

Tensões térmicas em blocos de concreto armado

Thermal stresses in reinforced concrete pile caps

José Milton de Araújo

Escola de Engenharia – FURG – Rio Grande, RS

e-mail: ed.dunas@mikrus.com.br

RESUMO: Os grandes blocos de fundação dos edifícios e das pontes podem apresentar fissuras superficiais já nas primeiras horas após a concretagem. Em virtude do grande volume de concreto, a temperatura no interior do bloco pode atingir valores muito elevados, como consequência do calor de hidratação do cimento. Devido aos fortes gradientes de temperatura, a superfície do bloco fica tracionada, podendo fissurar. O objetivo desse trabalho é abordar esse tema, analisando as principais variáveis envolvidas, e sugerir uma metodologia de projeto para o cálculo das armaduras de pele dos blocos de concreto armado.

ABSTRACT: The large pile caps of buildings and bridges may have superficial cracks already in the early hours after concreting. Due to the large volume of concrete, the temperature inside the pile cap can reach very high values, as a result of the heat of hydration of cement. Due to the strong temperature gradients, the surface of the pile cap is tensioned, and can crack. The object of this work is to address this issue by analyzing the main variables involved and suggest a design methodology for the calculation of skin reinforcement of concrete pile caps.

1 INTRODUÇÃO

As reações de hidratação do cimento são exotérmicas, ou seja, geram calor na massa de concreto. Devido à relativamente baixa condutividade térmica do concreto, o calor gerado faz com que haja uma elevação de temperatura no núcleo do elemento estrutural, a qual depende, dentre outros fatores, das dimensões do elemento. Quanto maior for o elemento estrutural, maior será a temperatura alcançada em seu interior.

O calor é transferido por condução, do núcleo para as superfícies da peça, de onde ele é dissipado para o meio ambiente. Devido a essa transferência de calor, surgem gradientes de temperatura que introduzem tensões de tração e de compressão no concreto.

Uma vez que a superfície resfria mais rapidamente, ela tende a encurtar, enquanto o concreto do interior do elemento está na fase de aquecimento. Desse modo, o núcleo da peça introduz esforços de tração no concreto das camadas superficiais. Essas tensões de tração podem causar fissuras no concreto, o que compromete sua durabilidade.

Esse é um problema típico de deformações impostas internas, ou intrínsecas, e independe das cargas externas aplicadas à estrutura. Em virtude das diferenças de temperatura entre os diversos pontos do elemento estrutural, a deformação imposta (deformação térmica) é restringida, o que causa tensões de compressão no interior e tensões de tração nas superfícies do elemento.

Em estruturas esbeltas, os gradientes de temperatura são pequenos e as tensões de tração não são suficientes para produzir fissuras no concreto. Porém, em elementos de grandes dimensões, essas fissuras de superfície podem ser inevitáveis.

Em geral, os elementos da estrutura aporticada dos edifícios são esbeltos, não havendo necessidade de preocupação com essas fissuras. Entretanto, os blocos de fundação podem ter dimensões suficientemente elevadas para que esse problema ganhe destaque no projeto estrutural.

Para minimizar o problema, pode ser necessária a associação de um conjunto de medidas, como redução do consumo de cimento, emprego de cimentos pozolânicos, concretagem em camadas de menor altura, pré-refrigeração e/ou pós-

refrigeração do concreto, proteção do concreto para evitar um resfriamento muito rápido das superfícies, cura prolongada para retardar a retração, dentre outros.

O emprego das armaduras de pele não é capaz de evitar a fissuração das superfícies do concreto. Porém, elas podem reduzir as aberturas das fissuras, proporcionando o surgimento de um grande número de pequenas fissuras, em vez de uma única fissura de grande abertura. Essas armaduras de pele devem ser dispostas em malha em todas as faces do bloco.

O problema da fissuração do concreto, decorrente das deformações impostas, tem sido bastante estudado para elementos unidimensionais e para paredes. Em diversas publicações, são propostas formulações para o cálculo das armaduras, objetivando limitar as aberturas das fissuras [1,2,3,4,5].

Para as estruturas tridimensionais de grande volume, como as barragens, há infindáveis estudos sobre o tema, com abordagens voltadas para a tecnologia do concreto e para as técnicas construtivas, como a concretagem em camadas de pequena altura, a pré-refrigeração e a pós-refrigeração do concreto.

Por outro lado, há escassez de pesquisa visando quantificar as armaduras de pele dos blocos de fundação dos edifícios e das pontes. Para essas estruturas, adotam-se armaduras de pele a partir de critérios empíricos, baseados na experiência, porém, sem nenhuma metodologia de cálculo. Isso se deve, principalmente, à omissão das normas de projeto sobre esse tema. O próprio EC2 [6] permite que as superfícies laterais e de topo dos blocos sejam desprovidas de armação, desde que não haja risco de fissuração do concreto, sem apresentar nenhum critério para essa verificação. Como consequência dessa falta de orientação normativa, encontram-se soluções de projeto frontalmente discrepantes, desde a total ausência das armaduras de pele, até o emprego de armaduras de pele visivelmente excessivas.

O objetivo desse trabalho é fazer uma análise das tensões térmicas, decorrentes do calor de hidratação do cimento, nos grandes blocos de fundação dos edifícios e das pontes. A distribuição das temperaturas é determinada com o emprego do método dos elementos finitos (MEF). As tensões no concreto são obtidas através de uma análise simplificada da seção crítica do bloco.

O estudo limita-se à análise bidimensional de transferência de calor. Porém, essa análise pode ser utilizada com razoável aproximação para os blocos, através da definição de uma largura equivalente. Isto é possível porque a transferência de calor se dá, principalmente, no sentido do centro para o topo do bloco.

Devido à presença das formas nas laterais e na face inferior do bloco, as quais, sendo de madeira, oferecem um isolamento térmico, o principal fluxo de calor se dá em direção ao topo do bloco. Para um bloco prismático, com altura H e dimensões A e B em planta, a área do topo do bloco é AB . Um bloco de mesma altura, porém com planta circular de diâmetro L , tem sua face superior com área $\pi L^2/4$. Para esse bloco de planta circular, o problema é axissimétrico e pode ser analisado para um retângulo de largura L e altura H . Logo, igualando as áreas da face superior dos dois blocos, obtém-se a largura equivalente

$$L = \sqrt{\frac{4AB}{\pi}} \quad (1)$$

Como resultado desse estudo, é proposta uma metodologia para o cálculo das armaduras de pele dos blocos de grandes dimensões.

2 ANÁLISE DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR

O problema da transferência de calor bidimensional, em um material com propriedades térmicas constantes, é governado pela equação diferencial

$$k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - c\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \dot{q}_g = 0 \quad (2)$$

onde k_x e k_y = condutividades térmicas segundo as direções x e y , respectivamente; c = calor específico; ρ = massa específica; T = temperatura; \dot{q}_g = taxa de geração de calor; t = tempo.

Para o concreto admite-se a isotropia, de modo que $k = k_x = k_y$.

Essa equação diferencial pode ser resolvida com o emprego do MEF e de um algoritmo de integração passo a passo. Empregando o

procedimento apresentado em [7,8], obtém-se a fórmula de recorrência do método

$$\mathbf{A}^* \Delta \mathbf{T} = \mathbf{C}^* \quad (3)$$

onde:

$$\mathbf{A}^* = \frac{1}{\Delta t} \mathbf{A} + \theta \mathbf{B} \quad (4)$$

$$\mathbf{C}^* = \mathbf{C} - \mathbf{B} \mathbf{T}_i \quad (5)$$

$$\mathbf{T}_{i+1} = \mathbf{T}_i + \Delta \mathbf{T} \quad (6)$$

Nessas equações, $\Delta \mathbf{T}$ representa o vetor de variações de temperaturas nodais no intervalo de tempo Δt . As matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} dependem do calor específico e das condutividades térmicas, respectivamente. O vetor \mathbf{C} depende da taxa de geração de calor e do fluxo de calor no contorno.

A escolha do parâmetro θ (entre 0 e 1) dá origem a diferentes métodos de integração. Se $\theta \geq 1/2$, o algoritmo é implícito e incondicionalmente estável [9]. Nesse trabalho, adota-se $\theta = 1$, conforme recomendado em [7,8].

As condições de contorno do problema são definidas na figura 1.

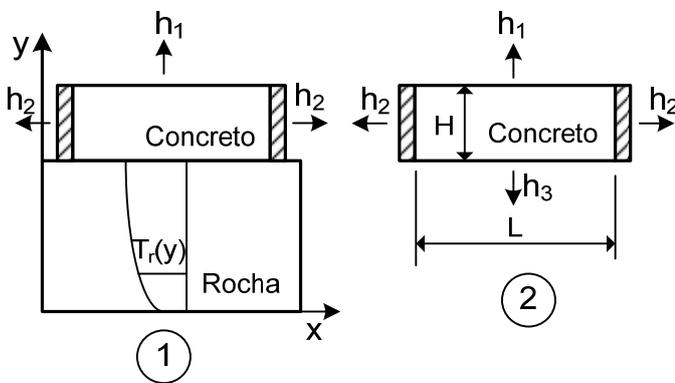


Figura 1 – Condições de contorno do problema de transferência de calor

Se o bloco de concreto tiver contato com solo ou rocha, como no caso 1, o MEF pode ser utilizado para discretizar o domínio espacial formado pelo bloco e pela rocha. Nesse caso, deve-se especificar uma distribuição de temperaturas iniciais $T_r(y)$ para a rocha [7,8]. As condições de contorno são especificadas no topo e nas faces laterais do bloco, através dos coeficientes de transferência de calor por convecção h_1 e h_2 .

Para reduzir o número de graus de liberdade, pode-se discretizar apenas o bloco de concreto,

como no caso 2 da figura 1. Para a face inferior, adota-se um coeficiente de transferência de calor por convecção h_3 reduzido, para levar em conta a resistência térmica da rocha ou do solo. Essa segunda alternativa é empregada nesse trabalho.

O coeficiente de transferência de calor por convecção pode variar dentro de uma faixa relativamente larga, sendo muito dependente da velocidade do vento. Para a face de topo, considera-se $h_1 = 13,5 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$, como sendo o valor médio do coeficiente de transferência de calor para o ar.

Para as faces laterais, o coeficiente de transferência equivalente, h_2 , leva em conta o efeito isolante das formas. Esse coeficiente equivalente é obtido da relação

$$\frac{1}{h_2} = \frac{1}{h_1} + \frac{t_m}{k_m} \quad (7)$$

onde t_m é a espessura das formas e k_m é a condutividade térmica do material empregado como forma [10].

Considerando, por exemplo, formas de madeira com $t_m = 18 \text{ mm}$ e $k_m = 0,14 \text{ W/m}^\circ\text{C}$, resulta $h_2 = 4,93 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ para as faces laterais da peça. A relação $\delta = h_2/h_1$ vale $\delta = 0,365$.

Após a retirada das formas, tem-se $h_2 = 13,5 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ para as faces laterais.

Neste trabalho, adota-se $h_3 = h_2$ durante toda a análise. Além disso, não se considera a retirada das formas, para se obter os maiores gradientes de temperatura em direção ao topo do bloco.

3 PROPRIEDADES TÉRMICAS DO CONCRETO

De acordo com o EC2 [6], para temperatura de 20°C , a condutividade térmica do concreto varia entre $k_{\text{inf}} = 1,33 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ e $k_{\text{sup}} = 1,95 \text{ W/m}^\circ\text{C}$. O valor médio é aproximadamente $k = 1,65 \text{ W/m}^\circ\text{C}$. O calor específico do concreto pode ser considerado igual a $c = 900 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$, para temperaturas entre 20°C e 100°C . O valor médio da massa específica dos concretos usuais é $\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$.

O calor de hidratação Q_h é a quantidade total de calor gerado pela completa hidratação do

cimento. Ele depende do consumo e do tipo de cimento, bem como da temperatura. A velocidade da hidratação, ou seja, a variação do calor de hidratação no tempo, também depende do tipo de cimento.

Cimentos de baixo calor de hidratação (CP BC) são aqueles que possuem os seguintes valores para o calor de hidratação:

$$Q_h = 260 \text{ kJ/kg aos 3 dias de idade;}$$

$$Q_h = 300 \text{ kJ/kg aos 7 dias de idade.}$$

Para os cimentos de endurecimento normal, o calor de hidratação pode chegar a $Q_h = 350 \text{ kJ/kg}$ aos 28 dias de idade, ou mais.

A função $T_a(t)$, que representa a elevação adiabática de temperatura do concreto, varia com o tipo de cimento, com o tipo de agregado utilizado e com a relação água-cimento.

Na figura 2, apresentam-se os resultados de elevação adiabática de temperatura de dez concretos empregados nas usinas hidrelétricas de Itaipu e de Tucuruí. Os pontos da figura correspondem aos resultados experimentais apresentados em [11], sendo seis concretos de Itaipu (ensaios 02 a 07) e quatro concretos de Tucuruí (ensaios 24 a 27).

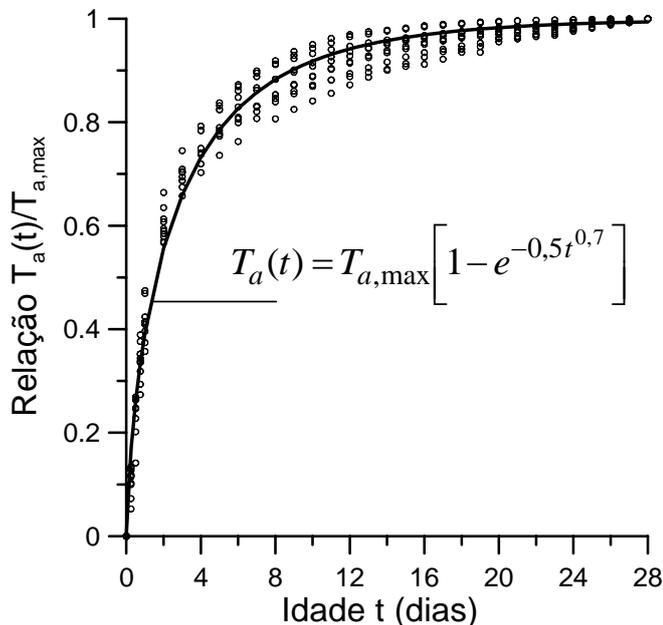


Figura 2 – Elevação adiabática de temperatura de dez concretos (ensaios da ref. [11])

O cimento utilizado nos concretos de Itaipu apresentou um calor de hidratação aos 28 dias de idade igual a $Q_{h28} = 368 \text{ kJ/kg}$. Para os concretos

de Tucuruí, o cimento apresentou um calor de hidratação $Q_{h28} = 362 \text{ kJ/kg}$.

Na figura 2, apresenta-se a relação entre a temperatura $T_a(t)$ em uma idade t dias e a temperatura máxima $T_{a,max}$, que se admitiu ocorrer aos 28 dias de idade.

A curva teórica que melhor se ajusta a esses resultados experimentais é dada por

$$T_a(t) = T_{a,max} \left(1 - e^{-0,5t^{0,7}} \right) \quad (8)$$

com a idade t em dias.

A temperatura máxima $T_{a,max}$ pode ser obtida da relação

$$T_{a,max} = \frac{Q_{h\infty} M_c}{c \rho} = C_R M_c \quad (9)$$

onde $Q_{h\infty}$ é o calor de hidratação final por kg de cimento, M_c representa o consumo de cimento por m^3 de concreto e $C_R = Q_{h\infty} / (c \rho)$ é o coeficiente de rendimento térmico, representando a máxima elevação adiabática de temperatura por kg de cimento por m^3 de concreto.

Substituindo (9) na equação (8), resulta

$$T_a(t) = C_R M_c \left(1 - e^{-0,5t^{0,7}} \right) \quad (10)$$

Para um concreto com $Q_{h\infty} = 350 \text{ kJ/kg}$, tem-se $C_R = 0,16 \text{ }^\circ\text{C}/(\text{kg}/\text{m}^3)$. Para um concreto com $Q_{h\infty} = 400 \text{ kJ/kg}$, tem-se $C_R = 0,19 \text{ }^\circ\text{C}/(\text{kg}/\text{m}^3)$.

O calor de hidratação gerado até uma idade t dias é dado por

$$Q_h(t) = c \rho T_a(t) \quad (11)$$

e substituindo a equação (10), resulta

$$Q_h(t) = c \rho C_R M_c \left(1 - e^{-0,5t^{0,7}} \right) \quad (12)$$

Finalmente, a taxa de geração de calor $\dot{q}_g = \frac{dQ_h(t)}{t}$ é dada por

$$\dot{q}_g = c \rho C_R M_c \left(\frac{0,35 e^{-0,5t^{0,7}}}{t^{0,3}} \right) \quad (13)$$

4 RESULTADOS DA ANÁLISE TÉRMICA

O modelo foi empregado para analisar blocos com largura L e altura H , como indicado no caso 2 da figura 1. Em todos os exemplos apresentados nesse trabalho, considera-se um concreto com calor de hidratação $Q_{h\infty} = 400 \text{ kJ/kg}$, o que corresponde ao coeficiente de rendimento térmico $C_R = 0,19 \text{ }^\circ\text{C}/(\text{kg/m}^3)$. As demais propriedades do concreto são $k = 1,65 \text{ W/m}^\circ\text{C}$, $c = 900 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ e $\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$.

Os coeficientes de transferência de calor valem $h_1 = 13,5 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ e $h_2 = h_3 = 4,93 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$, com $\delta = h_2/h_1 = 0,365$.

Admite-se que a temperatura de lançamento do concreto seja igual a $25 \text{ }^\circ\text{C}$ e que a temperatura média do ar seja igual a $20 \text{ }^\circ\text{C}$.

Na figura 3, apresentam-se as variações de temperatura no centro, no topo, e a diferença de temperatura entre essas duas localizações, para um bloco com largura $L = 0,9 \text{ m}$ e altura $H = 0,3 \text{ m}$. O consumo de cimento é de 350 kg/m^3 .

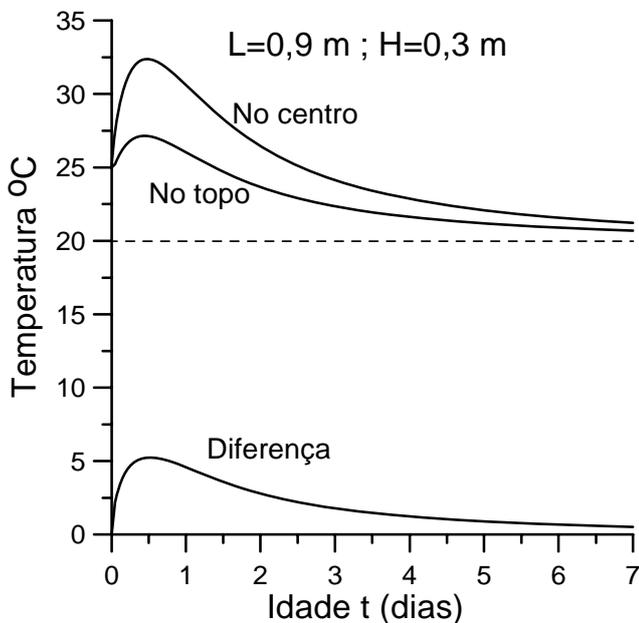


Figura 3 – Variação de temperatura no concreto (altura $H=0,3 \text{ m}$)

Observa-se que o equilíbrio térmico é alcançado cerca de uma semana após a concretagem. O pico de temperatura ocorre numa idade $t = 0,5 \text{ dia}$, ou

seja, doze horas após a concretagem. A temperatura máxima alcançada no interior do bloco é $T_{\text{max}} = 32,6 \text{ }^\circ\text{C}$. A máxima diferença de temperatura verificada entre o núcleo e o topo do bloco é $\Delta T = 5,2 \text{ }^\circ\text{C}$.

Na figura 4, apresentam-se as variações de temperatura no centro, no topo, e a diferença de temperatura entre essas duas localizações, para um bloco com largura $L = 1,4 \text{ m}$ e altura $H = 0,7 \text{ m}$. O consumo de cimento é de 350 kg/m^3 .

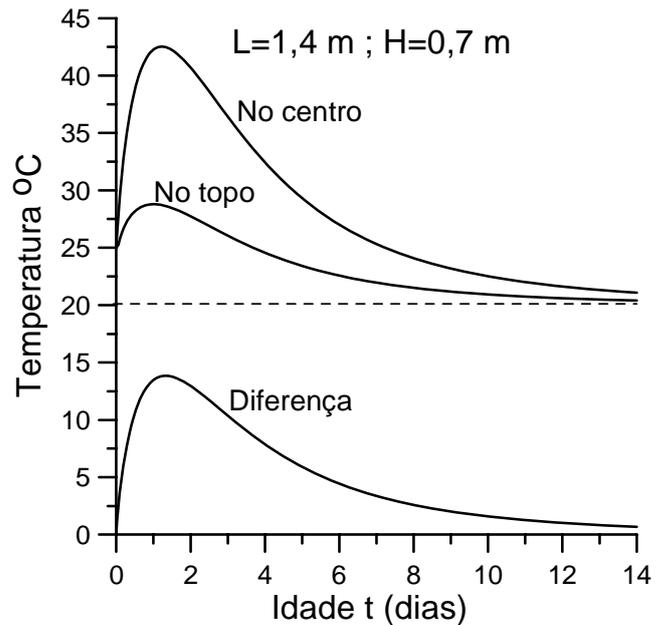


Figura 4 – Variação de temperatura no concreto (altura $H=0,7 \text{ m}$)

Observa-se que o equilíbrio térmico é alcançado cerca de duas semanas após a concretagem. O pico de temperatura ocorre numa idade $t = 1,3 \text{ dia}$. A temperatura máxima alcançada no interior do bloco é $T_{\text{max}} = 42,8 \text{ }^\circ\text{C}$. A máxima diferença de temperatura verificada entre o núcleo e o topo é $\Delta T = 13,8 \text{ }^\circ\text{C}$.

As temperaturas máximas dependem das dimensões do bloco de concreto, além dos demais fatores envolvidos na análise térmica. Do ponto de vista do projeto estrutural, é conveniente estabelecer uma relação entre a diferença máxima de temperatura ΔT entre o núcleo e a superfície do bloco. Para isso, procura-se correlacionar ΔT com uma espessura equivalente do bloco.

A espessura equivalente H_e pode ser definida como a relação entre a área do bloco e o perímetro por onde o calor é perdido. Para levar em conta o efeito isolante das formas e a resistência térmica

imposta pelo solo, a espessura equivalente é definida neste trabalho como

$$H_e = \frac{LH}{(1 + \delta_3)L + 2\delta_2 H} \quad (14)$$

onde $\delta_2 = h_2/h_1$ e $\delta_3 = h_3/h_1$ são as relações entre os coeficientes de transferência de calor.

Nos exemplos apresentados nesse trabalho, considera-se $\delta = \delta_2 = \delta_3$, já que $h_2 = h_3 = 4,93 \text{ W/m}^2\text{°C}$.

Se o isolamento for desprezado, $\delta = 1$ e $H_e = LH/2(L + H)$. Se o isolamento for total, $\delta = 0$ e $H_e = H$. Numa situação real, a espessura equivalente varia entre esses dois limites.

Para determinar a correlação entre ΔT e H_e , foram analisados blocos com largura L variando entre 0,3m a 8,0m e altura H variando entre 0,3m e 2,0m. Variando essas dimensões, obtiveram-se diversas combinações L/H . Nessa análise numérica, considerou-se $\delta = 0,365$. Os demais dados permaneceram inalterados, variando apenas o consumo de cimento.

A partir dos resultados obtidos com o MEF, chegou-se à seguinte equação

$$\Delta T = \frac{(4760 + 90M_c)}{1000} H_e - \frac{(1840 + 9,8M_c)}{1000} H_e^2 \quad (15)$$

onde M_c é o consumo de cimento em kg/m^3 , H_e é a espessura equivalente em metros e ΔT é dada em $^\circ\text{C}$.

Nas figuras 5 a 7, demonstra-se a precisão da equação (15). Os pontos correspondem aos resultados obtidos com o MEF.

A equação (15) foi obtida a partir de uma análise bidimensional. Ela pode ser utilizada para blocos tridimensionais com uma adequada definição para a largura L . Para blocos com base circular, pode-se adotar $L = D$, onde D é o diâmetro da base. Para blocos com base retangular, a largura equivalente é dada na equação (1).

Se o calor de hidratação do cimento, $Q_{h\infty}$, for diferente de 400 kJ/kg, pode-se utilizar a equação (15) empregando o consumo equivalente de cimento $M_{ce} = (M_c Q_{h\infty})/400$.

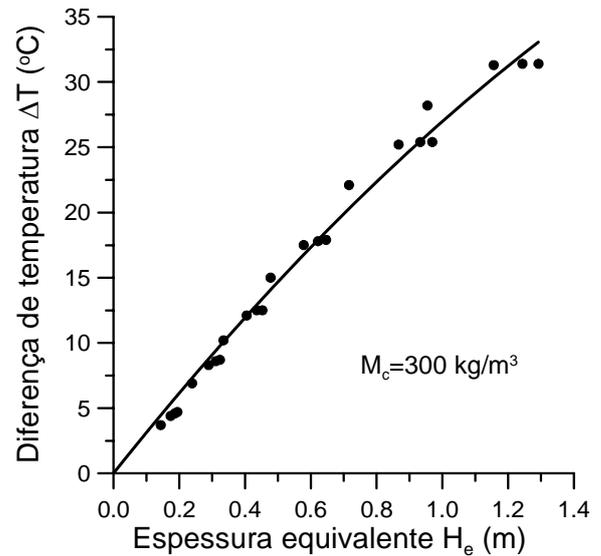


Figura 5 – Equação de ajuste para consumo de 300 kg/m^3

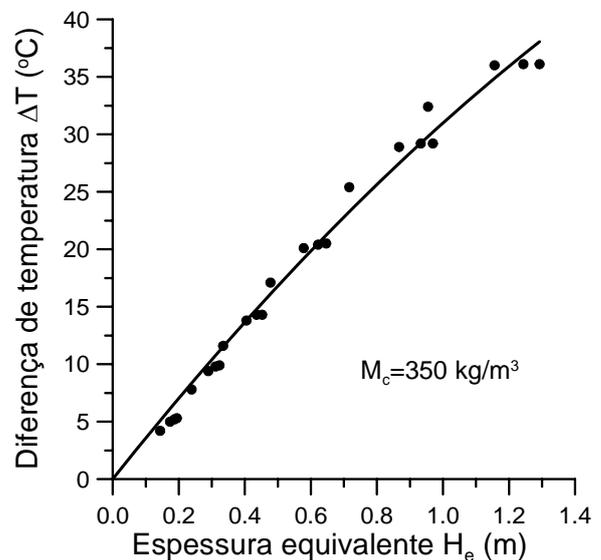


Figura 6 – Equação de ajuste para consumo de 350 kg/m^3

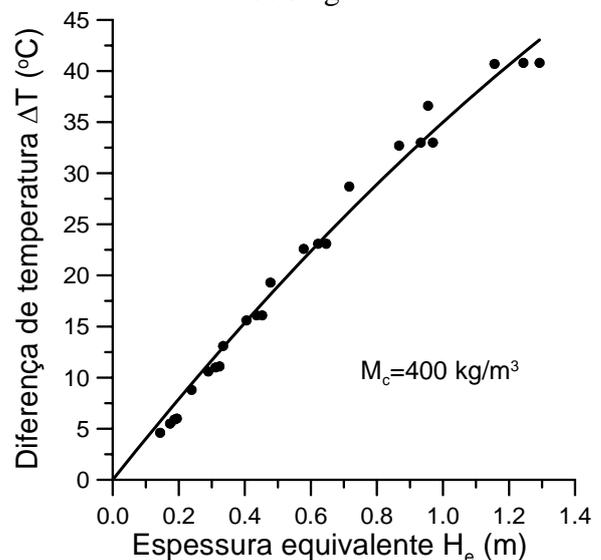


Figura 7 – Equação de ajuste para consumo de 400 kg/m^3

Na fase de projeto, e na ausência de informação mais precisa, o consumo de cimento pode ser correlacionado com a resistência média à compressão na forma

$$M_c = 164 + 6,6f_{cm}, \text{ kg/m}^3 \quad (16)$$

onde $f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ MPa}$ é a resistência média à compressão do concreto.

A equação (16) foi obtida a partir dos ensaios apresentados na ref. [12]

Na figura 8, apresenta-se a variação da resistência média à compressão f_{cm} com o consumo de cimento. Os pontos correspondem aos resultados experimentais apresentados em [12], para concretos de diferentes consistências.

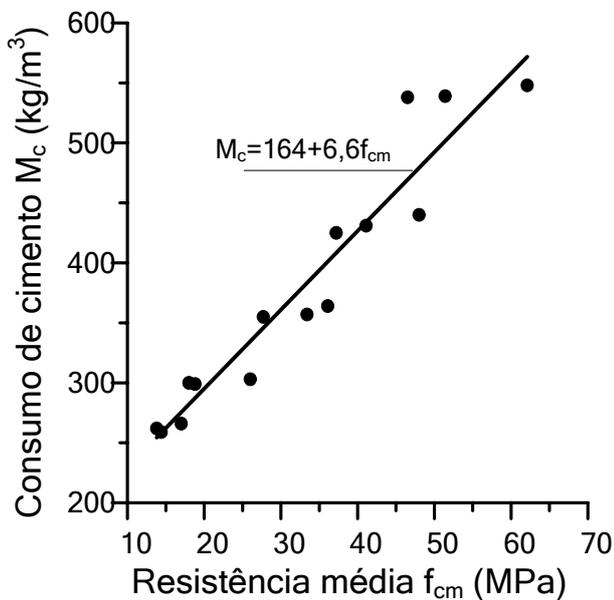


Figura 8 – Variação da resistência com o consumo de cimento

O modelo bidimensional para análise de transferência de calor foi comparado com um modelo tridimensional apresentado em [13]. Na ref. [13] é feita a análise de uma laje quadrada, apoiada no solo, com dimensões $A = B$ em planta e espessura H . Os dados do problema térmico estão disponíveis em [13].

Na análise bidimensional, adota-se a largura equivalente L , definida na equação (1). Os resultados são apresentados na tabela 1.

Conforme se observa, os resultados são muito próximos, o que confirma que se pode fazer a análise bidimensional, considerando a largura equivalente dada na equação (1).

Tabela 1 – Comparação entre os modelos bidimensional (2D) e tridimensional (3D)

H (m)	3D [13]		2D	
	T_{\max} °C	ΔT °C	T_{\max} °C	ΔT °C
1,0	47	13	44	12
2,0	52	19	52	21
3,0	55	24	57	27

5 ANÁLISE DE TENSÕES

A determinação das tensões no concreto, decorrentes das variações de temperatura, também pode ser feita com o emprego do método dos elementos finitos, como apresentado em [7,8]. Nesse caso, o MEF é utilizado para determinar os incrementos de temperatura ΔT e os incrementos de tensões $\Delta \sigma$ em cada intervalo de tempo.

Entretanto, para esse problema em particular, pode-se fazer uma análise simplificada, considerando apenas a seção vertical que passa pelo centro do bloco. Uma vez que as tensões de tração dependem diretamente dos gradientes de temperatura, pode-se fazer a análise apenas para essa seção vertical, já que ela é a que apresenta o maior gradiente de temperatura.

Na figura 9, apresentam-se as temperaturas e as deformações nessa seção vertical.

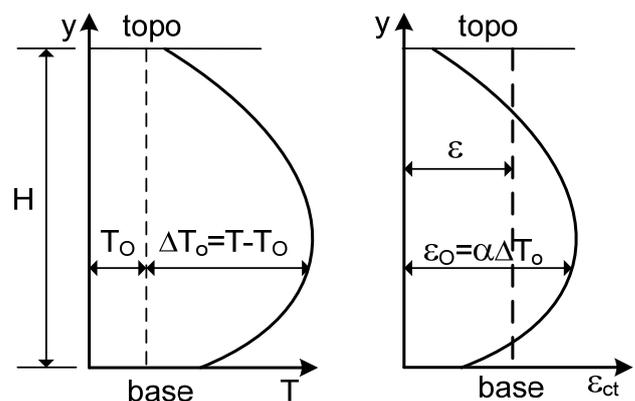


Figura 9 – Temperaturas e deformações na seção vertical

A variação de temperatura em relação à temperatura de lançamento T_o , em um ponto situado a uma distância y da base, é $\Delta T_o = T - T_o$. Observa-se que $\Delta T_o = \Delta T_o(t, y)$ é função da idade t e da distância y até a base.

A deformação térmica livre, nesse ponto de coordenada y , é dada por

$$\varepsilon_o = \alpha \Delta T_o = \alpha (T - T_o) \quad (17)$$

onde $\alpha = 10^{-5} \text{C}^{-1}$ é o coeficiente de dilatação térmica do concreto.

Uma vez que a seção vertical permanece plana e vertical, a deformação real ε deve ser constante ao longo da altura. Devido a essa diferença entre a deformação restringida ε e a deformação livre ε_o , surgem tensões normais σ_c ao longo da altura da seção. Essas tensões dependem da diferença $\Delta\varepsilon = \varepsilon - \varepsilon_o$ entre a deformação restringida e as deformações livres.

As tensões no concreto são obtidas com os diagramas tensão-deformação indicados na figura 10. O diagrama para o concreto tracionado é proposto pelo CEB/90 [14] e também adotado no MC-FIB [15]. Esse diagrama leva em conta a microfissuração progressiva, que se inicia numa tensão da ordem de 90% da resistência, até a formação de uma fissura completa quando a tensão atinge a resistência média à tração do concreto f_{ctm} .

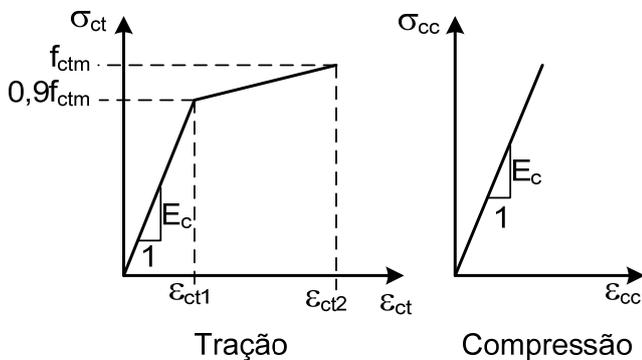


Figura 10 – Diagramas tensão-deformação para o concreto simples

A deformação $\varepsilon_{ct1} = 0,9 f_{ctm} / E_c$ é uma função da idade t do concreto, sendo avaliada com a resistência média à tração $f_{ctm}(t)$ e com o módulo tangente $E_c(t)$ na idade t dias. A deformação ε_{ct2} é constante e igual a 0,00015.

De acordo com o CEB/90 [14], essas propriedades na idade t dias são dadas por

$$E_c(t) = [\beta_{cc}(t)]^{1/2} E_{c28} \quad (18)$$

$$f_{ctm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{ctm28} \quad (19)$$

onde E_{c28} e f_{ctm28} representam o módulo tangente e a resistência média à tração aos 28 dias de idade, os quais podem ser obtidos a partir da resistência característica à compressão f_{ck} , de acordo com as relações

$$E_{c28} = 21500 \left(\frac{f_{ck} + 8}{10} \right)^{1/3}, \text{ MPa} \quad (20)$$

$$f_{ctm28} = 1,40 \left(\frac{f_{ck}}{10} \right)^{2/3} \quad (21)$$

A função de envelhecimento $\beta_{cc}(t)$ é dada por

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left\{ s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{1/2} \right] \right\} \quad (22)$$

onde s leva em conta o tipo de cimento [14].

Para realizar a análise estrutural com o concreto muito jovem, é necessário definir uma idade mínima, a partir da qual as propriedades mecânicas do concreto sejam mensuráveis. Em geral, pode-se estabelecer essa idade como sendo 12 horas, o que corresponde a um grau de hidratação da ordem de 20% para os cimentos de endurecimento normal [16]. Logo, a análise de tensões só é realizada para $t > 0,5$ dia.

Uma vez conhecida a deformação restringida ε ao longo da altura do bloco, pode-se obter a diferença $\Delta\varepsilon = \varepsilon - \alpha(T - T_o)$ em cada ponto a uma distância y da base. Entrando nos diagramas tensão-deformação do concreto, obtém-se a tensão $\sigma_c = \sigma_c(t, y)$. Como o esforço normal nessa seção central é nulo, deve-se ter

$$\int_0^H \sigma_c dy = 0 \quad (23)$$

A equação (23) permite determinar a deformação restrita ε , através de um processo iterativo. A integração em cada iteração é feita numericamente. Em seguida, calcula-se $\Delta\varepsilon = \varepsilon - \alpha(T - T_o)$ e têm-se as tensões $\sigma_c = \sigma_c(t, y)$ ao longo da altura do bloco, como ilustrado na figura 11.

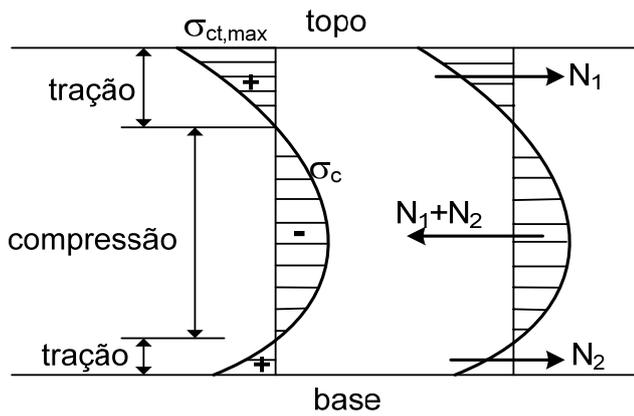


Figura 11 – Tensões normais na seção vertical

As camadas próximas ao topo e à base do bloco ficam tracionadas, enquanto a região central fica comprimida. Os esforços normais de tração junto a essas faces são N_1 e N_2 , podendo ser obtidos por integração numérica.

A máxima tensão de tração, $\sigma_{ct,max}$, ocorre no topo do bloco. A fissuração ocorre quando $\sigma_{ct,max} = f_{ctm}$, onde $f_{ctm} = f_{ctm}(t_r)$ é a resistência média à tração do concreto na idade t_r dias. Nesse instante, o esforço N_1 é igual ao esforço normal de fissuração N_r . Esse esforço pode ser escrito como

$$N_r = h_o f_{ctm28} \quad (24)$$

onde f_{ctm28} é a resistência média à tração do concreto aos 28 dias de idade e h_o é a espessura da camada superficial que interessa para o cálculo da armadura mínima.

6 RESULTADOS DA ANÁLISE DE TENSÕES

Os resultados apresentados a seguir foram obtidos para um conjunto de blocos com largura variando de $L = 0,3$ m a $L = 8,0$ m e com altura variando de $H = 0,3$ m a $H = 2,0$ m. No total, foram feitas 24 combinações dessas duas dimensões dos blocos.

Além disso, para cada bloco variou-se o consumo de cimento entre $M_c = 300$ kg/m³ e $M_c = 400$ kg/m³. Para a resistência à compressão do concreto f_{ck} , foram considerados os valores 20 MPa, 25 MPa, 30 MPa e 40 MPa. Admite-se

cimento de endurecimento normal, com $s = 0,25$ para uso na equação (22).

Os dados para a análise térmica são os mesmos adotados anteriormente.

Na figura 12, apresentam-se as idades de fissuração t_r em função da espessura equivalente H_e , dada na equação (14). Conforme se observa, a idade de fissuração é reduzida à medida que aumenta a espessura equivalente da peça. Para peças espessas, a fissuração ocorre no primeiro dia após a concretagem. Na faixa de variação considerada, a fissuração ocorreu em um tempo máximo $t_r = 1,4$ dia após o lançamento. A equação de ajuste é apresentada na figura.

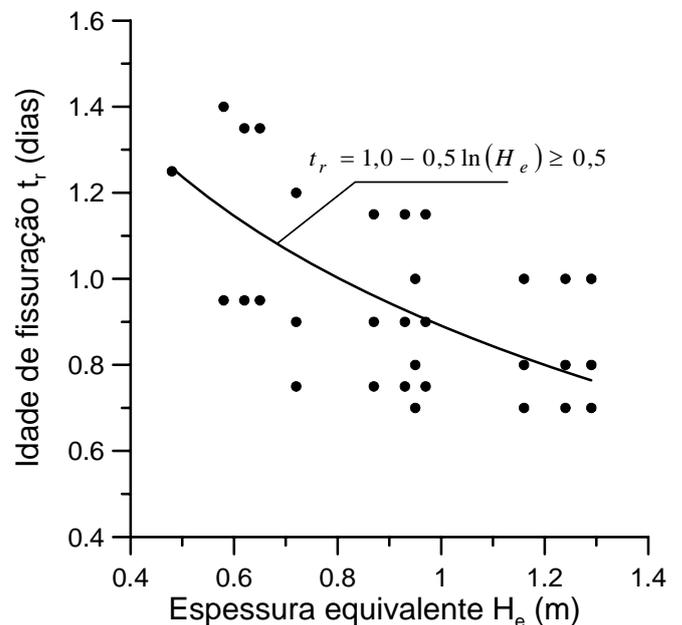


Figura 12 – Idades de fissuração térmica

Na figura 13, apresenta-se a relação entre a espessura da camada superficial h_o , definida na equação (24), e a espessura equivalente H_e .

Conforme se observa na figura 13, os valores de h_o dependem do consumo de cimento. Não há uma correlação com a resistência à compressão do concreto, nem com a espessura equivalente. Essa figura foi elaborada considerando cimentos com calor de hidratação $Q_{hco} = 400$ kJ/kg.

Na figura 14, apresentam-se as variações da espessura h_o com a máxima temperatura adiabática $T_{a,max}$, como definida na equação (9).

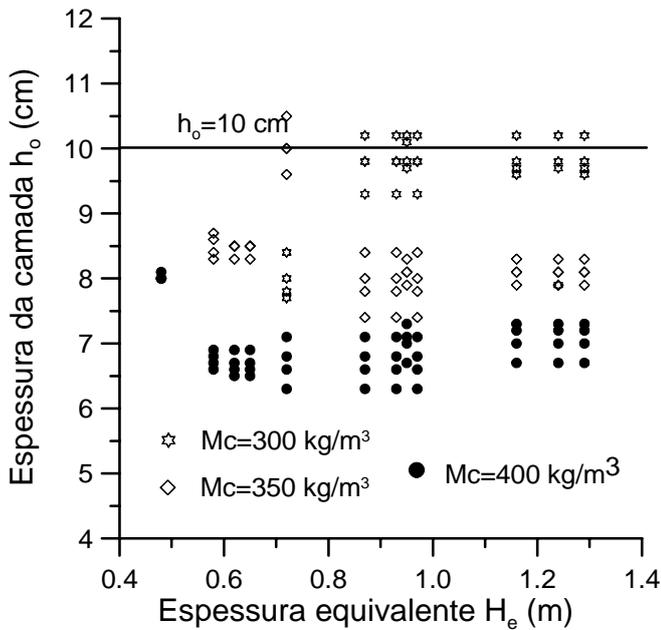


Figura 13 – Espessura da camada superficial para cálculo da armadura mínima

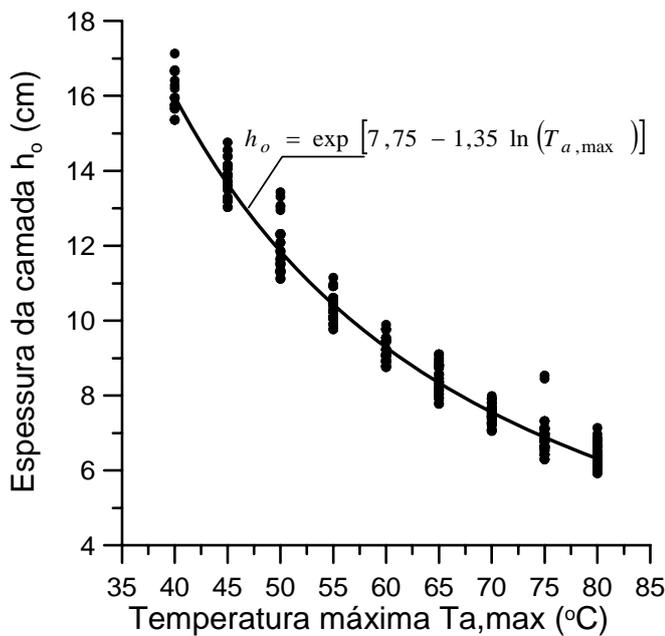


Figura 14 – Variação de h_o com $T_{a,max}$

Conforme se observa na figura 14, há uma correlação direta entre a espessura da camada superficial h_o e a máxima elevação de temperatura adiabática. A equação de ajuste é apresentada na figura 14. De todo modo, recomenda-se considerar um valor mínimo de 10cm, por prudência.

Para o cálculo das aberturas das fissuras, é conveniente correlacionar a tensão máxima de tração no concreto com a diferença máxima de temperatura, ΔT , entre o núcleo e o topo do bloco. Conforme foi visto, essa diferença de temperatura pode ser correlacionada com a espessura

equivalente H_e e com o consumo de cimento M_c , por meio da equação (15).

Assim, a tensão máxima, $\sigma_{ct,max}$, pode ser escrita na forma

$$\sigma_{ct,max} = R E_c(t) \alpha \Delta T \quad (25)$$

onde R é o fator de restrição às deformações impostas.

No momento da fissuração, $t = t_r$, $\sigma_{ct,max} = f_{ctm}(t_r)$ e $\Delta T = \Delta T_{cr}$. Substituindo na equação (25), obtém-se

$$R = \frac{f_{ctm}(t_r)}{E_c(t_r) \alpha \Delta T_{cr}} \quad (26)$$

a qual permite determinar o fator de restrição.

Os valores de R obtidos com o MEF são apresentados na figura 15. Observa-se que não há correlação direta entre R e a espessura equivalente H_e . O valor máximo obtido foi igual a 0,32. Admitindo um coeficiente de segurança $\gamma_f = 1,4$, chega-se a $1,4 \times 0,32 = 0,45$. Logo, o valor usual $R = 0,5$ cobre, com folga, todos os casos analisados.

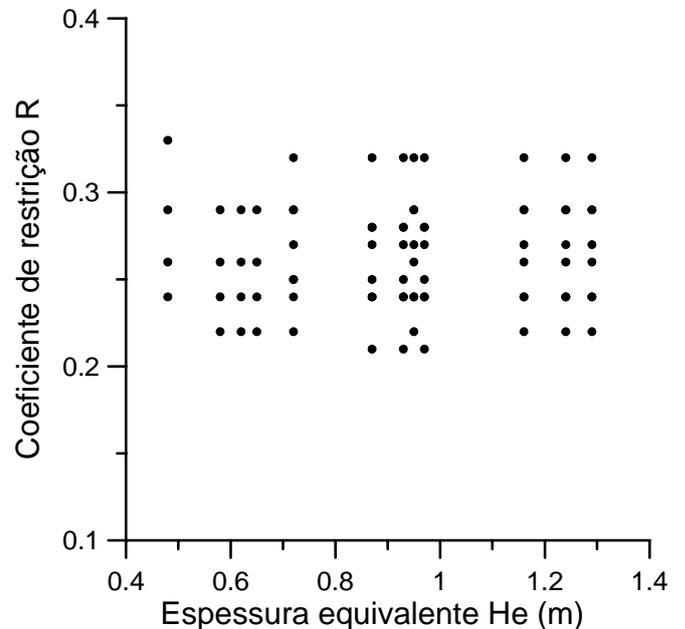


Figura 15 - Fator de restrição obtido com o MEF

Na figura 16, apresenta-se a variação de ΔT_{cr} com a espessura equivalente H_e . A equação de ajuste é apresentada na figura.

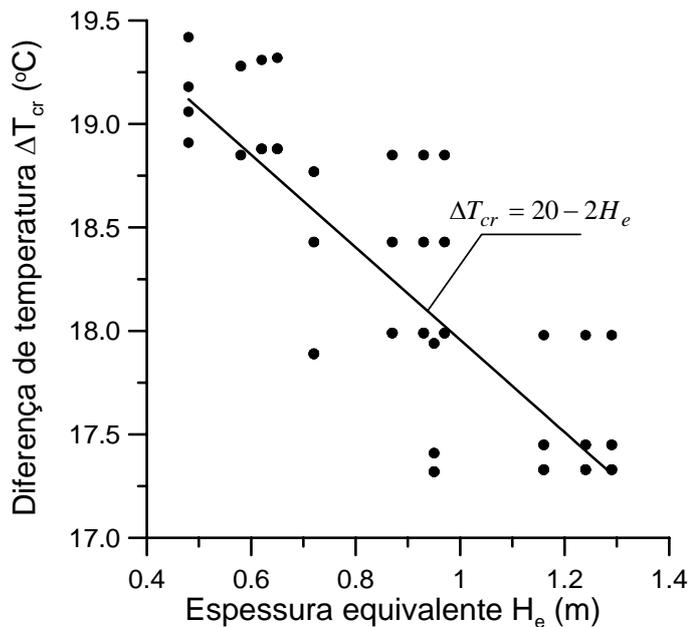


Figura 16 - Diferença de temperatura crítica no momento da fissuração

7 PROCEDIMENTO DE PROJETO

A partir desse estudo, pode-se recomendar o seguinte procedimento para o projeto das armaduras de pele dos blocos de concreto armado:

1. Dados

Dimensões do bloco: A , B (em planta) e H (altura) em metros.

Concreto: resistência característica f_{ck} (MPa) e consumo de cimento M_c (kg/m³).

Na falta de uma informação mais precisa, o consumo de cimento pode ser estimado como

$$M_c = 164 + 6,6f_{cm}, \text{ kg/m}^3$$

onde $f_{cm} = f_{ck} + 8$ MPa é a resistência média à compressão do concreto.

2. Verificação do risco de fissuração térmica

Largura equivalente (m): $L = \sqrt{\frac{4AB}{\pi}}$

Espessura equivalente (m): $H_e = \frac{LH}{(1 + \delta)L + 2\delta H}$,

onde se pode adotar $\delta = 0,365$.

Diferença de temperatura máxima entre o centro e a superfície do bloco (°C):

$$\Delta T = \frac{(4760 + 90M_c)}{1000} H_e - \frac{(1840 + 9,8M_c)}{1000} H_e^2$$

Se o calor de hidratação do cimento, $Q_{h\infty}$, for diferente de 400 kJ/kg, utiliza-se o consumo equivalente $M_{ce} = (M_c Q_{h\infty})/400$ no lugar de M_c .

Diferença crítica de temperatura (°C):

$$\Delta T_{cr} = 20 - 2H_e$$

Se $\Delta T < \Delta T_{cr}$, não há risco de fissuração térmica. Para evitar fissuras provocadas por choque térmico e/ou retração diferencial, pode-se adotar uma armadura de pele da ordem de 2cm²/m nas faces do bloco. Essa é a área da armadura de pele das vigas altas, conforme recomendação do ACI [17].

Se $\Delta T > \Delta T_{cr}$, há risco de fissuração térmica das superfícies do bloco. Nesse caso, deve-se prever uma armadura de pele para limitar as aberturas das fissuras.

3. Cálculo da armadura de pele

- Armadura mínima para suportar o esforço de fissuração:

Elevação adiabática de temperatura:

$$T_{a,\max} = \frac{Q_{h\infty} M_c}{c \rho},$$

onde $Q_{h\infty}$ é o calor de hidratação final por kg de cimento (em kJ/kg), M_c representa o consumo de cimento por m³ de concreto (em kg/m³), $c = 0,9$ kJ/kg°C é o calor específico do concreto e $\rho = 2400$ kg/m³ é a massa específica do concreto.

Espessura da camada superficial:

$$h_o = \exp[7,75 - 1,35 \ln(T_{a,\max})] \geq 10 \text{ cm}$$

Armadura mínima:

$$A_{s,\min} = \frac{100h_o f_{cm28}}{f_{yd}}, \text{ cm}^2/\text{m}$$

onde f_{ctm28} é a resistência média à tração do concreto aos 28 dias de idade e f_{yd} é a tensão de escoamento de cálculo do aço.

- Armadura necessária para limitação das aberturas das fissuras:

De acordo com o modelo do CEB/90 [14], tem-se:

$$\rho_{se} = \frac{\phi R \varepsilon_{cn}}{3,6 w_{k,lim}}$$

onde ϕ = diâmetro das barras em mm, $\varepsilon_{cn} = \alpha \Delta T$, $\alpha = 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, $R = 0,5$ é o fator de restrição e $w_{k,lim}$ é a abertura limite das fissuras.

Armadura: $A_s = \rho_{se} h_e$, onde h_e é a espessura da camada superficial que interessa para o cálculo da abertura das fissuras, dada por

$$h_e = 2,5(c + 0,5\phi)$$

onde c é o cobrimento nominal das barras de aço.

Se $A_s < A_{s,min}$, adotar $A_s = A_{s,min}$.

8 EXEMPLOS NUMÉRICOS

Exemplo 1:

Dimensões do bloco: $A = 1,60 \text{ m}$, $B = 1,60 \text{ m}$,
 $H = 0,70 \text{ m}$

Concreto:

Resistência característica: $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$

Calor de hidratação: $Q_{h\infty} = 400 \text{ kJ/kg}$

Calor específico: $c = 0,9 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C}$

Massa específica: $\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$

Estimativa do consumo de cimento:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 = 33 \text{ MPa}$$

$$M_c = 164 + 6,6 f_{cm} \cong 380, \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Largura equivalente: } L = \sqrt{\frac{4AB}{\pi}} = 1,81 \text{ m}$$

Espessura equivalente:

$$H_e = \frac{LH}{(1 + \delta)L + 2\delta H} = 0,42 \text{ m}$$

Diferença máxima de temperatura:

$$\Delta T = \frac{(4760 + 90M_c)}{1000} H_e - \frac{(1840 + 9,8M_c)}{1000} H_e^2$$

$$\rightarrow \Delta T = 15,4 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Como $Q_{h\infty} = 400 \text{ kJ/kg}$, trabalha-se com o consumo real de cimento.

Diferença de temperatura crítica:

$$\Delta T_{cr} = 20 - 2H_e = 19,2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Como $\Delta T < \Delta T_{cr}$, não há risco de fissuração térmica.

Exemplo 2:

Dimensões do bloco: $A = 4,00 \text{ m}$, $B = 4,00 \text{ m}$,
 $H = 1,60 \text{ m}$

Largura equivalente: $L = 4,51 \text{ m}$

Espessura equivalente: $H_e = 0,99 \text{ m}$

Diferença máxima de temperatura: $\Delta T = 33,1 \text{ } ^\circ\text{C}$

Diferença de temperatura crítica: $\Delta T_{cr} = 18,0 \text{ } ^\circ\text{C}$

Como $\Delta T > \Delta T_{cr}$, há necessidade de verificar a fissuração de origem térmica.

- Armadura mínima para suportar o esforço de fissuração:

$$T_{a,max} = \frac{Q_{h\infty} M_c}{c \rho} = \frac{400 \times 380}{0,9 \times 2400} = 70,4 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$h_o = \exp[7,75 - 1,35 \ln(T_{a,max})] = 7,4 \text{ cm}$$

Adotar a espessura mínima: $h_o = 10 \text{ cm}$.

$$f_{ctm28} = 1,40 \left(\frac{f_{ck}}{10} \right)^{2/3} = 2,58 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = 435 \text{ MPa (aço CA-50)}$$

$$A_{s,min} = \frac{100 h_o f_{ctm28}}{f_{yd}} = \frac{100 \times 10 \times 2,58}{435} \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\rightarrow A_{s,min} = 5,93 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- Armadura necessária para limitação das aberturas das fissuras:

Deformação imposta: $\varepsilon_{cn} = \alpha\Delta T = 33,1 \times 10^{-5}$

Abertura limite das fissuras: $w_{k,lim} = 0,2 \text{ mm}$

Diâmetro das barras: $\phi = 10 \text{ mm}$

Cobrimento das barras: $c = 5 \text{ cm}$

$$\rho_{se} = \frac{\phi R \varepsilon_{cn}}{3,6 w_{k,lim}} = \frac{10 \times 0,5 \times 33,1 \times 10^{-5}}{3,6 \times 0,2} = 0,23\%$$

$$h_e = 2,5(c + 0,5\phi) = 2,5(5,0 + 0,5 \times 1,0) = 13,75 \text{ cm}$$

$$A_s = \rho_{se} 100 h_e = \frac{0,23}{100} \times 100 \times 13,75 = 3,16 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Como $A_s < A_{s,min}$, adota-se $A_s = 5,93 \text{ cm}^2/\text{m}$.

Solução: barras de 10 mm espaçadas a cada 13 cm

9 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi apresentada a formulação do método dos elementos finitos para a análise bidimensional de transferência de calor. Através da definição de uma largura equivalente, essa análise bidimensional foi utilizada para determinar as distribuições de temperatura em blocos de concreto, devidas ao calor de hidratação do cimento.

A partir das temperaturas obtidas com o MEF, fez-se uma análise de tensões da seção crítica do bloco. Os principais parâmetros envolvidos foram correlacionados com uma espessura equivalente do bloco.

Com base nos resultados obtidos, foi proposta uma metodologia para o cálculo da armadura de pele para os grandes blocos de concreto armado. Essa armadura destina-se a controlar as aberturas das fissuras de origem térmica, decorrentes da hidratação do cimento.

Deve-se observar que as armaduras de pele não evitam as fissuras. Elas apenas limitam suas aberturas, evitando o surgimento de uma grande fissura que possa comprometer a durabilidade do elemento estrutural.

Para os blocos de concreto massa, é necessário adotar um conjunto de medidas, como a redução do consumo de cimento, emprego de cimentos pozolânicos, concretagem em camadas de menor altura, pré-refrigeração e/ou pós-refrigeração do concreto, proteção do concreto para evitar um

resfriamento muito rápido das superfícies, cura prolongada para retardar a retração, dentre outras. O emprego das armaduras de pele, por si só, não elimina a necessidade desses cuidados adicionais.

Os resultados da análise térmica são muito dependentes das propriedades do concreto e das condições de contorno. Assim deve ficar claro que os resultados obtidos, bem como a metodologia de projeto proposta, se limitam às condições que foram adotadas.

Em geral, o método para verificação do risco de fissuração térmica e para o cálculo das armaduras de pele pode ser utilizado para blocos com altura equivalente até 2,0 m, aproximadamente. Para blocos maiores, deve-se realizar estudo específico, considerando as propriedades térmicas e as condições de contorno correspondentes à situação real.

REFERÊNCIAS

- [1] BRITISH STANDARD. *Code of practice for Design of concrete structures for retaining aqueous liquids*. BS 8007. London, 1987.
- [2] THE HIGHWAYS AGENCY. *Early Thermal Cracking of Concrete*. Report BD 28/87, 13 p., Bedford, UK, 1989.
- [3] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. EN 1992-3. *Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 3: Liquid retaining and containment structures*. June, 2006.
- [4] FLAGA, K.; FURTAK, K. *Problem of thermal and shrinkage cracking in tanks vertical walls and retaining walls near their contact with solid foundation slabs*. Architecture Civil Engineering Environment, ACEE No. 2/2009, 23 p., The Silesian University of Technology, Poland, 2009.
- [5] BAMFORTH, P.; DENTON, S.; SHAVE, J. *The development of a revised unified approach for the design of reinforcement to control cracking in concrete resulting from restrained contraction*. Report ICE/0706/012, 67 p., Institution of Civil Engineers, London, 2010.
- [6] COMITÉ EUROPEU DE NORMALIZAÇÃO. NP EN 1992-1-1. *Eurocódigo 2: Projecto de estruturas de Betão – Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios*. Março, 2010.

- [7] ARAÚJO, J. M. *Análise de barragens de gravidade de concreto considerando a fase construtiva e a interação dinâmica barragem-reservatório-fundação*. Tese de doutorado, PPGEC, UFRGS, Porto Alegre, 1995.
- [8] ARAÚJO, J. M.; AWRUCH, A. M. *Cracking safety evaluation on gravity concrete dams during the construction phase*. Computers and Structures, v. 66, n.1, p.93-104, 1998.
- [9] ZIENCKIEWICZ, O. C. *The Finite Element Method*. McGraw Hill, 3a. ed., 1977.
- [10] SERTH, R. W. *Process Heat Transfer. Principles and Applications*. Academic Press, First Edition, USA, 2007.
- [11] ANDRADE, W. P.; FONTOURA, J. T. F.; BITTENCOURT, R. M.; GUERRA, E. A. *Elevação adiabática de temperatura do concreto*. Boletim M-4, 73 p., Reunião anual do IBRACON, São Paulo, 1981.
- [12] HELENE, P. R. L. *Estudo da variação do módulo de elasticidade do concreto com a composição e características do concreto fresco e endurecido*. Relatório à ABCP, São Paulo, jan. 1998.
- [13] KLEMCZAC, B.; KNOPPIK-WRÓBEL, A. *Early age thermal and shrinkage cracks in concrete structures - influence of geometry and dimensions of a structure*. Architecture Civil Engineering Environment, ACEE No. 3/2011, 16 p., The Silesian University of Technology, Poland, 2011.
- [14] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. *CEB-FIP Model Code 1990*. Published by Thomas Telford, London, 1993.
- [15] INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE – FIB. *Model Code 2010*. Lausanne, March, 2010.
- [16] ATRUSHI, D. S. *Tensile and Compressive Creep of Early Age Concrete: Testing and Modelling*. Doctoral Thesis, Department of Civil Engineering, The Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway, 2003.
- [17] AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M-11) and Commentary*. 2011.