

CONSTRUCTAL DESIGN APLICADO A PLACAS COM FUROS ELÍPTICOS SOB FLAMBAGEM

ANDERSON LUÍS GARCIA CORREIA¹, THIAGO DA SILVEIRA², CAIO CÉSAR CARDOSO DA SILVA³, LUIZ ALBERTO OLIVEIRA ROCHA⁴, MAURO DE VASCONCELLOS REAL⁵, ELIZALDO DOMINGUES DOS SANTOS⁶, LIÉRCIO ANDRÉ ISOLDI⁷

RESUMO

Placas são elementos amplamente empregados na engenharia estrutural. Em muitas situações é necessária a existência de perfurações nestas placas. Sabe-se ainda que elementos estruturais esbeltos submetidos a cargas de compressão axial podem falhar de maneira súbita, com uma tensão inferior à tensão de escoamento do material, devido a um fenômeno de instabilidade conhecido como flambagem. Nesse artigo, a Teoria Constructal será utilizada para otimizar geometricamente placas finas perfuradas, submetidas a compressão uniaxial, tendo como objetivo obter a dimensão ótima do furo que maximize a carga crítica de flambagem. Para isso diversas simulações numéricas foram realizadas, utilizando um modelo computacional baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF). Observou-se que para todos os valores de \emptyset (relação entre o volume do furo e o volume da placa) analisados, a placa que apresenta melhor desempenho sob compressão uniaxial é a que possui a maior relação H/L (relação entre a altura e o comprimento da placa). No que diz respeito à análise individual de cada placa, a que obteve o maior acréscimo percentual no valor de carga crítica de flambagem em relação a uma placa sem furo foi a placa 1 ($H/L = 1.00$), chegando a 198.98%. A placa que apresentou o menor acréscimo percentual foi a placa 4 ($H/L = 0.25$), com 7.72%. Ao realizar uma comparação global entre as placas, a que obteve o melhor desempenho foi a placa 1 ($H/L = 1.00$), apresentando uma carga crítica máxima de flambagem 176.85% maior que a carga crítica máxima na placa de pior desempenho, placa 4 ($H/L = 0.25$).

PALAVRAS-CHAVES: Carga crítica. Flambagem de placas perfuradas. Método dos Elementos Finitos (MEF). Otimização geométrica. Teoria Constructal.

CONSTRUCTAL DESIGN APPLIED TO PLATES WITH ELLIPTICAL HOLES IN BUCKLING

ABSTRACT

Plates are elements widely employed in the structural engineering. In several situations it is necessary the existence of perforations in these plates. Besides, it is well known that slender structural elements when subjected to compression loads can fail in a sudden way, with a

¹ Escola de Engenharia – FURG. Mestrando em Engenharia Oceânica. Email: anderson_luis_88@hotmail.com.

² Escola de Engenharia – FURG. Mestrando em Engenharia Oceânica. Email: engmects@hotmail.com.

³ Escola de Engenharia – FURG. Graduando em Engenharia Civil. Email: caiocesarcivil@hotmail.com.

⁴ Departamento de Engenharia Mecânica – UFRGS. Pós-Doutor na área da Turbulência. Email: luizrocha@mecanica.ufrgs.br.

⁵ Escola de Engenharia – FURG. Doutor em Engenharia Civil. Email: mauroreal@furg.br.

⁶ Escola de Engenharia – FURG. Doutor em Engenharia Mecânica. Email: elizaldosantos@furg.br.

⁷ Escola de Engenharia – FURG. Pós-Doutor em Modelagem Computacional. Email: liercioisoldi@furg.br.

stress lower than the material yield stress, due an instability phenomenon known as buckling. In this article, the Constructal Theory will be used to geometrically optimize thin perforated plates, subjected to uniaxial compression, aiming to obtain the optimum hole size that maximizes the buckling critical load. To do so, several numerical simulations were carried out using a computational model based on the Finite Element Method (FEM). It was observed that for all analyzed values of \emptyset (ratio between the hole volume and the plate volume), the plate that present best performance under uniaxial compression is the one that has the highest ratio H/L (ratio between the height and plate length). With regard to the independent analysis of each plate, which had the highest percentage increase in the value of critical buckling load against a plate without perforation was the plate 1 ($H/L = 1.00$), reaching 198.98%. The plate with the lowest percentage increase was the plate 4 ($H/L = 0.25$), with 7.72%. By performing a global comparison between the plates, which had the best performance was the plate 1 ($H/L = 1.00$), with a maximum critical buckling load 176.85% higher than the maximum critical load of the plate worst performance, plate 4 ($H/L = 0.25$).

KEYWORDS: Buckling of perforated plates. Constructal Theory. Critical load. Finite Element Method (FEM). Geometric optimization.

1. INTRODUÇÃO

As placas finas são elementos estruturais comumente utilizados em edifícios, pontes, navios, aviões e automóveis. Além disso, muitas estruturas necessitam de furos para a redução do peso próprio ou para fins de acesso, serviços e até mesmo estética. A presença de furos gera uma redistribuição de tensões acompanhada por uma mudança no comportamento mecânico das placas [3].

Quando estes componentes estruturais são submetidos a uma compressão axial, pode ocorrer flambagem [11]. Na flambagem, no momento em que a carga crítica é atingida, ocorre uma súbita flexão da placa na direção transversal ao plano de aplicação da carga [1]. Normalmente essa carga possui valor muito inferior à carga que atingiria a tensão de escoamento do material.

O estudo deste fenômeno concentra-se em duas categorias: flambagem elástica e flambagem elasto-plástica. Na categoria de flambagem elástica, El-Sawy & Nazmy [4] investigaram o efeito da geometria nas cargas críticas de flambagem em placas retangulares com furos excêntricos de formato circular e retangular, submetidas a carregamento uniaxial. El-Sawy & Martini [6] utilizaram o método dos elementos finitos para determinar as cargas de flambagem em placas retangulares carregadas biaxialmente com furos circulares centrados. Já Moen & Schafer [12] desenvolveram expressões analíticas validadas e resumidas para estimar a influência de furos únicos ou múltiplos na carga crítica de flambagem de placas em flexão ou compressão. No grupo de estudos dedicados para o problema da flambagem elasto-plástica, El-Sawy, Nazmy & Martini [5] investigaram placas quadradas e retangulares carregadas uniaxialmente com furos circulares, incluindo algumas

recomendações sobre o tamanho e a posição do furo em placas de diferentes proporções geométricas e coeficientes de esbeltez. Já em Paik [13-15] foram estudadas as características do limite de ruptura de placas perfuradas sob carga de cisalhamento, carregamento de compressão axial e compressão biaxial combinadas, propondo um sistema de equações empíricas para prever o limite de ruptura com base na análise de regressão dos resultados de análises não-lineares por elementos finitos. Os estudos de Maiorana, Pellegrino & Modena [9,10] concentraram-se nas análises lineares e não lineares por elementos finitos de placas perfuradas submetidas à carga simétrica localizada. Em Rocha, Real, Correia, Vaz, Dos Santos, & Isoldi [18] foi realizada a otimização geométrica de placas perfuradas sob flambagem, para três tipos de furos, utilizando a Teoria Constructal.

A Teoria Constructal, que será utilizada ao longo desse trabalho, é baseada no princípio da ótima distribuição das imperfeições. Desse modo, empregando uma abordagem computacional aliada à Teoria Constructal, o objetivo deste trabalho foi obter a geometria ótima do furo elíptico em placas finas sob flambagem elástica, de forma a maximizar a carga crítica suportada pela mesma. Até o momento, a maioria dos estudos empregando a Teoria Constructal é dedicada ao desenvolvimento de geometrias ótimas em problemas de mecânica dos fluidos e de transferência de calor. No entanto, é possível considerar as estruturas sólidas como sistemas que são configurados de modo a facilitar o fluxo de tensões. Esse ponto de vista é bastante incomum, mas é eficaz quando o objetivo é descobrir a melhor configuração do volume submetido ao esforço [7].

2. MATERIAL E MÉTODOS

Inicialmente uma placa sem furo foi estudada analiticamente e numericamente. Os resultados obtidos foram comparados para realizar a verificação do modelo numérico. Depois o valor da carga crítica de flambagem presente na placa sólida foi adotado como parâmetro comparativo para as placas perfuradas de iguais dimensões. Por fim, o processo de otimização geométrica através da Teoria Constructal foi realizado.

2.1 Flambagem de Placas

Em inúmeras situações de projeto, placas finas são submetidas a cargas de compressão uniaxial. A grande esbeltez desses componentes faz com que elas sejam suscetíveis a instabilidades como a flambagem [17]. Para uma placa fina retangular com comprimento L , largura H , espessura t e submetida a uma carga P , a solução analítica para a sua tensão crítica é dada por Åkesson [1], El-Sawy & Nazmy [4] e Wang, Wang & Reddy [19]:

$$\sigma_{cr} = k\pi^2 E / [12(1 - \nu^2)(H/t)^2] \quad (1)$$

onde π é uma constante matemática, E e ν são o módulo de Young e coeficiente de Poisson do material, respectivamente, a razão H/t é a esbeltez da placa e k é o coeficiente de flambagem, dado por:

$$k = [m(H/L) + (1/m)(L/H)]^2 \quad (2)$$

sendo m o número de meias ondas que ocorrem na placa na direção longitudinal, definindo o modo de flambagem da placa.

Quando a carga P atinge o valor crítico, ocorre a flambagem da placa que pode ocasionar o colapso da mesma em seguida. Para uma carga abaixo desse valor, é possível aplicar uma carga transversal adicional sem que ocorra flambagem. Quanto mais próximo for o valor da carga axial do valor da carga crítica, menor é a capacidade da estrutura em suportar uma carga transversal adicional. Quando a carga axial atinge o valor da carga crítica, essa capacidade é nula. A carga crítica de flambagem é definida pelo produto da tensão crítica de flambagem pela espessura da placa:

$$P_{cr} = (k\pi^2 Et^3) / [12H^2(1 - \nu^2)] \quad (3)$$

A TABELA 1 mostra as propriedades do material e as dimensões das placas estudadas nesse trabalho.

Tabela 1. Características das placas sólidas.

Característica	Placa 1	Placa 2	Placa 3	Placa 4
E (GPa)	210.0	210.0	210.0	210.0
N	0.3	0.3	0.3	0.3
H (m)	1.0	1.0	1.0	1.0
L (m)	1.0	2.0	3.0	4.0
T (mm)	10.0	10.0	10.0	10.0

Aplicando a Equação (2), utilizando as informações da TABELA 1 e assumindo que são geradas uma, duas, três e quatro meias ondas na direção longitudinal das placas 1, 2, 3 e 4, respectivamente, obtém-se os coeficientes de flambagem: $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 4.0$.

Através da Equação (3), os valores analíticos para a carga crítica de flambagem para as placas 1, 2, 3 e 4 são $P_{cr1} = P_{cr2} = P_{cr3} = P_{cr4} = 759.20 \text{ kN/m}$.

O modelo numérico foi desenvolvido através do software de elementos finitos ANSYS®. Foi utilizado o elemento SHELL93 de oito nós e integração reduzida. O elemento possui seis graus de liberdade em cada nó: três translações (u, v, w) e três rotações ($\Theta_x, \Theta_y, \Theta_z$) [2].

Para o estudo numérico do fenômeno da flambagem foi adotada a análise elástica de autovalores. As equações de equilíbrio por elementos finitos para este tipo de análise envolvem a solução de equações algébricas homogêneas cujo autovalor mais baixo corresponde à carga crítica de flambagem e o autovetor associado representa o primeiro modo de flambagem [8].

A formulação utilizada na análise inclui tanto os termos lineares como os não-lineares. Assim, a matriz de rigidez total $[K]$, é obtida pela soma da matriz de rigidez convencional para pequenas deformações, $[K_E]$, com outra matriz, $[k_g]$, chamada matriz de rigidez geométrica. A matriz $[k_g]$ depende não só da geometria, mas também do esforço normal de compressão existente no início do carregamento, $\{P_0\}$. Então, o deslocamento total da placa $\{U\}$ associado a um nível de carga $\{P_0\}$ pode ser escrito como [16]:

$$\{U\} = \left[[K_E] + \lambda [K_G] \right]^{-1} \lambda \{P_0\} \quad (4)$$

onde λ é um escalar.

Na flambagem, a placa apresenta um grande crescimento nos deslocamentos sem crescimento da carga. Por definição matemática é possível determinar a matriz inversa como a matriz adjunta dividida pelo determinante dos coeficientes, então os deslocamentos $\{U\}$ tendem a infinito quando:

$$\det\left[[K_E] + \lambda [K_G] \right] = 0 \quad (5)$$

A Equação (5) representa um problema de autovalores, que quando resolvido gera o menor autovalor, λ_1 , que corresponde à carga crítica $\{P_{cr}\} = \lambda_1 \{P_0\}$ em que ocorre flambagem. Além disso, o vetor de deslocamento associado $\{U\}$ define a forma do modo de flambagem. O problema de autovalores é resolvido usando o método numérico de Lanczos [2].

Logo, para a verificação do modelo computacional, as cargas críticas de quatro placas não perfuradas foram numericamente avaliadas e o resultado foi comparado com as soluções analíticas dadas pela Equação (3). As placas foram discretizadas adotando um

elemento triangular com lados de tamanho de 50.00 mm ($H/20$). Os resultados numéricos para a carga crítica de flambagem nas placas 1, 2, 3 e 4 foram 753.99 kN/m, 755.30 kN/m, 755.74 kN/m e 755.95 kN/m, mostrando uma diferença de -0.69%, -0.51%, -0.46% e -0.43%, respectivamente, em relação às soluções analíticas, o que mostra a boa precisão do modelo numérico.

2.2 Constructal Design aplicado a Placas Perfuradas sob Flambagem

A Teoria Constructal quando usada na otimização geométrica de problemas de engenharia é chamada de *Constructal Design*. Neste trabalho o *Constructal Design* foi empregado no estudo de placas finas com furo elíptico centrado, considerando quatro diferentes dimensões de placas: 1m x 1m, 1m x 2m, 1m x 3m e 1m x 4m. As dimensões dos furos sofreram variações, sendo governadas por um parâmetro chamado fração volumétrica (ϕ). Esse parâmetro representa a relação entre o volume do furo (V_0) e o volume total da placa sem furo (V). Então, para a placa com um furo elíptico centrado (FIGURA 1), a fração volumétrica é definida por:

$$\phi = V_0/V = [(\pi H_0 L_0 t)/4]/(HLt) = (\pi H_0 L_0)/(4HL) \quad (6)$$

onde H_0 e L_0 são as características dimensionais do furo nas direções y e x , respectivamente; H é a largura da placa, L é o comprimento e t é a espessura da placa.

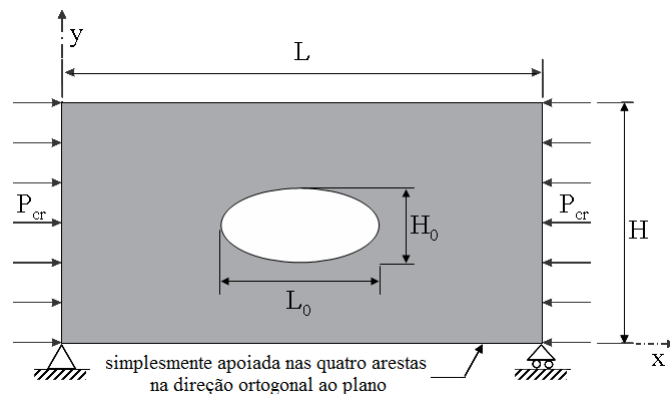


Figura 1. Placa com furo elíptico centrado.

O objetivo em todas as análises foi determinar a geometria ótima do furo (H_0/L_0) que é caracterizada pela maximização carga crítica de flambagem. Com base na Teoria Constructal, as variáveis do problema foram consideradas adimensionais.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A análise foi realizada considerando três diferentes valores de fração volumétrica, ϕ , para cada uma das placas. Foram estudadas quatro diferentes relações de H/L . Uma variação do grau de liberdade H_0/L_0 foi realizada para cada caso. Além disso, os valores numericamente obtidos para a carga crítica de flambagem foram divididos pela carga crítica analítica da placa sem perfuração, definindo assim a carga crítica adimensional.

A FIGURA 2 mostra o comportamento da carga crítica adimensional de flambagem em função do grau de liberdade H_0/L_0 para a placa 1 com furo elíptico centrado.

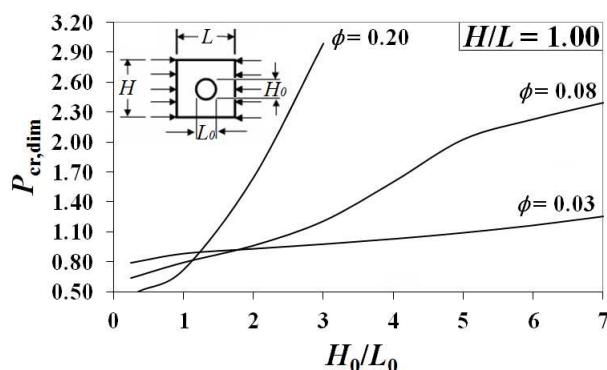


Figura 2. Placa 1: otimização da carga crítica adimensional de flambagem.

Percebe-se na FIGURA 2 que para cada fração volumétrica há um valor máximo de carga crítica localizado no extremo superior da relação H_0/L_0 . Nota-se também, para valores de H_0/L_0 superiores a 2.0, um aumento da carga crítica com o aumento de ϕ .

Na FIGURA 3 são mostradas as topologias referentes aos valores máximos de carga crítica de flambagem para as três frações volumétricas (ϕ): 0.03 (FIGURA 3(a)), 0.08 (FIGURA 3(b)) e 0.20 (FIGURA 3(c)) e respectivas relações de H_0/L_0 otimizadas.

O comportamento da placa nas FIGURA 3(a), FIGURA 3(b) e FIGURA 3(c) indica a formação de duas meias ondas.

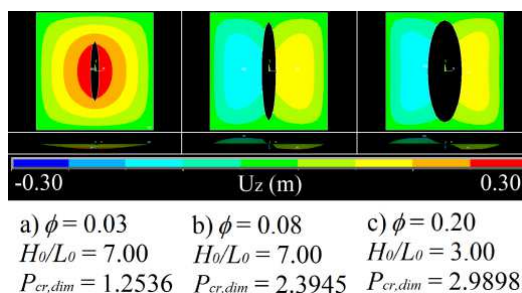


Figura 3. Forma flambada da placa 1.

Posteriormente, analisou-se a placa 2, e os resultados da carga crítica adimensional de flambagem em função da relação H_0/L_0 são apresentados na FIGURA 4.

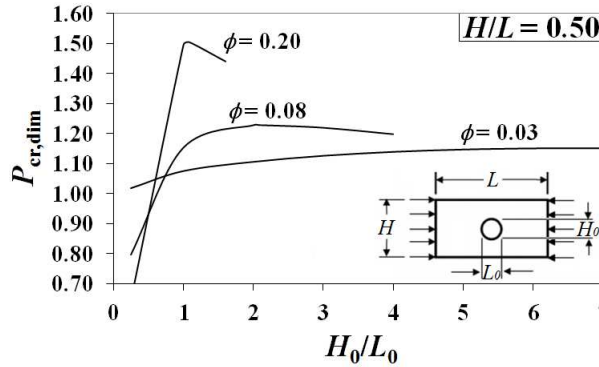


Figura 4. Placa 2: otimização da carga crítica adimensional de flambagem.

Comparando o comportamento exposto na FIGURA 4 com o comportamento apresentado na FIGURA 2, é possível verificar uma tendência diferente, ou seja, o valor máximo para a carga crítica em função da variação do grau de liberdade H_0/L_0 , ocorre em uma zona intermediária do intervalo. A carga crítica é maior para valores de H_0/L_0 superiores a 1.0, o que caracteriza elipses com eixo maior na direção vertical.

A FIGURA 5 mostra as topologias do modo de flambagem para a placa 2, com frações volumétricas de $\phi = 0.03$, $\phi = 0.08$ e $\phi = 0.20$ e respectivas relações ótimas de H_0/L_0 : 6.58 (FIGURA 5(a)), 2.10 (FIGURA 5(b)) e 1.08 (FIGURA 5(c)).

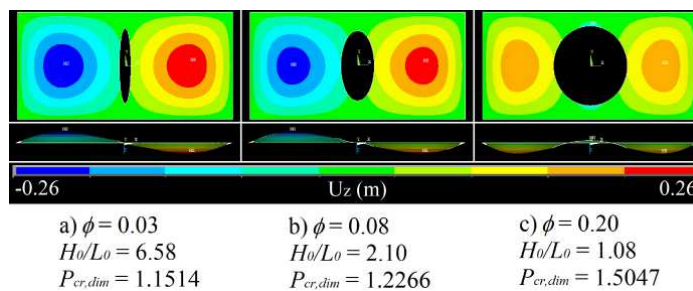


Figura 5. Forma flambada da placa 2.

Nota-se que para uma menor relação H_0/L_0 , que representa uma maior intrusão do furo na placa na direção longitudinal, três meias ondas são formadas, como observado na FIGURA 5(c). Já as outras duas topologias (FIGURA 5(a) e FIGURA 5(b)) são muito

semelhantes entre si. Em ambas ocorre a formação de duas meias ondas e possuem deslocamentos distribuídos de maneira mais uniforme em relação à FIGURA 5(c).

Em seguida, foi analisada a placa 3, e os resultados da carga crítica adimensional de flambagem em função da relação H_0/L_0 são apresentados na FIGURA 6.

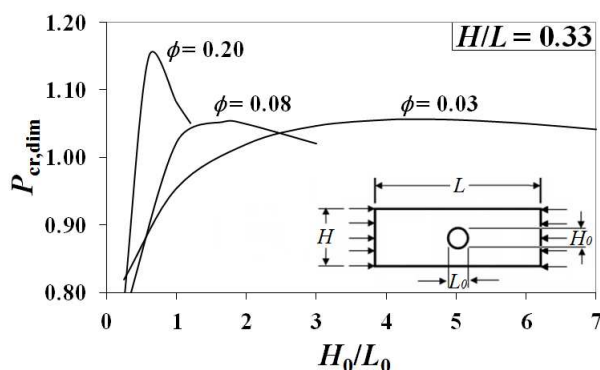


Figura 6. Placa 3: otimização da carga crítica adimensional de flambagem.

Observa-se na FIGURA 6 um comportamento semelhante ao apresentado na FIGURA 4, onde o valor máximo para a carga crítica em função da variação do grau de liberdade H_0/L_0 ocorre em uma zona intermediária do intervalo.

A FIGURA 7 mostra as topologias do modo de flambagem para a placa 3, com frações volumétricas de $\phi = 0.03$, $\phi = 0.08$ e $\phi = 0.20$ e suas respectivas relações ótimas de H_0/L_0 : 4.47 (FIGURA 7(a)), 1.67 (FIGURA 7(b)) e 0.60 (FIGURA 7(c)).

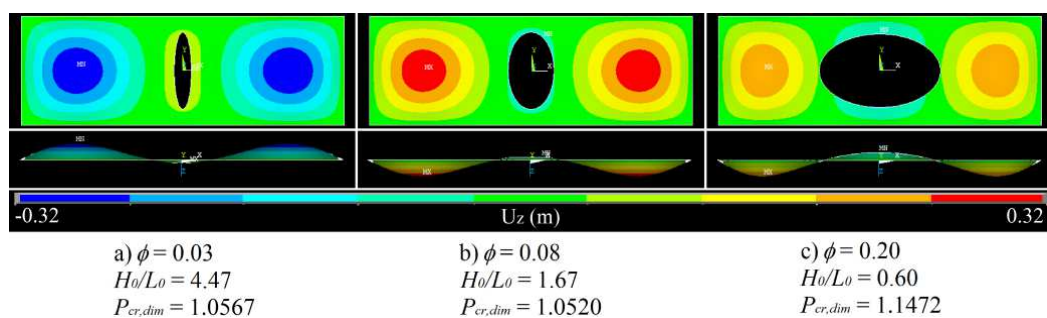


Figura 7. Forma flambada da placa 3.

Nota-se que nas três topologias exibidas na FIGURA 7, diferentemente dos casos anteriores, há a formação de três meias ondas.

Por último, foi analisada a placa 4, e os resultados da carga crítica adimensional de flambagem em função da relação H_0/L_0 são apresentados na FIGURA 8.

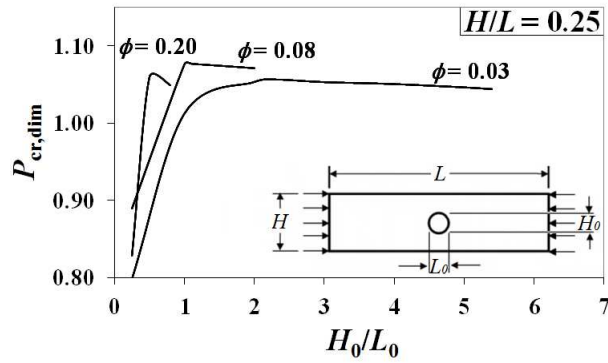


Figura 8. Placa 4: otimização da carga crítica adimensional de flambagem.

Observa-se na FIGURA 8 um comportamento semelhante ao apresentado na FIGURA 4 e na FIGURA 6, onde o valor máximo para a carga crítica em função da variação do grau de liberdade H_0/L_0 ocorre em uma zona intermediária do intervalo.

A FIGURA 9 mostra as topologias do modo de flambagem para a placa 4, com frações volumétricas de $\phi = 0.03$, $\phi = 0.08$ e $\phi = 0.20$ e suas respectivas relações ótimas de H_0/L_0 : 2.31 (FIGURA 9(a)), 1.11 (FIGURA 9(b)) e 0.50 (FIGURA 9(c)).

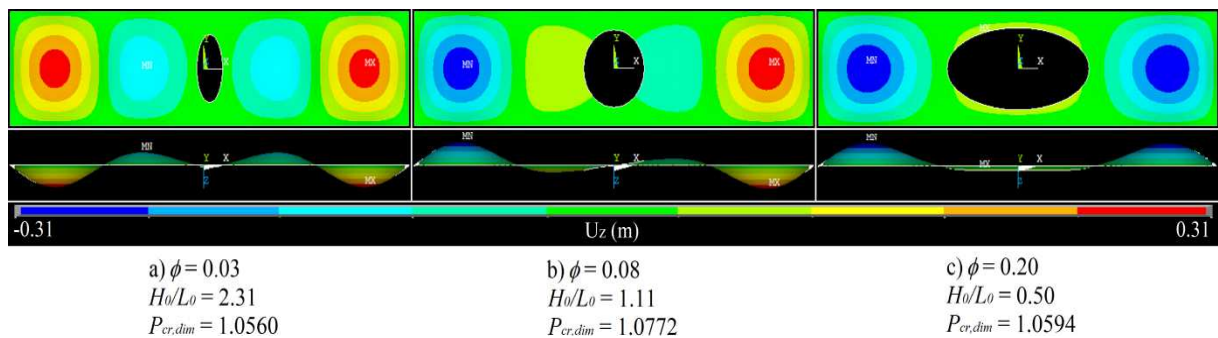


Figura 9. Forma flambada da placa 4.

Nota-se que para uma menor relação H_0/L_0 , que representa uma maior intrusão do furo na placa na direção longitudinal, três meias ondas são formadas, como observado na FIGURA 9(c). Já as outras duas topologias (FIGURA 9(a) e FIGURA 9(b)) são muito semelhantes entre si, em ambas ocorre a formação de quatro meias.

A FIGURA 10 mostra a influência da fração volumétrica sobre a máxima carga crítica adimensional de flambagem para as quatro placas estudadas. Isso enfatiza que a carga crítica cresce com a elevação da relação H/L e também com o aumento da fração

volumétrica \emptyset , com exceção da placa 4 ($H/L = 0.25$), na qual ocorre um pequeno decréscimo da carga crítica com a elevação de \emptyset .

A FIGURA 11 mostra os valores otimizados $(H_0/L_0)_o$ em função da fração volumétrica (\emptyset) para cada uma das quatro placas abordadas. Pode-se observar que o mesmo comportamento é exibido nas placas 2, 3 e 4: o valor ótimo $(H_0/L_0)_o$ decresce com o aumento da fração volumétrica do furo (\emptyset). Já no caso da placa 1, ocorre uma pequena elevação do valor ótimo $(H_0/L_0)_o$ para o intervalo de \emptyset situado entre 0.03 e 0.07, e um decréscimo desse valor ótimo para valores superiores de \emptyset .

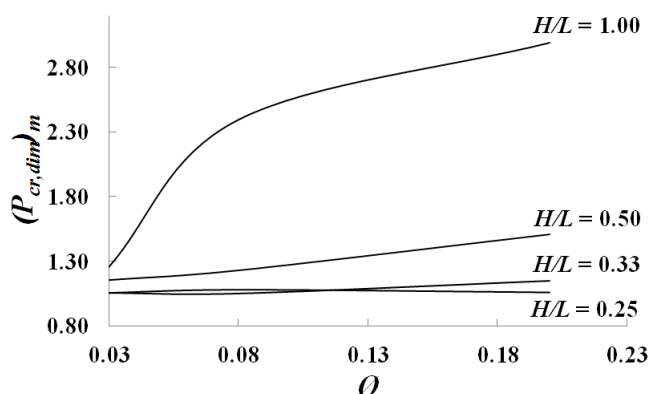


Figura 10. Máxima carga crítica adimensional de flambagem $(P_{cr,dim})_m$ como função de \emptyset para todas as placas.

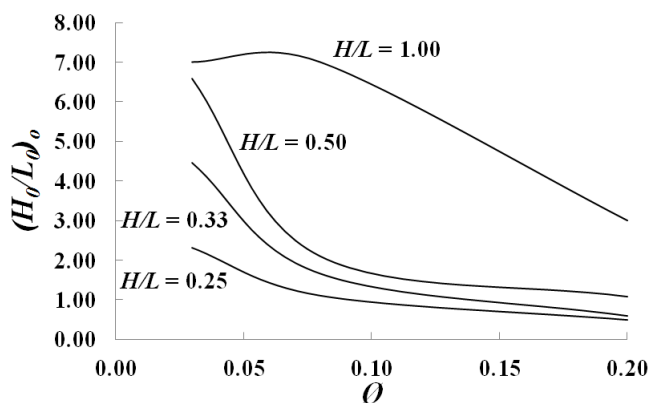


Figura 11. Relações otimizadas de $(H_0/L_0)_o$ como função de \emptyset para todas as placas.

A TABELA 2 mostra os acréscimos percentuais de carga crítica em cada placa.

Tabela 2. Acréscimo percentual de carga crítica.

	Placa 1	Placa 2	Placa 3	Placa 4
P_{cr} Placa sem Furo (kN/m)	753.99	755.30	755.74	755.95

P_{cr} Máxima (kN/m)	2254.30	1136.50	866.97	814.28
Percentual de Acréscimo (%)	198.98	50.47	14.72	7.72

Por último, a FIGURA 12 mostra os valores máximos de carga crítica adimensional em função da relação H/L para cada uma das três frações volumétricas analisadas (\emptyset). Pode-se observar que o mesmo comportamento ocorre para as três frações volumétricas: o valor máximo de carga crítica adimensional de flambagem ($P_{cr,dim}$)_m apresenta elevação com o aumento de H/L .

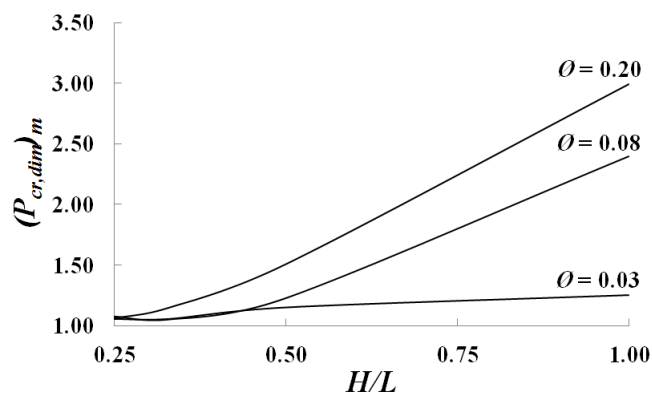


Figura 12. Carga crítica adimensional máxima como função de H/L para todas as frações volumétricas (\emptyset).

É importante salientar que o método utilizado para a determinação da carga crítica de flambagem nas placas assume um comportamento linear elástico do material. Sendo assim, os resultados obtidos aqui são válidos apenas se a carga crítica de flambagem calculada não gera tensão normal superior à tensão de escoamento do material, quando aplicada à placa. Se o limite de escoamento for atingido, torna-se necessária uma análise não linear de elementos finitos, incluindo não linearidades física e geométrica [18].

4. CONCLUSÕES

A importância de placas finas perfuradas como membros estruturais é evidente em muitas aplicações de engenharia. Portanto, este trabalho foi desenvolvido com o objetivo de obter a melhor geometria elíptica que forneça a máxima carga crítica de flambagem.

Percebe-se que as geometrias otimizadas foram definidas de acordo com o Princípio Constructal da ótima distribuição de imperfeições, mostrando que a Teoria Constructal pode ser usada para obter as formas ótimas em problemas de mecânica dos sólidos com a

mesma eficiência que é usada em problemas de mecânica dos fluidos e transferência de calor.

Observou-se que para todos os valores de \emptyset analisados, a placa que apresenta melhor desempenho quando comprimida axialmente é a que possui a maior relação H/L .

No que diz respeito à análise individual de cada placa, a que obteve o maior acréscimo percentual no valor de carga crítica de flambagem em relação à uma placa sem furo foi a placa 1 ($H/L = 1.00$), chegando a 198,98%. A placa que apresentou o menor acréscimo percentual foi a placa 4 ($H/L = 0.25$), com 7.72%.

Ao realizar uma comparação global entre as placas, a que obteve o melhor desempenho foi a placa 1 ($H/L = 1.00$), apresentando uma carga crítica máxima de flambagem 176.85% maior que a carga crítica máxima na placa de pior desempenho, placa 4 ($H/L = 0.25$).

Uma sequência natural deste trabalho é a investigação do comportamento estrutural de placas finas perfuradas sob compressão uniaxial, considerando ambas as não linearidades geométricas e materiais.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ÅKESSON, B. **Plate buckling in bridges and other structure**. Taylor & Francis, 2007.
- [2] **ANSYS User's Manual** (version 10.0). Houston. Swanson Analysis System Inc, 2005.
- [3] CHENG; ZHAO, J. Strengthening of perforated plates under uniaxial compression: Buckling analysis. **Thin-Walled Structures**, v. 48, p. 905-914, 2010.
- [4] EL-SAWY, K.M.; NAZMY, A.S. Effect of aspect ratio on the elastic buckling of uniaxially loaded plates with eccentric holes. **Thin-Walled Structures**, v. 39, p. 983–998, 2001.
- [5] EL-SAWY, K.M.; NAZMY, A.S.; MARTINI, M.I. Elasto-plastic buckling of perforated plates under uniaxial compression. **Thin-Walled Structures**, v. 42, p. 1083–1101, 2004.
- [6] EL-SAWY, K.M.; MARTINI, M.I. Elastic stability of bi-axially loaded rectangular plates with a single circular hole. **Thin-Walled Structures**, v. 45, p. 122–33, 2007.
- [7] LORENTE, S.; LEE, J.; BEJAN, A. The “flow of stresses” concept: the analogy between mechanical strength and heat convection. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 53, p. 2963-2968, 2010.
- [8] MADENCI, E.; GUVEN, I. **The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS®**. Ed. Springer, 2006.
- [9] MAIORANA; PELLEGRINO, C.; MODENA, C. Linear buckling analysis of perforated plates subjected to localized symmetrical load. **Engineering Structures**, v. 30, p. 3151-3158, 2008.

- [10] MAIORANA; PELLEGRINO, C.; MODENA, C. Non-linear analysis of perforated steel plates subjected to localized symmetrical load. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 65, p. 959-964, 2009.
- [11] MEGSON, T.H.G. **Structural and Stress Analysis**. Ed. Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005.
- [12] MOEN, D.; SCHAFER, B.W. Elastic buckling of thin plates with holes in compression or bending. **Thin-Walled Structures**, v. 47, p. 1597-1607, 2009.
- [13] PAIK, J.K. Ultimate strength of perforated steel plates under edge shear loading. **Thin-Walled Structures**, v. 45, p. 301–306, 2007.
- [14] PAIK, J.K. Ultimate strength of perforated steel plates under axial compressive loading along short edges. **Ships and Offshore Structures**, v. 2, 2007.
- [15] PAIK, J.K. Ultimate strength of perforated steel plates under combined biaxial compression and edge shear loads. **Thin-Walled Structures**, v. 46, p. 207-213, 2008.
- [16] PRZEMIENIECKI, J.S. **Theory of Matrix Structural Analysis**. Ed. Dover Publications, 1985.
- [17] REAL, M.V.; ISOLDI, L.A. Finite element buckling analysis of uniaxially loaded plates with holes. in: **Southern Conference on Computational Modeling**. 2010, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, p. 69-73.
- [18] ROCHA, L.A.O.; REAL, M.V.; CORREIA, A.L.G.; VAZ, J.; DOS SANTOS, E.D.; ISOLDI, L. A. Geometric optimization based on the constructal design of perforated thin plates subject to buckling. **Computational Thermal Sciences**, v. 4, p. 119-129, 2012.
- [19] WANG, C.M.; WANG, C.Y.; REDDY, J.N. **Exact solutions for buckling of structural members**. CRC Press, 2005.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) pelo auxílio financeiro e à FURG (Universidade Federal do Rio Grande) por ser a nossa instituição de ensino.