TÉCNICA DE AMORTECIMENTO EXPONENCIAL SIMPLES COM TAXA DE RESPOSTA ADAPTATIVA: UMA REFLEXÃO A RESPEITO DO COMPORTAMENTO DO COEFICIENTE ALFA.

Robert Wayne Samohyl
Professor do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas – UFSC. Florianópolis – SC.
samohyl@eps.ufsc.br

Viviane Leite Dias de Mattos
Professora da UCPel, Pelotas, e Doutoranda em Engenharia de Produção e Sistemas – UFSC. Florianópolis – SC.
viviane@eps.ufsc.br

Rubson Rocha
Pesquisador da Epagri e Doutorando em Engenharia de Produção e Sistemas – UFSC. Florianópolis – SC.
rubson@eps.ufsc.br

Abstract: This paper presents an evaluation of the behavior α *coefficient smoothing used in the single exponential smoothing method: an adaptive approach (Adaptative-response-rate single exponential smoothing method) in time series. After a theoretical reflection, it is made an analysis of a fictitious case, concluding that this coefficient should not assume very high neither extreme values.*

Keywords: Time Series, Forecasting, Exponential Smoothing Methods.

1 Introdução

Na gestão de situações, as técnicas de análise de séries cronológicas são extremamente importantes, pois permitem identificar, em dados temporais, padrões de comportamento históricos não-aleatórios, o que possibilita não só a previsão de ocorrências futuras, como também a organização de ações preventivas em relação às suas conseqüências. Estas previsões são feitas por meio de técnicas científicas que projetam dados passados para o futuro, após a identificação de um padrão de comportamento relacionado com o tempo. Em alguns modelos, como é o caso do amortecimento exponencial simples, é necessário adotar valores para coeficientes de amortização ou regularização, que podem modificar o resultado de uma previsão.

Este trabalho pretende fazer uma reflexão sobre o comportamento dos coeficientes de amortização α e β, empregados na técnica de amortecimento exponencial simples com taxa de resposta adaptativa, simulando diferentes situações em dados fictícios.

2 A técnica analisada

Existem vários métodos que podem ser utilizados na identificação de um padrão relacionado com o tempo, entre os quais, o método de amortecimento exponencial simples

(SES) que se utiliza de médias móveis, ponderadas exponencialmente (MAKRIDAKIS et al., 1998).

$$F_{t+1} = \alpha (Y_t) + (1 - \alpha) F_t$$

onde:

F_{t+1} = previsão para o tempo t + 1
F_t = previsão para o tempo t
Y_t = valor observado no tempo t
α = coeficiente de amortecimento

Este método apresenta a grande vantagem de depender, diretamente, apenas do tempo t, imediatamente anterior ao tempo t +1, objeto da previsão, não necessitando de armazenamento de dados. Em função disto, para iniciar um processo de previsão, é necessário considerar $F_2 = Y_1$, além de escolher um valor para o coeficiente α. Entretanto, indiretamente, todos os dados passados são levados em consideração, pois, F_t depende de F_{t-1} , F_{t-1} depende de F_{t-2}, F_{t-2} depende de F_{t-3}, e assim sucessivamente. O que realmente acontece, é que a importância destas informações, quantificada em pesos, vai diminuindo à medida que o tempo passa e, a partir de determinado momento, passa a ter efeito desprezível sobre a média.

O SES não permite, entretanto, mudanças no padrão de comportamento adotado, o que ocorre com bastante freqüência com dados reais. Para adequar o modelo utilizado a estas mudanças de padrão, deve ser empregado um coeficiente de amortização variável, ou seja:

$$F_{t+1} = \alpha_t (Y_t) + (1 - \alpha_t) (F_t)$$

onde:

F_{t+1} = previsão para o tempo t + 1
F_t = previsão para o tempo t
Y_t = valor observado no tempo t
α_t = coeficiente de amortecimento no tempo t

Neste novo procedimento, denominado método de amortecimento exponencial simples com taxa de resposta adaptativa (ARRSES), o coeficiente de amortização passa a ser função do erro de previsão ($E_t = Y_t - F_t$), sendo considerado como módulo do quociente entre a média ponderada exponencial dos erros passados e a média ponderada exponencial dos módulos destes mesmos erros, ou seja:

$$\alpha_t = \left| \frac{A_{t-1}}{M_{t-1}} \right|$$

$$A_{t-1} = \beta (E_{t-1}) + (1 - \beta) (A_{t-2})$$

$$M_{t-1} = \beta (|E_{t-1}|) + (1 - \beta) (M_{t-2})$$

onde:

α_t = coeficiente de amortecimento no tempo t
A_{t-1} = média dos erros de previsão anteriores ao tempo t.
M_{t-1} = média do módulo dos erros de previsão anteriores ao tempo t.
E_{t-1} = erro de previsão no tempo t-1.
A_{t-2} = média dos erros de previsão anteriores ao tempo t-1.

M_{t-2} = média do módulo dos erros de previsão anteriores ao tempo t-1.
β = coeficiente de amortecimento das médias dos erros

Na inicialização de um processo de previsão por meio desta técnica, considera-se que: $F_2 = Y_1$, $A_1 = 0$, $M_1 = 0$ e α_2, α_3 e α_4, iguais. Além disso, deve-se escolher um valor inicial para α, assim como um valor para β.

3 Análise teórica do comportamento dos coeficientes

O coeficiente de amortecimento α_t, que pode variar entre zero e um, define os pesos atribuídos aos valores, observado e previsto, na equação de previsão.

$$F_{t+1} = \alpha_t (Y_t) + (1 - \alpha_t) (F_t)$$

Se $\alpha_t = 1$, a previsão depende exclusivamente do valor observado anterior, enquanto que se $\alpha_t = 0$, da previsão anterior, que é função de todas as previsões já realizadas. Se ficar entre estes limites, ambas as informações são consideradas: um α_t próximo de zero atribui maior importância à previsão anterior, enquanto que, se próximo de um, maior importância ao valor observado.

Em um processo de previsão, parece então, ser mais adequado atribuir valores pequenos a este coeficiente de amortecimento, de forma a valorizar mais informações relativas a um maior número de períodos anteriores, principalmente quando existe muita flutuação nos valores observados, tendo em vista que valores iniciais menores de α_t, tendem a fornecer maior estabilidade aos valores previstos. Esta estabilidade talvez possa ser atribuída ao fato de que o resultado da média de uma amostra possui maior estabilidade do que o resultado de um elemento da população.

O coeficiente de amortecimento β, empregado no cálculo das médias, tanto dos erros como do módulo destes, que também pode variar entre zero e um, define os pesos atribuídos ao erro de amostragem e à média destes erros dos períodos anteriores.

$$A_{t-1} = \beta (E_{t-1}) + (1 - \beta) (A_{t-2})$$

$$M_{t-1} = \beta (|E_{t-1}|) + (1 - \beta) (M_{t-2})$$

Se $\beta = 1$, a média depende exclusivamente do erro de amostragem cometido neste período, enquanto que se $\beta = 0$, da média dos erros anteriores. Se ficar entre estes limites, ambas as informações são consideradas: um β próximo de zero, atribui maior importância à média dos erros anteriores, enquanto que próximo de um, maior importância ao erro da última previsão.

Assim como com o coeficiente de amortecimento α_t, parece ser mais adequado atribuir ao β valores pequenos valorizando mais informações relativas a um maior número de períodos anteriores e fornecendo desta forma, maior estabilidade aos resultados encontrados.

Uma maior estabilidade nas médias encontradas influenciará positivamente a estabilidade do coeficiente α_t.

4 Análise prática do comportamento dos coeficientes

Para avaliar o comportamento destes coeficientes foram utilizados dados fictícios relativos a vendas diárias de livros em um estabelecimento comercial (Tabela 1), sendo o método ARRSES aplicado, por meio de planilha eletrônica (LAPPONI, 1997), para diversos valores iniciais de α (0,1; 0,3; 0,5; 0,7 e 0,9) combinados com diferentes valores de β (0,1; 0,3; 0,5; 0,7 e 0,9).

Tabela 1 – Vendas diárias de livros em um estabelecimento comercial.

Dia	Livros	Dia	Livros	Dia	Livros
1	199	11	143	21	186
2	172	12	141	22	176
3	111	13	168	23	232
4	209	14	201	24	195
5	161	15	155	25	190
6	119	16	243	26	182
7	195	17	225	27	222
8	195	18	167	28	217
9	131	19	237	29	188
10	183	20	202	30	247

Fonte: MAKRIDAKIS, et al.,1998.

O Gráfico 1 apresenta os resultados obtidos para um coeficiente de amortização inicial, α, igual a 0,1, combinado com todos os valores previstos para β, que foram sintetizados nas medidas apresentadas no Quadro 1.

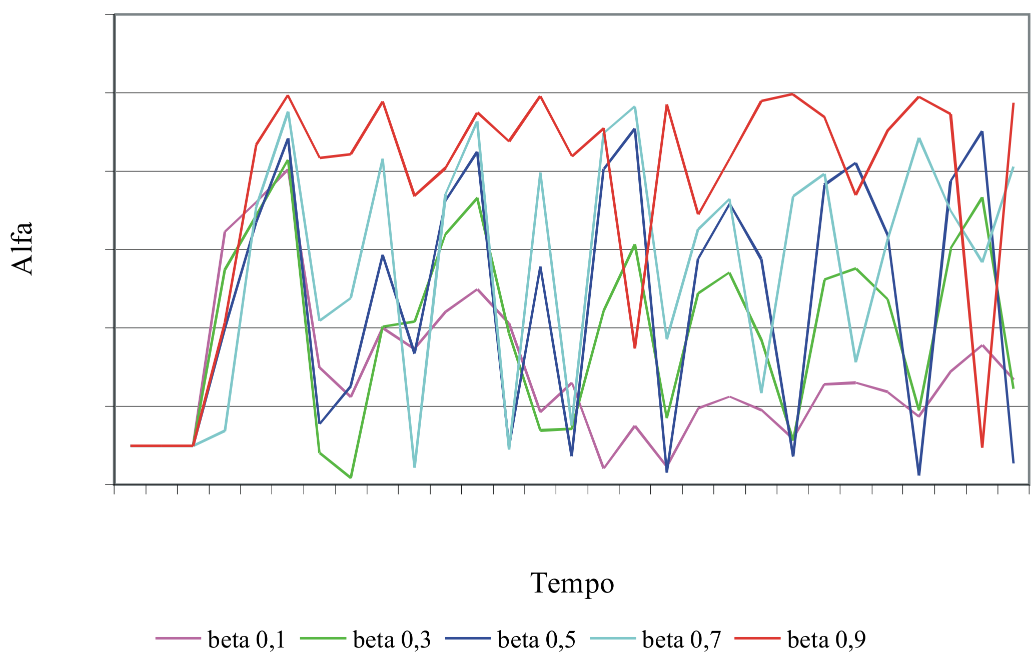

Gráfico 1 – Resultados do coeficiente de amortização α, em 30 períodos de tempo consecutivos.

Quadro 1 – Medidas descritivas relativas aos valores assumidos pelo coeficiente α, em processo inicializado com o valor 0,1.

Medidas	β = 0,1	β = 0,3	β = 0,5	β = 0,7	β = 0,9
Mínimo	0,042	0,018	0,024	0,043	0,094
Máximo	0,804	0,829	0,908	0,965	0,996
Média	0,288	0,392	0,467	0,5466	0,7495
Desvio-padrão	0,190	0,238	0,324	0,314	0,307

Os dados do Gráfico 1 mostram que, os valores assumidos pelo coeficiente α, flutuam muito de um período de tempo para outro, mas, que parece existir uma maior estabilidade em seus resultados, quando são atribuídos pequenos valores ao β, o que é confirmado pelas medidas descritivas do Quadro 1, que evidencia uma tendência de crescimento do desvio-padrão, com o aumento do valor atribuído a este coeficiente. As conseqüências desta menor variabilidade dos resultados do coeficiente de amortecimento α são uma maior estabilidade nos valores previstos.

O Gráfico 2 mostra os valores, observados e previstos, para as vendas no período considerado, onde é possível visualizar que as previsões realizadas com menores valores de β fornecem maior estabilidade aos valores previstos.

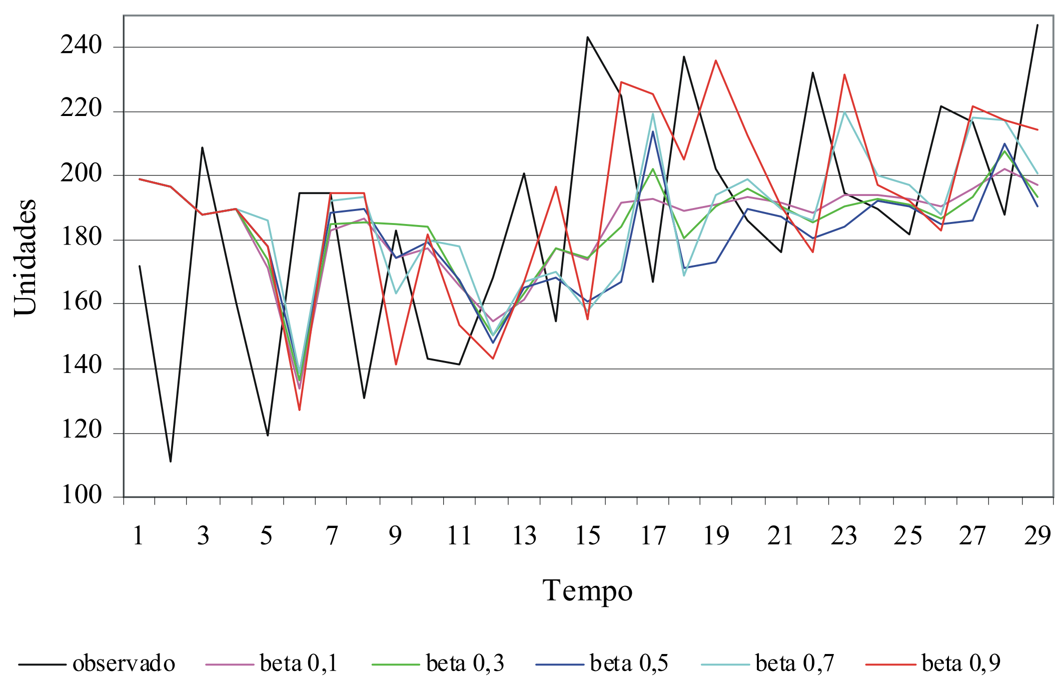

Gráfico 2 – Valores observados e previstos para a venda de livros com α = 0,1 e diferentes valores de β.

Os Quadros 2 e 3 ilustram e complementam este pensamento, mostrando as médias e os desvios-padrão dos valores assumidos pelo coeficiente de amortização α, com diferentes valores iniciais (0,1; 0,3; 0,5; 0,7 e 0,9), combinados com os valores de β adotados para a realização da análise (0,1; 0,3; 0,5; 0,7 e 0,9).

Quadro 2 - Valores médios do coeficiente de amortização α em 30 períodos de tempo consecutivos.

Valores de β	Valores iniciais para α				
	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
0,1	0,288	0,278	0,278	0,295	0,323
0,3	0,392	0,388	0,402	0,431	0,464
0,5	0,467	0,462	0,483	0,519	0,548
0,7	0,547	0,557	0,575	0,597	0,623
0,9	0,749	0,772	0,791	0,815	0,840

Quadro 3 - Desvio-padrão dos resultados do coeficiente de amortização α em 30 períodos de tempo consecutivos.

Valores de β	Valores iniciais para α				
	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
0,1	0,190	0,119	0,124	0,180	0,242
0,3	0,238	0,198	0,210	0,220	0,242
0,5	0,324	0,321	0,317	0,327	0,342
0,7	0,314	0,281	0,268	0,266	0,275
0,9	0,307	0,258	0,227	0,205	0,198

Pelas informações do Quadro 2, constata-se que os valores médios aumentam com o aumento dos diferentes valores inicias para α e dos valores adotados para β. O Quadro 3 mostra que, em relação à variabilidade, para um dado α inicial, existe uma tendência de aumento de variabilidade de α com o aumento de β até o valor de 0,5 para este coeficiente, quando então, começa a diminuir ligeiramente. Mostra ainda que, fixado o valor de β, existe uma tendência da variabilidade ser maior quando são adotados valores extremos para α inicial 0,1 e 0,9.

Para avaliar a qualidade de um processo de previsão, podem ser utilizados alguns indicadores: média dos erros absolutos, média dos quadrados destes erros e média dos erros absolutos percentuais (MAKRIDAKIS et al., 1998). Os Quadros 4, 5 e 6 mostram os resultados encontrados para a situação analisada com diferentes valores para α inicial e para β.

Quadro 4 – Médias dos erros absolutos de previsão (MAE).

Valores de β	Valores iniciais para α				
	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
0,1	85,30	79,90	74,50	77,27	91,63
0,3	85,30	79,90	74,50	77,27	91,63
0,5	85,30	82,92	83,64	82,56	91,63
0,7	85,30	84,99	84,99	84,99	91,63
0,9	87,63	87,64	87,64	87,64	91,63

Quadro 5 - Médias dos quadrados dos erros de previsão (MSE).

	Valores iniciais para α				
Valores de β	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
0,1	7276,09	6384,01	5550,25	5970,65	8396,06
0,3	7276,09	6384,01	5550,25	5970,65	8396,06
0,5	7276,09	6875,35	6996,09	6815,51	8396,06
0,7	7276,09	7224,03	7223,92	7222,55	8396,06
0,9	7679,09	7680,34	7680,44	7680,91	8396,06

Quadro 6 - Médias dos erros percentuais absolutos de previsão (MAPE).

	Valores iniciais para α				
Valores de β	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
0,1	76,85	71,98	67,12	62,25	65,56
0,3	76,85	71,98	67,12	62,25	60,55
0,5	76,85	71,98	67,12	62,25	57,39
0,7	76,85	71,98	67,12	62,25	57,39
0,9	76,85	71,98	67,12	62,25	57,39

O Quadro 4 mostra que para um determinado α inicial, existe uma tendência da média dos erros absolutos (MAE) ser menor quando são adotados menores valores de β. Por outro lado, se for fixado β, as médias dos erros absolutos são mais elevadas quando são adotados valores extremos para α na inicialização do processo de previsão. O Quadro 5 mostra que a média dos quadrados dos erros (MSE) apresenta comportamento semelhante. Já o Quadro 6 mostra que as médias dos erros percentuais absolutos (MAPE) parecem não estar relacionadas com os valores de β, pois tendem permanecer aproximadamente constantes para um determinado α inicial. Observa-se ainda que estes resultados, tendem a diminuir com o aumento do valor adotado para α inicial.

4 Conclusões

Ao executar um processo de previsão, não parece ser adequado projetar valores que oscilem muito de um período para outro. Pelo método de amortecimento exponencial simples, com taxa de resposta adaptativa, esta oscilação está diretamente associada à oscilação do coeficiente de amortização α, que apresenta, de maneira geral, uma grande variabilidade.

A análise realizada parece indicar que esta variabilidade pode ser amenizada quando se inicia o processo de previsão adotando valores não muito elevados para α (entre 0,2 e 0,5), que devem estar combinados com valores também não muito elevados de β (entre 0,2 e 0,5), de forma a valorizar mais informações passadas, relativas a um maior período de tempo, mesmo que indiretamente. Para o caso analisado, as médias dos erros absolutos, as médias dos quadrados dos erros e médias dos erros percentuais absolutos também parecem indicar que o processo de projeção é de melhor qualidade se inicializado com valores de α e β não muito elevados, excluindo, entretanto, valores extremos. Procedimentos de otimização dos valores destes coeficientes confirmaram estes resultados no estudo do caso analisado.

5 Bibliografia

HOFFMANN, R. **Estatística para economistas**. São Paulo: Editora Livraria Pioneira, 1991.

LAPPONI, J. C. **Estatística usando o EXCEL 5 e 7**. São Paulo: Lapponi Treinamento e Editora, 1997.

MAKRIDAKIS, S. G.; WHEELWRIGHT, S. C.; HYNDMAN, R.J. **Forecasting: methods and applications**. 3ªed.New York: John Wiley & Sons, Inc. 1998. 642p.

6 Agradecimento

Este trabalho foi apoiado pelo Núcleo de Normalização e Qualimetria (NNQ) do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas (PPGEP) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). http://www.qualimetria.ufsc.br