

Exemplo 2: Unidade V, página 59.

Determine a área da região compreendida entre as curvas $y = x + 6$, $y = x^2$, $x = 0$ e $x = 2$.

Resolução:

Para resolver o exemplo, vamos seguir os passos descritos acima.

Para começar, precisamos fazer o esboço da região. A região está representada na Figura 19 abaixo.

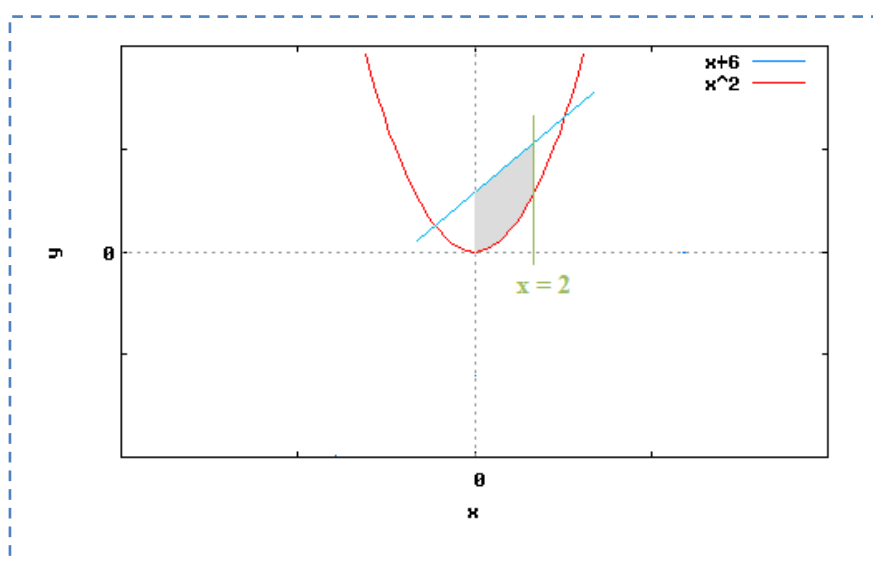


Figura 19

Traçando uma reta vertical através da região em um ponto arbitrário x , ligando a base e o topo da região, conforme a Figura 18, vemos que a função $f(x)$ que limita a região superiormente é dada por $f(x) = x + 6$ e a função $g(x)$ que limita a região inferiormente é dada por $g(x) = x^2$.

As curvas $x = 0$ e $x = 2$ geram os limites de integração $a = 0$ e $b = 2$.

Logo,

$$\begin{aligned} A &= \int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_0^2 [(x + 6) - (x^2)] dx = \int_0^2 [x + 6 - x^2] dx = \int_0^2 [x + 6 - x^2] dx \Big|_0^2 \\ &= \left(6x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \left(6 \cdot 2 + \frac{2^2}{2} - \frac{2^3}{3} \right) - \left(2 \cdot 0 + \frac{0^2}{2} - \frac{0^3}{3} \right) \\ &= \frac{34}{3}. \end{aligned}$$