

# MODELAGEM DINÂMICA E CONTROLE ROBUSTO DE UM VEÍCULO SUBAQUÁTICO

ADILSON M. TAVARES<sup>1</sup>, SEBASTIÃO C. P. GOMES<sup>2</sup> e MAURO A. B. CUNHA<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Coordenadoria de Eletrotécnica – CEFET, Pelotas, RS; Mestre em Engenharia Oceânica; adilson@cefetrst.tche.br

<sup>2</sup>Professor do Departamento de Matemática – FURG; Doutor em automatização; dmtscpg@furg.com

<sup>3</sup>Coordenadoria de Automação Industrial – CEFET, Pelotas, RS; Doutor em Engenharia Elétrica; mauro@cefetrst.tche.br

## RESUMO

Este trabalho desenvolve um estudo sobre a modelagem de veículos subaquáticos incluindo cinemática, dinâmica do corpo rígido e forças e torques atuantes no veículo. Após o desenvolvimento do modelo dinâmico, realiza-se o projeto de uma lei de controle em posição utilizando linearização por realimentação, com características de robustez. Este tipo de controle é importante uma vez que em muitas situações deseja-se levar o veículo para determinada posição e lá mantê-lo enquanto o mesmo realiza alguma tarefa. Após o desenvolvimento teórico, um exemplo é apresentado, tendo-se como referência um veículo subaquático cujos parâmetros do modelo são conhecidos. Apesar da complexidade e da não-linearidade da dinâmica do veículo, os resultados das simulações efetuadas mostram que o sistema de controle desenvolvido apresenta um bom desempenho.

**PALAVRAS-CHAVE:** veículos subaquáticos, modelagem dinâmica, controle de posição, linearização por realimentação.

## 1 – INTRODUÇÃO

Diversos trabalhos científicos têm sido realizados abordando estudos sobre a utilização de robôs no meio subaquático. Os robôs são utilizados principalmente em razão das limitações físicas humanas para a realização de tarefas no ambiente marinho. Nesse contexto, os veículos subaquáticos não-tripulados se apresentam como uma solução viável, com grande quantidade de aplicações. Entre as aplicações, pode-se citar (Yuh [22]): inspeção de plataformas de exploração de petróleo; construção e manutenção de estruturas subaquáticas; mapeamento do fundo do mar; observação do ambiente marinho e coleta de dados para instituições de pesquisa; localização e resgate de equipamentos no fundo do mar; localização e eliminação de minas.

A maior parte da bibliografia divide os veículos subaquáticos não-tripulados em dois grupos (Yuh [22]): Veículos Operados Remotamente (*Remotely Operated Vehicles – ROVs*) e Veículos Subaquáticos Autônomos (*Autonomous Underwater Vehicles – AUVs*).

Os ROVs recebem energia e trocam informações com o painel de controle na superfície por meio de um cabo umbilical. A partir do painel de controle o operador pode planejar tarefas ou utilizar um *joystick* para manobrar diretamente o veículo.

Os AUVs não sofrem a intervenção do operador humano durante a missão e também não possuem cabo umbilical. A fonte de energia está embarcada no veículo, assim como a unidade central de processamento. Devido à inexistência de cabo, os veículos autônomos têm maior liberdade de movimento e sua utilização vem crescendo em virtude dos avanços nos processadores e nos meios de armazenamento de energia, que garantem maior autonomia a esses veículos.

No Brasil existem poucos trabalhos na área de robótica subaquática. Dominguez [6] fez um estudo sobre modelagem e desenvolveu um programa para simulação dinâmica de veículos submarinos. Cunha [4] propôs um sistema de controle adaptativo para seguimento de trajetória. Hsu et al. [14] apresentaram um procedimento para identificação do modelo dinâmico dos propulsores. Barros e Soares [2] apresentaram uma proposta de veículo de baixo custo que pode operar como ROV ou AUV. Souza e Maruyama [20] investigaram diferentes técnicas de controle para posicionamento dinâmico.

No âmbito mundial, há grande número de trabalhos publicados. Existem diversas áreas de pesquisa no contexto geral da robótica subaquática, tais como: modelagem da interação entre fluido e estrutura (Ridao et al. [18]); modelagem dos atuadores (Blanke et al. [3]); técnicas de controle para o veículo (Antonelli et al. [1]); ambientes de simulação (Conte e Serrani [5]); projeto de veículos (Miller [15]).

Este trabalho desenvolve um estudo sobre a modelagem dinâmica de veículos subaquáticos não-tripulados e apresenta o desenvolvimento de um controlador automático de posição com linearização por realimentação. O artigo está dividido da seguinte forma: na segunda seção, apresenta-se a modelagem dinâmica do veículo, passando por cinemática, dinâmica do corpo rígido e forças e torques externos que atuam no veículo; na terceira desenvolve-se um controlador automático de posição; na quarta seção mostram-se resultados de simulações, efetuadas no Matlab, do comportamento do veículo sob a ação do controlador projetado; na quinta seção encerra-se o trabalho, com as conclusões.

## 2 – MODELAGEM DINÂMICA

A modelagem do veículo é dividida da seguinte forma: cinemática, dinâmica do corpo rígido e forças externas que atuam no veículo.

## 2.1 – Cinemática

Na modelagem de veículos subaquáticos, é conveniente trabalhar com dois sistemas de referência: um fixo ao veículo (referencial do corpo,  $X_0Y_0Z_0$ ) e outro fixo a um ponto da terra (referencial inercial,  $XYZ$ ). Com isso, a dinâmica é modelada no referencial do corpo. Durante as simulações, em cada passo de integração das equações diferenciais, efetuam-se transformações para o referencial inercial. D'Souza e Garg [7] apontam, como uma vantagem desse procedimento, o fato de os momentos de inércia do veículo permanecerem constantes em relação ao referencial do corpo para qualquer orientação do veículo. Além disso, a redução de ordem necessária para a solução numérica das equações diferenciais representativas da dinâmica do veículo já é feita automaticamente durante a modelagem. Assim, a dinâmica do veículo com seis graus de liberdade não é modelada por seis equações diferenciais de segunda ordem, mas por doze equações diferenciais de primeira ordem.

Na Figura 1, segundo notação SNAME (The Society of Naval Architects and Marine Engineers) estabelecida em 1950 [19], tem-se:

- $u$  = componente da velocidade linear na direção  $X_0$  (eixo longitudinal), movimento de avanço (*surge*);
- $v$  = componente da velocidade linear na direção  $Y_0$  (eixo transversal), movimento de balanço (*sway*);
- $w$  = componente da velocidade linear na direção  $Z_0$  (eixo normal), movimento de oscilação (*heave*);
- $p$  = componente da velocidade angular na direção  $X_0$ , movimento de rolamento (*roll*);
- $q$  = componente da velocidade angular na direção  $Y_0$ , movimento de arfagem (*pitch*);
- $r$  = componente da velocidade angular na direção  $Z_0$ , movimento de guinada (*yaw*).

A velocidade linear ( $\mathbf{v}_1$ ) e a velocidade angular ( $\mathbf{v}_2$ ) podem ser expressas na forma vetorial:

$$\mathbf{v}_1 = [u, v, w]^T, \quad \mathbf{v}_2 = [p, q, r]^T \quad \text{e} \quad \mathbf{v} = [\mathbf{v}_1^T, \mathbf{v}_2^T]^T$$

Os mesmos vetores podem ser expressos no referencial inercial:

$$\boldsymbol{\eta}_1 = [x, y, z]^T, \quad \boldsymbol{\eta}_2 = [\phi, \theta, \psi]^T \quad \text{e} \quad \boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{\eta}_1^T, \boldsymbol{\eta}_2^T]^T$$

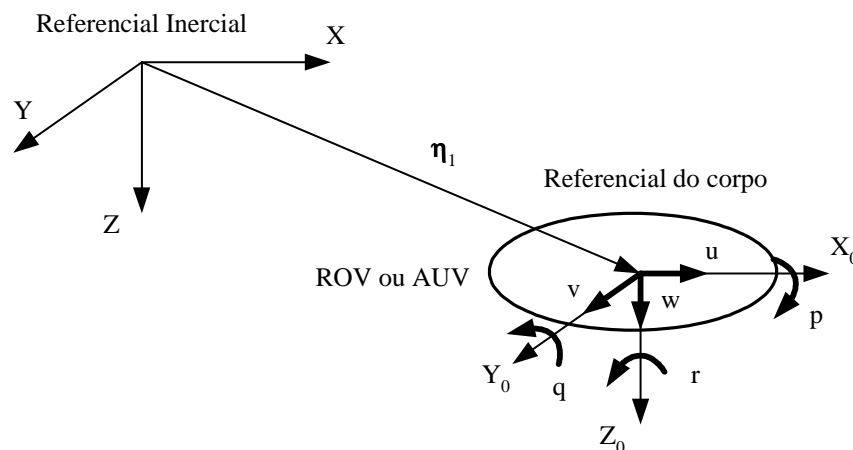


FIGURA 1 – Referencial inercial e referencial do corpo

Integrando as velocidades no referencial inercial, obtêm-se os vetores de posição ( $\boldsymbol{\eta}_1$ ) e de orientação ( $\boldsymbol{\eta}_2$ ) do veículo:

$$\boldsymbol{\eta}_1 = [x, y, z]^T, \quad \boldsymbol{\eta}_2 = [\phi, \theta, \psi]^T \quad \text{e} \quad \boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{\eta}_1^T, \boldsymbol{\eta}_2^T]^T$$

onde  $x$ ,  $y$  e  $z$  indicam a posição da origem do referencial do corpo expressa no referencial inercial e  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$  indicam a orientação angular do veículo no referencial inercial.

Os vetores de forças ( $\boldsymbol{\tau}_1$ ) e torques ( $\boldsymbol{\tau}_2$ ) aplicados ao veículo e expressos no referencial do corpo são:

$$\boldsymbol{\tau}_1 = [X, Y, Z]^T; \quad \boldsymbol{\tau}_2 = [K, M, N]^T \quad \text{e} \quad \boldsymbol{\tau} = [\boldsymbol{\tau}_1^T, \boldsymbol{\tau}_2^T]^T$$

As transformações de um referencial para outro podem ser feitas a partir dos ângulos de Euler, ou dos parâmetros de Euler (quatérnions) ou usando os parâmetros de Euler-Rodrigues (Fossen [10]).

Trabalhando-se com ângulos de Euler, a transformação é obtida a partir de uma seqüência de rotações em torno de cada um dos eixos coordenados. Com isso, gera-se uma matriz de transformação cujos elementos são funções trigonométricas dos ângulos de orientação do corpo rígido. Multiplicando a matriz de transformação pelo vetor expresso num referencial, obtêm-se a representação desse vetor em outro referencial:

$$\dot{\mathbf{q}}_1 = \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) \mathbf{v}_1 \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_2 = \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) \mathbf{v}_2 \quad (2)$$

onde  $\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)$  é a matriz de transformação da velocidade linear e  $\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)$  é a matriz de transformação da velocidade angular. A matriz de transformação da velocidade linear é expressa por:

$$\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi c\theta s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & -c\psi s\phi + s\psi c\theta s\theta \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (3)$$

onde  $s \cdot = \text{sen}(\cdot)$  e  $c \cdot = \text{cos}(\cdot)$ . A matriz de transformação  $\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)$  é ortogonal (Fossen [10]).

A matriz de transformação da velocidade angular é dada por:

$$\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} 1 & s\phi t & c\phi t \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

onde  $t \cdot = \text{tan}(\cdot)$ .

É importante destacar duas características de (4). A matriz  $\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)$  não é definida para  $\theta = \pm 90^\circ$ , o que representa o veículo subindo ou descendo com seu eixo longitudinal disposto na posição vertical. Porém, isso não chega a ser problema, uma vez os veículos subaquáticos normalmente são projetados para operar longe dessa singularidade. A utilização de quatérnions não apresenta essa limitação. O segundo ponto a salientar é que a matriz não é ortogonal ( $\mathbf{J}_2^{-1} \neq \mathbf{J}_2^T$ ).

As matrizes de transformação usando quatérnions são funções de quatro parâmetros: três componentes de um vetor e o cosseno de um ângulo. A idéia básica é rotacionar o referencial inercial, de um certo ângulo, em torno de um eixo cujas direções estão em um vetor unitário conhecido, fazendo com que os dois sistemas de referência coincidam perfeitamente.

Essas matrizes de transformação são dadas por:

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{e}) = \begin{bmatrix} 1 - 2(\varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2) & 2(\varepsilon_1\varepsilon_2 - \varepsilon_4\varepsilon_3) & 2(\varepsilon_1\varepsilon_3 + \varepsilon_4\varepsilon_2) \\ 2(\varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_4\varepsilon_3) & 1 - 2(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_3^2) & 2(\varepsilon_2\varepsilon_3 - \varepsilon_4\varepsilon_1) \\ 2(\varepsilon_1\varepsilon_3 - \varepsilon_4\varepsilon_2) & 2(\varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_4\varepsilon_1) & 1 - 2(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{E}_2(\mathbf{e}) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \varepsilon_4 & -\varepsilon_3 & \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 & \varepsilon_4 & -\varepsilon_1 \\ -\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & \varepsilon_4 \\ -\varepsilon_1 & -\varepsilon_2 & -\varepsilon_3 \end{bmatrix} \quad (6)$$

onde

$$\mathbf{e} = [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \eta]^T \quad \text{e} \quad (7)$$

$$\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2 + \eta^2 = 1$$

Os quatérnions não dão informação direta da orientação do corpo. Fazendo  $\mathbf{E}_1(\mathbf{e}) = \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)$  e resolvendo o sistema de equações não-lineares resultante para  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$ , determina-se a orientação em função dos ângulos de Euler.

A análise por Euler-Rodrigues reduz a quantidade de parâmetros em relação aos quatérnions, resultando em um número de três. O princípio é o mesmo dos parâmetros de Euler, porém existe uma singularidade na matriz de transformação, resultando em um método que aparentemente não traz nenhuma vantagem significativa em relação aos dois anteriores.

## 2.2 – Dinâmica do corpo rígido

As equações dinâmicas de movimento do veículo, com seis graus de liberdade, podem ser obtidas por meio do Formalismo Newtoniano (Fossen [10]; Dominguez [6]) e expressas na forma matricial-vetorial como:

$$\mathbf{M}_{RB} \ddot{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v}) \dot{\mathbf{v}} = \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\tau} \quad (8)$$

onde, no referencial do corpo,  $\ddot{\boldsymbol{\omega}}$  é o vetor aceleração,  $\dot{\mathbf{v}}$  é o vetor velocidade,  $\boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\tau}$  é o vetor resultante de todas as forças e torques aplicados no veículo,  $\mathbf{M}_{RB}$  é a matriz de inércia do corpo rígido e  $\mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v})$  é a matriz

Coriolis e centrípeta do corpo rígido. A matriz de inércia é formada pela massa ( $m$ ), momentos de inércia ( $I_x, I_y, I_z$ ), produtos de inércia ( $I_{xy}, I_{yz}, I_{xz}$ ) e coordenadas do centro de gravidade no referencial do corpo ( $x_G, y_G, z_G$ ). Ela é uma matriz positiva definida e a única parametrização possível é:

$$\mathbf{M}_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_G & -my_G \\ 0 & m & 0 & -mz_G & 0 & mx_G \\ 0 & 0 & m & my_G & -mx_G & 0 \\ 0 & -mz_G & my_G & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_G & 0 & -mx_G & -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -my_G & mx_G & 0 & -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix} \quad (9)$$

A matriz de Coriolis e centrípeta do corpo rígido pode ter várias parametrizações. Uma parametrização possível, obtida a partir de  $\mathbf{M}_{RB}$  é:

$$\mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -m(y_G q + z_G r) & m(y_G p + w) & m(z_G p - v) \\ m(x_G q - w) & -m(z_G r + x_G p) & m(z_G q + u) \\ m(x_G r + v) & m(y_G r - u) & -m(x_G p + y_G q) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} m(y_G q + z_G r) & -m(x_G q - w) & -m(x_G r + v) \\ -m(y_G p + w) & m(z_G r + x_G p) & -m(y_G r - u) \\ -m(z_G p - v) & -m(z_G q + u) & m(x_G p + y_G q) \\ 0 & -I_{yz} q - I_{xz} p + I_z r & I_{yz} r + I_{xy} p - I_y q \\ I_{yx} q + I_{xz} p - I_z r & 0 & -I_{xz} r - I_{xy} q + I_x p \\ -I_{yz} r - I_{xy} p + I_y q & I_{xz} r + I_{xy} q - I_x p & 0 \end{bmatrix}$$

onde  $\mathbf{C}_{RB} = -\mathbf{C}_{RB}^T$ .

Com a colocação da origem do referencial do corpo coincidindo com o centro de gravidade e, além disso, com os eixos coordenados paralelos aos eixos principais de inércia, eliminam-se todos os elementos da matriz de inércia que estejam fora da diagonal principal. Se isso não for possível, pode-se deslocar o referencial do corpo paralelamente aos eixos principais de inércia, usando o teorema dos eixos paralelos, até que os produtos de inércia se tornem nulos. Uma terceira opção é colocar a origem do referencial do corpo no centro de gravidade e rotacioná-lo até que os produtos de inércia se tornem nulos. Essa alternativa parece inconveniente porque os eixos do referencial ficam em direções diferentes dos eixos longitudinal, lateral e normal do veículo, o que deve ser levado em consideração no projeto do sistema de controle. Fossen [10] e D'Souza e Garg [7] apresentam a análise matemática dessas transformações.

## 2.3 – Forças e torques aplicados no veículo

O veículo subaquático está sob a ação das seguintes forças (e torques associados): massa adicional, restauradora (peso e empuxo), arrasto e sustentação e propulsão. Além dessas, existem ainda a força de Froude-Kriloff (causada pela ação da onda oceânica sobre o veículo) e a força devida à tração do cabo umbilical. No presente artigo, considera-se o veículo como sendo autônomo (sem cabo), deslocando-se em meio aquático sem ondas. Portanto, as duas últimas forças citadas anteriormente são inexistentes na dinâmica do veículo estudado.

Inicialmente, desconsiderando o efeito da corrente marinha, tem-se:

$$\mathbf{M}_{RB} \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}_{RB} \mathbf{v} = \boldsymbol{\tau}_A + \boldsymbol{\tau}_{WB} + \boldsymbol{\tau}_D + \boldsymbol{\tau} \quad (11)$$

A força de massa adicional manifesta-se sempre que o veículo acelera-se com relação ao fluido, devendo-se essa força à inércia do volume de fluido deslocado com o movimento do veículo. Ela pode ser obtida a partir da energia cinética do fluido deslocado pelo veículo e com o auxílio das equações de Kirchhoff, resultando na seguinte equação matricial-vetorial (Fossen [10]):

$$\boldsymbol{\tau}_A = -\mathbf{M}_A \dot{\mathbf{v}} - \mathbf{C}_A(\mathbf{v})\mathbf{v} \quad (12)$$

onde  $\mathbf{M}_A$  e  $\mathbf{C}_A(\mathbf{v})$  são, respectivamente, a matriz de inércia e a matriz de Coriolis e centrípeta associadas à massa adicional.

A matriz de massa adicional é dada por:

$$\mathbf{M}_A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \Lambda & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & K & A_{26} \\ M & M & O & M \\ A_{61} & A_{62} & \Lambda & A_{66} \end{bmatrix} \quad (13)$$

onde  $A_{ij}$  são os coeficientes de massa adicional, tomados como constantes, que podem ser estimados através da Teoria das Faixas (Faltinsen [8]; Newman [16]). Em muitos casos, os elementos que estão fora da diagonal principal são desprezados, devido ao fato de estes possuírem valores bem menores do que os da diagonal. A matriz Coriolis e centrípeta associada à massa adicional pode ser parametrizada como:

$$\mathbf{C}_A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & A_{33}w & -A_{22}v \\ 0 & 0 & 0 & -A_{33}w & 0 & A_{11}u \\ 0 & 0 & 0 & A_{22}v & -A_{11}u & 0 \\ 0 & A_{33}w & -A_{22}v & 0 & A_{66}r & -A_{55}q \\ -A_{33}w & 0 & A_{11}u & -A_{66}r & 0 & A_{44}p \\ A_{22}v & -A_{11}u & 0 & A_{55}q & -A_{44}p & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

As forças de peso ( $W$ ) e empuxo ( $B$ ) dependem da massa e do volume do corpo, da massa específica do fluido e da aceleração da gravidade. Elas atuam sempre na direção vertical do referencial inercial e possuem sentidos contrários. Contudo, essas forças podem ter componentes nos três eixos do referencial do corpo, geradas pelos movimentos de rolamento e arfagem do veículo. Como o centro de gravidade é projetado para ficar um pouco abaixo do centro de flutuação, os torques produzidos por peso e empuxo atuam sempre no sentido de tentar trazer os ângulos de rolamento e de arfagem para zero. Normalmente, o empuxo é um pouco maior do que o peso, de forma que na ocorrência de qualquer falha do sistema de controle o veículo se desloque para a superfície. Trabalhando com ângulos de Euler, tem-se a seguinte forma do vetor de forças e torques restauradores:

$$\boldsymbol{\tau}_{WB} = \begin{bmatrix} (W - B)s\theta \\ -(W - B)c\theta s\phi \\ -(W - B)c\theta c\phi \\ -(y_G W - y_B B)c\theta c\phi + (z_G W - z_B B)c\theta s\phi \\ (z_G W - z_B B)s\theta + (x_G W - x_B B)c\theta c\phi \\ -(x_G W - x_B B)c\theta s\phi - (y_G W - y_B B)s\theta \end{bmatrix} \quad (15)$$

As forças e torques de arrasto e sustentação são modeladas de diferentes maneiras (Dominguez [6]; Fossen [10]; Conte e Serrani [5]). Se o veículo possuir três planos de simetria e deslocar-se com baixa velocidade, pode-se desprezar o acoplamento hidrodinâmico e considerar apenas o efeito de amortecimento causado pelo fluido. Assim, o vetor de forças e torques de amortecimento pode ser expresso por (Fossen [10]):

$$\boldsymbol{\tau}_D = -\mathbf{D}(\mathbf{v})\mathbf{v} \quad (16)$$

onde  $\mathbf{v} = [u, v, w, p, q, r]^T$  é o vetor velocidade. A matriz de amortecimento ( $\mathbf{D}(\mathbf{v})$ ) possui a seguinte estrutura diagonal:

$$\mathbf{D}(\mathbf{v}) = -\text{diag}\{X_u + X_{|u|u}|u|, Y_v + Y_{|v|v}|v|, Z_w + Z_{|w|w}|w|, \quad (17)$$

$$K_p + K_{|p|p}|p|, M_q + M_{|q|q}|q|, N_r + N_{|r|r}|r|\}$$

onde  $X_u$ ,  $Y_v$ ,  $Z_w$ ,  $K_p$ ,  $M_q$  e  $N_r$  são coeficientes de amortecimento linear, enquanto  $X_{|u|u}$ ,  $Y_{|v|v}$ ,  $Z_{|w|w}$ ,  $K_{|p|p}$ ,  $M_{|q|q}$  e  $N_{|r|r}$  são coeficientes de amortecimento quadrático.

Assumindo-se que  $\mathbf{g} = -\boldsymbol{\tau}_{WB}$  e substituindo-se (12) e (16) em (11), obtém-se a equação diferencial que descreve a dinâmica da interação entre fluido e estrutura, podendo-se expressá-la como:

$$\mathbf{M}\ddot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{C}(\mathbf{v})\dot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{D}(\mathbf{v})\boldsymbol{\eta} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\tau} \quad (18)$$

onde  $\mathbf{M} = \mathbf{M}_{RB} + \mathbf{M}_A$  e  $\mathbf{C} = \mathbf{C}_{RB} + \mathbf{C}_A$ .

Fossen [10] demonstra que para levar em consideração a corrente marinha, basta trabalhar, na equação (18), com a velocidade do veículo em relação à água ( $\mathbf{v}_r$ ), dada por:

$$\mathbf{v}_r = \mathbf{v} - \mathbf{v}_c \quad (19)$$

onde  $\mathbf{v}_c = [u_c, v_c, w_c, 0, 0, 0]^T$  é a velocidade da corrente marinha expressa no referencial do corpo.

Finalmente, a dinâmica do veículo para uma corrente marinha constante e irrotacional pode ser analisada pelo par de equações diferenciais matriciais-vetoriais:

$$\mathbf{M}\dot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{C}(\mathbf{v}_r)\mathbf{v}_r + \mathbf{D}(\mathbf{v}_r)\mathbf{v}_r + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\tau} \quad (20)$$

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})\mathbf{v}_r + \mathbf{v}_c^E \quad (21)$$

onde  $\mathbf{v}_c^E$  é a velocidade da corrente no referencial inercial.

A propulsão de muitos veículos subaquáticos é feita por hélices acionados por motores de corrente contínua, que podem girar em qualquer sentido de rotação e com velocidade controlada por meio da alimentação do motor (Fossen [10]; Barros e Soares [2]). Conte e Serrani [5] descrevem um veículo com propulsores acionados por motores hidráulicos com as velocidades controladas por meio das correntes fornecidas às servo-válvulas.

Em Hsu et al. [14] encontra-se uma descrição detalhada da modelagem estática e dinâmica dos propulsores, incluindo levantamento experimental de parâmetros. O empuxo ( $F_{pi}$ ) e o torque ( $M_{pi}$ ) desenvolvidos pelo propulsor de número  $i$  são expressos por:

$$F_{pi} = C_T(\sigma) \frac{\rho}{8} [v_{wi}^2 + (0,7\pi n_{pi} D)^2] \pi D^2 \quad (22)$$

$$M_{pi} = C_Q(\sigma) \frac{\rho}{8} [v_{wi}^2 + (0,7\pi n_{pi} D)^2] \pi D^3 \quad (23)$$

Nestas equações,  $C_T$  e  $C_Q$  são coeficientes expressos em função do ângulo de avanço:

$$\sigma = \tan^{-1} \left( \frac{v_{wi}}{0,7\pi n_{pi} D} \right) \quad (24)$$

onde  $v_{wi}$  é a velocidade com que a água entra no hélice,  $D$  é o diâmetro do hélice e  $n_{pi}$  é o número de rotações por segundo.

A velocidade de entrada de água no hélice ( $v_w$ ) é considerada igual à componente da velocidade relativa do veículo paralela à linha de ação do hélice. Por exemplo, para os hélices que atuam na direção  $X_0$ , a velocidade de entrada da água é igual à componente de velocidade relativa na direção  $X_0$ . Porém, observa-se que a parcela de propulsão associada à velocidade de entrada de água nos hélices é bem menor do que a parcela devida à rotação dos hélices (Fossen [10]; Conte e Serrani [5]; Antonelli et al. [1]; Souza e Maruyama [20]). Assim, tomando  $\sigma = 0^\circ$ , as equações (22) e (23) podem ser expressas como:

$$T = T_{|n|n} |n|n \quad (25)$$

$$Q = Q_{|n|n} |n|n \quad (26)$$

onde  $T_{|n|n} = C_T(0^\circ) \rho (0,7)^2 \pi^3 D^4 / 8$  é o coeficiente de empuxo e  $Q_{|n|n} = C_Q(0^\circ) \rho (0,7)^2 \pi^3 D^5 / 8$  é o coeficiente de torque, ambos com o fluxo axial de água no hélice desprezado.

Considerando-se esta simplificação, o vetor de forças e momentos de propulsão resulta em:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (27)$$

Sendo  $p$  o número de propulsores,  $\mathbf{u}$  é um vetor de dimensão  $p \times 1$  com elementos  $u_i = |n_i|n_i$  e  $\mathbf{B}$  é uma matriz de dimensão  $6 \times p$  cujos elementos estão distribuídos em função da localização dos propulsores.

A equação diferencial matricial-vetorial para a dinâmica dos propulsores pode ser representada por:

$$\mathbf{P}\dot{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{\tau}_m - \boldsymbol{\tau}_r \quad (28)$$

onde  $\mathbf{P}$  é uma matriz diagonal contendo os momentos de inércia dos propulsores,  $\dot{\boldsymbol{\eta}}$  é o vetor aceleração angular dos hélices,  $\boldsymbol{\tau}_m$  é o vetor de torques motores e  $\boldsymbol{\tau}_r$  é o vetor de torques resistentes.

### 3 – CONTROLE MULTIVARIÁVEL

Nesta seção mostra-se o desenvolvimento de um sistema de controle para posicionamento dinâmico utilizando linearização por realimentação (Fossen [10]).

A idéia básica é transformar o sistema não-linear em um sistema linear, válido em todo espaço de estado, a partir da observação das variáveis de estado. Assim, a lei de controle é dada por:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}\mathbf{a}_v + \mathbf{n}(\mathbf{v}, \boldsymbol{\eta}) \quad (29)$$

O vetor  $\mathbf{a}_v$  é a aceleração comandada, expressa no referencial do corpo, e o vetor  $\mathbf{n}(\mathbf{v}, \boldsymbol{\eta})$  tem a função de eliminar as não-linearidades do sistema, possuindo a forma:

$$\mathbf{n}(\mathbf{v}, \boldsymbol{\eta}) = \mathbf{C}(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{D}(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) \quad (30)$$

A aceleração  $\mathbf{a}_v$  pode ser transformada para o referencial inercial através da expressão:

$$\mathbf{a}_\eta = \mathbf{F}(\boldsymbol{\eta})\mathbf{v} + \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})\mathbf{a}_v \quad (31)$$

onde  $\mathbf{a}_\eta$  é a aceleração comandada expressa no referencial inercial.

O sistema linear e desacoplado, resultante da realimentação, pode ser escrito na forma:

$$\mathbf{M}_\eta (\ddot{\boldsymbol{\eta}} - \mathbf{a}_\eta) = \mathbf{0} \quad (32)$$

onde  $\mathbf{M}_\eta$  é a matriz de inércia no referencial inercial.

Partindo do princípio de que se deseja fazer o posicionamento do veículo relativo ao referencial inercial, a aceleração comandada no referencial do corpo não é inicialmente conhecida. O primeiro passo é escolher uma trajetória de referência, no referencial inercial, em função das posições e orientações iniciais e finais desejadas para o veículo. A aceleração comandada no referencial inercial é determinada de forma a acompanhar a aceleração de referência. Finalmente, a aceleração comandada é transformada do referencial inercial para o referencial do corpo.

A trajetória de referência pode ser gerada a partir da solução da equação diferencial:

$$\ddot{\boldsymbol{\eta}}_d + 2\xi\omega_n\dot{\boldsymbol{\eta}}_d + \omega_n^2\boldsymbol{\eta}_d = \omega_n^2\mathbf{r}_\eta \quad (33)$$

onde  $\boldsymbol{\eta}_d$  é o vetor com a posição e a orientação desejadas em cada instante de tempo,  $\mathbf{r}_\eta$  é o vetor com a posição e a orientação finais desejadas. Uma rápida análise dessa equação mostra que  $\boldsymbol{\eta}_d(\infty) = \mathbf{r}_\eta$ , ou seja, em estado estacionário, as posições e orientações de referência são iguais às posições e orientações desejadas. O coeficiente de amortecimento é representado por  $\xi$  e a frequência natural não-amortecida é representada por  $\omega_n$ . Esses parâmetros são importantes, uma vez que pequenos valores de amortecimento produzem grande oscilação em torno da posição final desejada e valores de frequência não-amortecida muito altos produzem pequeno tempo de subida (Franklin e Powell [12]). O tempo de subida pequeno pode exigir correntes demasiadamente elevadas nos atuadores. Assim, para que não ocorra sobre-sinal significativo, opta-se por um coeficiente de amortecimento em torno de 0,90. O tempo de subida  $t_r$  pode ser tomado como uma função linear do erro inicial de posição, por meio da seguinte expressão:

$$t_r = K\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} \quad (34)$$

onde K é uma constante de proporcionalidade e  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta z$  são diferenças entre a posição inicial e a posição final desejada. O valor de K é determinado de modo iterativo, por meio de diversas simulações, de modo que as correntes nos atuadores fiquem em níveis aceitáveis. A primeira aproximação para K é tomada com base na velocidade de cruzeiro do veículo. Por exemplo, se a velocidade de cruzeiro for 2 m/s, a aproximação inicial poderá ser K=0,5 s/m. Portanto, se o erro inicial for dado por  $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} = 1m$ , o tempo de subida será 0,5 s, que produz uma velocidade média igual à velocidade de cruzeiro. Porém, após algumas simulações, observa-se que, devido à necessidade de deslocamentos laterais e rotações do veículo, o valor final de K deve ser maior que o da aproximação inicial.

Finalmente, em função do tempo de subida (critério de 0 a 100%), determina-se a frequência natural não-amortecida (Ogata [17]):

$$\omega_n = \frac{\pi - \tan^{-1} \sqrt{1 - \xi^2}}{t_r \sqrt{1 - \xi^2}} \quad (35)$$

O erro  $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$  no acompanhamento da trajetória de referência  $\boldsymbol{\eta}_d$  é dado por:

$$\tilde{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}_d \quad (36)$$

Assim, como  $\ddot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{a}_\eta$ , tem-se:

$$\mathbf{a}_\eta = \ddot{\boldsymbol{\eta}} + \ddot{\boldsymbol{\eta}}_d \quad (37)$$

A dinâmica do erro pode ser controlada por uma ação proporcional, integral e derivativa:

$$\ddot{\tilde{\eta}} + \mathbf{K}_D \dot{\tilde{\eta}} + \mathbf{K}_P \tilde{\eta} + \mathbf{K}_I \int \tilde{\eta} dt = \mathbf{0} \quad (38)$$

onde  $\mathbf{K}_P$ ,  $\mathbf{K}_I$  e  $\mathbf{K}_D$  são matrizes diagonais com, respectivamente, ganhos proporcionais, integrais e derivativos.

Das duas últimas equações obtém-se a aceleração comandada no referencial inercial, sob a forma:

$$\mathbf{a}_\eta = \ddot{\eta}_d - \mathbf{K}_D \dot{\tilde{\eta}} - \mathbf{K}_P \tilde{\eta} - \mathbf{K}_I \int \tilde{\eta} dt \quad (39)$$

Como o modelo dinâmico do veículo está expresso no referencial do corpo, a aceleração comandada no referencial inercial  $\mathbf{a}_\eta$  deve ser transformada para o referencial do corpo. Essa transformação é efetuada isolando-se  $\mathbf{a}_v$  (aceleração comandada, expressa no referencial do corpo) em (31), que resulta na seguinte expressão:

$$\mathbf{a}_v = \mathbf{J}^{-1}(\boldsymbol{\eta})[\mathbf{a}_\eta - \mathcal{F}(\boldsymbol{\eta})\mathbf{v}] \quad (40)$$

A Figura 2 resume, de forma esquemática, a seqüência utilizada na estrutura de controle.

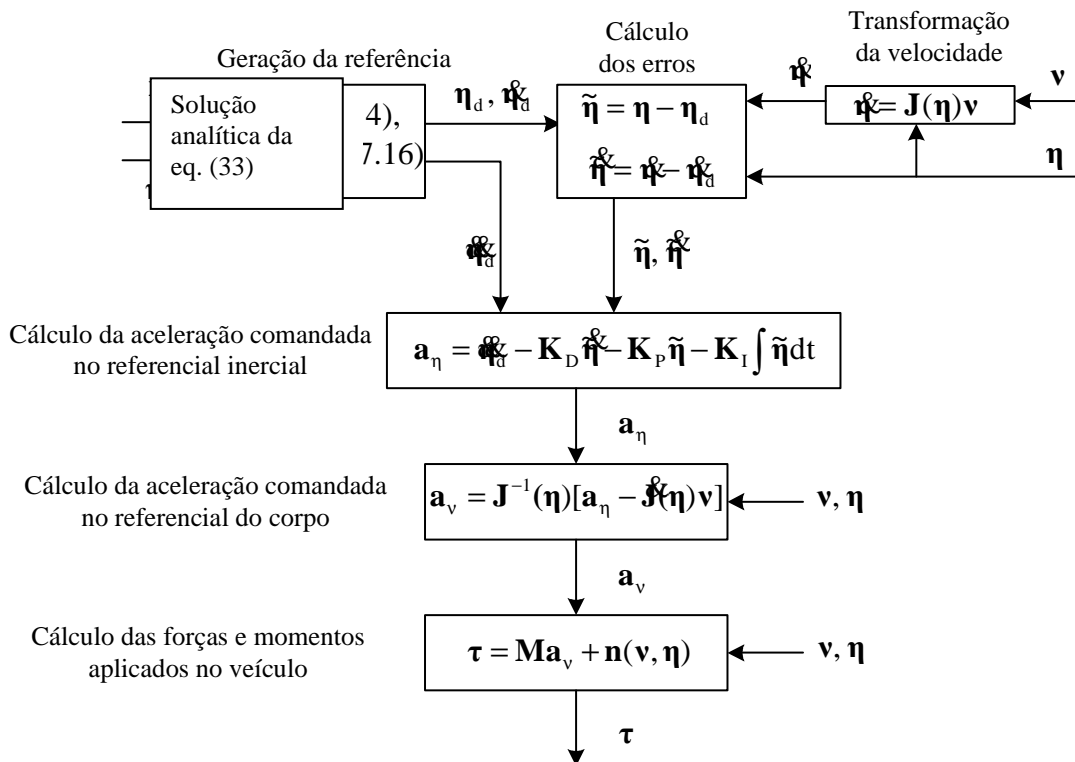


FIGURA 2 – Seqüência de ação do controlador

O erro de posição e a derivada do erro são facilmente determinados, pois todo o estado do sistema é suposto conhecido. A integral do erro é determinada pelo processo proposto por Gomes e Bier [13], o qual utiliza uma “janela de esquecimento”. Trata-se da consideração de um número fixo de valores de erros para comporem o somatório que substitui a integral na implementação prática da lei de controle, na forma primeiro que entra corresponde ao último que sai.

A próxima seção apresenta o modelo dinâmico e resultados de simulações de um controlador PID, com linearização por realimentação, implementado para o veículo denominado Nerov.

## 4 – APLICAÇÃO DO CONTROLE AO NEROV

### 4.1 – Descrição do veículo

O Nerov (*Norwegian Experimental Remotely Operated Vehicle*) é um veículo autônomo do tipo *open frame* (Figura 3). Foi projetado e construído pelo Departamento de Engenharia Cibernética do Instituto Norueguês de Tecnologia (NTH), com o intuito de desenvolver e testar algoritmos de controle para veículos subaquáticos (Fossen e Balchen, 11)].



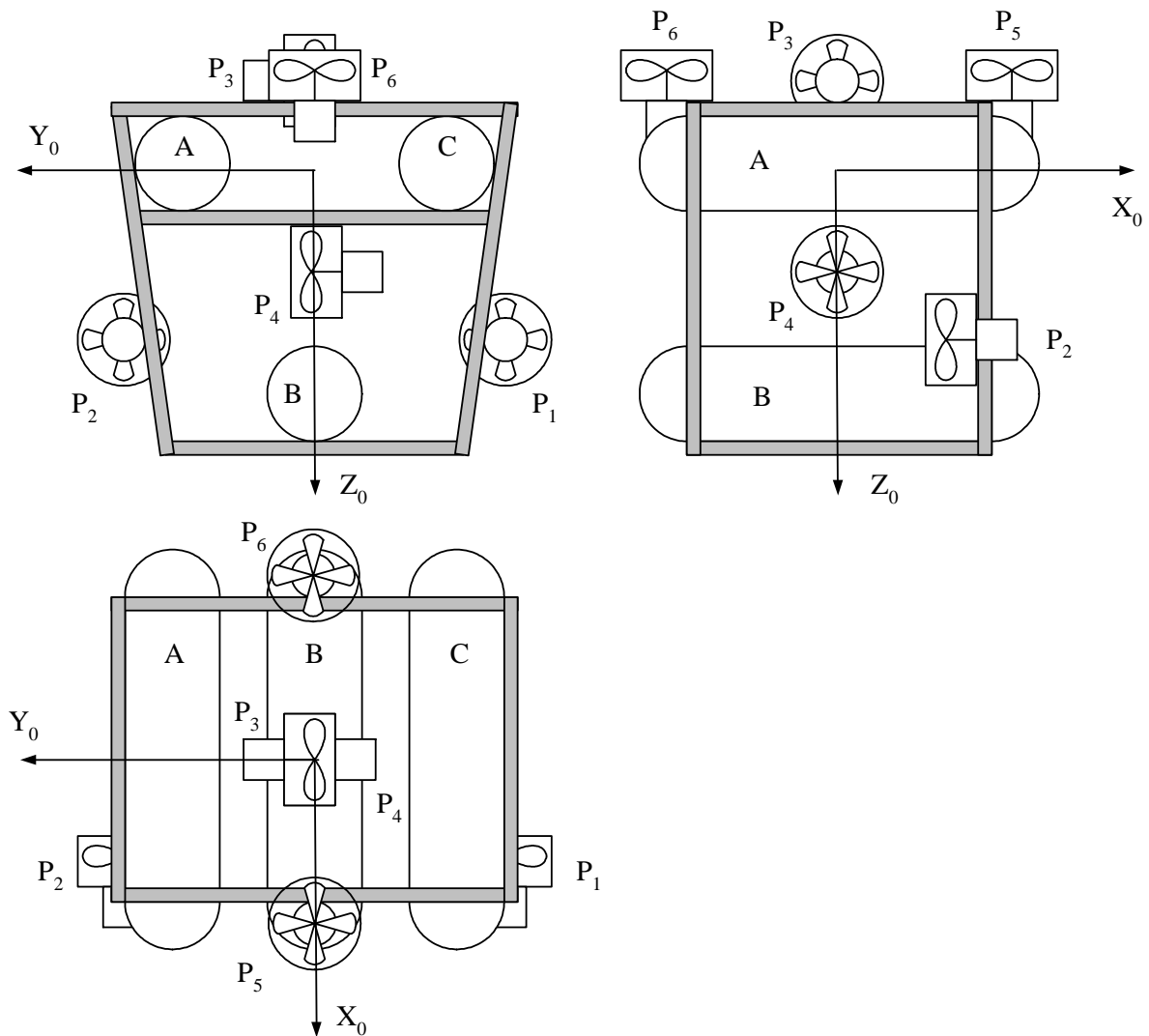


FIGURA 3 – Desenho simplificado do Nerov

O veículo possui três compartimentos (A, B e C) para a acomodação das baterias, sensores e sistema computacional. As baterias estão acondicionadas no compartimento inferior (B), com o objetivo de deslocar o centro de gravidade para abaixo do centro de empuxo.

A propulsão é feita por seis motores de corrente contínua de ímãs permanentes (24V/400W) diretamente acoplados aos hélices. Assim, pode-se controlar os seis graus de liberdade do veículo.

#### 4.2 – Modelo dinâmico

As velocidades dos propulsores do Nerov são controladas diretamente pelas tensões aplicadas aos mesmos (Tavares [21]). Já as velocidades dos propulsores determinam as forças e momentos que controlam o veículo.

O vetor de controle  $\mathbf{u}$  e a matriz de propulsão  $\mathbf{B}$  são, respectivamente (Tavares, [21]):

$$\mathbf{u} = [u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6]^T \quad (41)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} T_{|n|n} & -T_{|n|n} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_{|n|n} & T_{|n|n} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & T_{|n|n} & -T_{|n|n} \\ Q_{|n|n} & Q_{|n|n} & -z_{p3} T_{|n|n} & -z_{p4} T_{|n|n} & y_{p5} T_{|n|n} & -y_{p6} T_{|n|n} \\ z_{p1} T_{|n|n} & -z_{p2} T_{|n|n} & Q_{|n|n} & -Q_{|n|n} & -x_{p5} T_{|n|n} & x_{p6} T_{|n|n} \\ -y_{p1} T_{|n|n} & y_{p2} T_{|n|n} & x_{p3} T_{|n|n} & x_{p4} T_{|n|n} & Q_{|n|n} & Q_{|n|n} \end{bmatrix} \quad (42)$$

onde  $x_{pi}$ ,  $y_{pi}$  e  $z_{pi}$  representam as coordenadas do centro de empuxo do  $i$ -ésimo propulsor.

O Nerov possui seis propulsores, portanto, a matriz de propulsão  $\mathbf{B}$  tem dimensão 6x6. Isto permite que o vetor de controle  $\mathbf{u}$  seja determinado a partir da inversão da matriz de propulsão  $\mathbf{B}$ . Assim, obtém-se a seguinte expressão:

$$\mathbf{u} = \mathbf{B}^{-1} \boldsymbol{\tau} \quad (43)$$

Conhecendo-se as componentes do vetor de controle, obtém-se a velocidade do  $i$ -ésimo hélice a partir da seguinte equação:

$$n_i = \text{sign}(u_i) \sqrt{|u_i|} \quad (i=1,2,3,4,5,6) \quad (44)$$

As velocidades dos hélices dependem das tensões aplicadas aos motores de corrente contínua. Como as constantes de tempo dos propulsores são bem menores do que a constante de tempo do veículo, pode-se utilizar um modelo estático para estimar as tensões necessárias à produção das velocidades desejadas. No motor de corrente contínua com ímãs permanentes, a velocidade de estado estacionário é aproximadamente proporcional à tensão aplicada. Isso ocorre porque a queda de tensão na resistência da armadura é muito menor do que a tensão aplicada (Fitzgerald et al. [9]). Assim, desprezando o termo  $R_a i_a$  (queda de tensão na resistência da armadura), obtém-se a tensão que deve ser aplicada ao  $i$ -ésimo motor para que ele desenvolva a velocidade desejada:

$$v_{ai} = 2\pi K_m n_i \quad (45)$$

onde  $v_{ai}$  é a tensão aplicada,  $n_i$  é a velocidade desejada e  $K_m$  é a constante eletromagnética do motor.

Os parâmetros do modelo matemático do Nerov encontram-se em Tavares [21].

### 4.3 – Resultados de simulações

A seguir, são apresentadas três simulações que ilustram o comportamento do veículo com o sistema de controle desenvolvido. Durante o funcionamento existem distúrbios que não podem ser previstos na lei de controle. Esses distúrbios são a corrente marinha e as diferenças entre o modelo adotado e a planta física. Na simulação “a” supõe-se a inexistência de distúrbios e nas simulações “b” e “c” investiga-se a robustez do sistema de controle aos distúrbios citados. Nas curvas decorrentes das simulações, as linhas vermelhas tracejadas representam a trajetória desejada (referência), enquanto as linhas pretas representam a trajetória desenvolvida.

#### a) Simulação 1 (sem distúrbios)

O objetivo estipulado nesta simulação foi o de levar o veículo da posição inicial  $(-10 \text{ m}, -10 \text{ m}, -10 \text{ m})$ , com um ângulo de guinada de  $90^\circ$  e ângulos de rolamento e arfagem iguais a  $30^\circ$ , para a posição final  $(0 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$ , com ângulos de rolamento, arfagem e guinada nulos. Considerou-se que não existe corrente oceânica e que o modelo adotado é praticamente igual à planta física.

Observa-se que o Nerov apresentou bom desempenho no seguimento da trajetória prevista (Fig. 4). Verifica-se que os seis propulsores do Nerov conseguem controlar os seis graus de liberdade. As tensões aplicadas aos propulsores não ultrapassaram 24 V, valor atribuído para a saturação dos mesmos (Fig. 5). Em consequência, as correntes (Fig. 6) e as rotações dos propulsores (Fig. 7) ficaram abaixo dos valores nominais iguais a 16,7 A e 10 rps, respectivamente. As curvas de tensão, corrente e rotação dos propulsores são muito parecidas, portanto apenas as curvas de rotação dos propulsores serão apresentadas nas próximas simulações.

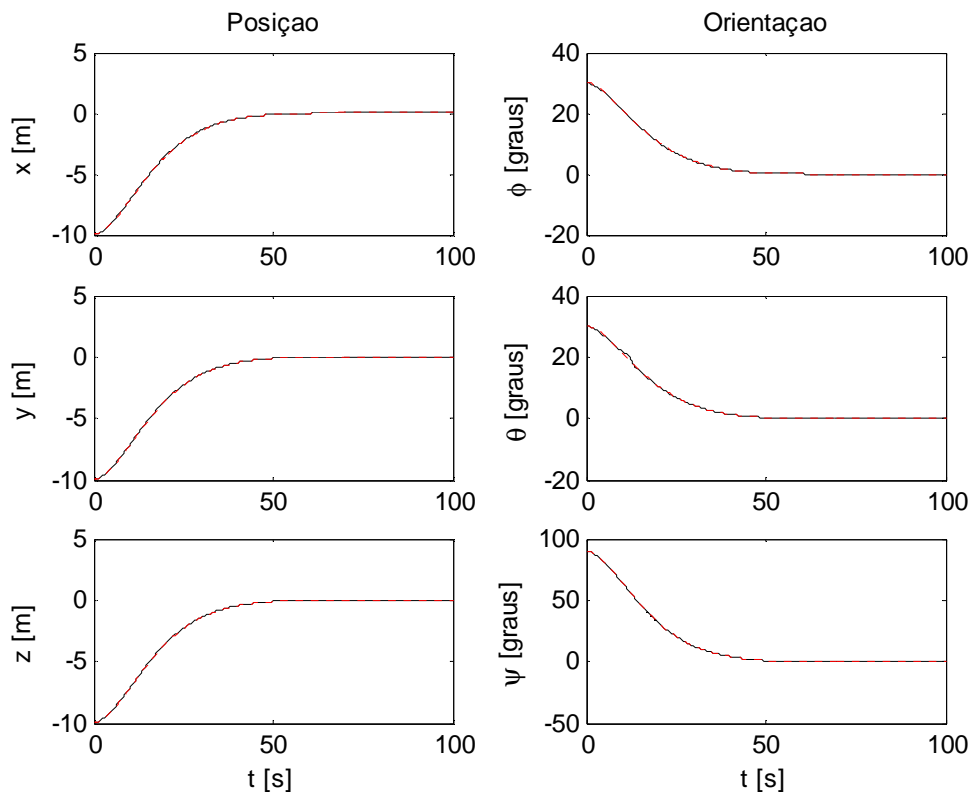


FIGURA 4 – Posição e orientação no referencial inercial

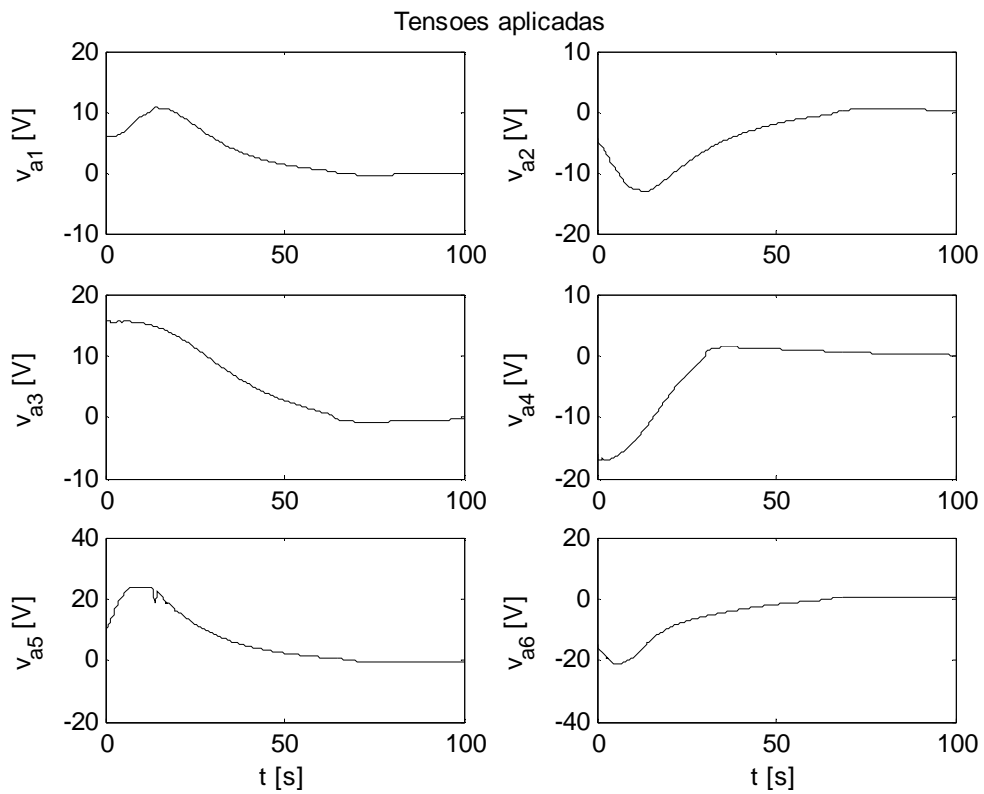


FIGURA 5 – Tensões aplicadas nos atuadores

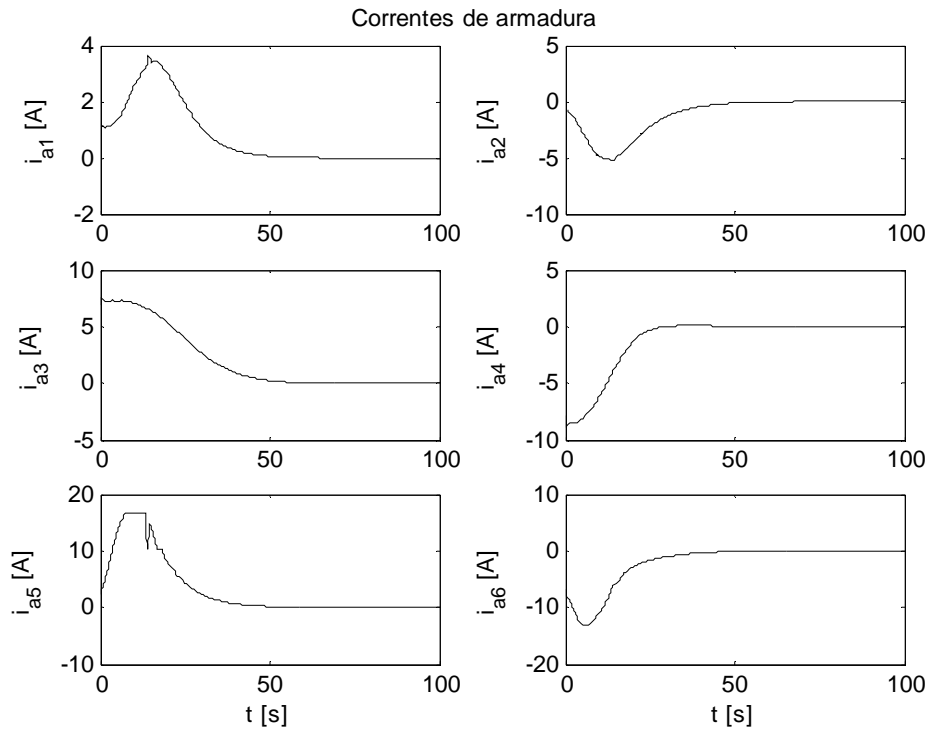


FIGURA 6 – Correntes absorvidas pelos atuadores

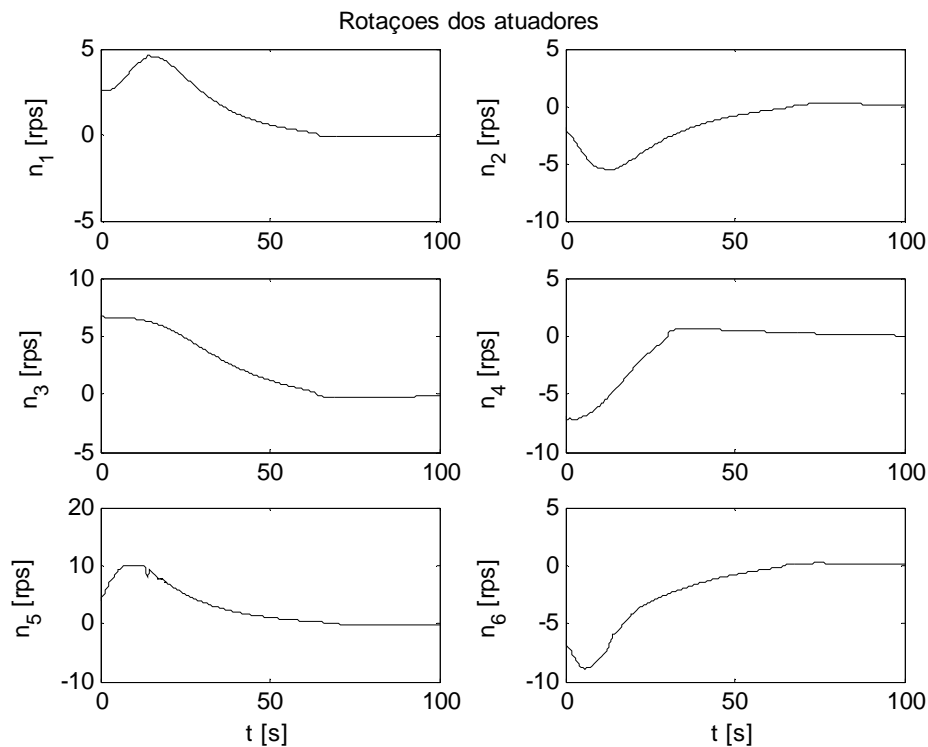


FIGURA 7 – Rotações dos atuadores

### b) Simulação 2 (com corrente marinha)

Para esta simulação foram feitas as seguintes considerações:

- corrente marinha de 0,5 m/s, no sentido negativo do eixo Y (referencial inercial), que corresponde à metade da velocidade de cruzeiro do Nerov;
- posição inicial igual a (-10 m, -10 m, -10 m), com ângulo de guinada igual a 90° e os demais ângulos iguais a 30°;
- posição final desejada igual a (0 m, 0 m, 0 m), com ângulos de orientação nulos.

Os resultados da simulação estão nas Figuras 8 e 9. A existência de corrente marinha fez com que os propulsores do Nerov ficassem saturados durante grande parte do tempo (Fig. 9). Porém, ele conseguiu seguir relativamente bem a trajetória de referência (Fig. 8), atingindo a posição final e a orientação final desejadas.

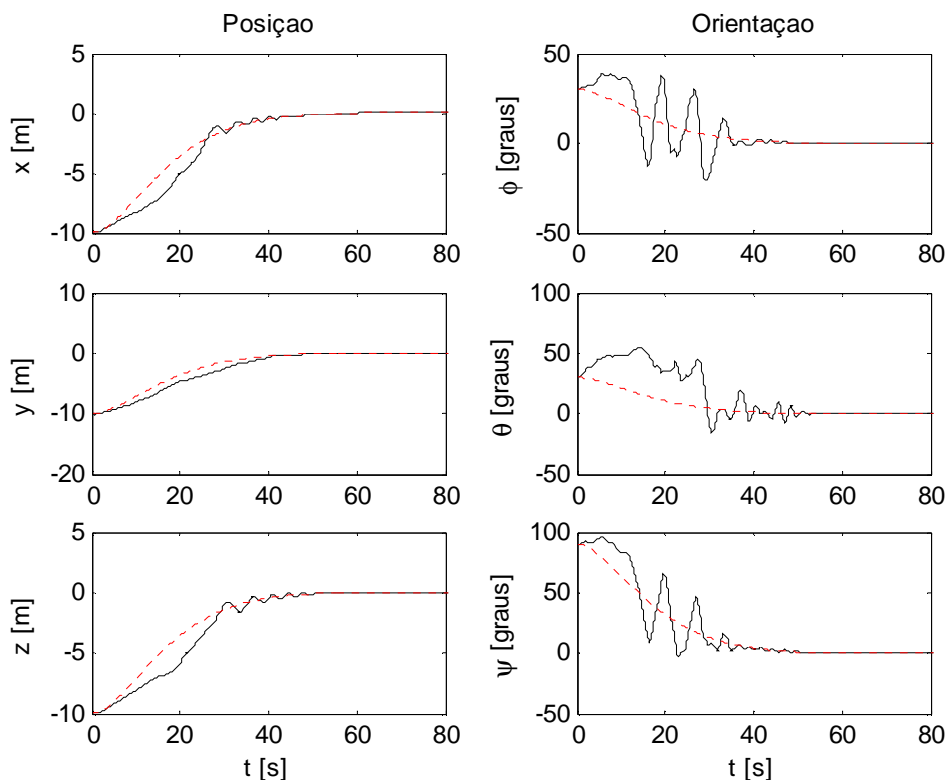


FIGURA 8 – Posição e orientação no referencial inercial

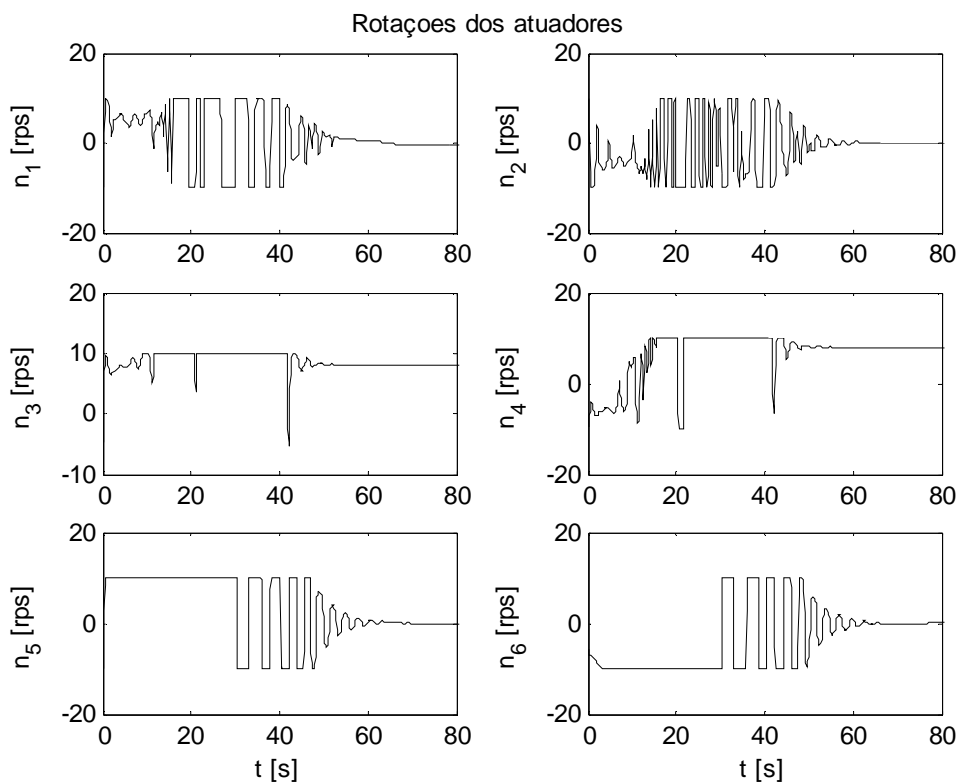


FIGURA 9 – Rotações dos atuadores

### c) Simulação 3 (com variações paramétricas)

Inicialmente, para avaliar os efeitos de variações paramétricas, as matrizes do modelo matemático (matriz de propulsão, matrizes de inércia e matriz de amortecimento) foram alteradas isoladamente, observando-se, posteriormente, os efeitos dessas variações em simulações. Foram alterados inclusive os formatos das matrizes de inércia do corpo rígido e de massa adicional, tendo-se considerado não-nulos produtos de inércia do corpo rígido e coeficientes de massa adicional, os quais aparecem fora da diagonal principal. O mesmo procedimento foi adotado para outros parâmetros, como: massa específica da água, volume do veículo, posições de centro de gravidade e centro de empuxo e constantes de torque e inércias dos motores.

Observou-se que os parâmetros críticos são a massa e o volume do veículo, assim como a massa específica da água. Sabe-se que essas grandezas determinam o peso e o empuxo. Isso mostra que o maior problema é o movimento do veículo no plano vertical. Se a diferença entre peso e empuxo for maior do que 5%, para mais ou para menos, os propulsores verticais saturam, o que leva o sistema à instabilidade. Portanto, para que o controle aplicado ao Nerov funcione satisfatoriamente, o veículo deve possuir flutuação aproximadamente neutra.

As Figuras 10 e 11 mostram o desempenho do sistema nas seguintes condições (relativas à dinâmica da planta):

- todos os momentos de inércia do corpo rígido são 10% maiores do que os estimados;
- os produtos de inércia são iguais a 10% do maior momento de inércia;
- todos os coeficientes de massa adicional da diagonal principal são 10% maiores do que os estimados;
- todos os coeficientes de massa adicional de fora da diagonal principal são iguais a 10% do maior coeficiente de massa adicional da diagonal principal;
- os centros de gravidade e de empuxo estão deslocados de 10% abaixo dos locais estimados;
- os coeficientes de torque dos motores e os coeficientes de empuxo dos hélices são reduzidos de 10% em relação aos estimados;
- as inércias dos propulsores são 10% maiores que as inércias estimadas;
- os coeficientes de amortecimento são 20% menores que os estimados;
- a massa específica do fluido é 3% menor que a estimada, resultando menor que  $1000 \text{ kg/m}^3$ .

Observa-se que, mesmo com todas as variações paramétricas, a trajetória de referência foi seguida (Fig. 10). Os atuadores permaneceram dentro da faixa normal de operação (Fig. 11). Também se observa que, devido à diferença entre peso e empuxo causada pela variação na massa específica da água, os propulsores 5 e 6, que atuam na direção  $Z_0$ , permaneceram ligados mesmo após o veículo ter atingido a posição e a orientação desejadas.

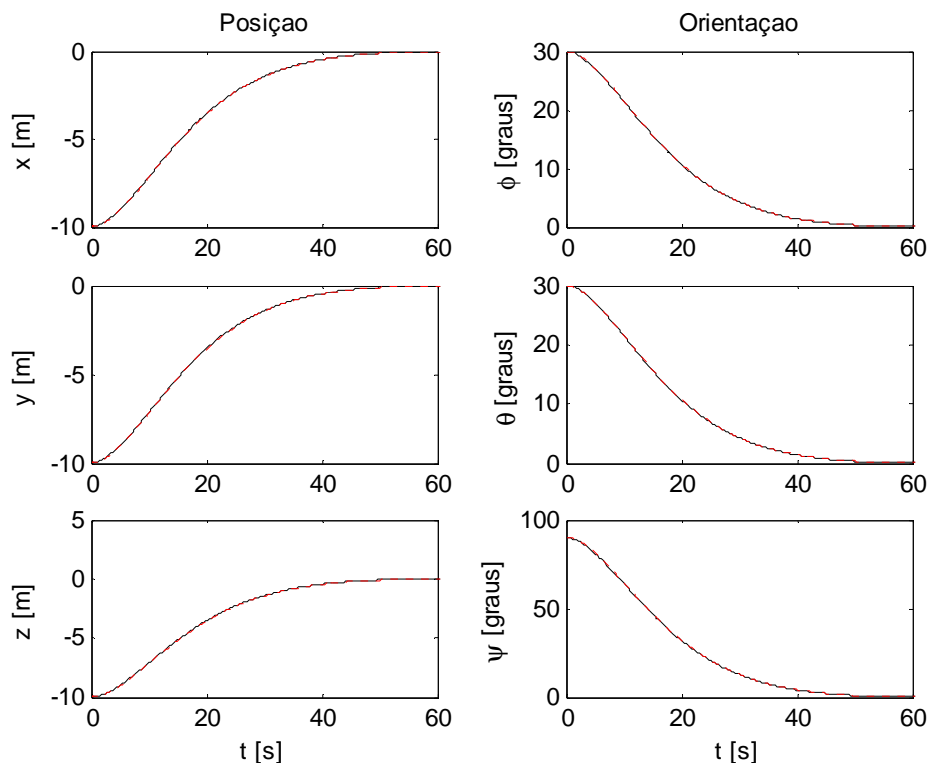


FIGURA 10 – Posição e orientação no referencial inercial

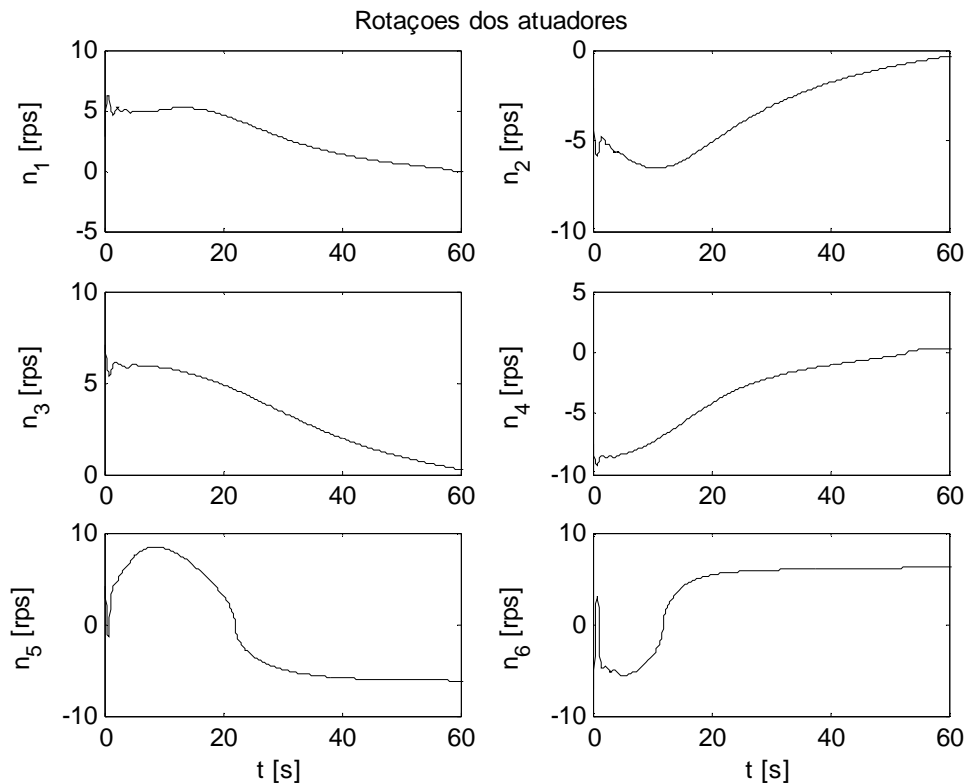


FIGURA 11 – Rotações dos atuadores

## 5 – CONCLUSÕES

Neste artigo descreveu-se a modelagem dinâmica de veículos subaquáticos. Foram apresentadas as transformações cinemáticas usando-se ângulos de Euler e quatérnions, as equações de movimento do veículo e as forças e torques que atuam sobre ele. Observou-se que os parâmetros hidrodinâmicos do modelo são de difícil estimativa.

Apresentou-se ainda o desenvolvimento de um controlador tipo proporcional, integral e derivativo com linearização por realimentação para efetuar o posicionamento dinâmico do veículo. Os resultados das simulações desenvolvidas mostraram que o controlador produz resultados satisfatórios, mesmo na existência de correntes marinhas. Também se observou que o sistema se comportou relativamente bem em relação às variações paramétricas. Verificou-se, entretanto, que os parâmetros mais sensíveis estão associados à massa e ao volume do veículo, bem como à massa específica do fluido (água). Diagnosticou-se que a razão principal para essa sensibilidade está associada à formação dos torques restauradores, pois um erro superior a 5% na previsão desses torques com o modelo dinâmico, com relação à planta física, pode acarretar instabilidade em malha fechada.

## REFERÊNCIAS

- [1] ANTONELLI, G.; CHIAVERINI, S.; SARKAR, N.; WEST, M. Adaptive control of an Autonomous Underwater Vehicle: experimental results on Odin. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 9, n. 5, p. 756-765, Sept. 2001.
- [2] BARROS, E. A.; SOARES, F. J. A. Desenvolvimento de um robô submarino de baixo custo. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 14. *Anais...* Natal-RN. 2002. p. 2121-2126.
- [3] BLANKE, M.; LINDEGAARD, K. P.; FOSSEN, T. I. Dynamic model for thrust generation of marine propellers. In: IFAC CONFERENCE ON MANEUVERING AND CONTROL OF MARINE CRAFT, *MCMC2000*, Aug. 2000.
- [4] CUNHA, J. P. V. S. *Projeto e estudo de simulação de um sistema de controle a estrutura variável de um veículo submarino de operação remota*. Rio de Janeiro, 1992. 135 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – COPEE, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- [5] CONTE, G.; SERRANI, A. Modeling and simulation of underwater vehicles. In: IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON COMPUTER-AIDED CONTROL SYSTEM DESIGN, Dearborn, MI. September, 1996, p.62-67.
- [6] DOMINGUEZ, R. B. *Simulação e controle de um veículo submarino de operação remota*. Rio de Janeiro, 1989. 206 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – COPEE, Universidade Federal do Rio de Janeiro.

- [7] D'SOUZA, A. F.; GARG, V. K. *Advanced dynamics: modeling and analysis*. Englewood: Prentice-Hall, 1984. 358 p.
- [8] FALTINSEN, O. M. *Sea loads on ships and offshore structures*. Cambridge: Cambridge University Press, 1990. 328 p.
- [9] FITZGERALD, A. E.; KINGSLEY, C.; KUSKO, A. *Máquinas elétricas*. São Paulo: McGraw-Hill, 1975. 623 p.
- [10] FOSSEN, T. I. *Guidance and control of ocean vehicles*. Chichester: John Wiley & Sons, 1994. 480 p.
- [11] FOSSEN, T. I.; BALCHEN, J. G. The Nerov autonomous underwater vehicle. In: OCEANS'91 CONFERENCE. *Proceedings...* Honolulu, Hawaii, Oct. 1991.
- [12] FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D. *Feedback control of dynamic systems*. 3. ed. New York: Addison-Wesley, 1995. 778 p.
- [13] GOMES, S. C. P.; BIER, C. C. Estudo sobre trajetórias de controle para robôs manipuladores. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 12. *Anais...* Uberlândia, 1998.
- [14] HSU, L.; CUNHA, J. P. V. S.; LIZARRALDE, F.; COSTA, R. R. Avaliação experimental e simulação da dinâmica de um veículo submarino de operação remota. *Controle & Automação*, v.11, n. 2, p. 82-93, maio- jun.-jul.-ago. 2000.
- [15] Miller, D. P. Design of a small cheap UUV for under-ship inspection and salvage. In: IEEE SYMPOSIUM ON AUTONOMOUS UNDERWATER VEHICLE TECHNOLOGY. *Anais...* Monterey, CA, June 1996. p.18-20.
- [16] NEWMAN, J. N. *Marine hydrodynamics*. Cambridge: The MIT Press, 1977. 402 p.
- [17] OGATA, K. *Engenharia de controle moderno*. 3. ed. Rio de Janeiro: Prentice-Hall, 1998.
- [18] RIDAO, P.; BATLLE, J.; CARRERAS, M. *Dynamic model of an underwater robotic vehicle*. Research report IliA 01-05-RR. Institute of Informatics and Applications, University of Girona, April 2001.
- [19] SNAME. The Society of Naval Architects and Marine Engineers. *Nomenclature for treating the motion of a submerged body through a fluid*, Technical and Research Bulletin n. 1-5, 1950.
- [20] SOUZA, E.; MARUYAMA, N. An investigation of dynamic positioning strategies for unmanned underwater vehicles. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 14. *Anais...*, Natal-RN. 2002, p. 1273-1278.
- [21] TAVARES, A. M. *Um estudo sobre a modelagem e o controle de veículos subaquáticos não tripulados*. Rio Grande, 2003. 214 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Oceânica) – Fundação Universidade Federal do Rio Grande.
- [22] YUH, J. Design and control of autonomous underwater robots: a survey. *International J. of Autonomous Robots*, 2000.