \\ k_{21}^{(1)} & k_{22}^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{2} \\ \boxed{3} \\ \boxed{4} \end{array} \equiv \mathbf{k}^{(1)} \end{array}$$

Figura 7.3 - Matriz de rigidez para o elemento 1 (MADENCI; GUVEN, 2006)

$$\begin{array}{c} \boxed{2} \quad \boxed{3} \\ \left[\begin{array}{cc} k_{11}^{(2)} & k_{12}^{(2)} \\ k_{21}^{(2)} & k_{22}^{(2)} \end{array} \right] \begin{array}{c} \boxed{2} \\ \boxed{3} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{cccc} \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{3} & \boxed{4} \\ \left[\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{11}^{(2)} & k_{12}^{(2)} & 0 \\ 0 & k_{21}^{(2)} & k_{22}^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{2} \\ \boxed{3} \\ \boxed{4} \end{array} \equiv \mathbf{k}^{(2)} \end{array}$$

Figura 7.4 - Matriz de rigidez para o elemento 2 (MADENCI; GUVEN, 2006)

$$\begin{array}{cc} \boxed{2} & \boxed{3} \\ \left[\begin{array}{cc} k_{11}^{(3)} & k_{12}^{(3)} \\ k_{21}^{(3)} & k_{22}^{(3)} \end{array} \right] & \begin{array}{c} \boxed{2} \\ \boxed{3} \end{array} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{cccc} \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{3} & \boxed{4} \\ \left[\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{11}^{(3)} & k_{12}^{(3)} & 0 \\ 0 & k_{21}^{(3)} & k_{22}^{(3)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] & \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{2} \\ \boxed{3} \\ \boxed{4} \end{array} \end{array} \equiv \mathbf{k}^{(3)}$$

Figura 7.5 - Matriz de rigidez para o elemento 3 (MADENCI; GUVEN, 2006)

$$\begin{array}{cc} \boxed{3} & \boxed{4} \\ \left[\begin{array}{cc} k_{11}^{(4)} & k_{12}^{(4)} \\ k_{21}^{(4)} & k_{22}^{(4)} \end{array} \right] & \begin{array}{c} \boxed{3} \\ \boxed{4} \end{array} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{cccc} \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{3} & \boxed{4} \\ \left[\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{11}^{(4)} & k_{12}^{(4)} \\ 0 & 0 & k_{21}^{(4)} & k_{22}^{(4)} \end{array} \right] & \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{2} \\ \boxed{3} \\ \boxed{4} \end{array} \end{array} \equiv \mathbf{k}^{(4)}$$

Figura 7.6 - Matriz de rigidez para o elemento 4 (MADENCI; GUVEN, 2006)

Podemos expressar as equações da Figura 7.3 a Figura 7.6 como mostrado na (7.10) ou (7.11) (MADENCI; GUVEN, 2006).

$$\mathbf{K} = \sum_{e=1}^4 \mathbf{k}^{(e)} = \mathbf{k}^{(1)} + \mathbf{k}^{(2)} + \mathbf{k}^{(3)} + \mathbf{k}^{(4)} \quad (7.10)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11}^{(1)} & k_{12}^{(1)} & 0 & 0 \\ k_{21}^{(1)} & (k_{22}^{(1)} + k_{11}^{(2)} + k_{11}^{(3)}) & (k_{12}^{(2)} + k_{12}^{(3)}) & 0 \\ 0 & (k_{21}^{(2)} + k_{21}^{(3)}) & (k_{22}^{(2)} + k_{22}^{(3)} + k_{11}^{(4)}) & k_{12}^{(4)} \\ 0 & 0 & k_{21}^{(4)} & k_{22}^{(4)} \end{bmatrix} \quad (7.11)$$

Conforme (7.8) o tamanho do vetor de força global é 4x1 e a contribuição específica de cada elemento é mostrada na Figura 7.7 a Figura 7.10.

$$\begin{Bmatrix} f_1^{(1)} \\ f_2^{(1)} \end{Bmatrix} \begin{matrix} \boxed{1} \\ \boxed{2} \end{matrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} f_1^{(1)} \\ f_2^{(1)} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{matrix} \boxed{1} \\ \boxed{2} \\ \boxed{3} \\ \boxed{4} \end{matrix} \equiv \mathbf{f}^{(1)}$$

Figura 7.7 - Vetor de força para o elemento 1 (MADENCI; GUVEN, 2006)

$$\begin{Bmatrix} f_1^{(2)} \\ f_2^{(2)} \end{Bmatrix} \begin{matrix} \boxed{2} \\ \boxed{3} \end{matrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} 0 \\ f_1^{(2)} \\ f_2^{(2)} \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{matrix} \boxed{1} \\ \boxed{2} \\ \boxed{3} \\ \boxed{4} \end{matrix} \equiv \mathbf{f}^{(2)}$$

Figura 7.8 - Vetor de força para o elemento 2 (MADENCI; GUVEN, 2006)

$$\begin{Bmatrix} f_1^{(3)} \\ f_2^{(3)} \end{Bmatrix} \begin{matrix} \boxed{2} \\ \boxed{3} \end{matrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} 0 \\ f_1^{(3)} \\ f_2^{(3)} \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{matrix} \boxed{1} \\ \boxed{2} \\ \boxed{3} \\ \boxed{4} \end{matrix} \equiv \mathbf{f}^{(3)}$$

Figura 7.9 - Vetor de força para o elemento 3 (MADENCI; GUVEN, 2006)

$$\begin{Bmatrix} f_1^{(4)} \\ f_2^{(4)} \end{Bmatrix} \begin{matrix} \boxed{3} \\ \boxed{4} \end{matrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ f_1^{(4)} \\ f_2^{(4)} \end{Bmatrix} \begin{matrix} \boxed{1} \\ \boxed{2} \\ \boxed{3} \\ \boxed{4} \end{matrix} \equiv \mathbf{f}^{(4)}$$

Figura 7.10 - Vetor de força para o elemento 4 (MADENCI; GUVEN, 2006)

Podemos expressar as equações da Figura 7.7 a Figura 7.10 como mostrado na (7.12) ou (7.13).

$$\mathbf{F} = \sum_{e=1}^4 \mathbf{f}^{(e)} = \mathbf{f}^{(1)} + \mathbf{f}^{(2)} + \mathbf{f}^{(3)} + \mathbf{f}^{(4)} \quad (7.12)$$

$$F = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1^{(1)} \\ f_2^{(1)} = f_1^{(2)} = f_1^{(3)} \\ f_2^{(2)} = f_2^{(3)} = f_1^{(4)} \\ f_2^{(4)} \end{Bmatrix} \quad (7.13)$$

O vetor de incógnita \mathbf{u} será conforme a (7.14), que foi montado da mesma maneira que a matriz de rigidez global do sistema e o vetor de forças global.

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_1^{(1)} \\ u_2^{(1)} = u_1^{(2)} = u_1^{(3)} \\ u_2^{(2)} = u_2^{(3)} = u_1^{(4)} \\ u_2^{(4)} \end{Bmatrix} \quad (7.14)$$

Para que o sistema global de equações possa ter uma solução única, o determinante da matriz do sistema global deve ser diferente de zero. Entretanto, um exame da matriz global do sistema revela que um dos seus autovalores é zero, resultando assim em uma matriz singular, o que gera uma solução que não é única. O autovetor correspondente ao autovalor zero representa o modo de translação, e os restantes autovalores não nulos representam todos os modos de deformação (MADENCI; GUVEN, 2006).

Para os valores específicos de $\mathbf{k}_{11}^{(e)} = \mathbf{k}_{22}^{(e)} = \mathbf{k}^{(e)}$ e $\mathbf{k}_{12}^{(e)} = \mathbf{k}_{21}^{(e)} = -\mathbf{k}^{(e)}$, a matriz global do sistema fica conforme (7.15) (MADENCI; GUVEN, 2006).

$$K = \mathbf{k}^{(e)} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.15)$$

Os autovalores são $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = 2$, $\lambda_3 = 3 - \sqrt{5}$ e $\lambda_4 = 3 + \sqrt{5}$ e os seus autovetores correspondentes são os da Figura 7.11.

$$\mathbf{u}^{(1)} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{u}^{(2)} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{u}^{(3)} = \begin{Bmatrix} -1 \\ 2 - \sqrt{5} \\ -2 + \sqrt{5} \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{u}^{(4)} = \begin{Bmatrix} -1 \\ 2 + \sqrt{5} \\ -2 - \sqrt{5} \\ 1 \end{Bmatrix}$$

Figura 7.11 - Autovetores (MADENCI; GUVEN, 2006)

Cada um desses autovetores representa um possível modo de solução. A contribuição de cada modo de solução está ilustrada na Figura 7.12.

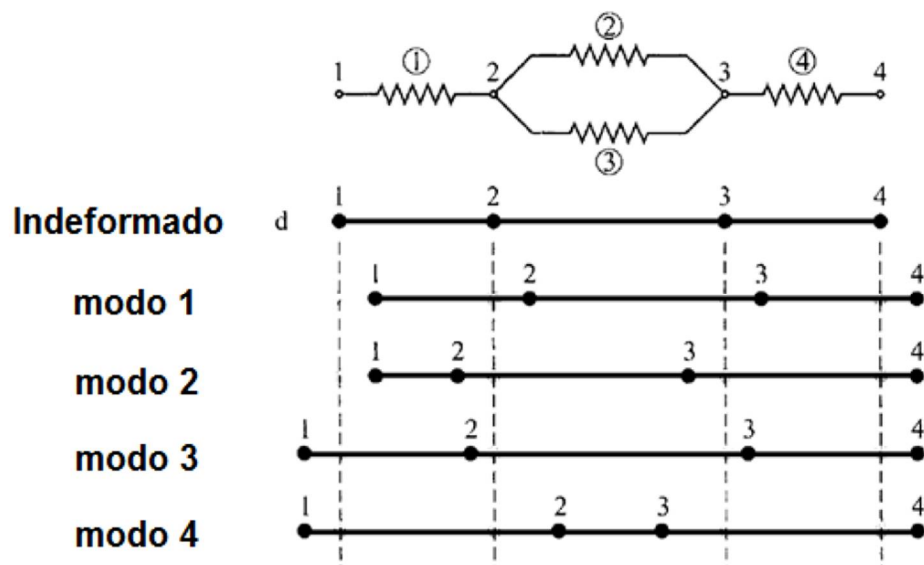


Figura 7.12 - Possíveis modos de solução para o sistema de molas lineares (MADENCI; GUVEN, 2006)

Ao observar a Figura 7.2, o nó 1 está impedido para o deslocamento. Isso ocorre por impor a condição de contorno $u_1 = 0$. Os deslocamentos no nó u_i , ou as forças no nó f_i podem ser especificadas em um determinado nó. É fisicamente impossível especificar ambos como conhecido ou desconhecido, portanto, a força nodal f_1 permanece como uma das incógnitas. Os deslocamentos nodais u_2 , u_3 e u_4 são tratados como incógnitas, e as correspondentes forças nodais assumem os valores de $f_2 = 0$, $f_3 = 0$ e $f_4 = F$. Ao colocar os valores especificados no sistema global de equações, pode-se representá-los como na (7.16), o que leva às (7.17) e (7.18) (MADENCI; GUVEN, 2006).

$$\mathbf{k}^{(e)} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} u_1 = 0 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 = 0 \\ f_3 = 0 \\ f_4 = F \end{Bmatrix} \quad (7.16)$$

$$\mathbf{k}^{(e)} \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ F \end{Bmatrix} \quad (7.17)$$

$$-\mathbf{k}^{(e)} \times u_2 = f_1 \quad (7.18)$$

A matriz dos coeficientes na (7.17) já não é singular, e as soluções para estas equações são obtidas como na (7.19). A força nodal desconhecida f_1 é determinada como $f_1 = -F$.

$$u_2 = \frac{F}{k^{(e)}}, u_3 = \frac{3F}{2k^{(e)}}, u_4 = \frac{5F}{2k^{(e)}} \quad (7.19)$$

Portanto a solução física final aceitável é a mostrada na Figura 7.13.

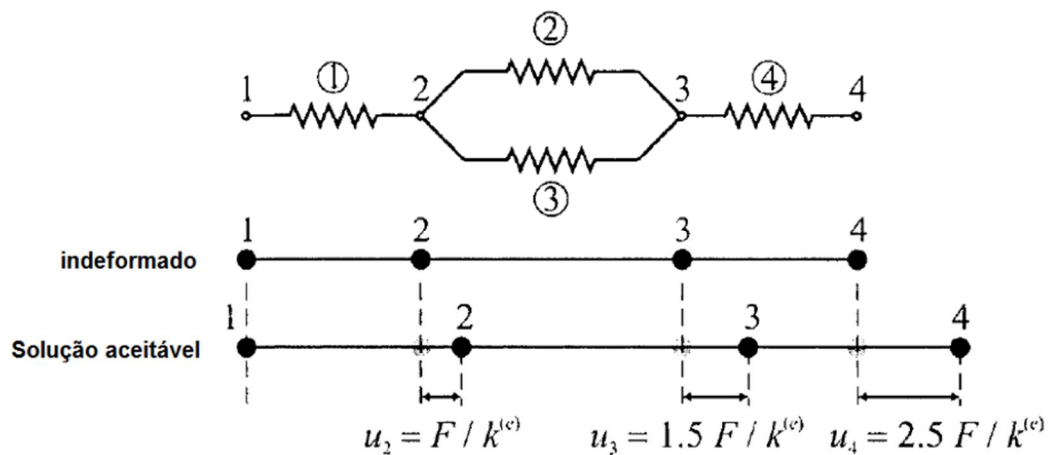


Figura 7.13 - Solução física aceitável para o sistema de molas lineares (MADENCI; GUVEN, 2006)