Modelagem em Programação Linear

Prof. Dr. André Andrade Longaray

Classificação dentro da P.O.

-técnica de otimização

-técnica de simulação

Classificação dentro da P.O.

-técnica de otimização

-técnica de simulação

Modelos matemáticos que buscam maximizar ou minimizar algo!

Conceito de Programação Linear

A PL é uma ferramenta utilizada para encontrar o lucro máximo ou o custo mínimo em situações nas quais temos diversas alternativas de escolha sujeitas a algum tipo de restrição ou regulamentação (PRADO, 1999)

Conceito de Programação Linear

MODELOS EM PL PRESSUPÕEM:

1º) Linearidade

2º) Certeza

Conceito de Programação Linear

MODELOS EM PL PRESSUPÕEM:

1º) Linearidade: todas as relações do problema podem ser expressas na forma de equações lineares

EXEMPLOS DE LINEARIDADE NA ADMINISTRAÇÃO

Conceito de Programação Linear

- O método de depreciação linear supõe que o valor do capital decresce a uma razão linear

Conceito de Programação Linear

- O método de depreciação linear supõe que o valor do capital decresce a uma razão linear
- Os gráficos de ponto de equilíbrio supõem que os custos variáveis e a renda são funções lineares (aumentam em proporção direta com a produção)

Conceito de Programação Linear

MODELOS EM PL PRESSUPÕEM:

1º) Linearidade: todas as relações do problema podem ser expressas na forma de equações lineares

2º) Certeza: não se esperam variações importantes no valor numérico de um fator do problema

Aplicações da PL

- ✓ALIMENTAÇÃO
- ✓TRANSPORTE
- ✓MANUFATURA
- ✓INVESTIMENTO
- ✓LOCALIZAÇÃO

Aplicações da PL

✓ALIMENTAÇÃO → PROBLEMA DA DIETA

Aplicações da PL

✓ALIMENTAÇÃO → PROBLEMA DA DIETA

Que composição deve ser utilizada em um alimento, de modo que o custo seja mínimo e o mesmo possua os nutrientes nas quantidades adequadas e que também atenda a outros requisitos, tais como variedades entre refeições, aspecto, gosto, etc?

Aplicações da PL

- ✓ALIMENTAÇÃO
- ✓TRANSPORTE

Aplicações da PL

✓TRANSPORTE → PROBLEMA DE ROTAS

Aplicações da PL

✓TRANSPORTE → PROBLEMA DE ROTAS

Qual deve ser o roteiro de transporte de veículos de carga de modo que entreguem toda a carga no menor tempo e com o menor custo total?

Aplicações da PL

- ✓ALIMENTAÇÃO
- ✓TRANSPORTE
- ✓MANUFATURA

Aplicações da PL

✓MANUFATURA → MIX DE PRODUÇÃO

Aplicações da PL

✓MANUFATURA → MIX DE PRODUÇÃO

Qual deve ser a composição de produtos a serem fabricados por uma empresa de modo que atinja o lucro máximo, sendo respeitadas as limitações ou exigências do mercado comprador e a capacidade de produção da fábrica?

Aplicações da PL

- ✓ALIMENTAÇÃO
- ✓TRANSPORTE
- ✓MANUFATURA
- ✓INVESTIMENTO

Aplicações da PL

✓INVESTIMENTO → CARTEIRA DE AÇÕES

Aplicações da PL

✓INVESTIMENTO → CARTEIRA DE AÇÕES

Quais ações devem compor uma carteira de investimentos de modo que o lucro seja o máximo e sejam respeitadas as previsões de lucratividade e as restrições governamentais?

Aplicações da PL

- ✓ALIMENTAÇÃO
- ✓TRANSPORTE
- ✓MANUFATURA
- ✓INVESTIMENTO
- ✓LOCALIZAÇÃO

Aplicações da PL

✓LOCALIZAÇÃO → POSICIONAMENTO GEOGRÁFICO DE FÁBRICAS

Aplicações da PL

✓LOCALIZAÇÃO → POSICIONAMENTO GEOGRÁFICO DE FÁBRICAS

Onde devem ser localizadas as fábricas e os depósitos de um novo empreendimento industrial de modo que os custos de entrega do produto aos varejistas sejam minimizados?

CONSTRUÇÃO DE UM MODELO MATEMÁTICO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

Construção de um modelo em PL

Consiste na abstração de um modelo matemático composto de uma função objetiva linear e de restrições técnicas representadas por um grupo de inequações também lineares.

Construção de um modelo em PL

DEVEM SER SEGUIDOS
3 PASSOS BÁSICOS!!!

1º DEFINIR AS VARIÁVEIS DE DECISÃO

2º DETERMINAR A FUNÇÃO OBJETIVO

3º ESTABELECER AS RESTRIÇÕES TÉCNICAS

PROBLEMA-EXEMPLO:

Uma marcenaria produz: MESA e ARMÁRIO

Usa dois recursos: MADEIRA, com disponibilidade igual a 12 m^2

MÃO-DE-OBRA, com disponibilidade igual a 8 H.h

1 MESA gasta: 2 m^2 de madeira e 2 H.h de mão-de-obra

1 ARMÁRIO gasta: 3 m^2 de madeira e 1 H.h de mão-de-obra

MARGENS UNITÁRIAS: Mesa = $ 4

Armário = $ 1

OBJETIVO: Calcular quanto produzir de cada produto para maximizar a margem de contribuição total

1º DEFINIR AS VARIÁVEIS DE DECISÃO

2º DETERMINAR A FUNÇÃO OBJETIVO

3º ESTABELECER AS RESTRIÇÕES TÉCNICAS

PROBLEMA-EXEMPLO:

Uma marcenaria produz: MESA e ARMÁRIO

Usa dois recursos: MADEIRA, com disponibilidade igual a 12 m^2

MÃO-DE-OBRA, com disponibilidade igual a 8 H.h

1 MESA gasta: 2 m^2 de madeira e 2 H.h de mão-de-obra

1 ARMÁRIO gasta: 3 m^2 de madeira e 1 H.h de mão-de-obra

MARGENS UNITÁRIAS: Mesa = $ 4

Armário = $ 1

OBJETIVO: Calcular quanto produzir de cada produto para maximizar a margem de contribuição total

1º

DEFINIR AS VARIÁVEIS DE DECISÃO

X_1 = quantidades de mesas a serem produzidas

X_2 = quantidades de armários a serem produzidas

1º DEFINIR AS VARIÁVEIS DE DECISÃO

2º DETERMINAR A FUNÇÃO OBJETIVO

3º ESTABELECER AS RESTRIÇÕES TÉCNICAS

PROBLEMA-EXEMPLO:

Uma marcenaria produz: MESA e ARMÁRIO

Usa dois recursos: MADEIRA, com disponibilidade igual a 12 m^2

MÃO-DE-OBRA, com disponibilidade igual a 8 H.h

1 MESA gasta: 2 m^2 de madeira e 2 H.h de mão-de-obra

1 ARMÁRIO gasta: 3 m^2 de madeira e 1 H.h de mão-de-obra

MARGENS UNITÁRIAS: Mesa = $ 4

Armário = $ 1

OBJETIVO: Calcular quanto produzir de cada produto para maximizar a margem de contribuição total

2º

DETERMINAR A FUNÇÃO OBJETIVO

MAXIMIZAR ou MINIMIZAR?

2º

DETERMINAR A FUNÇÃO OBJETIVO

MAXIMIZAR

2º

DETERMINAR A FUNÇÃO OBJETIVO

MAXIMIZAR $L = 4 . x1 + 1 . x2$

1º DEFINIR AS VARIÁVEIS DE DECISÃO

2º DETERMINAR A FUNÇÃO OBJETIVO

3º ESTABELECER AS RESTRIÇÕES TÉCNICAS

PROBLEMA-EXEMPLO:

Uma marcenaria produz: MESA e ARMÁRIO

Usa dois recursos: MADEIRA, com disponibilidade igual a 12 m^2

MÃO-DE-OBRA, com disponibilidade igual a 8 H.h

1 MESA gasta: 2 m^2 de madeira e 2 H.h de mão-de-obra

1 ARMÁRIO gasta: 3 m^2 de madeira e 1 H.h de mão-de-obra

MARGENS UNITÁRIAS: Mesa = $ 4

Armário = $ 1

OBJETIVO: Calcular quanto produzir de cada produto para maximizar a margem de contribuição total

PROBLEMA-EXEMPLO:

Uma marcenaria produz: MESA e ARMÁRIO

Usa dois recursos: MADEIRA, com disponibilidade igual a 12 m^2

MÃO-DE-OBRA, com disponibilidade igual a 8 H.h

1 MESA gasta: 2 m^2 de madeira e 2 H.h de mão-de-obra

1 ARMÁRIO gasta: 3 m^2 de madeira e 1 H.h de mão-de-obra

MARGENS UNITÁRIAS: Mesa = $ 4

Armário = $ 1

OBJETIVO: Calcular quanto produzir de cada produto para maximizar a margem de contribuição total

3º

ESTABELECER AS RESTRIÇÕES TÉCNICAS

1ª RESTRIÇÃO

$$\underbrace{2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2}_{\text{UTILIZAÇÃO DE MADEIRA}} \leq \underbrace{12}_{\text{DISPONIBILIDADE}}$$

PROBLEMA-EXEMPLO:

Uma marcenaria produz: MESA e ARMÁRIO

Usa dois recursos: MADEIRA, com disponibilidade igual a 12 m^2

MÃO-DE-OBRA, com disponibilidade igual a 8 H.h

1 MESA gasta: 2 m^2 de madeira e 2 H.h de mão-de-obra

1 ARMÁRIO gasta: 3 m^2 de madeira e 1 H.h de mão-de-obra

MARGENS UNITÁRIAS: Mesa = $ 4

Armário = $ 1

OBJETIVO: Calcular quanto produzir de cada produto para maximizar a margem de contribuição total

3º

ESTABELECER AS RESTRIÇÕES TÉCNICAS

2ª RESTRIÇÃO

$$\underbrace{2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2}_{\text{UTILIZAÇÃO DE MADEIRA}} \leq \underbrace{12}_{\text{DISPONIBILIDADE}}$$

$$\underbrace{2 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2}_{\text{UTILIZAÇÃO DE MÃO-DE-OBRA}} \leq \underbrace{8}_{\text{DISPONIBILIDADE}}$$

3º

ESTABELECER AS RESTRIÇÕES TÉCNICAS

Como não existe produção de mesas e armários NEGATIVA, devemos colocar uma restrição de não negatividade

3º

ESTABELECER AS RESTRIÇÕES TÉCNICAS

$$\underbrace{2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2}_{\text{UTILIZAÇÃO DE MADEIRA}} \leq \underbrace{12}_{\text{DISPONIBILIDADE}}$$

$$\underbrace{2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2}_{\text{UTILIZAÇÃO DE MÃO-DE-OBRA}} \leq \underbrace{8}_{\text{DISPONIBILIDADE}}$$

$$x_1 \text{ e } x_2 \geq 0$$

RESTRIÇÕES DE NÃO NEGATIVIDADE

MODELO COMPLETO:

MAXIMIZAR $L = \underbrace{4 \cdot x_1}_{\text{LUCRO DA MESA}} + \underbrace{1 \cdot x_2}_{\text{LUCRO DO ARMÁRIO}}$

sujeito a:

$$\underbrace{2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2}_{\text{UTILIZAÇÃO DE MADEIRA}} \leq \underbrace{12}_{\text{DISPONIBILIDADE}}$$

$$\underbrace{2 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2}_{\text{UTILIZAÇÃO DE MÃO-DE-OBRA}} \leq \underbrace{8}_{\text{DISPONIBILIDADE}}$$

com x_1 **e** $x_2 \geq 0$