Matemática das Aproximações

Pontos Zero de Funções Reais

2.4 Método de Newton-Raphson

Sabendo que *f(x)* é uma função contínua no intervalo [*a*, *b*] e possui um único zero nesse intervalo, as derivadas *f'(x)* e *f''(x)* devem ser contínuas e diferentes de zero.

2.4 Método de Newton-Raphson

Sabendo que *f(x)* é uma função contínua no intervalo [*a, b*] e possui um único zero nesse intervalo, as derivadas *f'(x)* e *f''(x)* devem ser contínuas e diferentes de zero.

Expandindo *f(x)* em série de Taylor em torno de x_n, tem-se:

$$f(x) = f(x_n) + \frac{f'(x_n)}{1!}(x - x_n) + \frac{f''(x_n)}{2!}(x - x_n)^2 + \ldots$$

2.4 Método de Newton-Raphson

Sabendo que *f(x)* é uma função contínua no intervalo [*a*, *b*] e possui um único zero nesse intervalo, as derivadas *f'(x)* e *f''(x)* devem ser contínuas e diferentes de zero.

Expandindo *f(x)* em série de Taylor em torno de x_n, tem-se:

$$f(x) = f(x_n) + \frac{f'(x_n)}{1!}(x - x_n) + \frac{f''(x_n)}{2!}(x - x_n)^2 + \ldots$$

Substituindo $x = x_{n+1}$, tomando-se até o termo de primeira ordem e igualando a zero a expansão acima, fica:

$$f(x_{n+1}) = f(x_n) + f'(x_n)(x_{n+1} - x_n) = 0$$

2.4 Método de Newton-Raphson

Sabendo que $f(x)$ é uma função contínua no intervalo $[a, b]$ e possui um único zero nesse intervalo, as derivadas $f'(x)$ e $f''(x)$ devem ser contínuas e diferentes de zero.

Expandindo $f(x)$ em série de Taylor em torno de x_n, tem-se:

$$f(x) = f(x_n) + \frac{f'(x_n)}{1!}(x - x_n) + \frac{f''(x_n)}{2!}(x - x_n)^2 + \ldots$$

Substituindo $x = x_{n+1}$, tomando-se até o termo de primeira ordem e igualando a zero a expansão acima, fica:

$$f(x_{n+1}) = f(x_n) + f'(x_n)(x_{n+1} - x_n) = 0$$

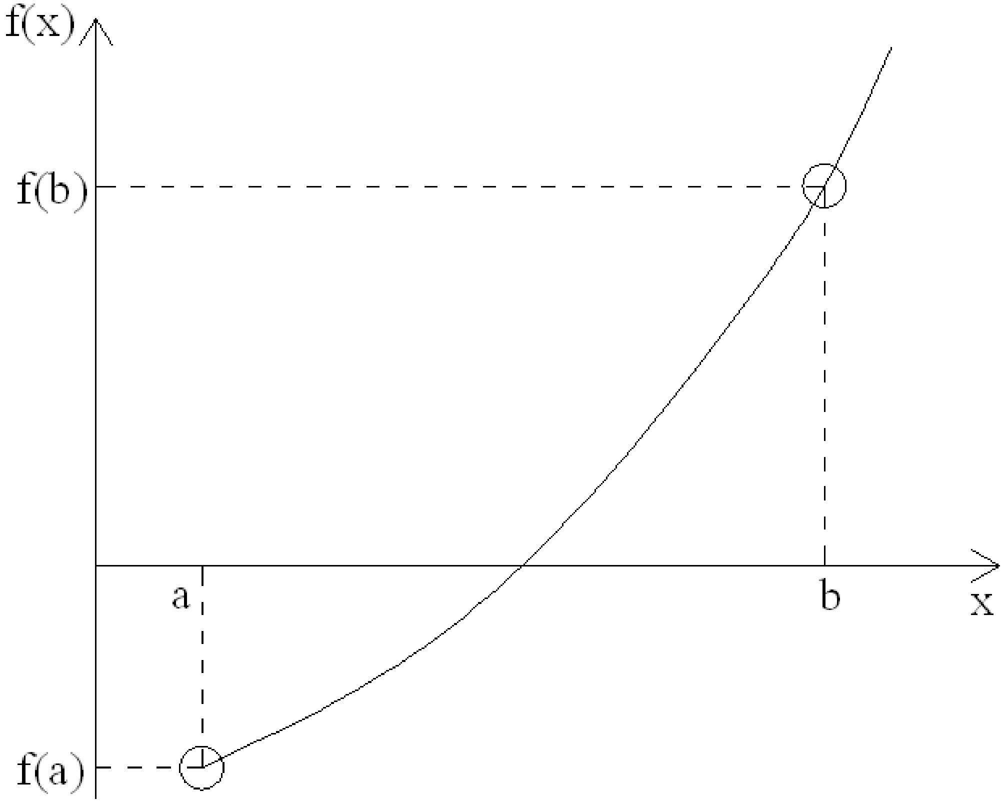
logo, $f(x_n) + f'(x_n)(x_{n+1} - x_n) = 0$,e explicitando x_{n+1}, obtém-se:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

O valor de x_{n+1} é a aproximação para a raiz da função $f(x)$.

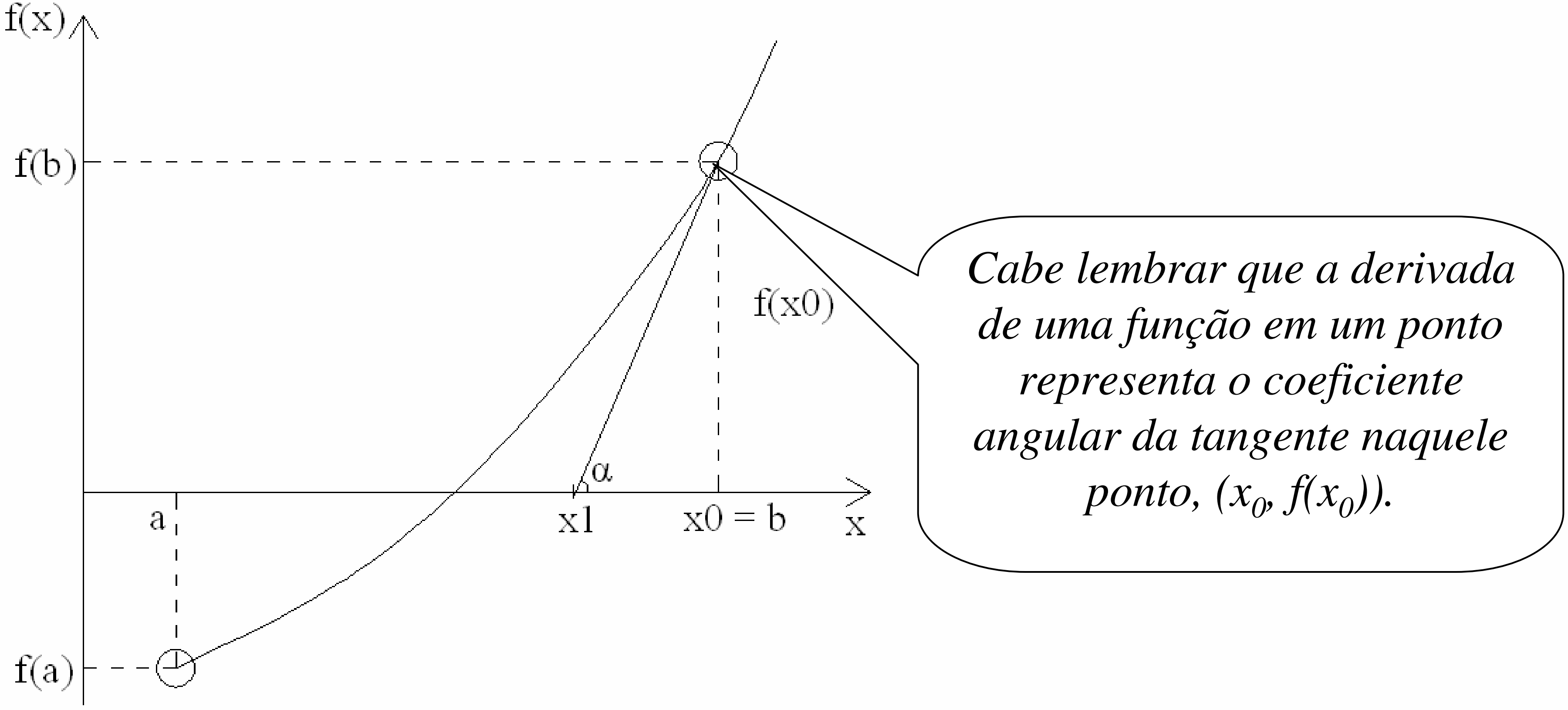
2.4.1 Interpretação Geométrica:

Considerando a função *f(x)*, conforme figura abaixo:



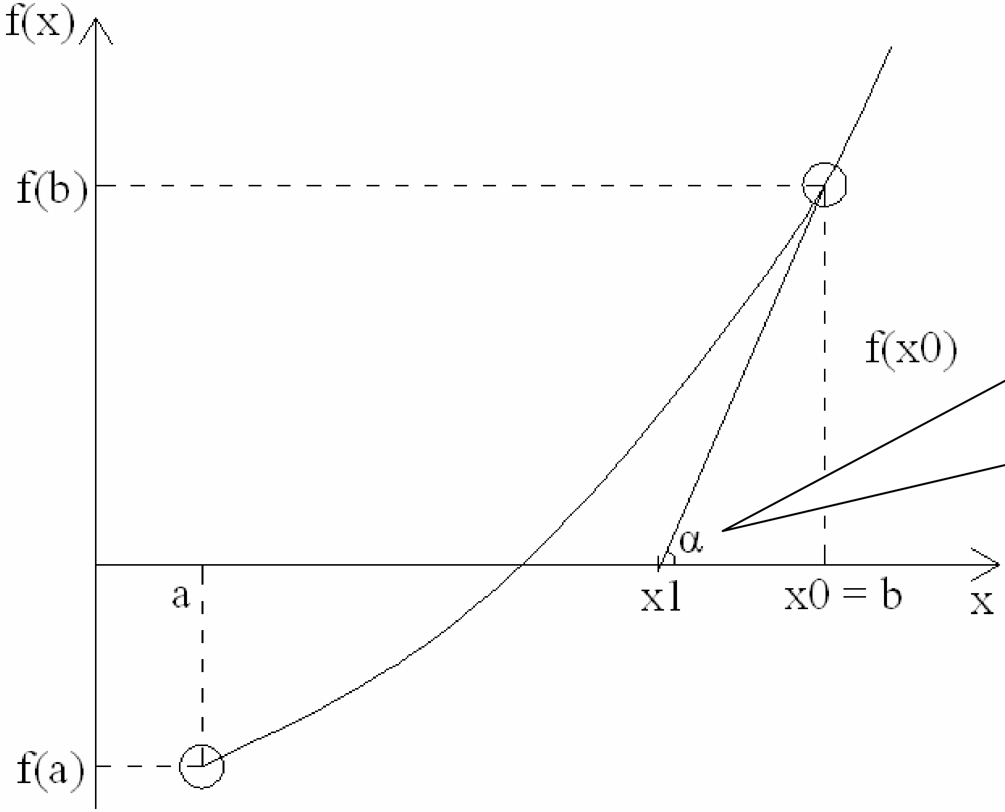
2.4.1 Interpretação Geométrica:

Considerando a função *f(x)*, conforme figura abaixo:



2.4.1 Interpretação Geométrica:

Considerando a função *f(x)*, conforme figura abaixo:

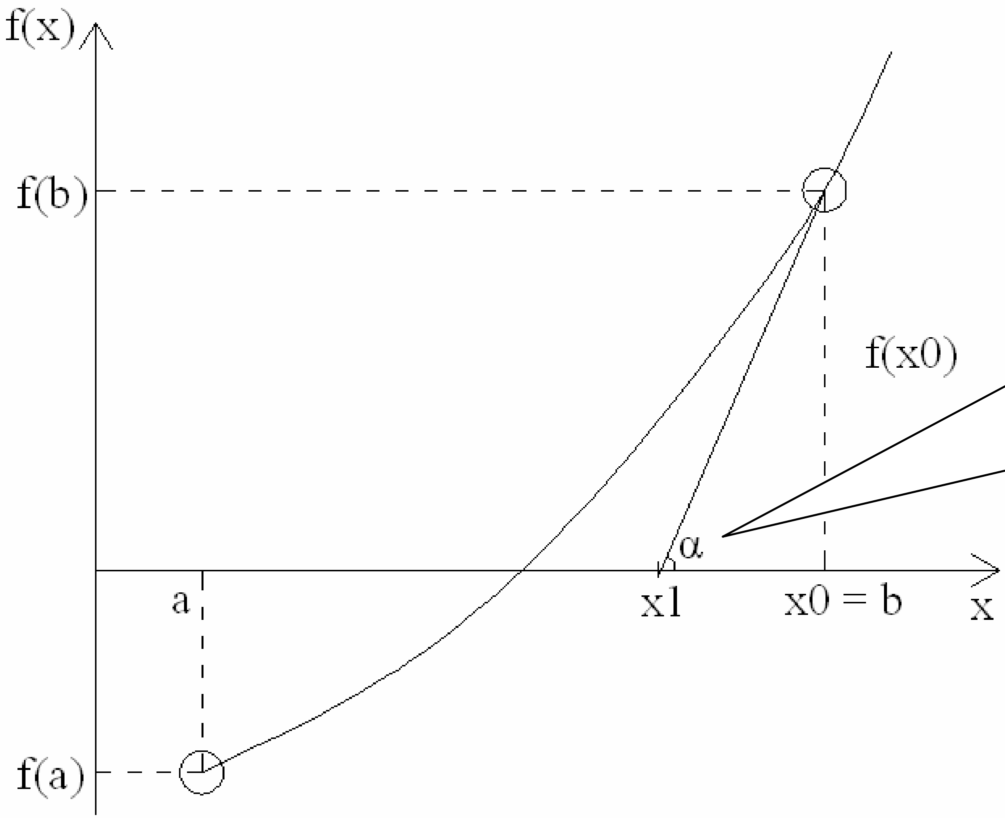


A tangente corta o eixo x em x_1, formando um ângulo α. O valor de x_1 pode ser determinado através da trigonometria, veja abaixo:

$$\tan\alpha = f'(x_0) = \frac{f(x_0)}{x_0 - x_1}$$

2.4.1 Interpretação Geométrica:

Considerando a função *f(x)*, conforme Figura abaixo.



A tangente corta o eixo x em x_1, formando um ângulo α. O valor de x_1 pode ser determinado através da trigonometria, veja abaixo:

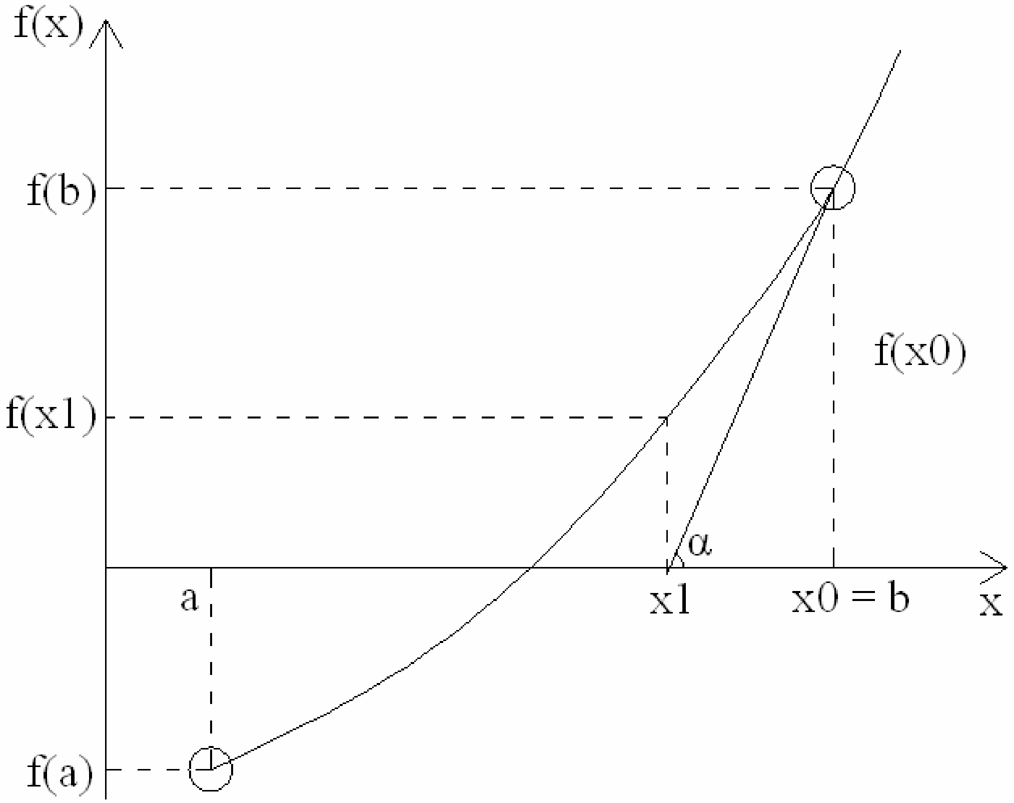
$$\tan\alpha = f'(x_0) = \frac{f(x_0)}{x_0 - x_1}$$

De onde obtém-se o valor de x_1:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

2.4.1 Interpretação Geométrica:

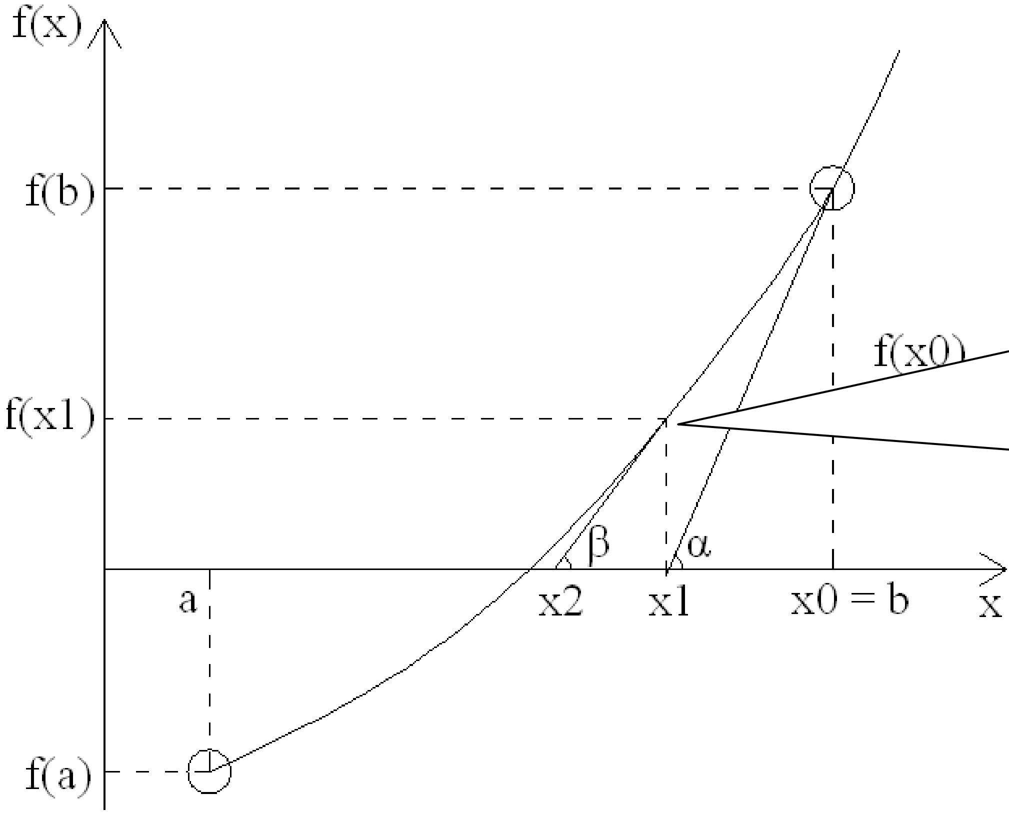
Considerando a função *f(x)*, conforme figura abaixo:



$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

2.4.1 Interpretação Geométrica:

Considerando a função *f(x)*, conforme figura abaixo:



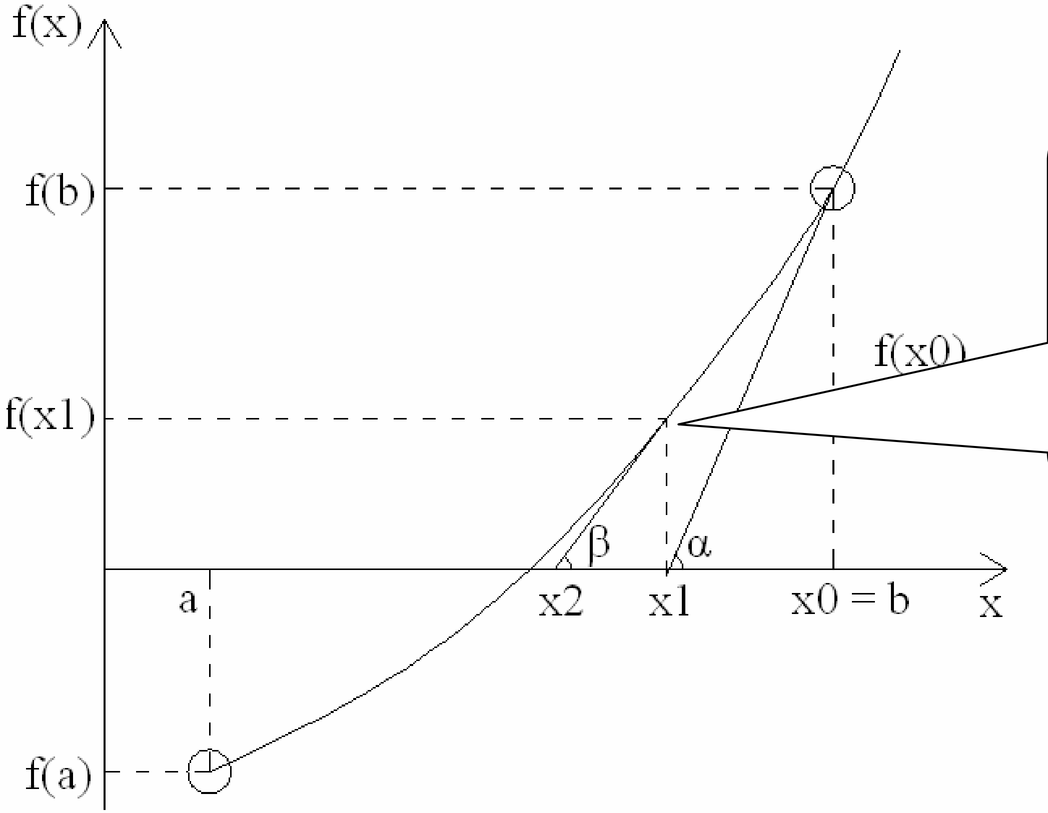
A reta tangente do ponto $(x_1, f(x_1))$ corta o eixo x em x_2, formando um ângulo β.
O valor de x_2 pode ser determinado através da trigonometria, veja abaixo:

$$\tan \beta = f'(x_1) = \frac{f(x_1)}{x_1 - x_2}$$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

2.4.1 Interpretação Geométrica:

Considerando a função *f(x)*, conforme figura abaixo:



A reta tangente do ponto $(x_1, f(x_1))$ corta o eixo x em x_2, formando um ângulo β.
O valor de x_2 pode ser determinado através da trigonometria, veja abaixo:

$$\tan\beta = f'(x_1) = \frac{f(x_1)}{x_1 - x_2}$$

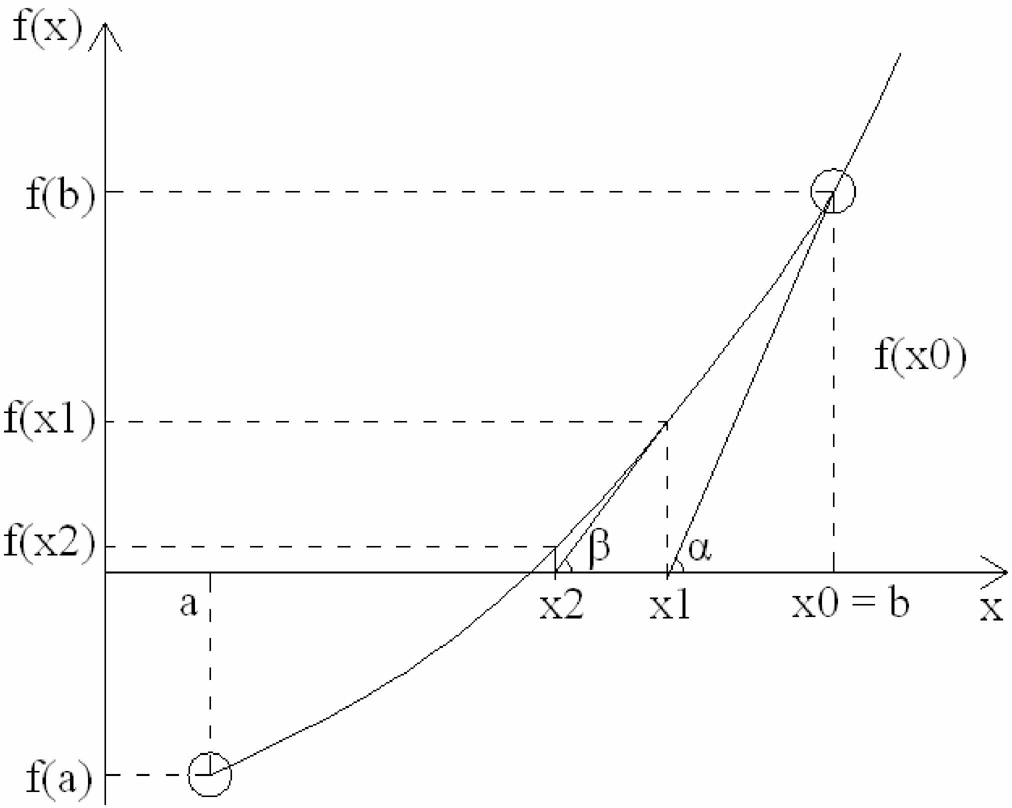
De onde obtém-se o valor de x_2:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

2.4.1 Interpretação Geométrica:

Considerando a função *f(x)*, conforme figura abaixo:



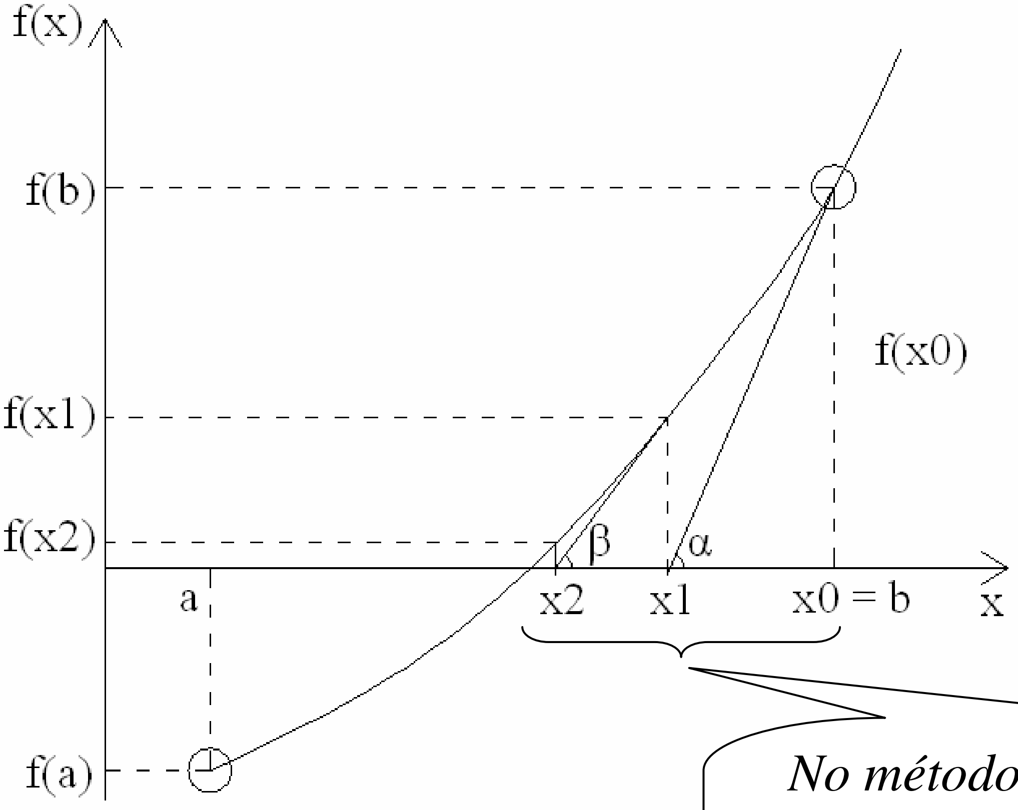
Expressões para x_1 e x_2:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

2.4.1 Interpretação Geométrica:

Considerando a função *f(x)*, conforme figura abaixo:



Expressões para x_1 e x_2:

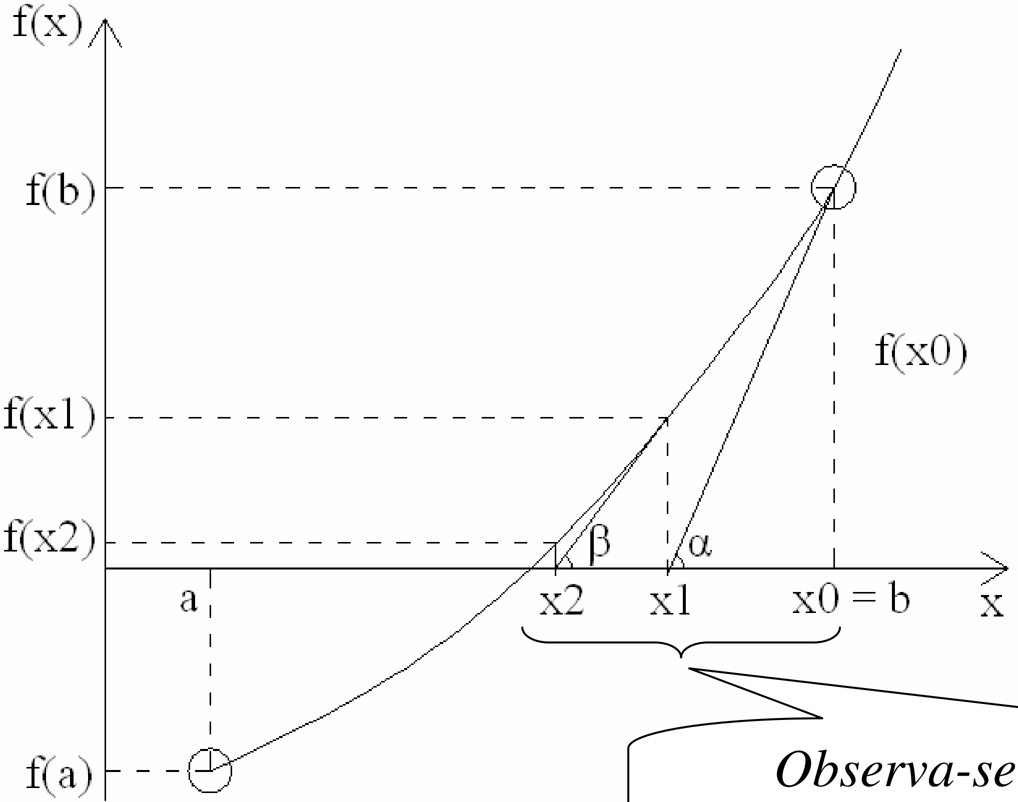
$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

No método de Newton-Raphson, o valor de x_0 é a aproximação inicial da raiz da função. Em seguida, calcula-se: x_1, x_2, x_3 ... até a convergência ($\varepsilon_n < |x_n - x_{n-1}|$).

2.4.1 Interpretação Geométrica:

Considerando a função *f(x)*, conforme figura abaixo:



Expressões para x_1 e x_2:

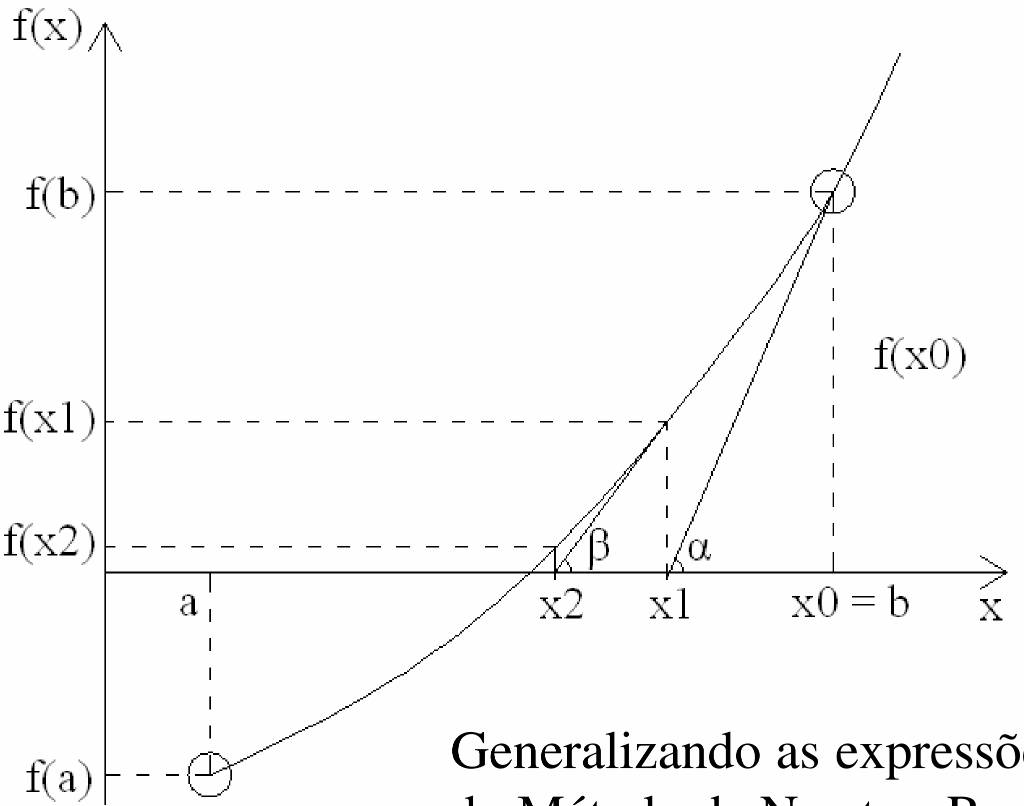
$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

Observa-se que os valores de x_1, x_2, ... se aproximam gradativamente da raiz da função.

2.4.1 Interpretação Geométrica:

Considerando a função *f(x)*, conforme figura abaixo:



Expressões para x_1 e x_2:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

Generalizando as expressões de x_1 e x_2,obtém-se a fórmula do Método de Newton-Raphson:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

2.4.2 Escolha de x_0:

É condição suficiente para a convergência do Método de Newton-Raphson, que $f'(x)$ *e* $f''(x)$ sejam não nulas e preservem o sinal em [*a*, *b*], e x_0 seja tal que

$f(x_0) * f''(x_0) > 0$.

2.4.2 Escolha de x_0:

É condição suficiente para a convergência do Método de Newton-Raphson que $f'(x)$ e $f''(x)$ sejam não nulas e preservem o sinal em $[a, b]$, e x_0 seja tal que

$f(x_0) * f''(x_0) > 0$.

2.4.3 Exemplos:

1) Calcular a raiz da equação $f(x) = x^2 - 3$, utilizando o método de Newton-Raphson com uma tolerância $\varepsilon \leq 10^{-7}$, tal que $x \in [1, 2]$.

2.4.2 Escolha de x_0:

É condição suficiente para a convergência do Método de Newton-Raphson que $f'(x)$ e $f''(x)$ sejam não nulas e preservem o sinal em $[a, b]$, e x_0 seja tal que

$f(x_0) * f''(x_0) > 0$.

2.4.3 Exemplos:

1) Calcular a raiz da equação $f(x) = x^2 - 3$, utilizando o método de Newton-Raphson, com uma tolerância $\varepsilon \leq 10^{-7}$, tal que $x \in [1, 2]$.

Verificação da existência de uma única raiz no intervalo [a, b] = [1, 2]:

$$f(x) = x^2 - 3$$

$$f(a) = f(1) = 1^2 - 3 = -2$$

$$f(b) = f(2) = 2^2 - 3 = 1$$

$$f(a) * f(b) = f(1) * f(2) = -2 * 1 = -2$$

como $f(a) * f(b) < 0$, ou seja, $f(1) * f(2) < 0$, logo, no intervalo, pode existir um número ímpar de raízes reais.

Verifição das derivadas:

$f'(x) = 2x$

$f'(1) = +2$

$f'(2) = +4$

Como o sinal da derivada da função $f(x)$ é constante no intervalo $[1, 2]$, conclui-se que existe uma única raiz real no intervalo.

Verifição das derivadas:

$$f'(x) = 2x$$

$$f'(1) = +2$$

$$f'(2) = +4$$

Como o sinal da derivada da função *f(x)* é constante no intervalo $[1, 2]$, conclui-se que existe uma única raiz real no intervalo.

$$f'(x) = 2x$$

$$f''(x) = 2$$

Verifica – se que as derivadas são contínuas e preservam o sinal no intervalo.

Verifição das derivadas:

$f'(x) = 2x$

$f'(1) = +2$

$f'(2) = +4$

Como o sinal da derivada da função $f(x)$ é constante no intervalo $[1, 2]$, conclui-se que existe uma única raiz real no intervalo.

$f'(x) = 2x$

$f''(x) = 2$

Verifica-se que as derivadas são contínuas e preservam o sinal no intervalo.

Escolha de x_0 deve satisfazer:

$f(x_0) * f''(x_0) > 0$

$f(1) = -2$

$f(2) = 1$

$f''(1) = f''(2) = 2$, logo, o valor inicial é $x_0 = 2$.

Fórmula do Método de Newton-Raphson:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Fórmula do Método de Newton-Raphson:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Substituindo a função e a derivada da função, obtém-se:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{(x_n^2 - 3)}{2x_n}$$

Fórmula do Método de Newton-Raphson:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Substituindo a função e a derivada da função, obtém-se:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{(x_n^2 - 3)}{2x_n}$$

Após realizar o mínimo múltiplo comum, a expressão fica:

$$x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 3}{2x_n}$$

Equação para realizar os cálculos das aproximações da raiz da função.

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \|x_n - x_{n-1}\|$

Para facilitar o cálculo da raiz, os dados serão organizados em uma tabela contendo as seguintes informações: ***n****, que representa os índices;* $\boldsymbol{x_n}$*, as aproximações da raiz;* $\boldsymbol{f(x_n)}$*, os valores da função; e* $\boldsymbol{\varepsilon_n}$, os erros.

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1} \rvert$
0	2,0	1,0	- - - - -

É a aproximação inicial para a raiz da função.

É o valor da função, f(2,0).

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1} \rvert$
0	2,0	1,0	- - - - -
1	1,75		

$$x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 3}{2x_n}$$

$$x_1 = \frac{x_0^2 + 3}{2x_0} = \frac{2^2 + 3}{2 * 2} = 1{,}75$$

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1} \rvert$
0	2,0	1,0	- - - - -
1	1,75	0,0625	

$$x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 3}{2x_n}$$

$$x_1 = \frac{x_0^2 + 3}{2x_0} = \frac{2^2 + 3}{2 * 2} = 1{,}75$$

$$f(x_1) = x_1^2 - 3 = 1{,}75^2 - 3 = 0{,}0625$$

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1}\rvert$
0	2,0	1,0	- - - - -
1	1,75	0,0625	0,25

$$x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 3}{2x_n}$$

$$x_1 = \frac{x_0^2 + 3}{2x_0} = \frac{2^2 + 3}{2*2} = 1{,}75$$

$$f(x_1) = x_1^2 - 3 = 1{,}75^2 - 3 = 0{,}0625$$

$$\varepsilon_1 = \lvert x_1 - x_0 \rvert = \lvert 1{,}75 - 2{,}0 \rvert = 0{,}25$$

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1} \rvert$
0	2,0	1,0	- - - - -
1	1,75	0,0625	0,25

Como $f(x_1) \neq 0$ *e* $\varepsilon_1 > 10^{-7}$*, as iterações para os cálculos das aproximações da raiz continuam.*

$$x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 3}{2x_n}$$

$$x_1 = \frac{x_0^2 + 3}{2x_0} = \frac{2^2 + 3}{2*2} = 1{,}75$$

$$f(x_1) = x_1^2 - 3 = 1{,}75^2 - 3 = 0{,}0625$$

$$\varepsilon_1 = \lvert x_1 - x_0 \rvert = \lvert 1{,}75 - 2{,}0 \rvert = 0{,}25$$

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1} \rvert$
0	2,0	1,0	- - - - -
1	1,75	0,0625	0,25
2	1,73214286		

$$x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 3}{2x_n}$$

$$x_2 = \frac{x_1^2 + 3}{2x_1} = \frac{1{,}75^2 + 3}{2 * 1{,}75} = 1{,}73214286$$

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1} \rvert$
0	2,0	1,0	- - - - -
1	1,75	0,0625	0,25
2	1,73214286	0,00031888	

$$x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 3}{2x_n}$$

$$x_2 = \frac{x_1^2 + 3}{2x_1} = \frac{1{,}75^2 + 3}{2 * 1{,}75} = 1{,}73214286$$

$$f(x_2) = x_2^2 - 3 = 1{,}73214286^2 - 3 = 0{,}00031888$$

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1} \rvert$
0	2,0	1,0	- - - - -
1	1,75	0,0625	0,25
2	1,73214286	0,00031888	0,01785714

$$x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 3}{2x_n}$$

$$x_2 = \frac{x_1^2 + 3}{2x_1} = \frac{1{,}75^2 + 3}{2 * 1{,}75} = 1{,}73214286$$

$$f(x_2) = x_2^2 - 3 = 1{,}73214286^2 - 3 = 0{,}00031888$$

$$\varepsilon_2 = \lvert x_2 - x_1 \rvert = \lvert 1{,}73214286 - 1{,}75 \rvert = 0{,}01785714$$

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1} \rvert$
0	2,0	1,0	- - - - -
1	1,75	0,0625	0,25
2	1,73214286	0,00031888	0,01785714

Como $f(x_2) \neq 0$ *e* $\varepsilon_2 > 10^{-7}$, *as iterações para os cálculos das aproximações da raiz continuam.*

$$x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 3}{2x_n}$$

$$x_2 = \frac{x_1^2 + 3}{2x_1} = \frac{1{,}75^2 + 3}{2 * 1{,}75} = 1{,}73214286$$

$$f(x_2) = x_2^2 - 3 = 1{,}73214286^2 - 3 = 0{,}00031888$$

$$\varepsilon_2 = \lvert x_2 - x_1 \rvert = \lvert 1{,}73214286 - 1{,}75 \rvert = 0{,}01785714$$

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \|x_n - x_{n-1}\|$
0	2,0	1,0	- - - - -
1	1,75	0,0625	0,25
2	1,73214286	0,00031888	0,01785714
3			

$$x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 3}{2x_n}$$

$$f(x_n) = x_n^2 - 3$$

$$\varepsilon_n = \left| x_n - x_{n-1} \right|$$

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1} \rvert$
0	2,0	1,0	- - - - -
1	1,75	0,0625	0,25
2	1,73214286	0,00031888	0,01785714
3	1,73205081		

$$x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 3}{2x_n}$$

$$f(x_n) = x_n^2 - 3$$

$$\varepsilon_n = \left| x_n - x_{n-1} \right|$$

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1}\rvert$
0	2,0	1,0	- - - - -
1	1,75	0,0625	0,25
2	1,73214286	0,00031888	0,01785714
3	1,73205081	0,00000001	

$$x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 3}{2x_n}$$

$$f(x_n) = x_n^2 - 3$$

$$\varepsilon_n = \left| x_n - x_{n-1} \right|$$

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1} \rvert$
0	2,0	1,0	- - - - -
1	1,75	0,0625	0,25
2	1,73214286	0,00031888	0,01785714
3	1,73205081	0,00000001	0,00009205

$$x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 3}{2x_n}$$

$$f(x_n) = x_n^2 - 3$$

$$\varepsilon_n = \left| x_n - x_{n-1} \right|$$

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1} \rvert$
0	2,0	1,0	- - - - -
1	1,75	0,0625	0,25
2	1,73214286	0,00031888	0,01785714
3	1,73205081	0,00000001	0,00009205
4	1,73205081	0,00000000	0,00000000

$$x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 3}{2x_n}$$

$$f(x_n) = x_n^2 - 3$$

$$\varepsilon_n = \left| x_n - x_{n-1} \right|$$

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1} \rvert$
0	2,0	1,0	- - - - -
1	1,75	0,0625	0,25
2	1,73214286	0,00031888	0,01785714
3	1,73205081	0,00000001	0,00009205
4	1,73205081	0,00000000	0,00000000

Raiz:

$\boldsymbol{x = 1{,}73205081}$

Como $f(x_4) \approx 0$ e $\varepsilon_4 < 10^{-7}$, então, x_4 é o valor da raiz aproximada.

2) Determinar, pelo método de Newton-Raphson, a raiz de $f(x) = 2x^3 + \ln x - 5 = 0$ com $\varepsilon \leq 10^{-7}$, tal que $x \in [1, 2]$.

2) Determinar, pelo método de Newton-Raphson, a raiz de $f(x) = 2x^3 + \ln x - 5 = 0$ com $\varepsilon \leq 10^{-7}$, tal que $x \in [1,2]$:

Verificação da existência de uma única raiz no intervalo [a, b] = [1, 2]:

$$f(x) = 2x^3 + \ln x - 5$$

2) Determinar, pelo método de Newton-Raphson, a raiz de $f(x) = 2x^3 + \ln x - 5 = 0$ com $\varepsilon \leq 10^{-7}$, tal que $x \in [1,2]$:

Verificação da existência de uma única raiz no intervalo [a, b] = [1, 2]:

$$f(x) = 2x^3 + \ln x - 5$$

$$f(a) = f(1) = 2 * 1^3 + \ln 1 - 5 = -3$$

$$f(b) = f(2) = 2 * 2^3 \ln 2 - 5 = 11{,}69$$

$$f(a) * f(b) = f(1) * f(2) = -3 * 11{,}69 = -35{,}07$$

como $f(a) * f(b) \langle\ 0$, ou seja, $f(1) * f(2) \langle\ 0$, logo, no intervalo, pode existir um número ímpar de raízes reais.

2) Determinar, pelo método de Newton-Raphson, a raiz de $f(x) = 2x^3 + \ln x - 5 = 0$ com $\varepsilon \leq 10^{-7}$, tal que $x \in [1,2]$:

Verificação da existência de uma única raiz no intervalo [a, b] = [1, 2]:

$$f(x) = 2x^3 + \ln x - 5$$

$$f(a) = f(1) = 2*1^3 + \ln 1 - 5 = -3$$

$$f(b) = f(2) = 2*2^3 \ln 2 - 5 = 11{,}69$$

$$f(a) * f(b) = f(1) * f(2) = -3 * 11{,}69 = -35{,}07$$

como $f(a) * f(b) \langle 0$, ou seja, $f(1) * f(2) \langle 0$, logo, no intervalo, pode existir um número ímpar de raízes reais.

Verifição da derivada:

$$f'(x) = 6x^2 + 1/x$$

2) Determinar, pelo método de Newton-Raphson, a raiz de $f(x) = 2x^3 + \ln x - 5 = 0$ com $\varepsilon \leq 10^{-7}$, tal que $x \in [1,2]$:

Verificação da existência de uma única raiz no intervalo [a, b] = [1, 2]:

$$f(x) = 2x^3 + \ln x - 5$$

$$f(a) = f(1) = 2*1^3 + \ln 1 - 5 = -3$$

$$f(b) = f(2) = 2*2^3 \ln 2 - 5 = 11{,}69$$

$$f(a) * f(b) = f(1) * f(2) = -3 * 11{,}69 = -35{,}07$$

como $f(a) * f(b) \langle\ 0$, ou seja, $f(1) * f(2) \langle\ 0$, logo, no intervalo, pode existir um número ímpar de raízes reais.

Verifição das derivadas:

$$f'(x) = 6x^2 + 1/x$$

$$f'(1) = 6*1^2 + 1/1 = +7$$

$$f'(2) = 6*2^2 + 1/2 = +24{,}5$$

Como o sinal da derivada da função $f(x)$ é constante no intervalo [1, 2], conclui-se que existe uma única raiz real no intervalo.

$$f'(x) = 6x^2 + 1/x$$

$f''(x) = 12x - 1/x^2$, verifica-se que as derivadas são contínuas no intervalo.

$$f'(x) = 6x^2 + 1/x$$

$f''(x) = 12x - 1/x^2$, verifica-se que as derivadas são contínuas no intervalo.

Escolha de x_0 (um dos extremos do intervalo [1 ,2] que satisfaz e expressão abaixo)

$$f(x_0) * f''(x_0) > 0$$

$$f(1) = -3$$

$$f(2) = 11{,}69$$

$$f''(1) = 11$$

$$f''(2) = 23{,}75$$

Assim, $f(2) * f''(2) > 0$, logo, o valor inicial é $x_0 = 2$.

Fórmula Geral:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Substituindo a função e a derivada da função, obtém-se

$$x_{n+1} = x_n - \frac{(2x_n^3 + \ln x_n - 5)}{6x_n^2 + 1/x_n}$$

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1} \rvert$
0	2,0	11,69314718	- - - - -

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1} \rvert$
0	2,0	11,69314718	- - - - -
1	1,52272868		

$$x_{n+1} = x_n - \frac{(2x_n^3 + \ln x_n - 5)}{6x_n^2 + 1/x_n}$$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{6x_0^2 + 1/x_0} = 2 - \frac{(11,69314718)}{6*2^2 + 1/2} = 1,52272868$$

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1} \rvert$
0	2,0	11,69314718	- - - - -
1	1,52272868	2,48201400	

$$x_{n+1} = x_n - \frac{(2x_n^3 + \ln x_n - 5)}{6x_n^2 + 1/x_n}$$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{6x_0^2 + 1/x_0} = 2 - \frac{(11{,}69314718)}{6 * 2^2 + 1/2} = 1{,}52272868$$

$$f(1{,}52272868) = 2 * 1{,}52272868^3 + \ln(1{,}52272868) - 5 = 2.482014003$$

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1} \rvert$
0	2,0	11,69314718	- - - - -
1	1,52272868	2,48201400	0,47727131

$$x_{n+1} = x_n - \frac{(2x_n^3 + \ln x_n - 5)}{6x_n^2 + 1/x_n}$$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{6x_0^2 + 1/x_0} = 2 - \frac{(11{,}69314718)}{6 * 2^2 + 1/2} = 1{,}52272868$$

$$f(1{,}52272868) = 2 * 1{,}52272868^3 + \ln(1{,}52272868) - 5 = 2.482014003$$

$$\varepsilon_1 = \lvert x_1 - x_0 \rvert = \lvert 1{,}52272868 - 2 \rvert = 0{,}47727131$$

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1} \rvert$
0	2,0	11,69314718	- - - - -
1	1,52272868	2,48201400	0,47727131
2	1,35236520	0,24851386	0,17036348

$$x_{n+1} = x_n - \frac{(2x_n^3 + \ln x_n - 5)}{6x_n^2 + 1/x_n}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{6x_n^2 + 1/x_n}$$

$$f(x) = 2x^3 + \ln x - 5 = 0$$

$$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1} \rvert$$

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1} \rvert$
0	2,0	11,69314718	- - - - -
1	1,52272868	2,48201400	0,47727131
2	1,35236520	0,24851386	0,17036348
3	1,33114790	0,00350931	0,02121729

$$x_{n+1} = x_n - \frac{(2x_n^3 + \ln x_n - 5)}{6x_n^2 + 1/x_n}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{6x_n^2 + 1/x_n}$$

$$f(x) = 2x^3 + \ln x - 5 = 0$$

$$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1} \rvert$$

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1}\rvert$
0	2,0	11,69314718	- - - - -
1	1,52272868	2,48201400	0,47727131
2	1,35236520	0,24851386	0,17036348
3	1,33114790	0,00350931	0,02121729
4	1,33083960	0,00000073	0,00030829

$$x_{n+1} = x_n - \frac{(2x_n^3 + \ln x_n - 5)}{6x_n^2 + 1/x_n}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{6x_n^2 + 1/x_n}$$

$$f(x) = 2x^3 + \ln x - 5 = 0$$

$$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1} \rvert$$

Tabela: Método de Newton-Raphson

n	x_n	$f(x_n)$	$\varepsilon_n = \lvert x_n - x_{n-1} \rvert$
0	2,0	11,69314718	- - - - -
1	1,52272868	2,48201400	0,47727131
2	1,35236520	0,24851386	0,17036348
3	1,33114790	0,00350931	0,02121729
4	1,33083960	0,00000073	0,00030829
5	1,33083954	0,00000000	0,00000006

Raiz:

$$\boldsymbol{x = 1{,}33083954}$$

Exercício complementar

1) Determinar a raiz do polinômio $f(x) = 3x^3 - 5x^2 + x + 3$ do intervalo $[-2{,}44; -0{,}38]$ com $\varepsilon < 10^{-6}$.

2) Calcular a raiz da equação $f(x) = 4x - e^x = 0$, tal que pertence ao intervalo [0, 1] com uma tolerância $\varepsilon < 10^{-7}$.

Obrigado.