

Paola Andrea Avendaño Montoya

**Minimização da temperatura máxima de
placas submetidas a uma fonte de calor
usando Algoritmos Genéticos e Teoria
Construtal**

Rio Grande, RS, Brasil

Fevereiro de 2017

MINISTÉRIO DE EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

**Minimização da temperatura máxima de placas
submetidas a uma fonte de calor usando Algoritmos
Genéticos e Teoria Construtal**

Por

Paola Andrea Avendaño Montoya

Dissertação para obtenção do Título de Mestre em Modelagem Computacional

Orientador: Prof. Dr. Jeferson Avila Souza

Coorientadora: Prof. Dra. Diana Francisca Adamatti

Rio Grande, RS, Brasil

Fevereiro de 2017

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer ao programa de becas OEA-GCUB 2014, à Capes e ao programa de Pós Graduação em Modelagem Computacional da FURG por possibilitar a obtenção da bolsa de estudo, o ingresso ao curso e portanto o desenvolvimento deste trabalho.

Ao professor Jeferson Avila e à professora Diana Adamatti por servirem de grande exemplo. Foi um grande orgulho e uma enorme satisfação tê-los como orientadores. Agradeço o apoio, dedicação, competência, paciência e confiança de vocês à hora de orientar este trabalho.

Também agradeço aos membros da banca pelas contribuições para o aprimoramento do trabalho.

Sem o apoio da minha família também não teria sido possível concluir esta etapa. Agradeço à minha mãe, uma lutadora incansável, pelo amor infinito e por ter me impulsado para enfrentar cada meta com determinação. Agradeço ao meu irmão Gabriel, meus tios Carlos e Diana e minha prima Isabel pelo amor, conselhos, companhia e a força incessante, mesmo na distancia. A todos eles por serem motivadores para o meu crescimento como pessoa e profissional.

A todos os colegas do mestrado e dos laboratórios Modelagem e Simulação Social e Ambiental (LAMSA) e, Simulação Numérica (LABSIN), principalmente à Laisa pela amizade, carinho e companheirismo.

A todos os bolsistas OEA 2014 pelo apoio, companhia e parceria. Por terem sido uma família para mim nesta caminhada vitoriosa de dois anos.

E aos demais amigos, colegas e professores que fizeram parte desta experiência de alguma forma.

RESUMO

Neste trabalho propõem-se duas metodologias, empregando Design Construtal e Algoritmos Genéticos, para a construção de caminhos de alta condutividade inseridos numa placa quadrada de baixa condutividade, com geração interna de calor a uma fração volumétrica constante. O objetivo é minimizar a temperatura máxima que ocorre no volume do domínio sólido, facilitando o acesso ao fluxo de calor através dos caminhos condutivos, os quais estão conectados a um dissipador de calor. O volume total da placa e o ocupado pelo material de alta condutividade térmica são fixos assim como a relação térmica entre as condutividades dos materiais. A primeira metodologia facilita a construção dos caminhos de forma evolutiva usando todo o material disponibilizado. A segunda, também usando a ideia de evolução, distribui gradativamente (um percentual a cada evolução) o material de forma sequencial. As formas encontradas para os caminhos, têm uma grande semelhança com as formas ramificadas em formato de árvore encontradas na natureza, porém, as topografias apresentaram diferenças dependentes do total de material disponibilizado. Quando a relação entre a condutividade dos materiais é pequena, o material tende a se acumular mais perto do dissipador de calor criando caminhos mais espessos. Ao usar uma relação de condutividades maior, esses caminhos são mais finos e tendem a se afastar do dissipador de calor. Embora não exista uma forma ótima universal para este problema, os resultados mostrados oferecem um desempenho eficiente, caracterizado pela minimização constante da temperatura na medida que é acrescentado material e/ou evolui a aplicação do Algoritmo Genético, tendo apresentado o uso do último, grandes vantagens computacionais. Além disso, alguns dos resultados apresentaram melhor desempenho, comparados de forma aproximada, com alguns trabalhos prévios encontrados na literatura.

Palavras-chaves: Teoria Construtal, Design Construtal, Algoritmos genéticos, Condução de calor, Caminhos condutivos

ABSTRACT

In the present study, two methodologies are proposed using Constructal Design and Genetic Algorithms for the construction of high conductivity pathways inserted in a square plate of low conductivity, with internal heat generation at a constant volumetric fraction. The goal is to minimize the maximum temperature that occurs in the volume, facilitating access to the heat flow through the conductive pathways, which are connected to a heat sink. The total volume of the plate and that occupied by the material of high thermal conductivity are fixed as well as the thermal ratio between the conductivities of the materials. The first methodology facilitates the construction of the paths in an evolutionary way using all available material. The second, also using the idea of evolution, gradually distributes (a percentage to each evolution) the material, sequentially. The forms found for the paths have a great similarity to the tree-shaped branched forms found in nature, however, the topographies presented differences depending on the total material available. When ratio of the material conductivity is small, the material tends to accumulate closer to the heat sink creating thicker paths, on using a higher conductivity ratio, these paths are thinner and tend to move away from the heat sink. Although there is no universal optimal form for this problem, the results presented offer an efficient performance, characterized by the constant minimization of temperature as the material is added and/or the Genetic Algorithm (GA) is applied. The use of GA offers great computing advantages. In addition, some of the results presented better performance, compared with some previous studies found in the literature.

Keywords: Constructal Theory, Constructal Design, Genetic Algorithms, Heat conduction, Conductive pathway

SUMÁRIO

1	Introdução	19
1.1	Motivação	21
1.2	Objetivo	22
1.3	Estrutura do trabalho	22
2	Trabalhos Relacionados	25
2.1	Algoritmos Genéticos	25
2.2	Teoria Construtal	28
2.3	Trabalhos Correlatos	34
3	Referencial Teórico	37
3.1	Difusão de Calor	37
3.2	Volumes Finitos	38
3.3	Teoria Construtal	41
3.3.1	Design Construtal	44
3.4	Algoritmos Genéticos	45
3.4.1	Conceitos dos AG	46
3.4.2	Representação	48
3.4.3	Etapas e Estrutura Básica	48
3.4.4	Operadores genéticos	51
3.4.5	Parâmetros genéticos	54
4	Modelo Proposto	57
4.1	Metodologia	62
4.1.1	Teoria Construtal e Algoritmos Genéticos	62
4.1.2	Teoria Construtal e Algoritmos Genéticos de forma Evolutiva	64
5	Resultados e Análise	67
5.1	Parâmetros genéticos	67
5.2	Melhores geometrias: Algoritmos Genéticos e Teoria Construtal	72

5.3	Melhores geometrias : Algoritmos Genéticos e Teoria Construtal de forma incremental	77
5.4	Comparações	96
6	Conclusões	103
6.1	Trabalhos Futuros	104
	Referências	107
	APÊNDICE A Trabalhos Publicados	113
A.1	Trabalhos completos publicados em anais de congressos	113
A.2	Resumos expandidos publicados em anais de congressos	113
A.3	Resumos publicados em anais de congressos	114

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Exemplo de geometrias para caminhos condutivos. Fonte: Xu, Liang e Ren (2007)	26
Figura 2.2 - Exemplo de geometrias para caminhos condutivos. Fonte: Bejan (1997) .	29
Figura 2.3 - Exemplo de geometrias para caminhos condutivos. Fonte: Ledezma, Bejan e Errera (1997)	30
Figura 2.4 - Exemplo de geometrias para caminhos condutivos e temperatura mínima (SOUZA; ORDONEZ, 2013)	31
Figura 2.5 - Exemplo de geometrias para caminhos condutivos em forma de “X” (LORENZINI; BISERNI; ROCHA, 2013b)	32
Figura 3.1 - Tarefa do método numérico (MALISKA, 1994)	39
Figura 3.2 - Volume de controle unidimensional	40
Figura 3.3 - Exemplos de design na natureza. Fonte: Bejan e Zane (2012)	42
Figura 3.4 - Exemplos de representações dos cromossomos de um AG	48
Figura 3.5 - Exemplo do método da roleta	50
Figura 3.6 - Etapas de um Algoritmo Genético	55
Figura 4.1 - Descrição do problema	57
Figura 4.2 - Fluxograma da metodologia de Teoria Construtal e Algoritmos Genéticos	64
Figura 4.3 - Fluxograma da metodologia de Teoria Construtal e Algoritmos Genéticos de forma evolutiva	66
Figura 5.1 - Processo de construção de um caminho condutivo	68
Figura 5.2 - θ_{max} dependente da Taxa de Mutação ($\phi = 0,09, \beta = 5$, todas as probabilidades de cruzamento)	70
Figura 5.3 - θ_{max} dependente da Taxa de Elitismo ($\phi = 0,09, \beta = 5$, probabilidade de mutação=0,2)	70
Figura 5.4 - Melhores Taxas de Cruzamento e Elitismo (Taxa de mutação= 0,2, $\phi = 0,09, \beta = 5$)	71
Figura 5.5 - Melhores Taxas de Cruzamento e Elitismo (Taxa de mutação= 0,2, $\phi = 0,09, \beta = 10, 30$ e 300)	71

Figura 5.6 - Comportamento do θ_{max} ao longo das gerações ($\beta = 5, 10$ e 30)	72
Figura 5.7 - Melhores geometrias e campo de temperatura para os diferentes valores de β usando $\phi = 0,09$	73
Figura 5.8 - Melhores geometrias e campo de temperatura para os diferentes valores de β usando $\phi = 0,16$	74
Figura 5.9 - Melhores geometrias e campo de temperatura para os diferentes valores de β usando $\phi = 0,23$)	75
Figura 5.10 -Efeito de β sobre a temperatura máxima adimensional	76
Figura 5.11 -Efeito de ϕ sobre a temperatura máxima adimensional	76
Figura 5.12 -Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,09$ e $\beta = 5$	78
Figura 5.13 -Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,09$ e $\beta = 10$	80
Figura 5.14 -Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,09$ e $\beta = 30$	81
Figura 5.15 -Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,09$ e $\beta = 100$	82
Figura 5.16 -Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,09$ e $\beta = 300$	83
Figura 5.17 -Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,16$ e $\beta = 5$	84
Figura 5.18 -Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,16$ e $\beta = 10$	85
Figura 5.19 -Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,16$ e $\beta = 30$	86
Figura 5.20 -Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,16$ e $\beta = 100$	87
Figura 5.21 -Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,16$ e $\beta = 300$	88
Figura 5.22 -Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,23$ e $\beta = 5$	90
Figura 5.23 -Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,23$ e $\beta = 10$	91
Figura 5.24 -Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,23$ e $\beta = 30$	92
Figura 5.25 -Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,23$ e $\beta = 100$	93
Figura 5.26 -Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,23$ e $\beta = 300$	94
Figura 5.27 -Efeito de β sobre a temperatura máxima adimensional	95
Figura 5.28 -Efeito de β sobre a temperatura máxima adimensional	95
Figura 5.29 -Gráfico de comparação dos resultados obtidos com as duas metodologias ($\phi = 0,09$ e $\beta = 5, 10, 30,$ e 300)	96
Figura 5.30 -Gráfico de comparação dos resultados obtidos com as duas metodologias ($\phi = 0,16$ e $\beta = 5, 10, 30,$ e 300)	98
Figura 5.31 -Gráfico de comparação dos resultados obtidos com as duas metodologias ($\phi = 0,23$ e $\beta = 5, 10, 30,$ e 300)	99

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Exemplo do método do torneio	50
Tabela 5.1 - Influência dos parâmetros genéticos no comportamento do θ_{max} ($\phi = 0,09, \beta = 5$)	69
Tabela 5.2 - θ_{max} para os diferentes valores de β usando $\phi = 0,09$	73
Tabela 5.3 - θ_{max} para os diferentes valores de β usando $\phi = 0,16$	74
Tabela 5.4 - θ_{max} para os diferentes valores de β usando $\phi = 0,23$	75
Tabela 5.5 - θ_{max} para diferentes valores de β usando $\phi = 0,09$	79
Tabela 5.6 - θ_{max} para diferentes valores de β usando $\phi = 0,16$	79
Tabela 5.7 - θ_{max} para diferentes valores de β usando $\phi = 0,23$	89
Tabela 5.8 - Comparação dos resultados para $\phi = 0,09$ e os diferentes β usando as duas metodologias	96
Tabela 5.9 - Comparação dos resultados para $\phi = 0,16$ e os diferentes β usando as duas metodologias	97
Tabela 5.10 - Comparação dos resultados para $\phi = 0,23$ e os diferentes β usando as duas metodologias	98
Tabela 5.11 - Comparação dos resultados com o trabalho de Souza e Ordonez (2013) baseados no θ_{max}	100
Tabela 5.12 - Comparação dos resultados com o trabalho de Lorenzini, Biserni e Rocha (2013b) baseados no θ_{max}	101
Tabela 5.13 - Comparação dos resultados com o trabalho de Lorenzini, Biserni e Rocha (2013a) baseados no θ_{max}	101
Tabela 5.14 - Comparação dos resultados com o trabalho de Almogbel e Bejan (1999) baseados no θ_{max}	102
Tabela 5.15 - Comparação dos resultados com o trabalho de Xu, Liang e Ren (2007) baseados no θ_{max} (SA/AG)	102
Tabela 5.16 - Comparação dos resultados com o trabalho de Xu, Liang e Ren (2007) baseados no θ_{max} (OB)	102

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área total da placa [m^2]
c	Calor específico [$kJ/kg.K$]
D	Altura do sumidouro de calor [m]
H	Altura da placa [m]
k	Condutividade térmica [$W/m.K$]
L	Comprimento da placa [m]
q'''	Taxa volumétrica de geração de calor [W/m^3]
q_0	Geração de calor absoluta [W]
r	Taxa
T	Temperatura [K]
t	Tempo [s]
W	Espessura da placa [m]
x, y, z	Coordenadas cartesianas [m]

Símbolos gregos

α	difusividade térmica [m^2/s]
β	Relação entre as condutividades dos materiais k_p/k_0
ϕ	Relação entre a área ocupada pelo material de alta condutividade e a área total A_p/A
ρ	Massa específica [kg/m^3]
θ	Temperatura adimensional

Sub índices

<i>cr</i>	Cruzamento
<i>e</i>	Ponto cardeal leste
<i>el</i>	Elitismo
<i>hs</i>	Sumidouro de calor
<i>max</i>	Máximo
<i>mu</i>	Mutação
<i>n</i>	Ponto cardeal norte
<i>p</i>	Alta condutividade
<i>s</i>	Ponto cardeal sul
<i>w</i>	Ponto cardeal oeste
0	Baixa condutividade

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AG	Algoritmo Genético
AGMO	Algoritmo Genético Multi-objetivo
BE	Busca exaustiva
DC	Design Construtal
EDP	Equação Diferencial Parcial
FURG	Universidade Federal do Rio Grande
MDF	Método das Diferenças Finitas
MEF	Método de Elementos Finitos
MVF	Método de Volumes Finitos
OB	Otimização Biônica
PPGMC	Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional
SA	Recozimento Simulado
TC	Teoria Construtal
VP	Volume para Ponto

1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, problemas de engenharia relacionados à área de transferência de calor receberam grande atenção. A transferência de calor é um fenômeno importante em praticamente todos os dispositivos de conservação, produção e conversão de energia. Exemplos disso são os estudos avançados para aumentar a eficiência de um motor de turbina a gás e para estudar a eficiência de uma célula de combustível. No que diz respeito à tecnologia da informação, que nas últimas duas décadas tem evoluído muito, vem sendo viabilizadas importantes descobertas por avanços na engenharia térmica, que buscam garantir o controle preciso de temperaturas em sistemas abrangendo tamanhos de nanoescala em circuitos integrados, de microescala em mídias de armazenamento, incluindo discos compactos, até grandes centrais de dados repletas de equipamentos que dissipam calor, o que permite manter as temperaturas de operação dos dispositivos em valores razoavelmente baixos, para garantir sua operação confiável. Do mesmo modo, a transferência de calor desempenha um valor crítico na redução das temperaturas de operação de peças no interior de computadores pessoais. A transferência de calor não é importante somente em sistemas de engenharia, sendo base para avanços na engenharia biomédica assim como também na natureza, (BERGMAN; INCROPERA; LAVINE, 2011).

Bejan (1997) propôs um problema fundamental que chamou de Volume para Ponto (VP). Neste foi considerado um volume de tamanho finito com geração de calor em todos os pontos o qual era resfriado através de uma pequena peça (dissipador de calor) localizada sobre as fronteiras. Uma quantidade finita de material de alta condutividade (k_p) era disponibilizado e o objetivo consistia em determinar a ótima distribuição do k_p através do volume dado de forma que a maior temperatura pudesse ser minimizada.

O problema VP é um problema fundamental de resfriamento de eletrônicos. Com o incremento da potência e a diminuição do tamanho dos dispositivos eletrônicos, o problema de resfriamento vem tendo uma maior relevância. A geração de calor dentro de dispositivos eletrônicos deve ser dissipada rapidamente ou a temperatura poderia exceder o seu limite. Devido ao seu pequeno tamanho, resfriamento por convecção torna-se um método inviável já que a instalação de dutos precisaria de muito espaço. O problema pode ser abordado pela construção de caminhos de uma condutividade eficiente (alta) nesses dispositivos (BEJAN, 2000). Inserir

material de alta condutividade tal como diamante ou fibra de carbono faria com que o calor interno fosse dissipado mais efetivamente. A forma de construir caminhos que transportem o calor usando uma quantidade limitada de material de alta condutividade para minimizar a temperatura maior é um problema de otimização. Os problemas VP podem ser encontrados em muitos campos da engenharia, tal como aquecimento, reação química de resfriamento, esfriamento alimentar incrementando a condutividade térmica dos meios de armazenamento de energia através de fibra de carbono (XU; LIANG; REN, 2007). Além disso, problemas de VP têm aplicações numa grande variedade de ciências diferentes tal como biologia, economia e transporte urbano (BEJAN, 2000; BEJAN; BADESCU; VOS, 2000; BEJAN, 1998).

Neste trabalho, propõem-se duas metodologias para a construção de geometrias quase ótimas, para os caminhos de alta condutividade dentro de uma placa bimetálica submetida a uma fonte de calor, de forma a minimizar a temperatura máxima que ocorre no domínio computacional. As metodologias que serão abordadas para alcançar os objetivos propostos deste trabalho estarão baseadas nos Algoritmos Genéticos e no Design Construtal.

Os Algoritmos Genéticos (AG) são programas baseados na evolução natural, os quais operam com populações de indivíduos representados por cromossomos. Aqueles que têm melhores características genéticas tem maiores chances de sobreviver e de se reproduzir, criando indivíduos mais aptos. Assim, indivíduos menos aptos tendem a desaparecer (LINDEN, 2008). A adaptação por reprodução basea-se no fato dos seres vivos modificarem-se à medida que vão se reproduzindo (Darwinismo). Esta adaptação ocorre intencionalmente, ou seja, os indivíduos se modificam de acordo com as necessidades e essa modificação passa diretamente para os descendentes (Lamarckismo) (AGUIAR, 1998).

Além disso, a Teoria Construtal (TC) está tornando-se uma metodologia poderosa, por ser entendida como uma geração da tendência de todos os sistemas (animados e inanimados) da natureza em evoluir, buscando formas (caminhos) para os fluxos (de calor, fluido, pessoas, etc.) que ofereçam menor “resistência” (BEJAN, 2000). Por ser uma teoria geral, esta pode ser aplicada em grande quantidade de domínios, onde existe algum tipo de evolução. Assim, essa teoria vem sendo utilizada na solução de problemas de biologia, física, organizações sociais, evolução tecnológica, sustentabilidade e engenharia, entre outros (BEJAN; ZANE, 2012).

1.1 MOTIVAÇÃO

De acordo com Bejan e Zane (2012), a Teoria Construtal determina que sistemas de fluxo devem evoluir ao longo do tempo, adquirindo cada vez melhores configurações para fornecer mais acesso para as correntes que fluem através deles. A ideia deste princípio é que ela ocorre em todas as escalas e abrange sistemas da biologia, hidrologia, geologia, geofísica ou engenharia. Ela rege todo o sistema, a qualquer hora, em qualquer lugar, incluindo fenômenos inanimados (rios e relâmpagos), animados (árvores, animais), e os fenômenos da engenharia (tecnologia), assim como a evolução dos fluxos das construções sociais tais como o conhecimento, linguagem e cultura. Todas as formas surgem e evoluem de acordo com o mesmo princípio. Especialistas estão usando-a para entender uma ampla gama de assuntos, incluindo a linguística e sociologia, descontaminação nuclear, globalização, finanças, guerra, padrões de segregação residencial e mortalidade humana. Assim, é possível ver que as aplicações são numerosas (BEJAN; ZANE, 2012).

Além disso, as técnicas de computação evolucionária e, em particular, os AG têm sido utilizados nos últimos anos para a busca de formas ótimas em inúmeros problemas relacionados com a área térmica, já que é uma heurística que permite chegar em soluções boas (quase ótimas), com um custo computacional razoável e adequado às necessidades da aplicação (BARDADY, 1995).

Uma importante ideia difundida por Bejan e Zane (2012) expressa que o mundo projetado que nós construímos para poder nos mover mais facilmente não foi feito copiando partes do desenho natural; é uma manifestação do mesmo. Dito isto, uma vez que sabemos o princípio, podemos usá-lo para melhorar nossos projetos.

Dentro desse contexto, foram pesquisados trabalhos relacionados na área, como os de Souza e Ordonez (2013) e Xu, Liang e Ren (2007). O trabalho desenvolvido por Souza e Ordonez (2013) foi inspirado no trabalho apresentado por Errera e Bejan (1998) no qual foram reproduzidos padrões ramificados formados por canais de baixa resistência em uma bacia de drenagem do rio. Ambos os trabalhos, o de Souza e Ordonez (2013) e Xu, Liang e Ren (2007), foram um ponto de referência no desenvolvimento deste trabalho devido a que propuseram abordagens que permitiram a formação de caminhos condutivos de forma evolutiva, porém, estabelecendo certo número de graus de liberdade e limitando a formação destes em razão a

diferentes restrições impostas. Desse modo, trazendo múltiplas diferenças, este trabalho está motivado pela tarefa de propor uma nova abordagem que permita obter geometrias mais eficientes para a construção de caminhos altamente condutivos num problema de transferência de calor, sem impor uma estrutura para elas e na qual o grau de liberdade para sua construção dependa unicamente da quantidade de elementos altamente condutivos disponibilizados, de forma que as geometrias possam ser:

- interpretadas através da Teoria Construtal que defende que tudo o que flui e se move gera formas que evoluem para sobreviver;
- estruturas construídas e fundamentadas na teoria da evolução natural, que assume que os indivíduos que melhor se adaptam ao seu meio ambiente, terão maior chance de sobreviver e se reproduzir (aplicando então os AG).

1.2 OBJETIVO

O propósito neste trabalho é propor uma nova metodologia, que permita determinar configurações aproximadamente ótimas, para uma placa construída com dois tipos de materiais e que está sendo submetida a uma fonte de calor. Isto é, gerar uma estratégia para achar posições apropriadas para os materiais de alta e baixa condutividade térmica com os quais a placa é construída de maneira que se possa minimizar a temperatura máxima que ocorre no domínio computacional.

Para tal fim, propõe-se empregar o Design Construtal, em conjunto com a técnica de Algoritmos Genéticos, para desenvolver uma estratégia que permita chegar próximo da otimização das geometrias formadas pelo material de alta condutividade dentro da placa.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta dissertação está estruturada em 6 capítulos.

No capítulo 1 é feita a introdução que contextualiza o trabalho desenvolvido. No capítulo 2 relatam-se trabalhos, na área de Transferência de Calor, abordados usando Algoritmos Genéticos e Teoria Construtal de forma isolada, finalizando o capítulo com a apresentação de

trabalhos de transferência de calor que até então foram desenvolvidos usando a combinação das duas técnicas mencionadas.

O capítulo 3 introduz aos conteúdos que são necessários para o desenvolvimento do trabalho: Difusão de Calor, Teoria Construtal e Algoritmos Genéticos.

No capítulo 4 é apresentado o modelo estabelecido assim como também as duas metodologias propostas para o desenvolvimento do trabalho.

No capítulo 5 apresentam-se os resultados da implementação das metodologias propostas e a discussão sobre os resultados obtidos.

Finalmente no capítulo 6 são feitas as conclusões no qual resumem-se as principais contribuições deste projeto e são apresentadas propostas de trabalhos futuros.

2 TRABALHOS RELACIONADOS

Nas duas primeiras seções deste capítulo são apresentados estudos relacionados ao tema do presente trabalho que foram desenvolvidos na área de transferência de calor os quais foram abordados utilizando principalmente AG e TC. Na última seção deste capítulo são expostos os trabalhos que tem sido desenvolvidos usando ambas técnicas, isto é, o estado da arte.

A maioria dos trabalhos aqui apresentados, retratam o tratamento reportado na literatura para a solução de problemas de otimização de geometria e estrutura de problemas de cavidades, caminhos condutivos e trocadores de calor.

2.1 ALGORITMOS GENÉTICOS

O problema VP é um problema básico de otimização de condução de calor, o qual pode ser resolvido por vários algoritmos modernos de otimização, entre esses Recozimento Simulado (SA) e AG. Xu, Liang e Ren (2007) apresentaram resultados e análises para diferentes casos usando esses algoritmos de otimização e um algoritmo de otimização biônica (OB). Ao estabelecer comparações, resultou que o SA e o AG apresentaram desempenhos superiores que o algoritmo de otimização biônico e TC para alguns casos de problemas VP, os quais poderiam ser generalizados para condições complexas. No trabalho, a minimização da temperatura média do domínio computacional foi o objetivo, não a máxima temperatura.

A Figura 2.1 mostra as interessantes formas para a distribuição dos caminhos de alta condutividade resultante da aplicação do algoritmo proposto por Xu, Liang e Ren (2007) combinando AG e SA, aplicado a uma placa de 21×21 elementos. k_p e k_0 representam as condutividades dos materiais de baixa e alta, respectivamente, e $\beta = k_p/k_0$, assim, na Fig. 2.1 são apresentados resultados para placas com onde $\beta = 3, 10$ e 100 .

Todas as formas construídas pelos métodos propostos por Xu, Liang e Ren (2007) resultaram dependentes da relação β , sendo as configurações dos caminhos condutivos mais densas e curtas quando β foi pequeno, e mais finas quando ele foi maior.

Por outro lado, múltiplos trabalhos utilizam AG para estudar e otimizar processos com trocadores de calor aletados.

changers). O AG utilizado para otimizar o modelo de camadas para a dispersão de cargas, teve um bom desempenho e cargas quentes e frias foram encontradas uniformemente distribuídas. A eficiência média dos modelos foi maior que 98%.

Wen et al. (2016) buscaram otimizar a configuração de trocadores de calor de aletas dentadas e de placas aletadas com AG, combinado com o método de regressão de Krigagem. Os resultados mostraram que a taxa ótima de transferência de calor aumenta $145W$, enquanto o consumo de energia diminuiu 48,5%.

Por outro lado, Huang, Ma e Cooper (2014) propuseram um novo método para a procura de formas mais eficientes de um tubo trocador de calor, vertical, de solo ar, em forma de “U”. O novo método foi desenvolvido baseado na minimização da geração de entropia utilizando AG. Neste método, a geração de entropia foi utilizada como função objetivo e uma técnica de otimização de AG foi aplicada para solucionar problemas de otimização. O desempenho do novo método de projeto proposto foi avaliado através de um estudo de caso. Os principais parâmetros do projeto foram categorizados em dois grupos, isto é, parâmetros de baixa e alta sensibilidade, através de um análise global da sensibilidade. A minimização baseada na geração de entropia foi utilizada para otimizar globalmente os parâmetros de alta sensibilidade, incluindo números de tubos enterrados, profundidade dos tubos, diâmetro do tubo externo, relação dos furos, e a taxa de fluxo de massa do fluido que circulava pelo tubo. Os resultados mostraram que o custo total do sistema estudado com os parâmetros de otimização escolhidos para a otimização foi 5,5% menor que usando os parâmetros de projeto originais.

Potiron e Younes (2001) tratou a otimização da forma e da estrutura de partes uni e bidimensionais sujeitas a carga térmica por meio de um novo AG. O método foi, em geral, adequado para a solução de problemas de otimização sem restrições: o AG apresentado foi modificado tendo em conta as restrições de projeto impostas na seleção dos “indivíduos” pertencentes a uma dada população. A operação de cruzamento entre indivíduos e o processo de mutação na sua forma original foram aplicados para derivar a forma ótima de partes sujeitas a cargas térmicas. O AG apresentou uma convergência boa para a solução ótima e os resultados numéricos dessa aplicação mostraram uma boa precisão numérica.

Ghosh et al. (2011) desenvolveram uma metodologia para a busca de padrões de empilhamento (*stacking pattern*) ótimos, dos trocadores de calor multi-fluxo (*multi-stream*) aletados, usando um Algoritmo Genético, com o objetivo de dar uma carga máxima de calor para um de-

terminado número de correntes de fluido com algumas propriedades específicas: vazão mássica e temperatura de entrada. As soluções obtidas através do algoritmo desenvolvido apresentam excelentes resultados com todos estes critérios.

Zhao e Li (2013) desenvolveram um modelo eficaz para a otimização de um modelo de camadas utilizando AG. Isto incluiu um cromossomo de cadeia binária como representação dos arranjos alternados de camadas quentes e frias, duas funções *fitness* para atuar sobre os cromossomos individuais alternativamente, a restrição que requer as camadas de espaçamento entre correntes quentes e frias sendo ao menos 1 e não maior que 2, a seleção da ferramenta de otimização e a definição correspondente de parâmetros AG. O modelo otimizado apresentou bons resultados e a eficiência térmica média do trocador atingiu até 98% do que se assumiu como temperatura ideal.

Existem também trabalhos como os de Chen e Chen (2013) e Normah et al. (2015) que usaram Algoritmos Genéticos Multi-objetivo aplicados à otimização de problemas de transferência de calor. Chen e Chen (2013) consideraram um AGMO (Algoritmo Genético Multi-objetivo) (*real-code*) para a busca da forma de um dissipador de calor aletado de maneira que a taxa de geração de entropia e o custo do material do dissipador de calor fosse o mínimo. Os resultados da simulação mostraram que o algoritmo proposto foi muito efetivo para localizar o ótimo de Pareto de um projeto multiobjetivo. Os projetos ótimos dos dissipadores de calor encontrados com a abordagem proposta mostraram ser superiores para dissipar o calor, que aqueles reportados na literatura utilizando abordagens convencionais.

Normah et al. (2015) utilizaram AGMO para a otimização do diâmetro hidráulico e da relação entre a largura da parede e a largura do canal de um dissipador de calor de micro-canais (um quadrado e um circular) com dois objetivos: minimizar a resistência térmica e a queda da pressão. O esquema de otimização do AG demonstrou-se rápido e útil baseado em dados obtidos de maneira experimental.

2.2 TEORIA CONSTRUTAL

Múltiplos trabalhos mostram o grande interesse que muitos pesquisadores estão dando à Teoria Construtal e como a mesma está sendo aplicada em problemas de avaliação geométrica da forma como sistemas de fluxo geram geometrias e estruturas.

Todos estes trabalhos propõem e/ou aplicam diferentes metodologias procurando assim uma solução para o problema em questão. Algoritmos de busca exaustiva (BE), algoritmos genéticos (AG) e Recozimento Simulado (SA) são algumas das metodologias mais utilizadas nos últimos anos. Outros propõem metodologias baseadas nas leis físicas do problema partindo de um conhecimento aprofundado do mesmo.

Trabalhos como o de Bejan (1997), Ledezma, Bejan e Errera (1997), Almogbel e Bejan (1999) e Souza e Ordonez (2013), propõem metodologias para a construção de caminhos condutivos dentro de placas que tem geração de calor. Aprofundando, Bejan (1997) apresentou complexas formas que obteve combinando a otimização de geometrias elementares, para obter uma forma final depois de uma sequência de passos de otimização e organização, dependentes da direção e do tempo. Os caminhos obtidos no trabalho têm forma de árvores, como as da Fig. 2.2, e representam as estruturas completas obtidas após várias sequências de otimização. Ele mostrou que é possível determinar teoricamente cada detalhe dessas formas, além de que a teoria tem implicações de longo alcance em física, biologia e matemática.

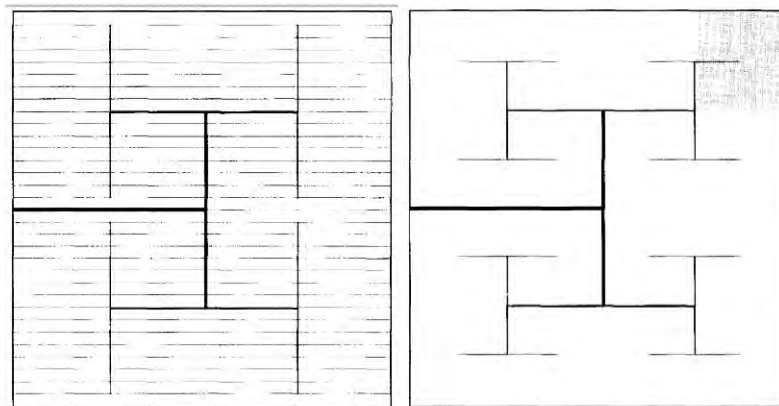


Figura 2.2: Exemplo de geometrias para caminhos condutivos. Fonte: Bejan (1997)

Na mesma linha do trabalho de Bejan (1997), Ledezma, Bejan e Errera (1997) apresentaram uma solução para distribuir uma quantidade finita de material condutivo, dentro de uma placa com geração de calor, construindo caminhos conectados a um sumidouro de calor, com o objetivo de minimizar a resistência térmica. A abordagem foi feita colocando blocos condutivos em sequência. A distribuição do material resultou em geometrias em forma de árvores como as da mostradas na Fig. 2.3. Nesta figura são mostrados caminhos condutivos resultantes da sua otimização, onde foi utilizado um 10% de material de alta condutividade.

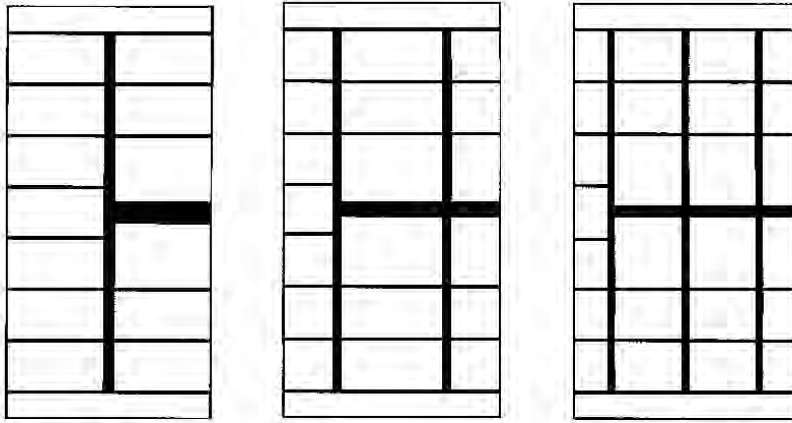


Figura 2.3: Exemplo de geometrias para caminhos condutivos. Fonte: Ledezma, Bejan e Errera (1997)

Logo após esses resultados, Almogbel e Bejan (1999), reportaram dois métodos para melhorar os resultados obtidos por Ledezma, Bejan e Errera (1997). Eles usaram mais graus de liberdade para definir a geometria do caminho de alta condutividade e construíram caminhos altamente condutivos com formas parecidas com árvores, as quais são similares às formas vistas na natureza.

Assim como nos casos anteriores, Souza e Ordonez (2013) propuseram um algoritmo de otimização baseado na Teoria Construtal para procurar uma geometria ótima, objetivando minimizar o calor dentro da placa. Neste trabalho, foram calculados os gradientes de temperatura dos elementos de baixa condutividade e, um grupo de elementos que tenha apresentado o maior gradiente, foram trocados por material de alta condutividade. O método utilizado pelos autores para calcular os gradientes de temperatura dentro do domínio computacional foi o Método de Volumes Finitos (MVF). Na Fig. 2.4 podem-se observar algumas geometrias que foram encontradas nas simulações, e suas semelhanças com árvores, além da temperatura máxima da placa para essas configurações, onde k_p e k_0 representam as condutividades dos materiais de alta e baixa condutividade térmica, respectivamente.

De acordo com a quantidade de material inserido (par ou ímpar) durante cada etapa (avanço no tempo), as árvores podem ser simétricas ou assimétricas. As configurações da primeira fila, foram construídas inserindo quantidade par de material, e as da segunda fila, inserindo quantidade ímpar de material para o mesmo caso. Além disso, os autores concluíram que os resultados obtidos dependem tanto da quantidade de elementos substituídos a cada passo do

tempo, quanto da relação da condutividade dos materiais.

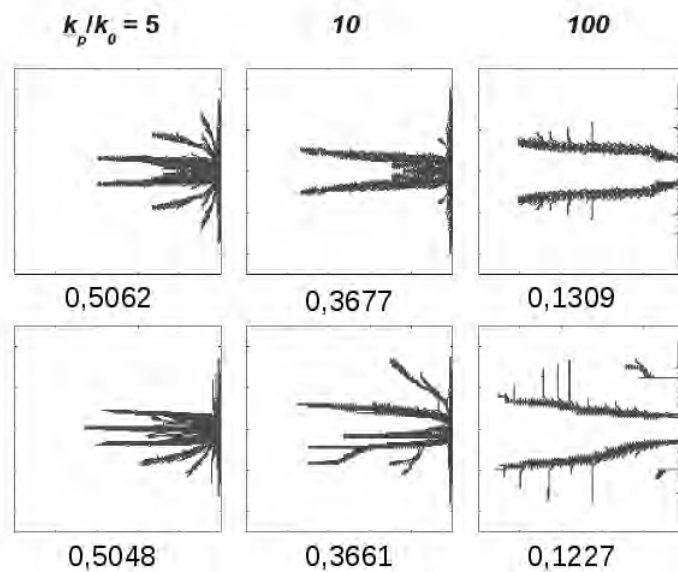


Figura 2.4: Exemplo de geometrias para caminhos condutivos e temperatura mínima (SOUZA; ORDONEZ, 2013)

Os trabalhos anteriores propuseram metodologias para a construção desses caminhos condutivos. Contudo, foram achados uma quantidade significativa de trabalhos que ao invés de construir os caminhos, definiram uma forma para estes e estudaram a influência dos parâmetros que lhe definem, no comportamento da temperatura máxima. Assim, a busca pela otimização destes parâmetros torna-se o objetivo principal. Caminhos condutivos em forma de “X”, “X” não uniforme, “Y”, “T” e “H” são exemplos encontrados na literatura.

No trabalho desenvolvido por Lorenzini, Biserni e Rocha (2013b) Design Construtal (DC) é aplicado para descobrir a configuração que facilita o acesso ao fluxo de calor que corre através de um caminho construído com material de alta condutividade em forma de “X”. A Figura 2.5 mostra, a esquerda, a definição das condições de contorno do problema com uma possível configuração para o caminho condutivo e, a direita, o campo de temperatura de uma placa onde o caminho em forma de “X” ocupou 30% do total da área da placa. O objetivo foi o de minimizar os pontos quentes do sistema, independente da sua localização. O comportamento do caminho condutivo otimizado resultou em aproximadamente uma melhora de 51% comparado com a configuração da lâmina simples em forma de “T” estudada por Almogbel e Bejan (1999).

Lorenzini, Biserni e Rocha (2013a) aplicaram DC para descobrir a configuração que facilita o acesso ao fluxo de calor, através de um caminho condutivo não uniforme em forma de

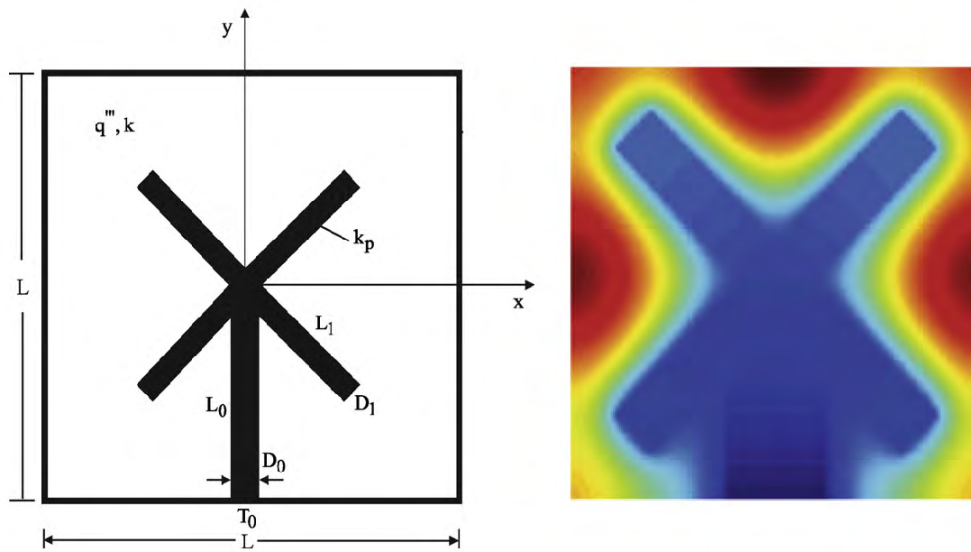


Figura 2.5: Exemplo de geometrias para caminhos condutivos em forma de “X” (LORENZINI; BISERNI; ROCHA, 2013b)

“X”, embebido dentro de uma placa quadrada de baixa condutividade com geração interna de calor, para resfriar um volume de tamanho finito. O volume total de material de alta condutividade térmica é fixo, mas, o comprimento do caminho e o ângulo entre o caminho podem variar. A configuração no trabalho foi otimizada para quatro graus de liberdade: dois ângulos entre os caminhos e duas razões entre os comprimentos. Encontraram que a performance do caminho não uniforme em forma de “X”, foi aproximadamente 10% melhor do que a performance do caminho condutivo em forma de “X” com iguais comprimentos e espessuras. Quando comparado com o caminho mais simples em forma de “I”, a performance do caminho não uniforme em forma de “X” foi aproximadamente 56% melhor.

Lorenzini et al. (2016), empregaram o método de DC para obter configurações que facilitaram o acesso ao fluxo de calor, através de um caminho condutivo em forma de “I”, inserido dentro de um volume de baixa condutividade com geração interna de calor. O problema apresentado tinha um terceiro material que separava o material condutivo do meio de baixa condutividade, representando uma superfície de resistência térmica de contato. O volume era resfriado usando um sumidouro de calor isotérmico com a menor temperatura. Além disso, o volume tinha área constante igual a área ocupada pelo material condutivo, mas a razão de aspecto podia variar. Os resultados deste trabalho indicaram que a resistência ao contato térmico era maior quando a condutividade térmica do material de alta condutividade e a condutividade térmica do material que representava a resistência ao contato térmico foram menores.

Além de caminhos condutivos, o estudo e otimização de cavidades isotérmicas introduzidas dentro de placas sólidas, também é um tema bastante pesquisado. Cavidades em forma de “X” e “Y” são algumas das encontradas na literatura.

Lorenzini et al. (2012) estudaram a otimização geométrica de uma cavidade complexa em forma de “T-Y” com duas intrusões laterais adicionais resfriadas dentro de uma parede sólida condutiva com o objetivo de minimizar a máxima resistência térmica entre o sólido e a estrutura complexa da cavidade. A ideia básica era dar à estrutura mais liberdade para se transformar através do aumento desses graus de liberdade baseados na TC. Na pesquisa, mostraram que nem todos os graus de liberdade exercem um papel importante no desempenho do projeto de uma cavidade complexa.

Lorenzini, Biserni e Rocha (2014) utilizaram a Teoria Construtal para estudar a geometria de uma cavidade isotérmica e de um caminho de alta condutividade em forma de “X” que está localizada dentro de uma parede sólida condutiva, com o objetivo de minimizar a máxima temperatura em excesso. O sólido com geração uniforme de calor era isolado no perímetro externo. O volume total da cavidade e o volume dos caminhos de alta condutividade eram condições fixas, mas a largura e espessura das duas configurações em forma de “X” podiam variar. Nos resultados obtidos, o desempenho dos caminhos em forma de “X” incrementaram constantemente e apresentaram aproximadamente a mesma capacidade de remoção de calor que as cavidades em forma de “X”.

Gonzales et al. (2015), pesquisaram a influência de vários *cooling schedule* (parâmetros principais de SA), combinados com DC, para a otimização geométrica de uma cavidade isotérmica em forma de “Y”, introduzida dentro de uma parede sólida retangular condutiva com geração interna de calor. O problema foi desenvolvido usando 4 graus de liberdade e duas restrições. Cinco diferentes *cooling schedule* foram avaliados. A combinação dos melhores *cooling schedule* melhorou ainda mais a construção das formas ótimas globais. Os resultados foram comparados com os obtidos utilizando AG como método de otimização no trabalho desenvolvido por Lorenzini et al. (2014b) e obtiveram que a combinação dos melhores *cooling schedule*, melhoraram ainda mais a realização das formas ideais globais.

Lorenzini et al. (2015), utilizaram DC para o estudo numérico da geometria de uma cavidade, banhada por um fluido com coeficiente de transferência de calor constante que estava sendo introduzido dentro de um corpo sólido em forma de cilindro, tudo com o objetivo de

minimizar o excesso máximo de temperatura entre a estrutura sólida e o ambiente da cavidade geométrica. Geração interna de calor estava sendo distribuída de maneira uniforme dentro do corpo sólido, o qual tinha condições adiabáticas sobre outras superfícies. O volume total e o volume da cavidade, foram tratadas no trabalho como condições fixas, e as cavidades retangulares com proporções variáveis. Os resultados estiveram de acordo com o princípio da distribuição ótima das imperfeições, ou seja, que evoluíram para configurações complexas distribuindo os pontos quentes no sistema e melhorando o desempenho.

2.3 TRABALHOS CORRELATOS

Existem ainda poucos trabalhos que buscaram otimizar geometrias de caminhos condutivos dentro placas empregando AG e TC, e nenhum que construa esses caminhos empregando as duas abordagens. Porém, foram encontrados alguns trabalhos que abordam problemas de transferência de calor fazendo uso das duas técnicas, os quais são apresentados a seguir.

Lorenzini et al. (2014b), empregaram DC para otimizar a geometria de uma cavidade convectiva em forma de “Y” introduzida dentro de uma parede sólida condutora. O propósito principal do trabalho foi investigar a influência dos parâmetros adimensionais de transferência de calor sobre a geometria ótima da cavidade, isto é, aqueles que minimizam a temperatura máxima (reduz a resistência térmica no domínio do sólido). Eles realizaram a busca pela melhor geometria com ajuda de um AG. Para sólidos quadrados, os resultados obtidos com BE (os quais baseiam-se na solução de todas as possíveis geometrias), foram adotados para validar o método de AG, enquanto para sólidos não quadrados, utilizaram AG para encontrar a melhor geometria para todos os graus de liberdade estudados. Os resultados demonstraram que não existe uma forma ótima universal que minimize o campo de temperaturas para todos os valores de um dado problema. Além disso, destacaram que o método de AG provou ser muito eficiente na busca pelas melhores formas, com um número de simulações requerido muito menor (8 vezes para situações mais difíceis) do que as necessárias para a BE.

Lorenzini et al. (2014a), usaram DC para otimizar a geometria de uma cavidade condutiva em forma de “Y” que foi introduzida dentro de um sólido condutivo. O principal objetivo foi pesquisar a influência dos parâmetros adimensionais de transferência de calor sobre a geometria ótima da cavidade, isto é, os que minimizaram a máxima temperatura em excesso (ou reduziram a resistência térmica no domínio). A busca da melhor geometria foi feita usando o

método de AG encontrando os melhores valores para os 4 graus de liberdade por eles usados. Os resultados foram validados com os obtidos usando BE, os quais demonstraram que não existe uma forma ótima universal. Finalmente concluíram que o AG mostrou-se efetivo na busca por melhores geometrias, com um custo computacional bastante inferior ao de requerido com BE.

Marcelin (2008) desenvolveu a Teoria Pseudo-construtal, com o objetivo principal de minimizar a energia potencial total para a otimização de formas de estruturas mecânicas. Duas aplicações foram apresentadas: a primeira trata da otimização da forma de uma gota de água utilizando AG com a técnica pseudo-construtal e a segunda trata com a otimização da forma do rolamento traseiro de um martelo hidráulico.

Azad e Amidpour (2011) buscaram a otimização de um trocador de calor casco e tubo reduzindo os custos totais do trocador, utilizando Teoria Construtal para incrementar o calor total do coeficiente de transferência de calor do trocador. Assim, o custo do capital requerido para a fabricação da superfície de transferência foi reduzido. Além disso, os custos de energia operacionais que envolveram bombeamento, de modo a ultrapassar as perdas de pressão, foram minimizadas. Os AG foram usados para otimizar a função objetivo e foi utilizado um modelo matemático para o custo do trocador de calor, baseado na Teoria Construtal. Os resultados da pesquisa indicaram uma redução superior ao 50% no custo do trocador de calor.

Yang et al. (2014) apresentaram uma abordagem de otimização do projeto modificado para um trocador de calor de casco e tubo motivado por Teoria Construtal, dividindo o trocador em vários trocadores de calor em série. O custo total de todo o trocador de calor casco-tubo foi definido como função objetivo, incluindo os custos de investimento para a produção inicial e o custo operacional envolvendo o consumo de energia para superar a perda de carga. Um Algoritmo Genético foi aplicado para minimizar a função de custo ajustando parâmetros tal como: o diâmetro do casco e do tubo, a distância entre tubos e o arranjo de tubos. Três casos foram estudados, os quais indicaram que uma abordagem de projeto modificado e a utilização de AG pode reduzir significativamente o custo total comparado ao do projeto original.

Yang, Oh e Liu (2014) propuseram um método de otimização de projeto geral motivado por Teoria Construtal para dimensionamento de trocadores de calor de casco e tubo. Neste método, um trocador de calor global foi dividido em vários sub trocadores de calor com arranjos de série paralelos. A função de avaliação foi o custo total do trocador de calor de casco-tubo, incluindo os custos de investimento para fabricação inicial e custos operacionais, envolvendo

consumo de energia para superar a perda de carga. Um Algoritmo Genético foi aplicado para minimizar a função objetivo ajustando parâmetros. Eles consideraram vários casos de estudo para demonstrar que a nova abordagem de projeto pode reduzir significativamente o custo total comparado a métodos de projeto original, projetos com AG e antigos com DC.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

Esse capítulo apresenta áreas de estudo necessárias para realização desse trabalho: Difusão de Calor, Teoria Construtal e Algoritmos Genéticos.

3.1 DIFUSÃO DE CALOR

A condução de calor é a transferência de energia térmica que ocorre devido a interação entre as moléculas (colisões, indução, vibração, rotação molecular) a qual é motivada por um gradiente de temperatura. Um dos objetivos principais da análise da condução de calor é determinar o campo de temperaturas em um meio resultante das condições impostas em suas fronteiras. Ou seja, deseja-se conhecer a distribuição de temperaturas, que representa a variação de temperatura em relação à posição no meio. (atenção, referencia)

Na análise de problemas da transferência de calor, é necessário o uso de várias propriedades da matéria. Essas propriedades são geralmente conhecidas por propriedades termofísicas e incluem duas categorias distintas: as propriedades de transporte e as propriedades termodinâmicas. As propriedades de transporte incluem os coeficientes das taxas de difusão, como k , a condutividade térmica (para a transferência de calor). As propriedades termodinâmicas, por outro lado, dizem respeito ao estado de equilíbrio de um sistema. A massa específica (ρ) e o calor específico (c) são duas dessas propriedades muito usadas na análise termodinâmica. O produto ρc , comumente chamado de capacidade calorífica volumétrica, mede a capacidade de armazenar energia térmica (BERGMAN; INCROPERA; LAVINE, 2011). Em análises da transferência de calor, a razão entre a condutividade térmica e a capacidade calorífica volumétrica é uma importante propriedade chamada difusividade térmica:

$$\alpha = \frac{k}{\rho c} \quad (3.1)$$

Ela mede a capacidade do material de conduzir energia térmica em relação à sua capacidade de armazená-la. Materiais com elevada difusividade térmica responderão rapidamente a mudanças nas condições térmicas a eles impostas, enquanto materiais com reduzida difusividade térmica responderão mais lentamente, levando mais tempo para atingir uma nova condição

de equilíbrio (BERGMAN; INCROPERA; LAVINE, 2011).

A Equação (3.2) é a forma geral, em coordenadas cartesianas, da Equação da condução de calor em um sólido sem geração de calor. Essa equação, frequentemente chamada de equação da difusão do calor, fornece a ferramenta básica para a análise da condução do calor, a partir da qual, ao ser solucionada, pode-se obter a distribuição de temperaturas como uma função do tempo e do espaço (BERGMAN; INCROPERA; LAVINE, 2011).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q''' = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.2)$$

onde q''' é a taxa de geração de calor por unidade de volume [W/m^3], t é o tempo [s], T é a temperatura [K] e x, y, z as coordenadas cartesianas [m].(atenção!).

3.2 VOLUMES FINITOS

O uso de técnicas numéricas para a solução de problemas complexos da engenharia e da física é hoje uma realidade, graças ao vertiginoso desenvolvimento de computadores de alta velocidade e de grande capacidade de armazenamento. Os métodos tradicionais para a solução numérica de EDP's são os Métodos de Diferenças finitas (MDF), de Volumes Finitos (MVF) e de Elementos Finitos (MEF). Um método de volumes finitos é todo método que para obter as equações aproximadas, satisfaz a conservação da propriedade em nível de volumes elementares (MALISKA, 1994).

Ao contrario de uma solução analítica, que permite a determinação da temperatura em qualquer ponto de interesse em um meio, uma solução numérica permite a determinação da temperatura somente em pontos discretos (BERGMAN; INCROPERA; LAVINE, 2011). A solução numérica de uma equação diferencial parcial (EDP) em uma região D implica a obtenção dos valores para a variável dependente em cada ponto de D . A tarefa do método numérico é exemplificada na Fig. 3.1. Computacionalmente, somente podemos lidar com uma região contínua se determinarmos uma equação analítica para a solução do problema. O computador pode, então, ser utilizado para calcular a solução em qualquer ponto desejado da região, com o uso dessa fórmula. No caso de técnicas numéricas de solução, porém, não é possível tratar a região D como contínua, já que o método numérico obtém a solução em pontos (x, t) , por exemplo, por cálculos como adição e multiplicação.

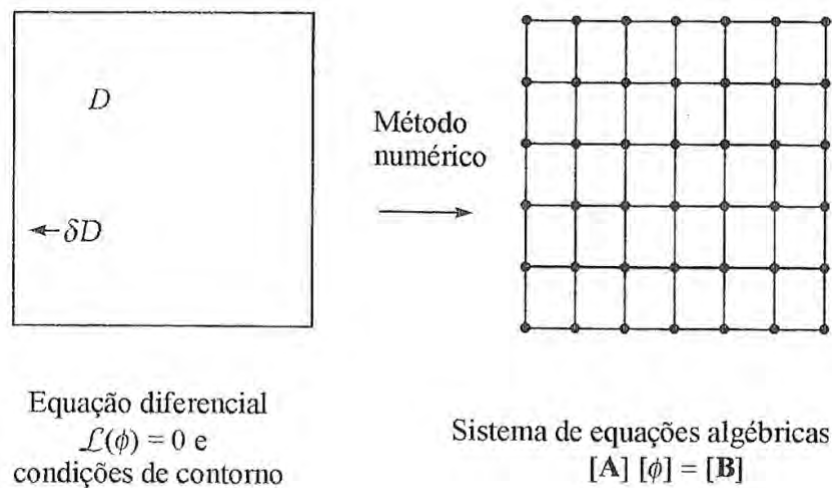


Figura 3.1: Tarefa do método numérico (MALISKA, 1994)

Nada nos impede, no entanto, de escolher alguns pontos dentro de D e somente neles calcular a solução do problema. Esse processo recebe o nome de discretização e para o conjunto de pontos discretos, é dado o nome de malha (FORTUNA, 2000).

A discretização é feita através da integração das equações diferenciais, na forma conservativa sobre o volume de controle.

Forma Conservativa: É aquela em que os fluxos estão dentro do sinal da derivada

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v T)}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (3.3)$$

Forma não Conservativa:

$$\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{k}{c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{k}{c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3.4)$$

Existem duas maneiras de se obter as equações aproximadas no MVF. A primeira é a realização de balanços da propriedade em questão nos volumes elementares, ou volumes finitos, e a segunda é integrar sobre o volume elementar, no espaço e no tempo, as equações na forma conservativa (MALISKA, 1994).

Para um caso de condução em regime transiente, a equação da condução de calor pode

ser escrita na forma:

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} = \nabla \cdot \left(\frac{k}{c} \nabla T \right) + S \quad (3.5)$$

Integrando sobre o volume de controle

$$\int_t \int_{\forall C} \frac{\partial(\rho T)}{\partial t} d\forall dt = \int_t \int_{\forall C} \nabla \cdot \left(\frac{k}{c} \nabla T \right) d\forall dt + \int_t \int_{\forall C} S d\forall dt \quad (3.6)$$

ou

$$\int_t \int_{\forall C} \frac{\partial(\rho T)}{\partial t} d\forall dt = \int_t \int_{S.C} \left(\frac{k}{c} \nabla T \right) \cdot \hat{n} dA dt + \int_t \int_{\forall C} S d\forall dt \quad (3.7)$$

Definido um volume de controle unidimensional como o da figura 3.2

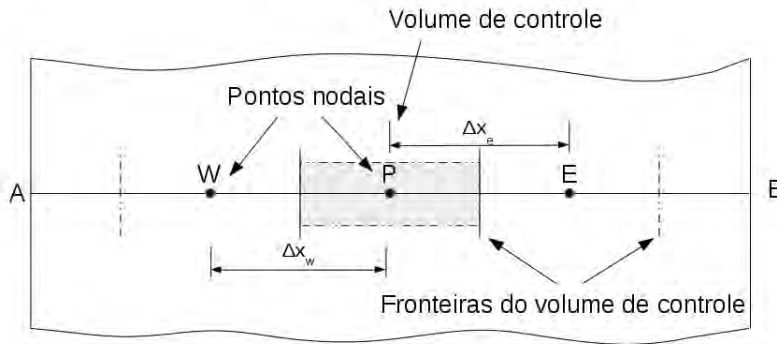


Figura 3.2: Volume de controle unidimensional

Neste caso tem-se que $dA = 1$ e $d\forall = dx \cdot 1 \cdot 1$. Desta forma

$$\int_t \int_w^e \frac{\partial(\rho T)}{\partial t} dx dt = \int_t \int_{S.C} \left(\frac{k}{c} \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} \right) \cdot \hat{n} dA dt + \int_t \int_w^e S dx dt \quad (3.8)$$

integrando no tempo

$$\int_t \int_w^e \frac{\partial}{\partial t} (\rho T) dx dt = \int_t \int_{S.C} \left(\frac{k}{c} \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} \right) \cdot \hat{n} dA dt + \int_t \int_w^e S dx dt \quad (3.9)$$

$$\int_w^e \frac{(\rho T - \rho^0 T^0)}{\Delta t} dx \Delta t = \int_{S.C} \left(\frac{k}{c} \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} \right) \cdot \hat{n} dA \Delta t + \int_w^e S dx \Delta t \quad (3.10)$$

$$\int_w^e (\rho T - \rho^0 T^0) dx = \int_{S.C} \left(\frac{k}{c} \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} \right) \cdot \hat{n} dA \Delta t + \int_w^e S dx \Delta t \quad (3.11)$$

e no espaço

$$(\rho T - \rho^0 T^0) dx = \left(\frac{k}{c} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_e - \frac{k}{c} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_w \right) \Delta t + S \Delta x \Delta t \quad (3.12)$$

As derivadas nos contornos do volume de controle podem ser avaliadas por

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_e = \frac{T_E - T_P}{\Delta x_e} \\ \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_w = \frac{T_P - T_W}{\Delta x_w} \end{cases} \quad (3.13)$$

Combinando as Eq. 3.12 e 3.13, obtemos

$$(\rho T_p - \rho^0 T_p^0) dx = \left(\frac{k}{c} \frac{T_E - T_P}{\Delta x_e} - \frac{k}{c} \frac{T_P - T_W}{\Delta x_w} \right) \Delta t + S \Delta x \Delta t \quad (3.14)$$

que pode ser escrita na forma

$$\frac{(\rho T_p - \rho^0 T_p^0)}{\Delta t} dx = \left(\frac{k}{c} \frac{T_E^\theta - T_P^\theta}{\Delta x_e} - \frac{k}{c} \frac{T_P^\theta - T_W^\theta}{\Delta x_w} \right) + S \Delta x \quad (3.15)$$

onde $T^\theta = \theta T + (1 - \theta) T^0$.

3.3 TEORIA CONSTRUTAL

Segundo a Teoria Construtal, a estrutura espacial e temporal exibida pela natureza é o resultado de um processo global de otimização sujeito a restrições. Esta responde pela tendência universal de um sistema de fluxo de tamanho finito, de transformar e evoluir a sua configuração, para persistir no tempo (viver), de tal modo que proporcione maior e mais fácil acesso para as correntes que fluem através dele, ao longo do tempo (BEJAN; BADESCU; VOS, 2000; BEJAN; LORENTE, 2004).

A este respeito, é formulada uma descrição para o fato de um sistema estar “vivo”, que declara que um sistema tem que estar em constante movimento e evolução da sua forma para estar vivo já que quando para de ocorrer isto e o sistema para de fluir, ele morre. Tem-se, como exemplo da formulação, que criaturas biológicas estão vivas até que todos os seus fluxos como sangue, oxigênio, locomoção e assim por diante, param, logo após isso, essas criaturas tornam-se restos fossilizados. As veias de minério encontradas no subsolo hoje, por exemplo, são fósseis dos fluxos de fluidos, turbilhões, e meandros que fluíam antes da solidificação há muito tempo. Quando para de fluir água nos rios, estes param de evoluir e ficam somente canais

de rios secos, isto é, os restos fossilizados de sistemas de fluxo anteriores ao sistema que esteve “vivo” (BEJAN; ZANE, 2012).

A Figura 3.3 mostra exemplos das manifestações do princípio da Teoria Construtal na natureza. Nela, podem ser vistos fenômenos animados e inanimados de geração de fluxo, os quais podem ser previstos e explicados baseados na TC. Na linha superior podem ser vistos exemplos de uma bacia hidrográfica e dos brônquios de um sistema respiratório. Também um duto-redondo e secções transversais de canais abertos. As imagens da linha do meio representam as fissuras que aparecem quando um sólido se encolhe, a solidificação de um floco de neve e o “*Splat*” versus “*splash*” quando uma gota de líquido atinge uma parede. As imagens da última linha, a inferior, retratam um escoamento laminar contra um escoamento turbulento e a locomoção animal (voando, correndo e nadando) (BEJAN; ZANE, 2012)

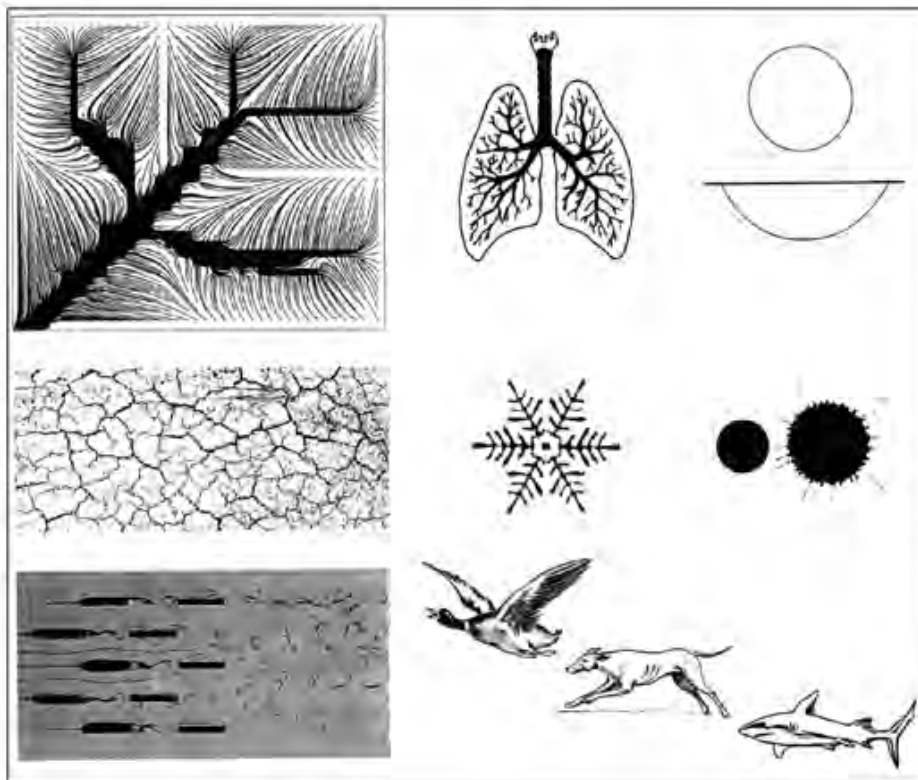


Figura 3.3: Exemplos de design na natureza. Fonte: Bejan e Zane (2012)

Continuando a falar sobre as aplicações da TC, esta resolve muitas e contraditórias definições *ad hoc* de otimização, projetos finais e sua aparição na natureza, assim como também sobre a máxima e mínima entropia dos sistemas e resistência máxima e mínima dos fluxos.

Além do anterior, explica as formas que são observadas e copiadas na biomimética (BEJAN, 2000). Da mesma forma, muitos estudos relacionados a transferência de calor já foram desenvolvidos usando a lógica proposta pela Teoria Construtal (BEJAN, 1997; LEDEZMA; BEJAN; ERRERA, 1997; ALMOGBEL; BEJAN, 1999; SOUZA; ORDONEZ, 2013; LORENZINI et al., 2012). Inclusive, a TC fornece uma ampla estrutura para a análise de todos os tipos de fluxos, incluindo o fluxo de pessoas que, apesar de sua complexidade, compartilham características comuns com fluxos de matéria inanimada (BEJAN; MERKX, 2007).

O problema fundamental de caminhos condutivos foi proposto por (BEJAN, 1997) e foi chamado de VP. Neste, Bejan fez uma descoberta puramente geométrica, e o princípio que foi proposto ele chamou de construtal. Um raio, por exemplo, é um sistema de fluxo para descarregar eletricidade de uma nuvem, o qual cria uma estrutura ramificada brilhante já que é uma maneira muito eficiente de mover uma corrente (eletricidade) de um volume (a nuvem) a um ponto (torre da igreja ou a outra nuvem). A evolução de uma bacia hidrográfica produz uma arquitetura semelhante porque também está movendo uma corrente (água) de uma área (a planície) para um ponto (a foz do rio). Encontramos também uma estrutura semelhante às formas das árvores, nas passagens de ar dos pulmões (um sistema de escoamento para o oxigênio), nos capilares (um sistema de escoamento para o sangue) e os dendritos dos neurônios em nossos cérebros (um sistema de escoamento para sinais elétricos e imagens) (BEJAN; ZANE, 2012). Assim, continuando a falar do trabalho de Bejan desenvolvido em 1997, foi obtida uma solução analítica do problema, minimizando a diferença de temperatura máxima entre um ponto dentro do domínio e volumes elementares que eram assumidos como dissipadores de calor. No texto foram encontradas árvores, obtidas através de uma otimização geométrica repetida sucessivamente, na qual foi feita uma construção limitada por orientações perpendiculares durante vários níveis de montagens, e a definição de um conjunto de valores determinísticos para designar as dimensões do desenho original.

Existe uma complexidade no processo de dedução (Fig. 2.2), já que este começou primeiro na distribuição menor e depois na maior. A sequência começa com a difusão no intervalo onde há material de baixa condutividade e continua fluindo de forma canalizada através da lamina com alta condutividade. A forma foi um resultado de otimização não uma hipótese.

Desta forma, estes desenhos de árvores tem uma correspondência, em todos os níveis, com a descrição de qualquer árvore natural. Assim, os canais de alta condutividade formaram

uma árvore, o que indica que a árvore segue um princípio único para que cada característica seja determinística, logo o princípio sendo o Construtal. A conclusão vai contra a doutrina de que a estruturação natural dos sistemas de fluxo ou escoamento não são determinísticos e portanto o grande aporte da Teoria Construtal não é a árvore, e sim o princípio que a gerou (BEJAN, 2000).

3.3.1 Design Construtal

Na busca por encontrar uma geometria na qual todas as características sejam "úteis" para levar a arquitetura de fluxo ao mais alto nível de desempenho geral, é preciso ter estratégias. O Design Construtal é uma estratégia que surgiu de ver e aplicar a Teoria Construtal em configurações básicas de fluxo. Antes, foi necessário aprender certas lições sobre formas e estruturas ótimas, que são fundamentais e universalmente aplicáveis. Algumas características geométricas dos sistemas de dutos servem de exemplo. Lições aprendidas a partir de resultados obtidos de diversos estudos sobre canais de dutos (BEJAN; ZANE, 2012):

- i Um duto único com uma seção transversal grande oferece uma menor resistência ao fluxo do que dois dutos com seções menores conectadas em paralelo.
- ii A resistência mais baixa pertence ao duto mais curto, isto é, ao duto reto entre os dois pontos.
- iii O ducto com geometria transversal que não varia longitudinalmente tem uma menor resistência do que o duto que apresenta uma seção transversal variável.

O DC aplica o princípio de restrições de tal forma que a melhor arquitetura emerge de forma determinística, porém o DC não é um método de otimização (LORENZINI et al., 2016). Ele é usado para enunciar o problema, indicando a função objetivo, as restrições e os graus de liberdade a serem estudados. Ele pode ser aplicado em conjunto com diversos métodos de otimização, por exemplo, com BE, com Algoritmo Genético (LORENZINI; BISERNI; ROCHA, 2014; LORENZINI et al., 2014a), Recozimento Simulado (GONZALES et al., 2015), ou outro método de otimização.

3.4 ALGORITMOS GENÉTICOS

Na computação evolutiva, o campo dos Algoritmos Genéticos (AG) é uma das áreas que tem recebido grande interesse (GOLDBERG; SAMTANI, 1986; GOLDBERG; DEB; KORB, 1989; CAMP; PEZESHK; CAO, 1998; HAUPT; HAUPT, 2004). Estes são algoritmos evolutivos baseados na teoria de seleção natural e na hereditariedade. Ou seja, partem do pressuposto que, em uma dada população, indivíduos com boas características genéticas têm maiores chances de sobrevivência e de produzirem indivíduos cada vez mais aptos. Como resultado, os indivíduos menos aptos tenderão a desaparecer. Assim, Algoritmos Genéticos favorecem a combinação dos indivíduos mais aptos, ou seja, os candidatos mais promissores para a solução de um dado problema (REZENDE, 2003).

A adaptação por reprodução incorre do fato dos seres vivos se modificarem a medida que vão se reproduzindo (Darwinismo). Esta adaptação ocorre intencionalmente, ou seja, os indivíduos se modificam de acordo com as necessidades e essa modificação passa diretamente para os descendentes (Lamarckismo) (AGUIAR, 1998).

Nos anos 50 e 60, vários pesquisadores da ciência da computação estudaram sistemas evolutivos com a ideia de que a evolução poderia ser usada como uma ferramenta de otimização para problemas na engenharia (AGUIAR, 1998).

Toda tarefa de busca ou otimização possui vários componentes, entre eles, o espaço de busca, onde são consideradas todas as possibilidades de solução de um determinado problema; a função de avaliação (ou função de custo) que é uma maneira de avaliar os elementos do espaço de busca. Existem diversos métodos de busca e de funções de avaliação (Ginsburg [1993] apud Rezende (2003)).

De acordo com Linden (2008), algumas características dos AG que podem ser destacadas são:

- Paralelo: a população de soluções é avaliada simultaneamente;
- Global: uma das características mais importantes dos AG é esta, visto que estes algoritmos não utilizam somente informação local, ou seja, não ficam presos a máximos locais. Por isto, são considerados uma técnica bastante adequada na busca de solução para problemas complexos e reais;

- Aleatoriedade: os AG não são considerados totalmente aleatórios, considerando que estes possuem componentes aleatórios, pois utilizam a informação da população em questão para definir o próximo estado de busca;
- Descontinuidades na função: os AG não utilizam informações de derivadas na sua evolução e nem informação da vizinhança para executar sua busca. Sendo adequados para funções com descontinuidade ou para aquelas que não se pode calcular uma derivada;
- Funções discretas e contínuas: estes algoritmos têm a capacidade de lidar com funções reais, discretas, booleanas e categóricas (não-numéricas), podendo tais funções serem misturadas sem que haja qualquer dano à capacidade de resolução de problemas pelos AG.

Os Algoritmos Genéticos são muito adequados para busca de soluções eficientes, ou aproximadamente ótimas em uma grande variedade de problemas (CHU; BEASLEY, 1997; KAZARLIS; BAKIRTZIS; PETRIDIS, 1996; LORENZINI et al., 2014b), pois não impõem muitas das limitações encontradas nos métodos de busca tradicionais. Cabe ressaltar que os AG, além de serem uma estratégia de gerar e testar muito elegante, por serem baseados na teoria da evolução natural, são capazes de identificar e explorar fatores ambientais e convergir para soluções ótimas, ou aproximadamente ótimas, em níveis globais

Quanto melhor um indivíduo se adaptar ao seu meio ambiente, maior será sua chance de sobreviver e gerar descendentes. Este é o conceito básico da teoria da evolução natural. Assim, a área biológica mais proximamente ligada aos Algoritmos Genéticos é a Genética Populacional.

3.4.1 Conceitos dos AG

Os AG utilizam termos semelhantes aos utilizados na Biologia, mantendo uma relação com termos e conceitos da Genética e da Ciência evolutiva biológica. Dessa maneira os conceitos, as estruturas de dados e processos podem ser expressos da seguinte maneira:

Genes: são a representação mínima utilizada e correspondem a algum parâmetro ou característica de interesse ou importância que tem relação direta com a solução do problema de otimização. Podem ser representados através de bits (0, 1), números reais, inteiros, ou até mesmo cadeias de caracteres, sendo a representação binária a mais comum;

Cromossomos: são cadeias de genes. Podem conter genes de qualquer tipo, desde que o cromossomo possua o mesmo tipo em todos os genes, a fim de manter a compatibilidade dos novos cromossomos gerados durante o processo de cruzamento;

Indivíduos: são conjuntos de um ou mais cromossomos, e no contexto dos Algoritmos Genéticos, representam soluções encontradas para o problema de otimização;

População: é o conjunto de indivíduos que irão competir entre si para se reproduzir e dar origem a uma nova geração. Para a primeira iteração do algoritmo, essa população inicial pode ser baseada em uma solução otimizada pré-existente, gerada através de um processo estocástico ou aleatório;

Geração: é chamada de geração uma população em um determinado período de tempo. No contexto dos Algoritmos Genéticos, é chamada de geração a população obtida a cada iteração do algoritmo;

Genótipo: conjunto de parâmetros representados pelo cromossomo;

Fenótipo: características atribuídas aos indivíduos contidas no genótipo;

Um Algoritmo Genético é composto de indivíduos (ou cromossomos), de uma população, de operadores genéticos que são os encarregados de fazer as modificações nas características dos indivíduos, de uma função *fitness*, a qual é um índice que reflete as habilidades de um indivíduo de se adaptar a um determinado ambiente baseada na função objetivo do problema e, uma função de avaliação (ou função de custo ou função objetivo) a qual geralmente é uma expressão matemática que mede o quanto uma solução esta próxima ou distante da solução desejada.

Segundo Haupt e Haupt (2004), os AG tem umas vantagens principais que são:

- otimiza utilizando variáveis contínuas ou discretas;
- não precisa de informação derivada;
- faz a busca a partir de uma amostragem ampla da superfície de custo;
- lida com um alto número de variáveis;
- possibilita usar computação paralela;

- otimiza variáveis de superfícies de custo extremadamente complexas (pode fugir de mínimos locais);
- fornece uma lista de variáveis eficientes, não somente uma solução única;
- trabalha com dados gerados numericamente, dados experimentais ou funções analíticas.

3.4.2 Representação

A representação binária é historicamente importante (JONG, 1975; GOLDBERG; DEB; KORB, 1989), uma vez que foi utilizada nos trabalhos pioneiros de Holland (1962). Além disso, ela ainda é a representação mais utilizada, por ser de fácil utilização e manipulação, e simples de analisar teoricamente. A representação do cromossomo usando valores reais é mais naturalmente compreendida pelo ser humano e requer menos memória que aquela usando uma cadeia de bits (WRIGHT et al., 1990; MICHALEWICZ; JANIKOW; KRAWCZYK, 1992). A representação em níveis de abstração mais altos tem sido investigada (de Oliveira, 2001 apud (REZENDE, 2003)) e por serem mais fenotípicas, facilitariam seu uso em determinados ambientes. Nesse caso, precisariam ser criados os operadores específicos para utilizar essas representações.

Um exemplo das representações dos cromossomos pode ser visto na Fig. 3.4.

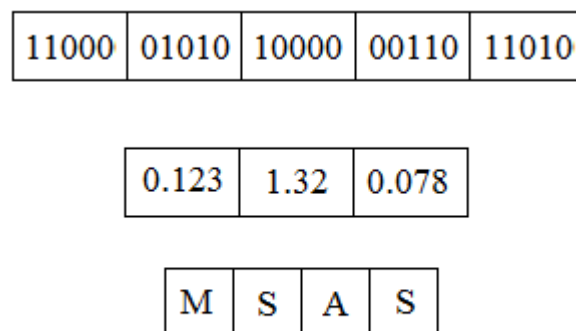


Figura 3.4: Exemplos de representações dos cromossomos de um AG

3.4.3 Etapas e Estrutura Básica

A inicialização é a etapa que gera a população inicial composta por uma quantidade de indivíduos já definida. Existem diferentes tipos de inicialização, as principais são (SILVEIRA; BARONE, 1998):

- *Aleatória*: geram-se de forma aleatória os indivíduos da população.
- *Determinística*: os indivíduos são gerados de forma heurística.
- *Aleatória em regiões*: os indivíduos da população são gerados de forma que possam ser divididos em espécies, isto é, indivíduos com características semelhantes.

Módulo ou etapa de avaliação

Cada membro da população tem uma informação que é chamada de *fitness*, a qual permite determinar o grau de adaptação de cada indivíduo (cromossomo) ao problema segundo a função objetivo. A validação é o processo de expor cada elemento da população à função objetivo e, ao final, ordená-los de acordo com a aptidão desta função (SILVEIRA; BARONE, 1998).

Seleção

O método de seleção dos pais deve simular o mecanismo de seleção natural das espécies biológicas, procurando manter os indivíduos com maior grau de adaptação (LINDEN, 2008).

Esses indivíduos com maior grau de adaptação são selecionados utilizando a função de avaliação. É por isso que é importante selecionar corretamente a função de avaliação para medir a qualidade do indivíduo de maneira objetiva. Os indivíduos com menor grau de adaptação não serão descartados no processo de seleção, mas terão uma probabilidade menor de serem selecionados, e aqueles com maior grau de adaptabilidade terão prioridade para a geração dos novos indivíduos.

Uns dos métodos de seleção mais comuns são (LINDEN, 2008):

Método da roleta: tem-se uma roleta (Imaginária) com uma única agulha. Logo, a partir dos valores de aptidão de cada indivíduo, são calculados os valores de aptidão relativa (que corresponde à divisão entre seu valor e aptidão e a soma dos valores de aptidão de todos os indivíduos da população). Assim, os indivíduos com menor aptidão serão representados por setores menores da roleta, tendo menor probabilidade de passar para a próxima geração. A quantidade dos indivíduos escolhidos depende do tamanho da população. A Figura 3.5 mostra um exemplo onde se tem os indivíduos de uma população e a partir da sua função de *fitness* é

calculada a sua aptidão relativa correspondente e atribuída uma região dentro da roleta de única agulha.

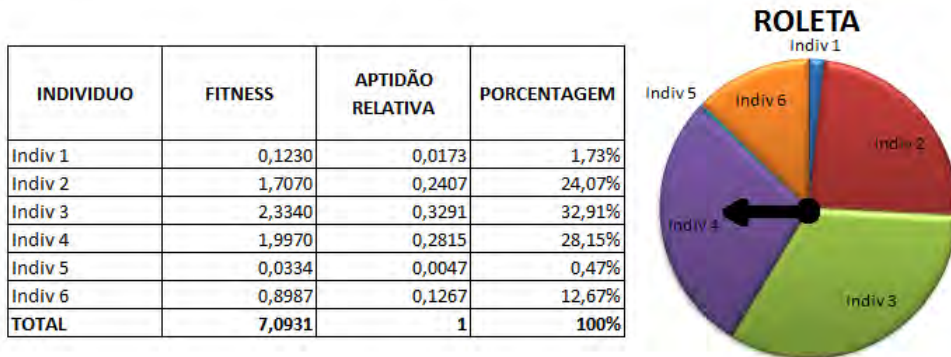


Figura 3.5: Exemplo do método da roleta

Método da amostragem universal estocástica: este método é bastante parecido com o método da roleta, mas neste caso, a roleta tem n agulhas (sendo n a quantidade total de indivíduos que serão selecionados) que estão distribuídas de maneira equidistante, portanto, os n indivíduos são escolhidos ao mesmo tempo.

Método do torneio: neste caso são escolhidos n indivíduos de forma aleatória, tendo todos a mesma probabilidade de serem selecionados. Logo, o indivíduo considerado mais apto, é o indivíduo com maior aptidão a ser selecionado para pertencer a uma população intermediária. O processo é repetido até que a população intermediária fique do tamanho desejado. Na tabela da Fig. 3.1, são utilizados os indivíduos da Fig. 3.5. Neste exemplo, 3 indivíduos (dos 6 da população) são escolhidos de maneira aleatória e quem tiver maior aptidão passa a pertencer à população intermediária, o processo é repetido até a população intermediária ter 4 elementos.

Tabela 3.1: Exemplo do método do torneio

Indivíduos Seleccionados			Indivíduo mais apto
Indiv 1	Indiv 3	Indiv 6	Indiv 3
Indiv 4	Indiv 2	Indiv 5	Indiv 4
Indiv 1	Indiv 2	Indiv 6	Indiv 2
Indiv 1	Indiv 5	Indiv 6	Indiv 6

Módulo ou Classificação (ranking): este método primeiramente classifica a população, depois cada indivíduo recebe um valor de acordo com esta classificação. O pior terá valor 1, o segundo pior terá valor 2 e assim sucessivamente. O melhor terá valor n igual ao número

de indivíduos da população. Após a classificação todos os indivíduos têm chances de serem selecionados (SILVA, 2005).

Pareamento randômico: seleciona os pares através de um número gerado randomicamente correspondente à posição de uns dos pais sobreviventes à seleção natural.

Módulo ou etapa de reprodução Esta etapa é responsável pela aplicação dos operadores genéticos, explicados a seguir.

3.4.4 Operadores genéticos

A determinação dos operadores genéticos tem forte influência no processo de convergência do Algoritmo Genético. A definição desses parâmetros é função da natureza e complexidade do problema de otimização em foco. De acordo com Goldberg, Deb e Korb (1989), aumenta-se o desempenho do AG combinando uma alta probabilidade de cruzamento com uma baixa probabilidade de mutação e com um tamanho de população moderado (COSTA; CASTRO; RAMOS, 2010).

Cruzamento (crossover)

O cruzamento faz uma troca com o material genético dos cromossomos geradores, e é considerado o mecanismo que influencia na eficiência dos AG. O *crossover* aumenta as chances das características ideais dos indivíduos se perpetuarem durante o processamento, pois os com grau de adaptação maior ao ambiente irão se reproduzir com mais frequência.

O tipo de cruzamento escolhido é que determina a maneira como a informação dos cromossomos selecionados para o cruzamento pode ser trocada ou mantida. Os resultados de diferentes tipos de cruzamentos podem ser avaliados para o mesmo problema com o objetivo de verificar qual pode apresentar melhores resultados.

As formas em que o cruzamento pode ser feito depende da codificação, algumas delas são (MICHALEWICZ; JANIKOW; KRAWCZYK, 1992; DEEP; THAKUR, 2007):

- Cruzamento de um ponto: um ponto de cruzamento é escolhido, os genes desde o começo do cromossomo até o ponto de cruzamento são copiados do primeiro pai e o resto copiados do outro pai;
- Cruzamento multi-pontos: são definidos dois pontos de cruzamento. Os genes desde o

início do cromossomo até o primeiro ponto de cruzamento são copiados do primeiro pai, a parte do primeiro ponto de cruzamento até o segundo ponto são copiados do outro pai e o resto dos genes do cromossomo são copiados do primeiro pai novamente;

- Cruzamento uniforme: os genes são copiados aleatoriamente do primeiro ou segundo pai.

Além das estratégias descritas anteriormente existem as que são aplicadas apenas em Algoritmos Genéticos onde a codificação é em números reais. Antes, define-se a notação que será utilizada (SORSA; PELTOKANGAS; LEIVISKA, 2008):

$$x^1 = (x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1)$$

$$x^2 = (x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2)$$

para os pais da geração e

$$y^1 = (y_1^1, y_2^1, \dots, y_n^1)$$

$$y^2 = (y_1^2, y_2^2, \dots, y_n^2)$$

para os filhos, onde x^i representa o i -ésimo pai e y^j o j -ésimo filho e n o número de cruzamentos por geração.

- Método de cruzamento aritmético: Neste método, dois pais geram dois filhos da seguinte forma $y_i^1 = ax_i^1(1 - a)x_i^2$ e $y_i^2 = ax_i^2(1 - a)x_i^1$, onde i é um número aleatório (MICHALEWICZ, 2013). Além disso, a é um parâmetro que pode ser constante em um cruzamento aritmético uniforme ou pode variar com respeito ao número de gerações em cruzamento aritmético não uniforme (HERRERA; LOZANO; VERDEGAY, 1998).
- Cruzamento heurístico: O cruzamento heurístico tem sido utilizado para resolver problemas de otimização com restrições não lineares (MICHALEWICZ, 1995). Neste método, dois pais são cruzados. Ao contrário de outros operadores de cruzamento, o cruzamento heurístico produz, no máximo, um filho de dois pais, fazendo uso dos valores da função de aptidão dos pais na produção da nova geração. Os filhos são produzidos da seguinte maneira: $y_i = \alpha(x_i^2 - x_i^1) + x_i^2$, onde α é um número aleatório distribuído uniformemente no intervalo $[0, 1]$ (DEEP; THAKUR, 2007).

- Cruzamento BLX- α : Neste método são cruzados dois pais para produzir um filho. O novo indivíduo é o seguinte: $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, onde y_i é um número escolhido aleatoriamente (uniformemente) do intervalo $[l_i - I \quad u_i + I]$ onde os termos da equação são calculados da seguinte forma: $u_i = \max(x_i^1, x_i^2)$, $l_i = \min(x_i^1, x_i^2)$, e $I = u_i - l_i$.

Mutação

A mutação é responsável por fazer certas alterações, que ocasionalmente são benéficas aos cromossomos. Este processo evita a convergência prematura de uma população. A seguir é apresentado um dos operadores de mutação utilizado na literatura e que será útil para o desenvolvimento deste trabalho.

- Mutação uniforme: Michalewicz, Logan e Swaminathan (1994) apresentou a mutação uniforme, baseada em ponto flutuante, isto é, faz uma seleção aleatória de um elemento do cromossomo e substitui com um valor aleatório factível obtido utilizando a distribuição de probabilidade uniforme.

Inversões

Responsáveis por uma inversão no código do cromossomo. São usados em poucas implementações, pois modificam um cromossomo por vez, fazendo a troca de posições entre dois elementos escolhidos de forma aleatória.

Elitismo

Ao longo do processo evolutivo do AG, pode acontecer de o indivíduo mais apto da geração não estar presente na geração seguinte, devido à característica não-determinística do AG. Em um pior caso, pode ocorrer do indivíduo ótimo ser descartado (GREFENSTETTE, 1986; FOGEL, 1994).

A estratégia do elitismo permite que os melhores indivíduos de uma geração sejam diretamente passados para a próxima geração, caso não seja gerado um filho mais apto, não ocorrendo a manipulação dos operadores genéticos (cruzamento e mutação) (VASCONCELOS et al., 2001). O elitismo é um mecanismo para acelerar a busca pela solução ótima, pois aumenta a pressão seletiva.

3.4.5 Parâmetros genéticos

Existem parâmetros que influenciam diretamente no comportamento dos AG, os quais precisam ser analisados para estabelecer os recursos disponíveis e as necessidades do problema. Uma boa escolha pode fazer com que o desempenho do algoritmo seja ótimo (REZENDE, 2003). Os parâmetros mais usados são:

- **Tamanho da população:** a quantidade dos indivíduos precisa de uma escolha cuidadosa, pois as soluções dependem diretamente da população inicial. Uma população pequena pode fazer o desempenho do algoritmo cair e uma grande população pode exigir maiores recursos computacionais.
- **Taxa de cruzamento:** esta taxa determina a probabilidade de um indivíduo ser recombinado com outro, quanto maior for esta taxa, mais rapidamente novas estruturas serão introduzidas na população. Mas se esta for muito alta, a maior parte da população será substituída e pode ocorrer perda de estruturas de alta aptidão. Com um valor baixo, o algoritmo pode tornar-se lento ou estagnar (GUIMARÃES; RAMALHO, 2001; REZENDE, 2003; SILVA, 2005).
- **Taxa de mutação:** determina a probabilidade em que uma mutação ocorrerá. Uma baixa taxa de mutação previne que a busca fique estagnada em regiões do espaço de busca. Além disso, possibilita que qualquer ponto do espaço de busca seja atingido. Com uma taxa muito alta a busca se torna essencialmente aleatória. A melhor Taxa de Mutação é dependente da aplicação, mas, para a maioria dos casos é entre 0,001 e 0,1.
- **Intervalo de geração ou taxa de substituição:** Controla a percentagem da população que será substituída durante a próxima geração. Com um valor alto, a maior parte da população será substituída, mas com valores muito altos pode ocorrer perda de estruturas de alta aptidão. Com um valor baixo, o algoritmo pode tornar-se muito lento (REZENDE, 2003; SILVA, 2005).
- **Critério de parada:** como se está tratando de problemas de otimização, o ideal seria que o algoritmo terminasse assim que o ponto ótimo fosse descoberto. No caso de funções multimodais, um ponto ótimo pode ser o quociente, mas pode haver situações onde todos ou o maior número possível de pontos ótimos sejam desejados. Um problema prático é

que, na maioria dos casos de interesse, não se pode ter certeza se um dado ponto ótimo corresponde a um ótimo global. Como consequência, normalmente usa-se o critério do número máximo de gerações ou um tempo limite de processamento para parar um Algoritmo Genético. Outro critério plausível é parar o algoritmo usando a ideia de estagnação, ou seja, quando não se observa melhoria da população depois de várias gerações consecutivas, isto é, quando a aptidão média ou do melhor indivíduo não melhora mais ou quando as aptidões dos indivíduos de uma população se tornarem muito parecidas. Ao conhecer a resposta máxima da função objetivo, é possível utilizar este valor como critério de parada (SILVA, 2005).

A Figura 3.6 resume as etapas de um AG.

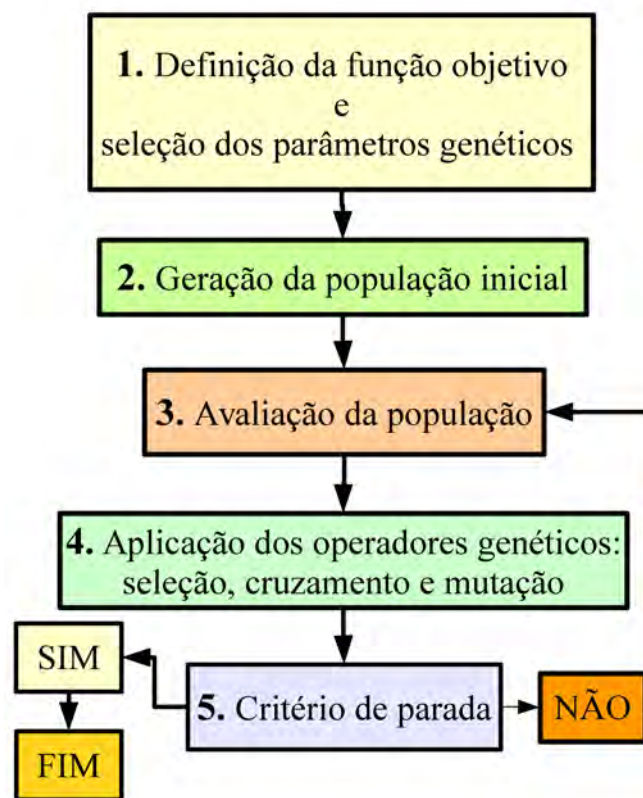


Figura 3.6: Etapas de um Algoritmo Genético

Na **primeira etapa** é definida a função objetivo e os parâmetros genéticos que serão utilizados. A **segunda etapa** consiste em gerar a população inicial segundo a maneira escolhida na etapa anterior. A **terceira etapa** reduz-se à avaliação de cada indivíduo da população. Na **quarta etapa** os operadores genéticos são aplicados utilizando as taxas e tipos escolhidos na

primeira etapa, com o objetivo de criar a nova geração que contém os novos indivíduos que podem ser a solução procurada para o problema. A **quinta** e última etapa consiste em avaliar os resultados obtidos segundo o critério de parada escolhido para o problema. Se o critério de parada foi satisfeito, então se tem uma solução para o problema, caso contrário deve-se retornar à terceira etapa e iterar até se chegar no critério de parada estabelecido.

4 MODELO PROPOSTO

Tem-se um problema de transferência de calor por condução em regime permanente, no qual uma placa sólida bidimensional submetida a uma fonte de calor é construída com dois tipos de materiais. É claro que uma das propriedades dos materiais é a sua habilidade para conduzir calor, chamada de condutividade térmica, assim, é usado um material de baixa e um material de alta condutividade térmica para sua construção.

A Figura 4.1 mostra as condições de contorno utilizadas e o exemplo de uma possível configuração para o problema, onde a região cinza representa o material de alta condutividade e a região branca o material de baixa condutividade dentro da placa. O problema é definido como condução pura, em regime permanente em um domínio computacional 2D.

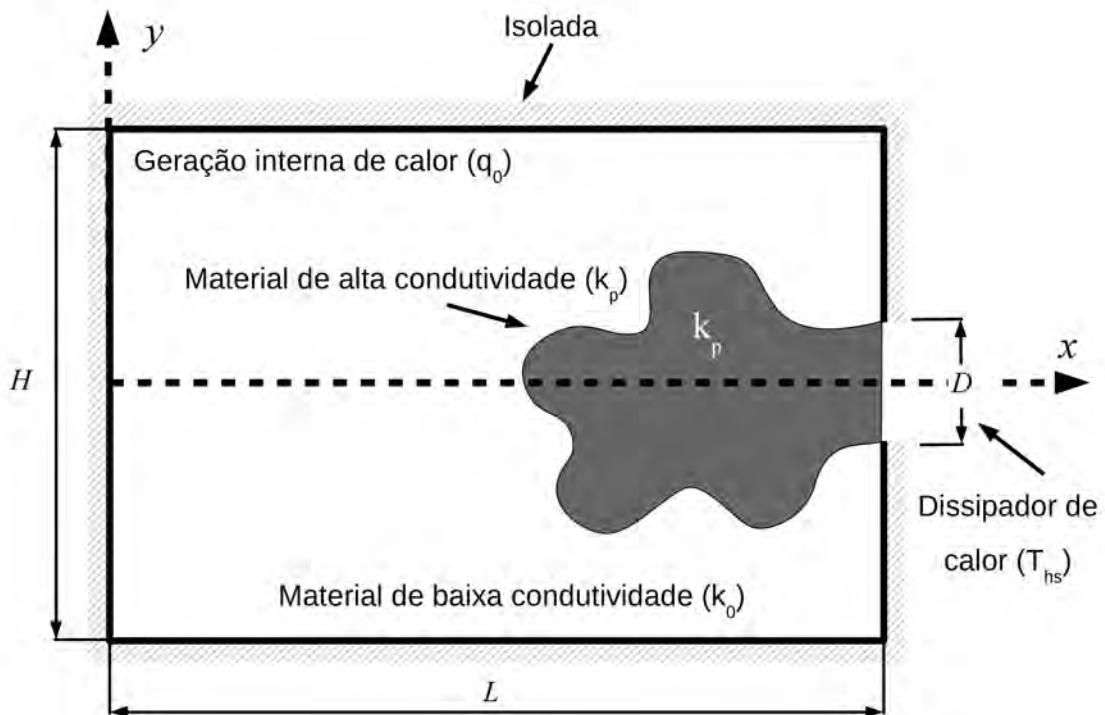


Figura 4.1: Descrição do problema

Na Figura 4.1 H é a altura e L o comprimento da placa, D é a altura do sumidouro de calor. k_p e k_0 representam as condutividades térmicas, alta e baixa, dos materiais com os que a placa é construída. A placa é completamente isolada nas suas faces com exceção da região onde está localizado o dissipador de calor, onde a condição definida é de variável (T_{hs}) prescrita. No

interior da placa aplica-se a geração de calor no material de baixa condutividade. A quantidade do material de alta condutividade que será inserido para cada simulação, será restrito por $\phi = A_p/A$ e a relação entre as condutividades dos materiais será simbolizada como $\beta = k_p/k_0$

As equações que governam o problema estão dadas por:

$$k_0 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_0 \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + q''' = 0 \quad (4.1)$$

ou

$$k_0 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_0 \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{q_0}{(A - A_p)W} = 0 \quad (4.2)$$

para a região com material de baixa condutividade térmica, e

$$k_p \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_p \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (4.3)$$

para a região com material de alta condutividade térmica.

Na Equação 4.1 à 4.3, T é a temperatura $[K]$, x e y são as coordenadas cartesianas $[m]$, q_0 é a taxa de geração de calor $[W]$, q''' é a taxa de geração de calor por unidade de volume $[W/m^3]$, W é a espessura da placa (igual a 1) $[m]$ e os subíndices 0 e p indicam a baixa e alta condutividade respectivamente. Definem-se as seguintes variáveis adimensionais:

$$(\tilde{x}, \tilde{y}) = \frac{(x, y)}{A^{(1/2)}}, \quad \theta = \frac{(T - T_{hs})W}{q_0/k_0}, \quad \phi = \frac{A_p}{A} \quad (4.4)$$

onde A é a área $[m^2]$, ϕ é a relação entre as áreas do material de alta condutividade e área total. O subíndice hs indica o sumidouro de calor.

Com o auxílio da regra da cadeia,

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q_0}{Wk_0} + T_{hs} \right) = \frac{q_0}{Wk_0} \frac{\partial \theta}{\partial \tilde{x}} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} = \frac{q_0}{Wk_0} \frac{\partial \theta}{\partial \tilde{x}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x}{A^{1/2}} \right) \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{q_0}{Wk_0 A^{1/2}} \frac{\partial \theta}{\partial \tilde{x}} \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{q_0}{Wk_0 A^{1/2}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{x}} \right) = \frac{q_0}{Wk_0 A^{1/2}} \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right) = \frac{q_0}{Wk_0 A^{1/2}} \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{x}} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} \right) \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{q_0}{Wk_0A^{1/2}} \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left[\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{x}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x}{A^{1/2}} \right) \right] \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{q_0}{Wk_0A} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} \quad (4.9)$$

Uma equação similar pode ser escrita para a derivada de y tal como:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{q_0}{Wk_0A} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} \quad (4.10)$$

Combinando as Eq. 4.2, 4.9 e 4.10, obtém-se:

$$\frac{q_0}{Wk_0A} \left[k_0 \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} + k_0 \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} \right] + \frac{q_0}{(A - A_p)W} = 0 \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} + \frac{A}{q_0} \frac{q_0}{A - A_p} = 0 \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} + \frac{1}{1 - \phi} = 0 \quad (4.13)$$

Como anteriormente exposto, a análise que permite calcular a resistência térmica adimensional em função da geometria consiste em resolver numericamente a Eq. (4.13) ao longo da região de baixa condutividade e a Eq. (4.14) ao longo da região de alta condutividade:

$$\frac{k_p}{k_0} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{k_p}{k_0} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} = 0 \quad (4.14)$$

A resistência térmica adimensional é definida por:

$$\theta_{max} = \frac{(T_{max} - T_{hs})W}{q_0/k_0} \quad (4.15)$$

O problema de condução abordado precisa das seguintes condições de contorno:

- Condição de contorno de Dirichlet ou de 1ª espécie – temperatura da superfície constante:

$$T_{hs} = 0 \quad (4.16)$$

- Condição de contorno de Neumann ou de 2^a espécie – fluxo térmico constante na superfície (sendo um caso particular quando a superfície é adiabática ou isolada como no problema atual onde q'' é considerado igual a 0):

$$-k \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=l} = q'' = 0 \quad (4.17)$$

Assim, definindo a superfície externa do domínio como adiabática, a condição de contorno será dada pelas equações:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{x}} = 0 \quad em \quad \tilde{x} = 0 \quad e \quad -\tilde{H}/2 \leq \tilde{y} \leq \tilde{H}/2 \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{y}} = 0 \quad em \quad \tilde{y} = \tilde{H}/2 \quad ou \quad \tilde{y} = -\tilde{H}/2 \quad e \quad 0 \leq \tilde{x} \leq \tilde{L} \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{x}} = 0 \quad em \quad \tilde{x} = \tilde{L} \quad e \quad -\tilde{H}/2 \leq \tilde{y} \leq -D/2 \quad ou \quad D/2 \leq \tilde{y} \leq \tilde{H}/2 \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{x}} = 0 \quad em \quad \tilde{x} = \tilde{L} \quad e \quad -D/2 \leq \tilde{y} \leq D/2 \quad (4.21)$$

Para a estruturação do AG que será utilizado neste trabalho, os seguintes critérios baseados nas etapas e/ou estruturas básicas de um AG são definidos:

- Codificação: Cada indivíduo da população estará representado por dois cromossomos cada um deles sendo um número decimal (que está inteiramente relacionado com a posição x e y dele como elemento da placa);
- Inicialização da população: A inicialização da população será feita de maneira aleatória;
- Função objetivo: Trata-se de um problema de minimização, assim, a função objetivo é a de minimizar a temperatura máxima que ocorre no domínio computacional;
- Parâmetros genéticos:

Tamanho da população: o tamanho da população depende diretamente da restrição global do problema representada por $\phi = A_p/A$, que expressa a relação entre a área

ocupada pelos material de alta condutividade e a área total da placa. Assim tendo definido a percentagem de elementos de alta condutividade disponibilizados para a construção da placa, tem-se também o tamanho da população;

Taxa de cruzamento (r_{cr}): a taxa de cruzamento é uns dos parâmetros genéticos para os quais é feito um estudo da influência do mesmo nas soluções achadas. Para isso, adotando as sugestões de Goldberg, Deb e Korb (1989), serão admitidas taxas de cruzamento entre 0,4 e 0,95;

Taxa de mutação (r_{mu}): neste trabalho serão testadas taxas de mutação entre 0,1 e 0,3 levando em consideração duas sugestões: Rezende (2003) sugerem estudar taxas de mutação entre 0,001 e 0,1 e Beasley e Chu (1996) sugere usar como máximo uma taxa de $1/n$ onde n é o numero de cromossomos;

Elitismo (r_{el}): a quantidade de indivíduos com melhor função de avaliação que serão escolhidos para compor será variado entre 0,1 e 0,9 até achar uma taxa que melhor se adapte a este problema;

Critério de parada: o critério que será aplicado é o de um número específico de gerações entre 10 e 300;

- Seleção: neste trabalho será usado o método da roleta simples;
- Cruzamento: será aplicado um cruzamento de um ponto;
- Mutação: o operador de mutação uniforme é o escolhido;

Do ponto de vista da Teoria Construtal são consideradas restrições globais do problema as seguintes equações:

$$\tilde{L} \times \tilde{H} = 1 \quad \text{e} \quad \tilde{H}/\tilde{L} = 1 \quad (4.22)$$

onde L e H representam as dimensões da placa,

$$\phi = A_p/A \quad (4.23)$$

a fração da área que ocupa o material de alta condutividade,

$$\beta = k_p/k_0 \quad (4.24)$$

é utilizado para expressar a relação entre as condutividades dos materiais e

$$q_0 \tag{4.25}$$

representa a geração de calor aplicado ao material de baixa condutividade.

4.1 METODOLOGIA

Nesta seção são apresentadas as duas metodologias que são usadas neste trabalho. A primeira combina Algoritmos Genéticos e restrições definidas usando Teoria Construtal. A segunda surge ao combinar Algoritmos Genéticos e a ideia de evolução estudada e defendida pela Teoria Construtal. Para a implementação é usada linguagem C/C++.

Considera-se importante ressaltar que neste trabalho, a inicialização das geometrias para os caminhos condutivos é feita de forma aleatória, isto é, não é imposta uma estrutura para esses caminhos, portanto, o grau de liberdade para definir a geometria, depende estritamente da quantidade de elementos de alta condutividade que estão sendo distribuídos.

Na **primeira etapa** de qualquer uma das metodologias aplicadas neste trabalho, deve-se definir a função objetivo, se estabelecer as dimensões da placa e as condições de contorno, dividir o domínio computacional em pequenos elementos, além de determinar as restrições do problema, isto é, a relação entre as condutividades k_p/k_0 representada por β e a relação entre as áreas A_p/A representada por ϕ , a qual limita a quantidade de elementos de alta condutividade que são disponibilizados para a construção do caminho condutivo. Também é necessário, para a aplicação de AG, definir os parâmetros genéticos e os tipos de operadores genéticos que são: o tamanho da população, a taxa e o tipo de cruzamento, a taxa e o tipo de mutação e definir um critério de parada.

Nas seguintes seções são apresentadas as demais etapas de cada uma das metodologias propostas.

4.1.1 Teoria Construtal e Algoritmos Genéticos

A descrição desta metodologia será feita por etapas e cada etapa pode conter vários passos para serem desenvolvidas. Assim, tendo descrito anteriormente a primeira etapa no início da seção, procede-se a explicar as demais etapas.

Na **segunda etapa**, todo o material disponibilizado de alta condutividade é distribuído de maneira aleatória.

Na **terceira etapa**, é usada a informação sobre a condutividade de cada elemento da malha para realizar o cálculo do campo de temperaturas aplicando o MVF.

Após o cálculo do campo de temperaturas para a primeira geometria que é gerada de forma aleatória, são criados dois arquivos de texto que armazenam a informação correspondente ao maior gradiente de temperatura ($\max(dT/dx, dT/dy)$) de cada elemento de alta condutividade e a temperatura de cada um deles respectivamente.

Na **quarta etapa** inicia-se a aplicação dos AG. Para aplicar os AG deve-se seguir os passos apresentados na Fig. 3.6 da seção 3.4. Assim, os passos a seguir nesta quarta etapa da metodologia são:

- a. definição da função objetivo e dos parâmetros genéticos (dados que já foram especificados na primeira etapa desta metodologia).
- b. Este passo consiste em Inicializar a População, isto é, gerar todos os indivíduos que farão parte da população inicial a partir da qual será criada uma nova geração correspondente a uma nova solução para o problema. Aqui, os indivíduos da população correspondem exatamente aos elementos de alta condutividade gerados na terceira etapa da metodologia. Cada indivíduo da população possui dois cromossomos correspondentes às coordenadas x e y da posição do elemento dentro da malha e tem uma codificação de número real;
- c. neste passo cada indivíduo da população é associado a um valor chamado de Aptidão que fornece a ferramenta para medir a capacidade de cada indivíduo de se adaptar ao ambiente conforme a função objetivo. Esta fase é chamada de Avaliação. Lembrando que o objetivo é a minimização da temperatura máxima que ocorre na placa, a minimização da temperatura corresponde à função objetivo. O critério para avaliar o grau de adaptabilidade de cada um dos elementos é o gradiente de temperatura que foi obtido depois de ter feito o cálculo do campo de temperaturas na terceira etapa da metodologia utilizando MVF, isto baseado na observação que a temperatura média de um volume é mais baixa quando a distribuição do gradiente de temperaturas é mais uniforme (XU; LIANG; REN, 2007; SOUZA; ORDONEZ, 2013);

- d. a seguir, é aplicada a Seleção, na qual os indivíduos com maior gradiente de temperatura são eleitos como os mais aptos para a reprodução;
- e. neste passo ocorre o processo de reprodução no que são aplicados operadores genéticos de cruzamento e mutação, inspirados nos mecanismos naturais da genética, sendo estes novos indivíduos da (recentemente encontrada) solução final para o problema, com a construção da geometria para um caminho condutivo;

Depois de ter aplicado a técnica de Algoritmos Genéticos, chega por fim a **quinta etapa** da aplicação da metodologia na qual é feita a verificação se o critério de parada definido anteriormente foi atingido. Caso contrário, deve-se retornar até a **terceira etapa** sucessivamente, até atingir o critério de parada, obtendo-se assim uma solução para o problema.

Na Figura 4.2 pode ser observada a metodologia em forma de fluxograma.

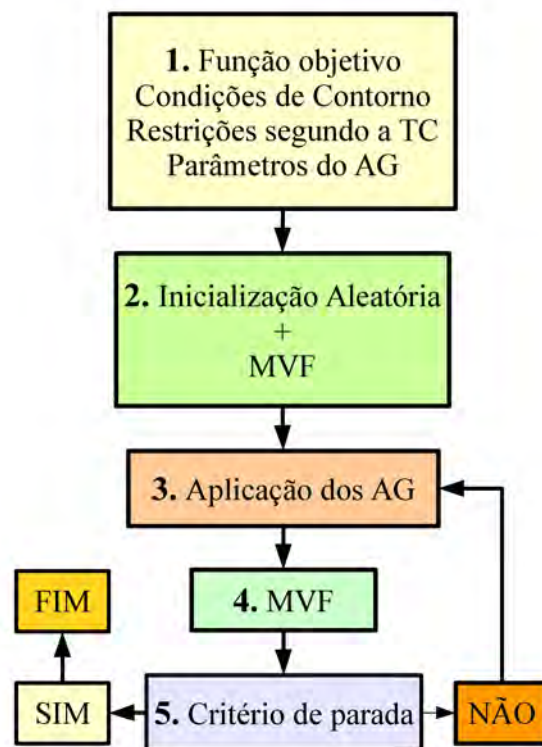


Figura 4.2: Fluxograma da metodologia de Teoria Construtal e Algoritmos Genéticos

4.1.2 Teoria Construtal e Algoritmos Genéticos de forma Evolutiva

Esta metodologia tem como base a metodologia anteriormente proposta, mas desta vez o material disponibilizado não é distribuído todo de uma vez. Neste caso, combina-se a técnica

de AG com a ideia de geração e evolução das estruturas dos sistemas da natureza estudada pela Teoria Construtal. Nesta metodologia propõe-se distribuir a quantidade de material disponibilizado (que é restrito por ϕ) de uma maneira incremental, escolhendo um número fixo de estágios para a evolução dado por n . Em outras palavras, aplica-se a metodologia da seção 4.1.1 restringindo a quantidade de elementos inseridos de forma aleatória na primeira geração do AG por ϕ/n encontrando uma solução para essa primeira porção de material, sendo este o primeiro estágio da evolução. Logo após fixa-se cada posição ocupada pelo material de alta condutividade dessa solução e se parte para o segundo estágio da evolução da configuração distribuindo novamente uma quantidade de material restrita por ϕ/n de forma aleatória, tendo em conta que as posições fixas não podem ser ocupadas e por tanto não fazem parte do espaço de busca do Algoritmo Genético. Desta maneira, o espaço de busca está sendo alterado sempre que um estágio da evolução for finalizado. O processo tem que se repetir n vezes, isto é, n estágios da evolução, obtendo-se ao final uma configuração para o material total disponibilizado.

Esta metodologia apresenta-se resumida no fluxograma da Fig. 4.3.

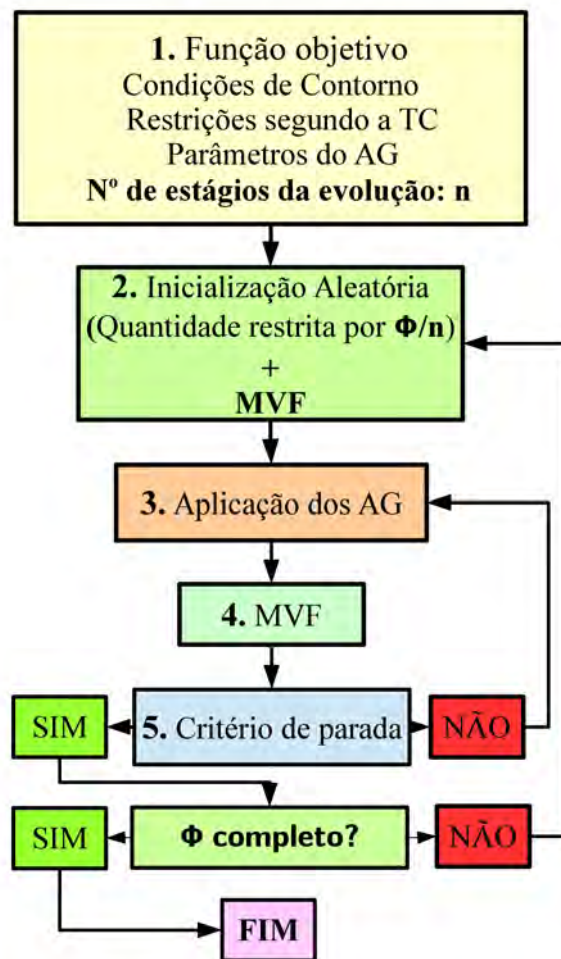


Figura 4.3: Fluxograma da metodologia de Teoria Construtal e Algoritmos Genéticos de forma evolutiva

5 RESULTADOS E ANÁLISE

No decorrer deste capítulo serão apresentados os resultados obtidos depois de implementar e aplicar as metodologias propostas neste trabalho além de serem discutidos à medida que são expostas. Os resultados correspondem às geometrias que foram construídas para os caminhos de alta condutividade inseridos dentro de uma placa bidimensional de área $A = 1$ (onde $H/L = 1$) com taxa de geração de calor uniforme q_0 e altura do sumidouro de calor $D = 0, 1$, sendo a minimização do θ_{max} a função objetivo. Os resultados dependem da quantidade de elementos da malha, da altura do sumidouro de calor D , de ϕ e β , mas não dependem de L , H , k_0 , q_0 nem T_{hs} . Na primeira seção são apresentados vários testes usando a metodologia de Teoria Construtal e Algoritmos Genéticos proposta na seção 4.1.1, com o objetivo de escolher os parâmetros genéticos que são utilizados no resto do trabalho. Nas seguintes seções são aplicadas as metodologias propostas com os parâmetros escolhidos, com a finalidade de achar geometrias para placas quadradas que são construídas com diferentes quantidades de material de alta condutividade, isto é, para diferentes cenários. Na última seção deste capítulo, é feita uma comparação dos resultados obtidos com as duas abordagens anteriores e diferentes trabalhos encontrados na literatura.

5.1 PARÂMETROS GENÉTICOS

Em vista de que a quantidade de parâmetros genéticos que é possível usar é ampla, o objetivo durante a primeira etapa das simulações foi fazer uma escolha dos mais convenientes para usar durante o restante do trabalho. Isto quer dizer, escolher a taxa de cruzamento (r_{cr}), de mutação (r_{mu}) e elitismo (r_{el}) a serem aplicadas, assim como a quantidade de iterações usadas para definir como critério de parada. Desta maneira, foi feita a análise do comportamento do θ_{max} dependente desses parâmetros. Para determinar numericamente esse valor, isto é, resolver numericamente a Eq. (4.15) são resolvidas as Eq. (4.13) e (4.14) usando o método de Volumes Finitos para cada geração do AG, já que cada geração corresponde a configurações diferentes para o material de alta condutividade dentro da placa.

A Figura 5.1 mostra o processo de construção de um caminho de alta condutividade usando $\phi = 0,09$ e $\beta = 5$. A figura exemplifica o processo de busca pelas melhores posições,

para o material de condutividade alta, usando a primeira metodologia proposta. Na Figura 5.1, a placa aparece dividida em 10000 pequenos elementos que podem ser de cor cinza ou preto. Cada elemento cinza na discretização representa o material de baixa condutividade e cada um dos elementos pretos representa o material de alta condutividade. Estes últimos são também os indivíduos da população do Algoritmo Genético a partir da qual será criada uma nova solução para o problema depois de aplicar os operadores genéticos de seleção, cruzamento, mutação e elitismo. Dessa maneira, toda solução (geração) obtém-se a partir da aplicação dos Algoritmos Genéticos sobre a configuração da iteração anterior, com exceção da primeira solução que é construída de forma aleatória.

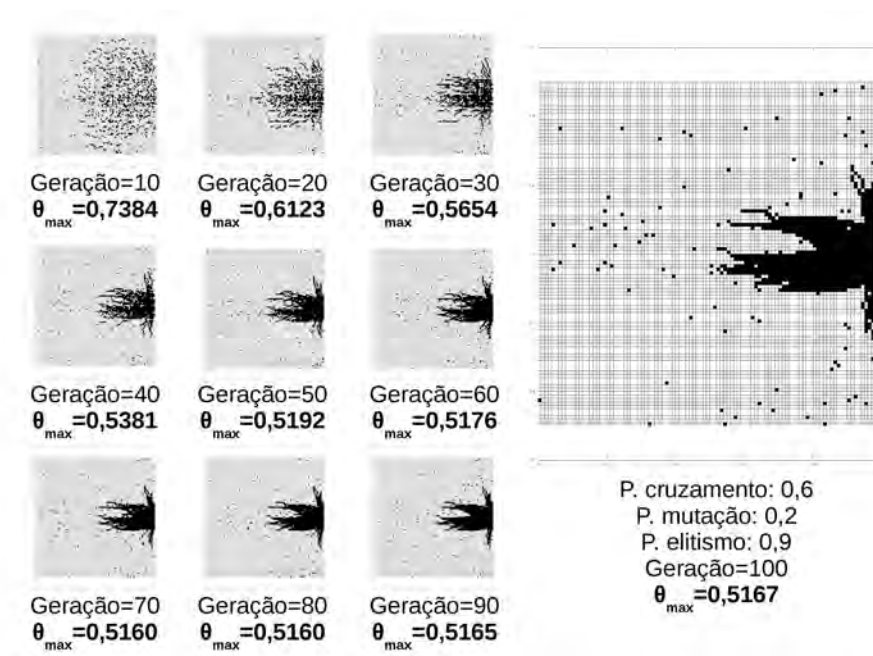


Figura 5.1: Processo de construção de um caminho condutivo

Continuando com o objetivo desta seção, na primeira parte foi feita uma análise geral do comportamento do Algoritmo Genético e do código desenvolvido para a execução da metodologia. Para começar foi usada uma placa onde $\phi = 0,09$ e $\beta = 5$. Os parâmetros usados foram:

- r_{cr} : 0, 6, 0, 7, 0, 8 e 0, 9
- r_{mu} : 0, 1, 0, 2 e 0, 3
- r_{el} : 0, 5, 0, 6, 0, 7, 0, 8 e 0, 9

As simulações foram feitas para todas as possíveis combinações dos parâmetros anteriores e os resultados do θ_{max} para cada caso são apresentados na Tab. 5.1. O gráfico da Fig. 5.2 permite analisar como a Taxa de Mutação influencia no valor da temperatura máxima adimensional. Este mostra o menor θ_{max} que se apresentou para cada uma das Taxas de Cruzamento dependente da Taxa de Mutação, mas não é tida em conta a Taxa de Elitismo na que esse valor mínimo foi alcançado. Os valores usados no gráfico são destacados na Tab. 5.1 com cores, na que os menores θ_{max} para cada caso da taxa de cruzamento são ressaltados com cor vermelha. É claro que a menor temperatura máxima para as quatro taxas de cruzamento apresentou-se quando usou-se Taxa de Mutação 0, 2. Tendo em conta essa informação, o gráfico da Fig. 5.3 permite ver a influência da Taxa de elitismo sobre os resultados obtidos com Taxa de Mutação 0, 2 sendo evidente que os melhores casos de θ_{max} ocorreram para Taxas de Elitismo de 0, 8 e 0, 9.

É importante deixar claro neste ponto do trabalho, que dada uma placa e escolhidos os parâmetros genéticos a utilizar, existem inúmeras soluções diferentes, isto ocorre porque a população inicial para a aplicação do AG é escolhida de maneira aleatória entre todos os elementos (indivíduos) da placa. Assim, mesmo sendo usadas condições idênticas às resumidas nos gráficos das Fig. 5.2 e 5.3, os valores da temperatura máxima adimensional (θ_{max}), assim como as geometrias formadas pelo material de alta condutividade dentro da placa, sofrem varia-

Tabela 5.1: Influência dos parâmetros genéticos no comportamento do θ_{max} ($\phi = 0,09$, $\beta = 5$)

r_{mu}	r_{el}	r_{cr}			
		0, 6	0, 7	0, 8	0, 9
0, 1	0, 5	0, 555078	0, 55353	0, 555059	0, 555564
	0, 6	0, 546117	0, 54446	0, 546348	0, 544811
	0, 7	0, 53971	0, 534499	0, 546602	0, 54115
	0, 8	0, 5266	0, 528864	0, 538164	0, 530879
	0, 9	0, 552122	0, 555096	0, 540175	0, 539173
0, 2	0, 5	0, 550479	0, 555216	0, 554654	0, 555518
	0, 6	0, 542361	0, 543221	0, 548231	0, 546733
	0, 7	0, 536026	0, 532632	0, 543419	0, 535183
	0, 8	0, 527393	0,518745	0,524357	0,523867
	0, 9	0,516817	0, 697196	0, 607669	0, 546136
0, 3	0, 5	0, 55949	0, 557897	0, 560549	0, 560969
	0, 6	0, 545926	0, 547691	0, 546601	0, 549571
	0, 7	0, 573014	0, 535307	0, 53607	0, 539168
	0, 8	0, 622607	0, 536541	0, 528294	0, 581609
	0, 9	0, 590181	0, 631717	0, 564226	0, 538263

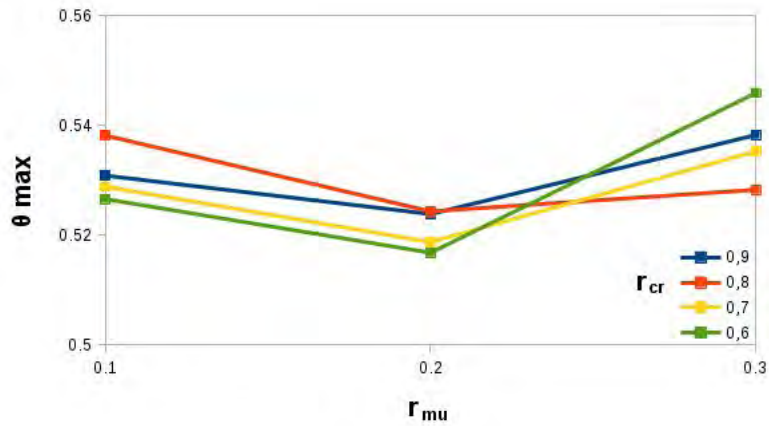


Figura 5.2: θ_{max} dependente da Taxa de Mutação ($\phi = 0,09$, $\beta = 5$, todas as probabilidades de cruzamento)

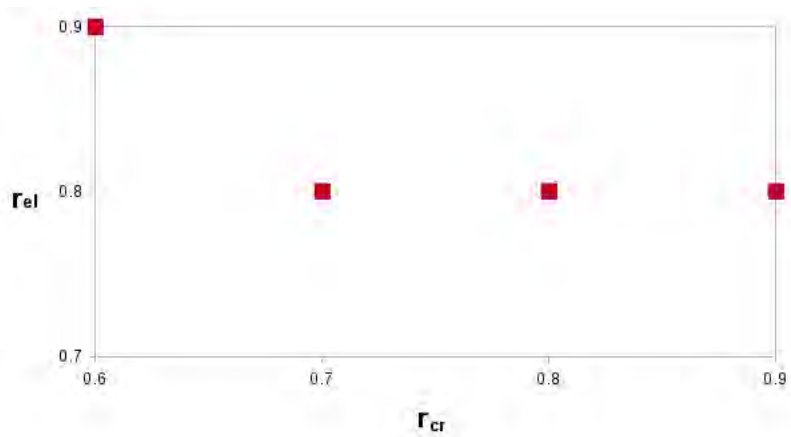


Figura 5.3: θ_{max} dependente da Taxa de Elitismo ($\phi = 0,09$, $\beta = 5$, probabilidade de mutação=0,2)

ções. A partir da informação resumida nos gráficos das Fig. 5.2 e 5.3, nesta segunda etapa foram feitas novas simulações usando uma Taxa de Mutação fixa em 0,2, Taxas de Elitismo de 0,8 e 0,9 e feitas as simulações para cada uma das diferentes Taxas de Cruzamento anteriormente usadas (0,6, 0,7, 0,8 e 0,9). O gráfico da Fig. 5.4 apresenta o valor da temperatura máxima adimensional das diferentes soluções obtidas para cada taxa de cruzamento dependente da taxa de Elitismo, sendo evidente que o melhor resultado obteve-se ao aplicar a Taxa de Elitismo em 0,9 além de que o melhor resultado apresentou-se quando a Taxa de Cruzamento é de 0,9.

Nas mesmas condições anteriores, adiantaram-se simulações variando a relação entre as condutividades dos materiais usando $\beta = 10$, 30 e 300 e o melhor resultado para todos os casos manteve-se nos parâmetros achados para o caso onde $\beta = 5$. Esses resultados aparecem resumidos nos gráficos da Fig. 5.5 (a), (b) e (c) nessa ordem.

Concluiu-se então que o melhor desempenho alcançou-se quando a Taxa de Mutação

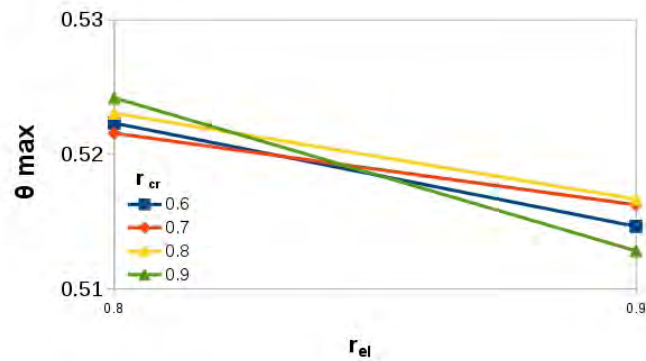


Figura 5.4: Melhores Taxas de Cruzamento e Elitismo (Taxa de mutação= 0,2, $\phi = 0,09$, $\beta = 5$)

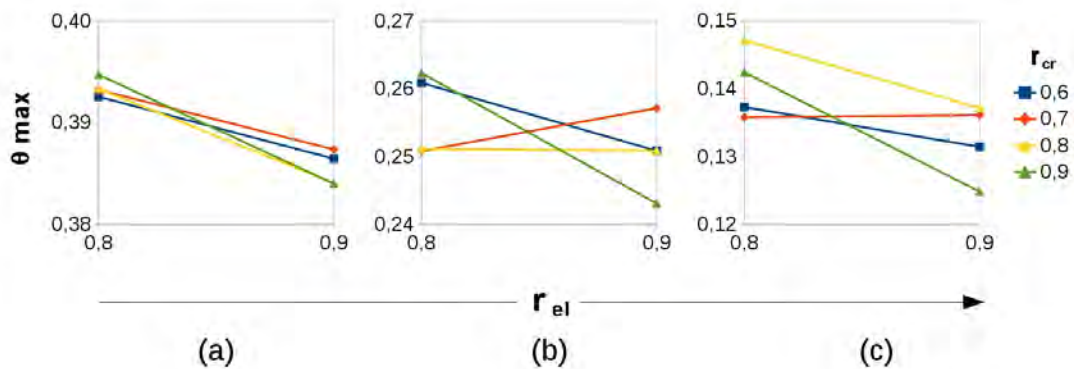


Figura 5.5: Melhores Taxas de Cruzamento e Elitismo (Taxa de mutação= 0,2, $\phi = 0,09$, $\beta = 10, 30$ e 300)

foi 0,2 e quando tanto a Taxa de Cruzamento quanto a Taxa de Elitismo foi 0,9.

Para definir o critério de parada a partir de uma quantidade de gerações fixas, foram feitas simulações usando uma Taxa de Cruzamento de 0,9, uma Taxa de Mutação de 0,2, uma Taxa de Elitismo de 0,9, $\phi = 0,09$ e diferentes relações de condutividade: $\beta = 5, 10$ e 30. A Figura 5.6 permite ver o comportamento do θ_{max} durante 500 gerações do AG.

É possível ver que durante as primeiras 50 gerações, os valores de θ_{max} tendem a ter um comportamento com um decaimento considerável, mas depois das 100 gerações a variação não é representativa e os valores oscilam sem ter uma melhoria relevante. A partir dessa informação, neste trabalho considera-se suficiente estabelecer 300 gerações como critério de parada para todos os casos.

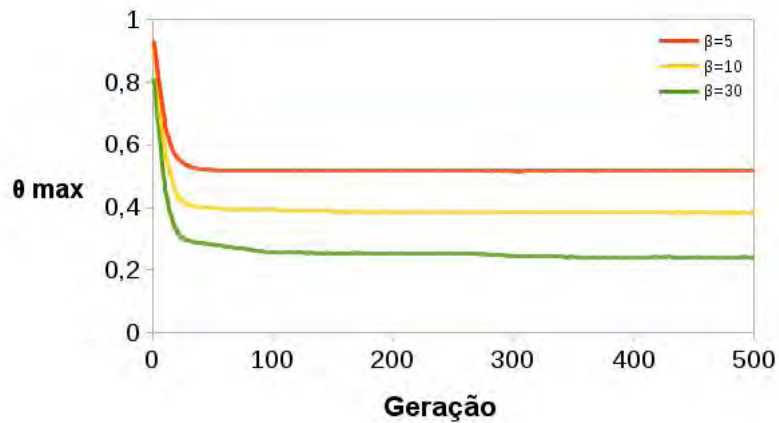


Figura 5.6: Comportamento do θ_{max} ao longo das gerações ($\beta = 5, 10$ e 30)

5.2 MELHORES GEOMETRIAS: ALGORITMOS GENÉTICOS E TEORIA CONSTRUTAL

Nesta seção, os Algoritmos Genéticos junto com a Teoria Construtal foram aplicados para a busca das melhores geometrias para o material de alta condutividade inserido dentro de uma placa quadrada com geração de calor. Para isso, os parâmetros genéticos usados foram:

- Inicialização da população: Aleatória.
- Tipo de cruzamento: Uniforme em um ponto.
- Tipo de mutação: Mutação uniforme.
- r_{cr} : 0,9.
- r_{mu} : 0,2.
- r_{el} : 0,9.
- Critério de parada: 300 gerações.

Neste trabalho, casos diferentes são resolvidos com as abordagens propostas os quais correspondem a placas com $\phi = 0,09, 0,16$, e $0,23$ usando-se relações entre as condutividades de $\beta = 5, 10, 30, 100$ e 300 , totalizando 15 combinações, isto é, 15 cenários diferentes.

Ao trabalhar com AG a partir da inicialização aleatória de população, quando um mesmo caso for simulado diversas vezes, podem se obter diferentes resultados. Considerando

então o fato de que para um mesmo problema os caminhos condutivos podem ter diferentes geometrias e conseqüentemente podem ser obtidos diferentes valores para θ_{max} , cada caso foi simulado 5 vezes, tendo sido necessárias em total 75 simulações, e todos os resultados são apresentados nesta seção. Uma tabela para cada ϕ é apresentada com o valor dos θ_{max} obtidos. Estes são ordenados por colunas a partir da relação β , e de maneira ascendente segundo o θ_{max} . Também é calculada sua média e o desvio padrão das 5 simulações. Para termos de comparações com outros resultados da literatura, serão usados somente os melhores resultados obtidos e apresentados em figuras.

Isto dito, os resultados para cada uma das relações de β definidas quando $\phi = 0,09$, podem ser vistos na Tab. 5.2.

A geometria do melhor resultado obtido de cada caso e os respectivos campos de temperaturas podem ser visualizados na Fig. 5.7.

Tabela 5.2: θ_{max} para os diferentes valores de β usando $\phi = 0,09$

Simulação \ β	5	10	30	100	300
1	0,512826	0,37958	0,235543	0,150533	0,115862
2	0,513643	0,381711	0,23563	0,155908	0,123393
3	0,51409	0,383122	0,243613	0,157608	0,132184
4	0,514694	0,383237	0,246791	0,15992	0,132194
5	0,514769	0,383667	0,24873	0,161146	0,133696
Média	0,514004	0,382263	0,242061	0,157023	0,127466
Desvio Padrão	$8,04 \times 10^{-4}$	$1,67 \times 10^{-3}$	$6,19 \times 10^{-3}$	$4,16 \times 10^{-3}$	$7,66 \times 10^{-3}$

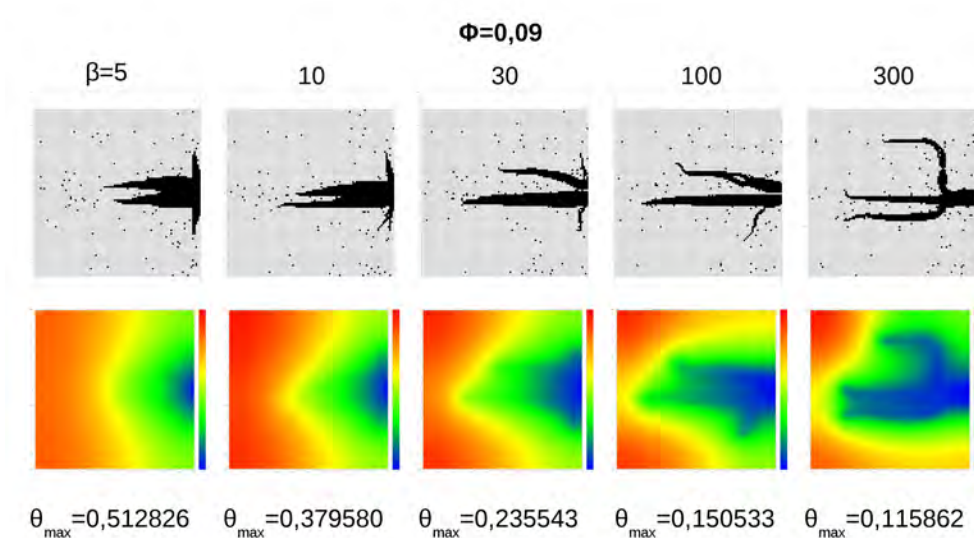


Figura 5.7: Melhores geometrias e campo de temperatura para os diferentes valores de β usando $\phi = 0,09$

De igual forma, na Tab. 5.3 são apresentados os valores de θ_{max} para os diferentes valores de β usando $\phi = 0,16$ e as melhores geometrias correspondentes a cada caso apresentam-se na Fig. 5.8.

Tabela 5.3: θ_{max} para os diferentes valores de β usando $\phi = 0,16$

Simulação \ β	5	10	30	100	300
1	0,452098	0,303396	0,16362	0,080612	0,0632575
2	0,453507	0,304427	0,164917	0,0955453	0,0642458
3	0,453567	0,305927	0,168853	0,0959903	0,0683449
4	0,453724	0,306013	0,169176	0,0968489	0,0691173
5	0,453843	0,307113	0,170627	0,100398	0,0724768
Média	0,453348	0,305375	0,167439	0,093879	0,067488
Desvio Padrão	$7,11 \times 10^{-4}$	$1,46 \times 10^{-3}$	$3,01 \times 10^{-3}$	$7,66 \times 10^{-3}$	$3,76 \times 10^{-3}$

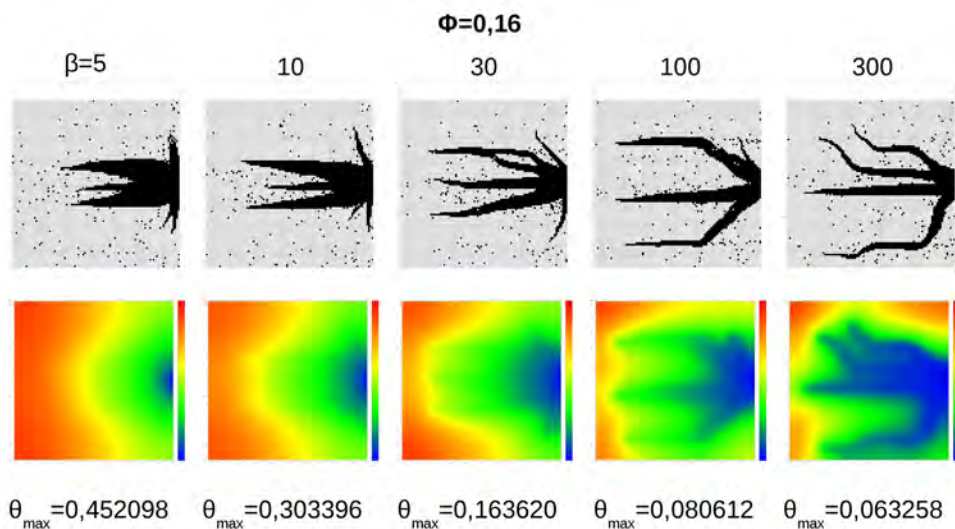


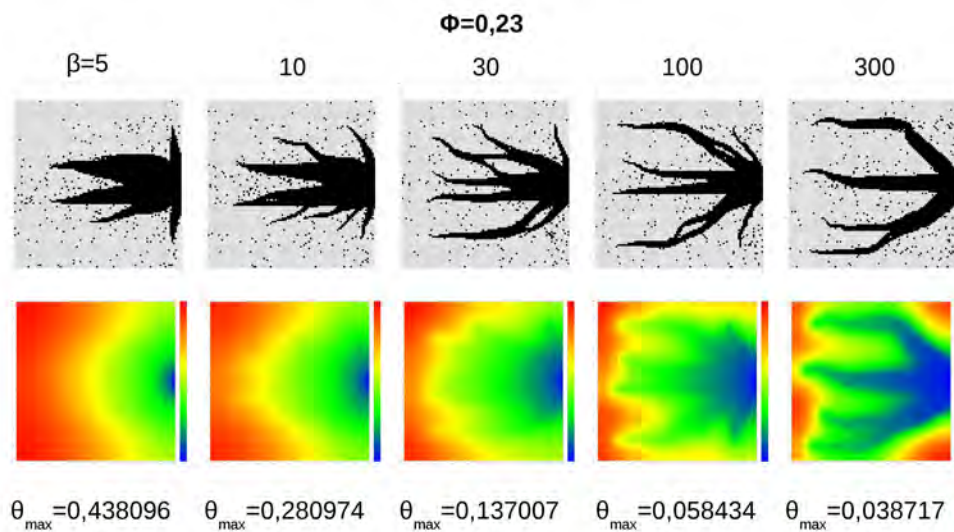
Figura 5.8: Melhores geometrias e campo de temperatura para os diferentes valores de β usando $\phi = 0,16$

Na Tabela 5.4 é possível ver os resultados para os casos dos diferentes β com $\phi = 0,23$. Os caminhos de alta condutividade visualizados na Fig. 5.9, correspondem aos melhores resultados de cada caso.

Focando na análise das diferentes formas obtidas para os caminhos de alta condutividade nos resultados anteriores, é possível ver que para casos com uma relação β baixa, o material de alta condutividade disponibilizado tende a permanecer mais agrupado se acumulando mais perto da localização do dissipador de calor. A medida que a relação β incrementa, a forma desses caminhos começa a ficar mais fina e o material tende a se distribuir de forma a

Tabela 5.4: θ_{max} para os diferentes valores de β usando $\phi = 0,23$

Simulação \ β	5	10	30	100	300
1	0,438096	0,280974	0,137007	0,0584342	0,0387166
2	0,438217	0,28271	0,137192	0,0642333	0,0390186
3	0,43874	0,28306	0,137646	0,067653	0,0390927
4	0,43874	0,283197	0,139099	0,0679848	0,0397435
5	0,438788	0,283283	0,139856	0,0687301	0,0404994
Média	0,438516	0,282645	0,13816	0,065407	0,039414
Desvio Padrão	$3,32 \times 10^{-4}$	$9,59 \times 10^{-4}$	$1,25 \times 10^{-3}$	$4,26 \times 10^{-3}$	$7,13 \times 10^{-4}$

Figura 5.9: Melhores geometrias e campo de temperatura para os diferentes valores de β usando $\phi = 0,23$)

se afastar mais do local onde está localizado o dissipador de calor, assim as formas obtidas dos caminhos tendem a ter maiores ramificações.

Como esperado, quanto mais condutivo foi o material inserido menor foi o valor do θ_{max} . O gráfico da Fig. 5.10 usa a informação da melhor solução obtida para cada caso anterior, mostrando o efeito da razão β sobre a temperatura máxima adimensional para os três valores de ϕ usados. Utilizando a média da diferença (ou erro) relativa porcentual obtido para cada ϕ , obtém-se que quando a razão β aumenta de 5 para 100, a resistência térmica global é menor aproximadamente em 450,41%. Quando a razão β aumenta de 100 para 300, percebe-se que a resistência térmica global fica menor aproximadamente 36,1%.

O efeito da razão de ϕ sobre a temperatura máxima adimensional, para os valores de β definidos, aparece resumido no gráfico da Fig. 5.11. É feito o cálculo do erro relativo porcentual, utilizando o calculado para cada β . O aumento de ϕ de 0,09 para 0,16 leva a uma minimização

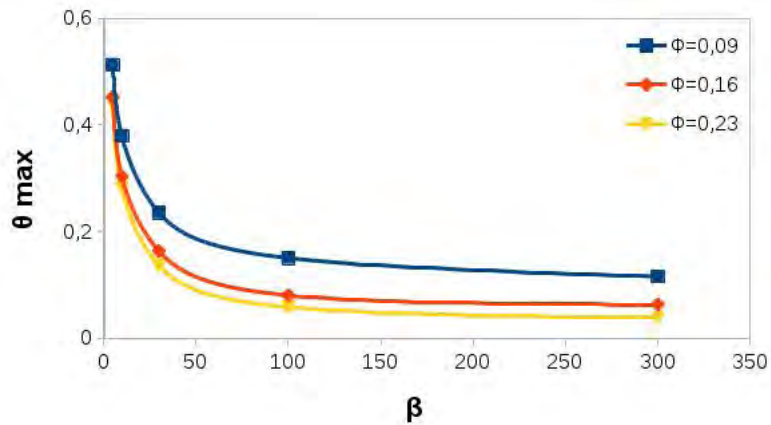


Figura 5.10: Efeito de β sobre a temperatura máxima adimensional

da resistência térmica global de aproximadamente 50,48%, mas quando ϕ aumenta de 0,16 para 0,23 é menor de aproximadamente 26,39%.

A diminuição do θ_{max} não foi proporcional ao aumento de ϕ (ou do β), deixando visível que o aumento da quantidade de material (ou da razão entre as condutividades), com essas condições, pode não levar a melhorias consideráveis no desempenho térmico em relação aos resultados obtidos com menor ϕ (ou β).

Percebeu-se também, ao observar o gráfico da Fig. 5.10, que a resistência térmica quando $\phi = 0,16$ e $\beta = 30$, foi muito próxima à obtida quando usou-se $\phi = 0,09$ e $\beta = 100$, tendo-se um desvio padrão não maior do que $9,3 \times 10^{-3}$.

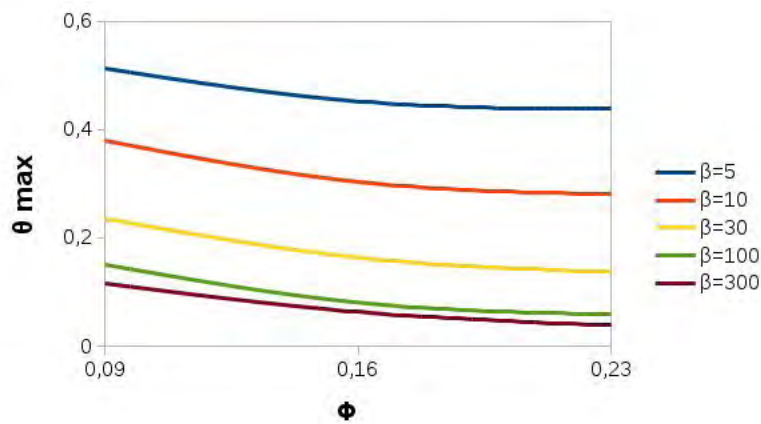


Figura 5.11: Efeito de ϕ sobre a temperatura máxima adimensional

5.3 MELHORES GEOMETRIAS : ALGORITMOS GENÉTICOS E TEORIA CONSTRUTAL DE FORMA INCREMENTAL

Nesta seção apresentam-se os resultados obtidos ao aplicar a metodologia proposta onde os Algoritmos Genéticos e a Teoria Construtal combinam-se com a ideia de evolução das formas da natureza. Desta maneira, os caminhos de alta condutividade são construídos de forma evolutiva, distribuindo pouco a pouco o material disponibilizado para a construção da placa.

Os parâmetros genéticos usados foram mantidos idênticos aos da seção anterior, isto é, inicialização aleatória, cruzamento uniforme em um ponto com uma taxa de 0,9, mutação uniforme com uma taxa de 0,2, taxa de elitismo de 0,9 e o critério de parada de 300 gerações. Além destes parâmetros, definiu-se n que representa a quantidade de estágios da evolução do processo de construção do caminho de alta condutividade. Para todos os casos foi usado $n = 10$.

Os resultados apresentados nesta seção correspondem aos 15 cenários escolhidos na seção anterior, isto é, placas com características limitadas pelos parâmetros variáveis $\phi = 0,09, 0,16, \text{ e } 0,23$ e $\beta = 5, 10, 30, 100 \text{ e } 300$. Cada caso foi simulado 5 vezes e todos os resultados são apresentados em tabelas. Somente para o melhor dos resultados é apresentada sua evolução como sequência de figuras para conhecer a transformação das configurações a cada vez que uma nova quantidade de material é inserido, o que auxilia na análise, estudo da forma geométrica obtida e a comparação com outros resultados.

Primeiramente são apresentados os resultados quando $\phi = 0,09$. A quantidade de material que é disponibilizado para ser inserido em cada estágio da evolução é variável. Por tanto, o ϕ logo após ter finalizado cada evolução, evidencia-se embaixo da imagem correspondente.

A Tabela 5.5 apresenta o valor do θ_{max} das simulações feitas usando $\phi = 0,09$ e diferentes relações de β , lembrando que cada cenário foi simulado 5 vezes. Os dados coletados são ordenados por coluna para cada relação β e de forma ascendente segundo o valor de θ_{max} .

A Figura 5.12 permite acompanhar a evolução e o processo de construção do caminho de alta condutividade que apresentou a menor temperatura máxima usando $\beta = 5$.

Cada imagem corresponde ao aspecto do caminho condutivo ao final do estágio da evolução citado, lembrando que o material disponibilizado para ser distribuído em cada processo evolutivo não tem permitido ocupar a posição do material que tenha sido distribuído nos

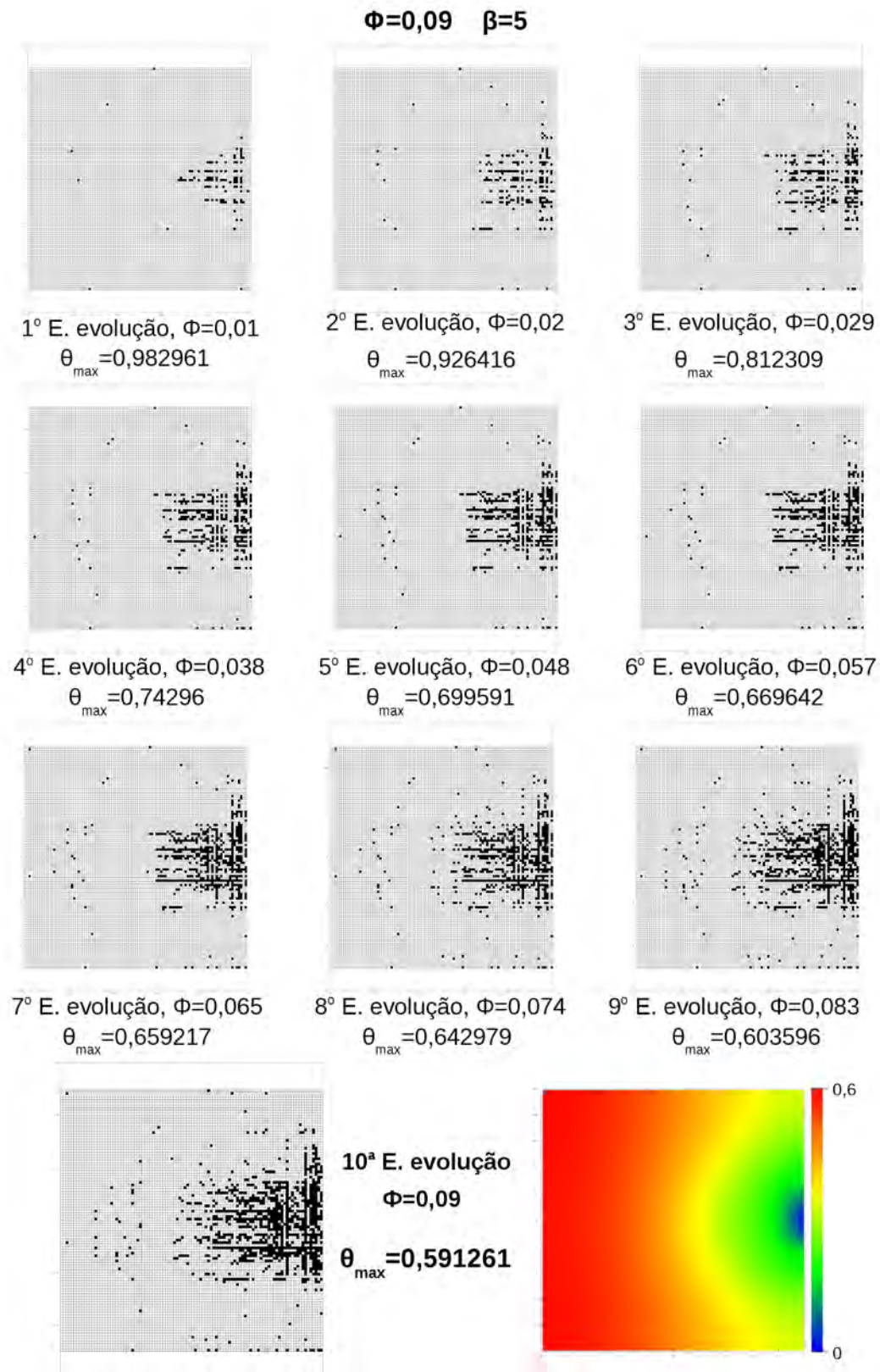


Figura 5.12: Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,09$ e $\beta = 5$

Tabela 5.5: θ_{max} para diferentes valores de β usando $\phi = 0,09$

Simulação \ β	5	10	30	100	300
1	0,591261	0,4492	0,319938	0,255396	0,196968
2	0,599895	0,47917	0,334905	0,256263	0,202871
3	0,625139	0,493854	0,364358	0,27377	0,213034
4	0,642585	0,506318	0,420305	0,300312	0,213788
5	0,653849	0,538814	0,43901	0,351331	0,275509
Média	0,622546	0,493471	0,375703	0,287414	0,220434
Desvio Padrão	$2,68 \times 10^{-2}$	$3,31 \times 10^{-2}$	$5,22 \times 10^{-2}$	$4,01 \times 10^{-2}$	$3,16 \times 10^{-2}$

Tabela 5.6: θ_{max} para diferentes valores de β usando $\phi = 0,16$

Simulação \ β	5	10	30	100	300
1	0,462876	0,314148	0,184324	0,0911606	0,050609
2	0,464006	0,322664	0,18438	0,0996813	0,0563636
3	0,467018	0,323737	0,185752	0,100489	0,0584522
4	0,472553	0,324003	0,189676	0,109796	0,0634213
5	0,490922	0,328882	0,19172	0,125348	0,0656509
Média	0,471475	0,322687	0,18717	0,105295	0,058899
Desvio Padrão	$1,15 \times 10^{-2}$	$5,34 \times 10^{-3}$	$3,35 \times 10^{-3}$	$1,3 \times 10^{-2}$	$5,95 \times 10^{-3}$

estágios da evolução precedentes. O número embaixo de cada imagem equivale ao estágio da evolução processado, à temperatura máxima adimensional de tal configuração e o valor ϕ da placa correspondente.

As construções dos caminhos condutivos para os diferentes casos simulados nesta seção são apresentados seguindo o padrão anterior. Assim, a seguir apresentam-se figuras com o melhor dos 5 testes expostos na Tab. 5.5 para os demais valores de β . Estes podem ser vistos na Fig. 5.13 para $\beta = 10$, na Fig. 5.14 para $\beta = 30$, na Fig. 5.15 para $\beta = 100$ e na Fig. 5.16 para $\beta = 300$.

Para o caso em que $\phi = 0,16$, depois de terem sido realizadas as 5 simulações de cada caso, obtiveram-se os valores de θ_{max} apresentados na Tab. 5.6.

As Figuras 5.17, 5.18, 5.19, 5.20 e 5.21 apresentam os resultados das melhores geometrias obtidas para as diferentes relações de β quando $\phi = 0,16$. As imagens correspondem aos menores valores de θ_{max} que são destacados na primeira linha da Tab. 5.6.

Continuando agora as simulações para caso em que $\phi = 0,23$, os resultados obtidos depois dos 5 testes feitos para cada caso usando diferentes β são apresentados na Tab. 5.7. Apresentam-se assim os valores dos θ_{max} ordenados de forma ascendente por coluna para cada

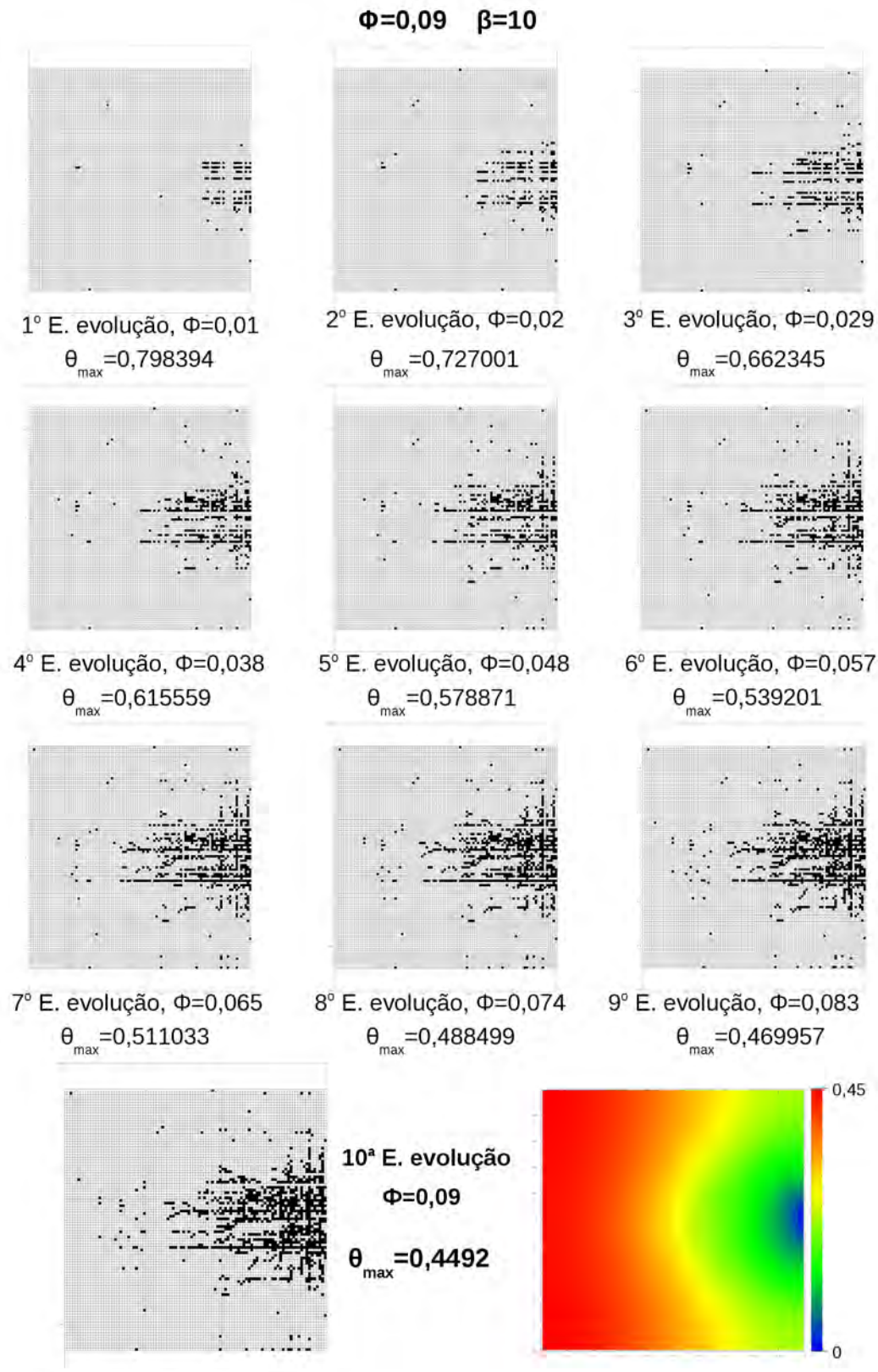


Figura 5.13: Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,09$ e $\beta = 10$

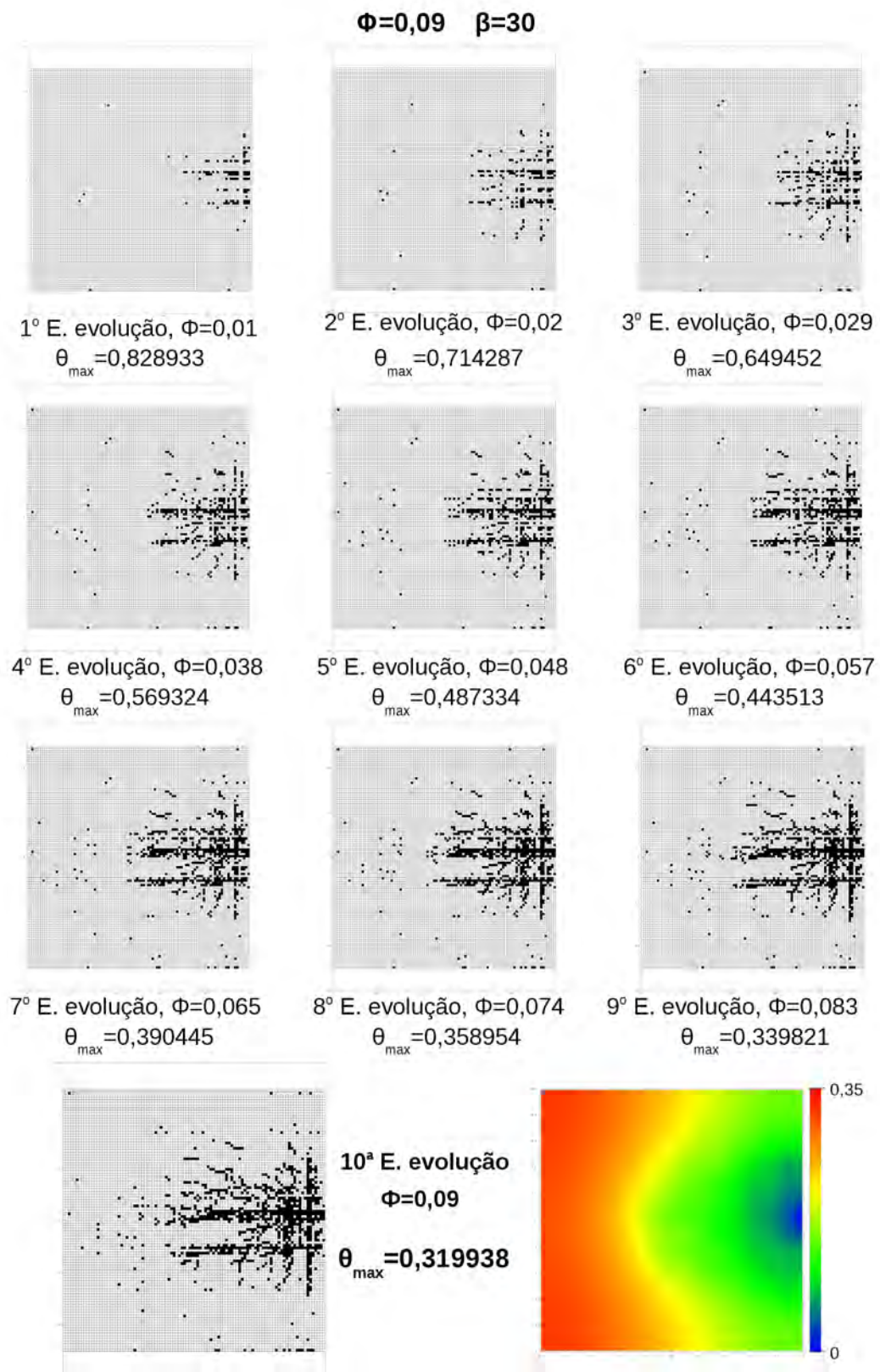


Figura 5.14: Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,09$ e $\beta = 30$

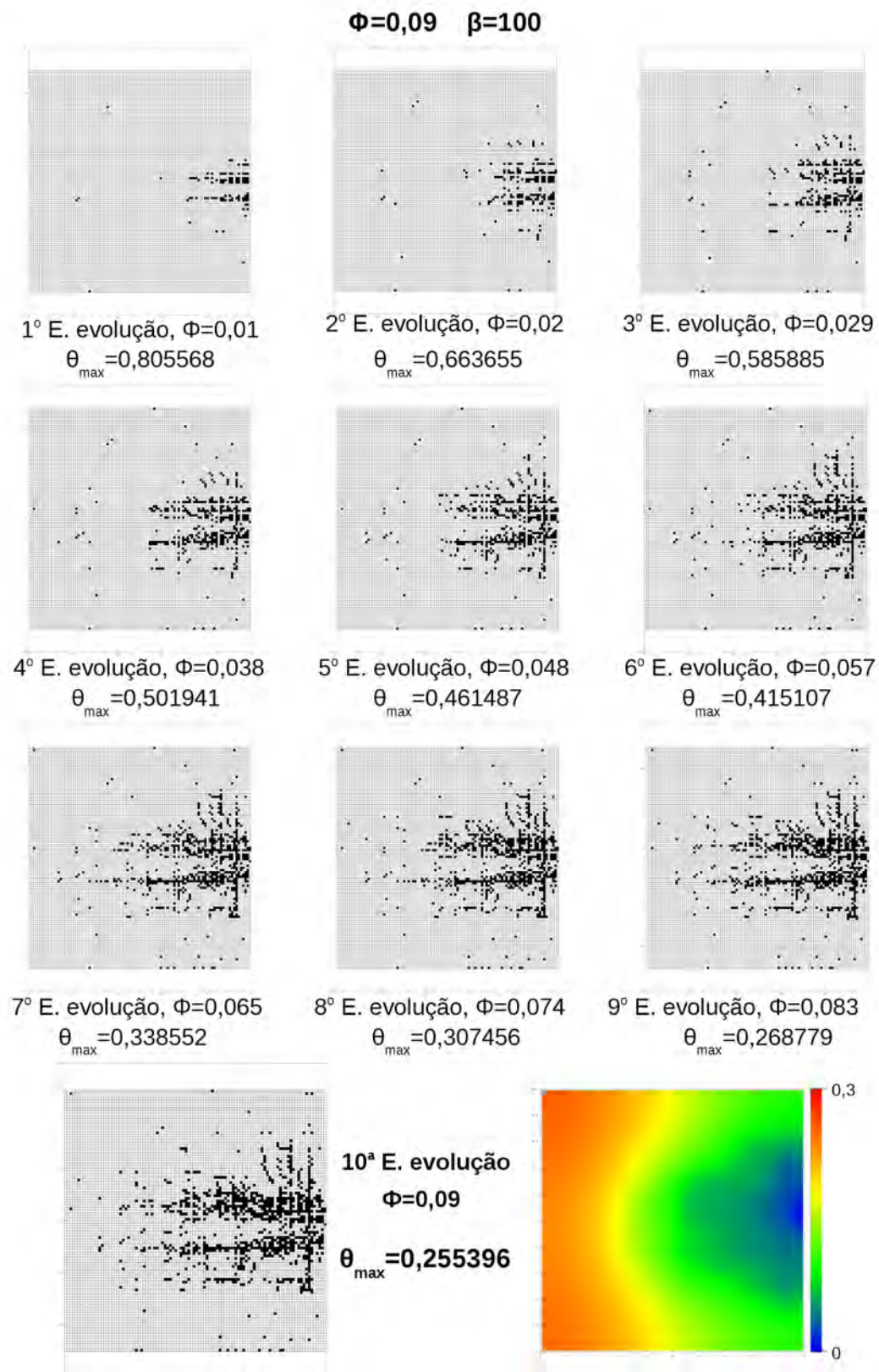


Figura 5.15: Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,09$ e $\beta = 100$

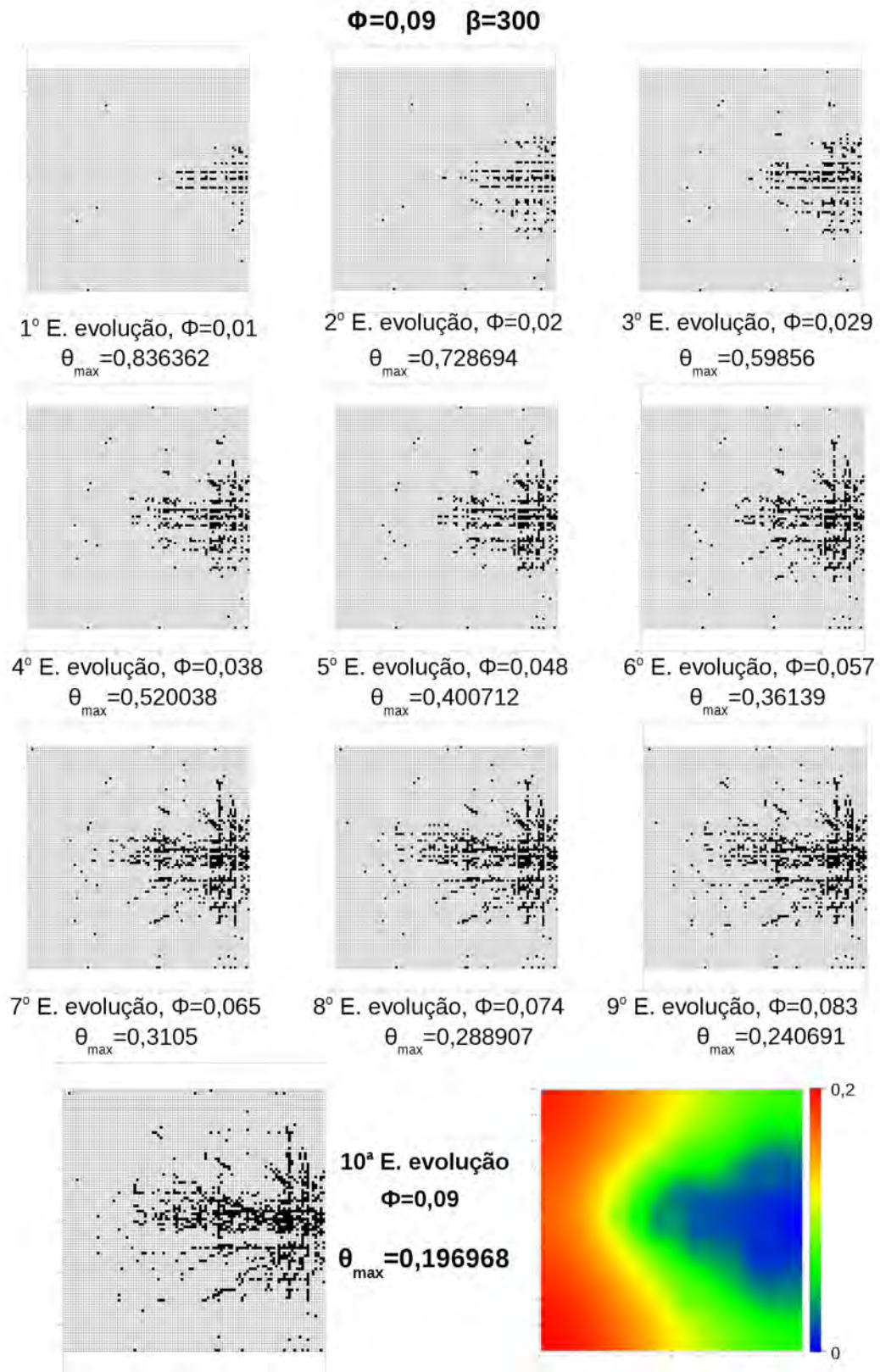


Figura 5.16: Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,09$ e $\beta = 300$

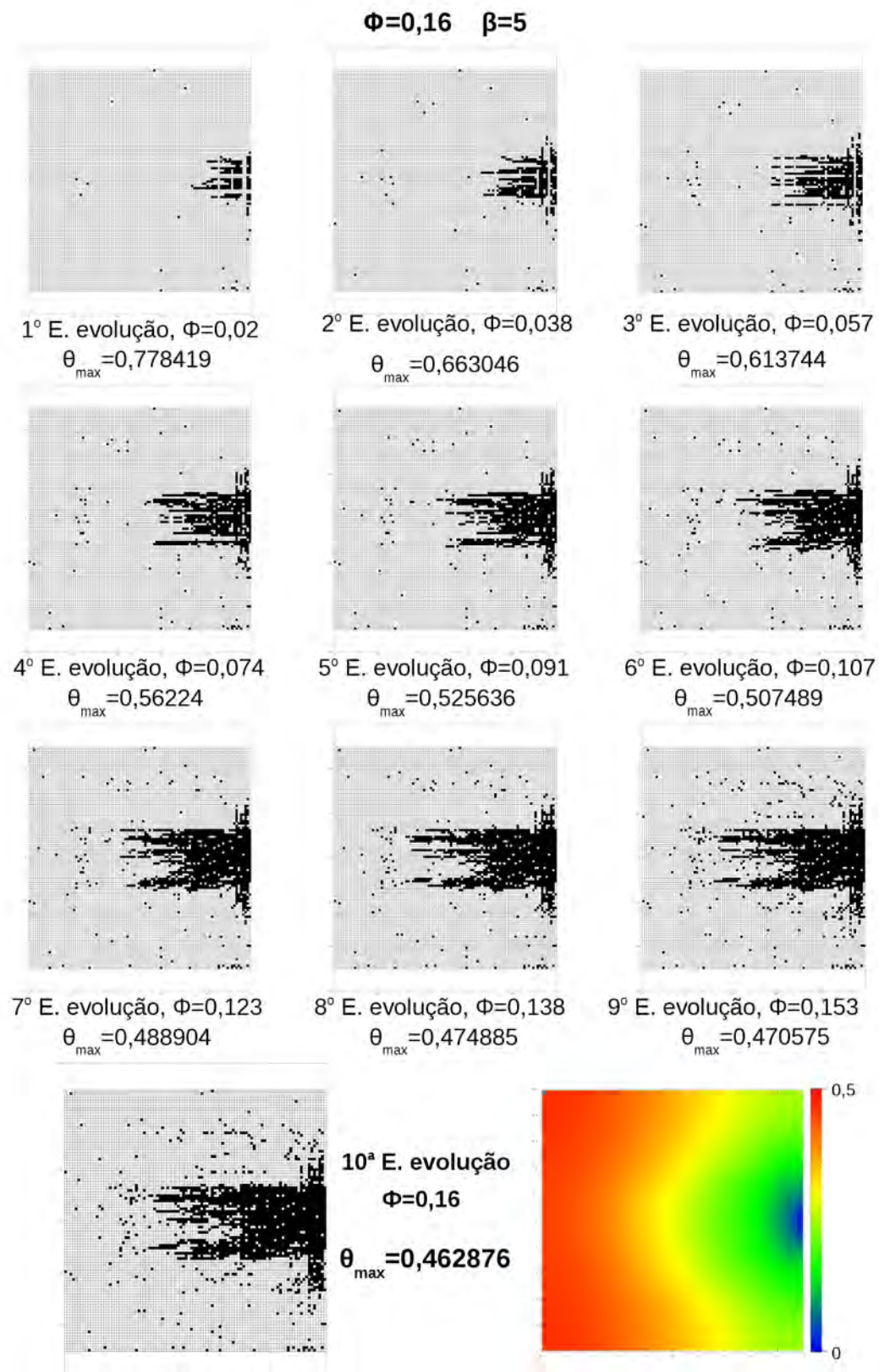


Figura 5.17: Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,16$ e $\beta = 5$

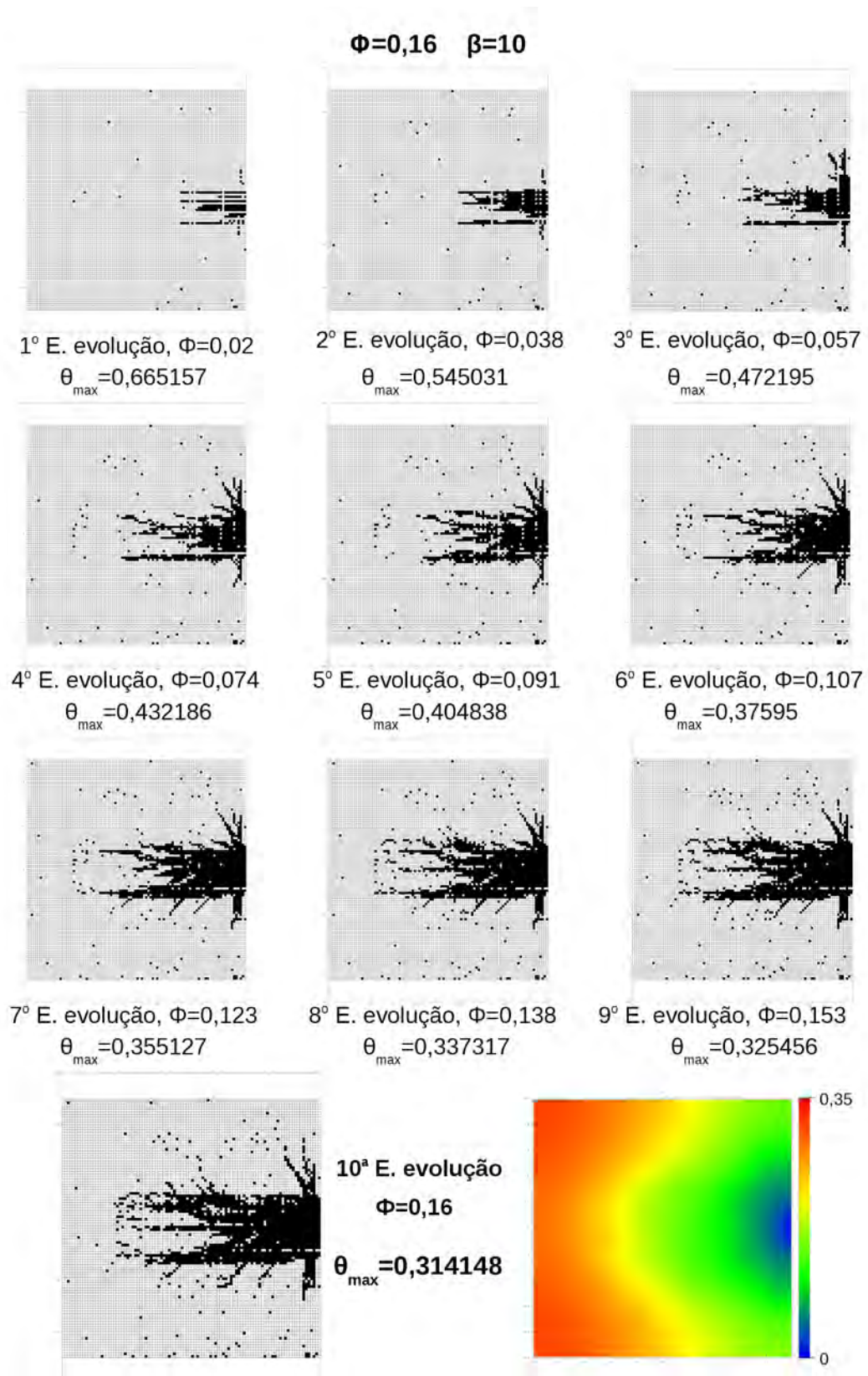


Figura 5.18: Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,16$ e $\beta = 10$

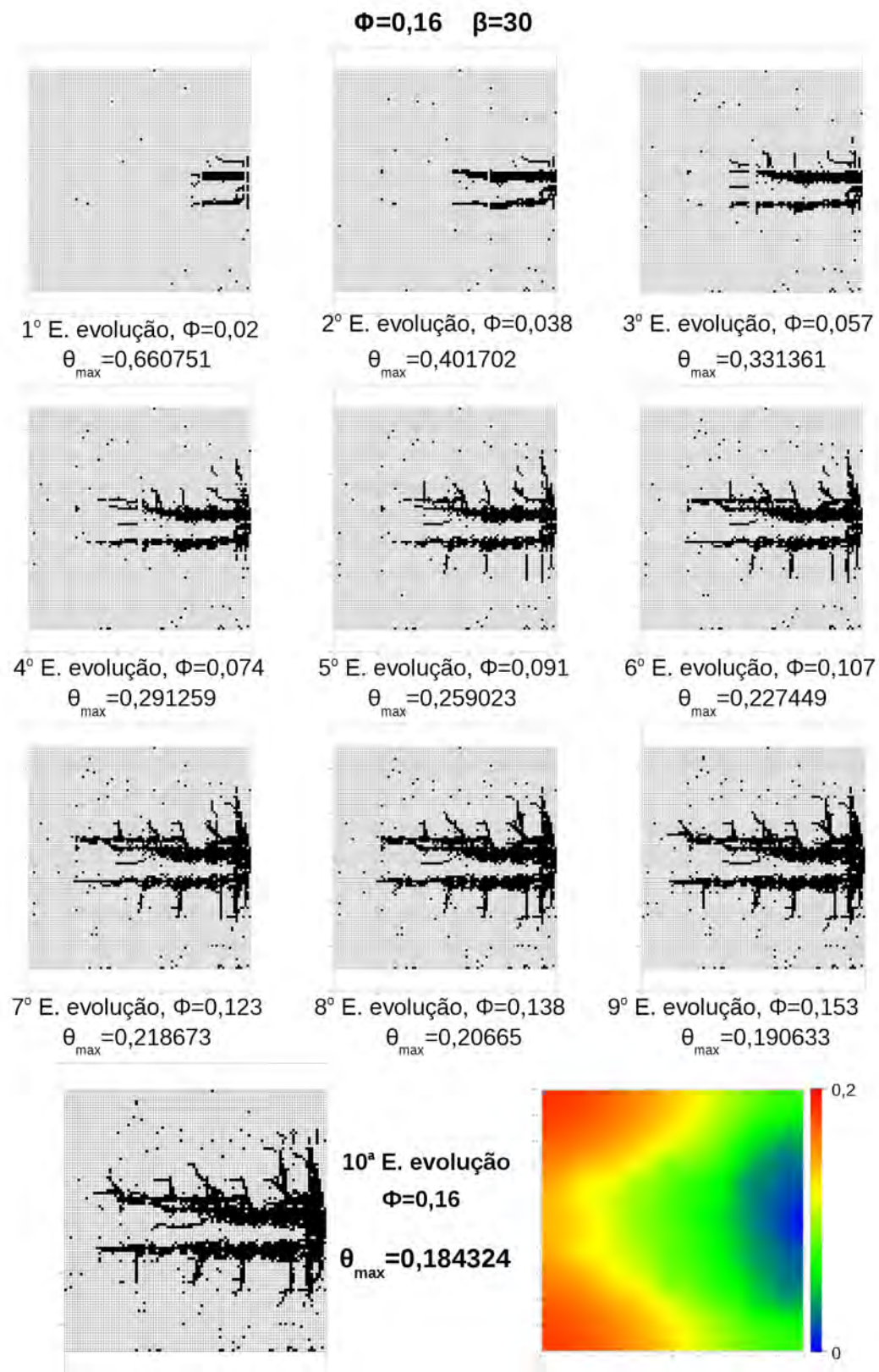


Figura 5.19: Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,16$ e $\beta = 30$

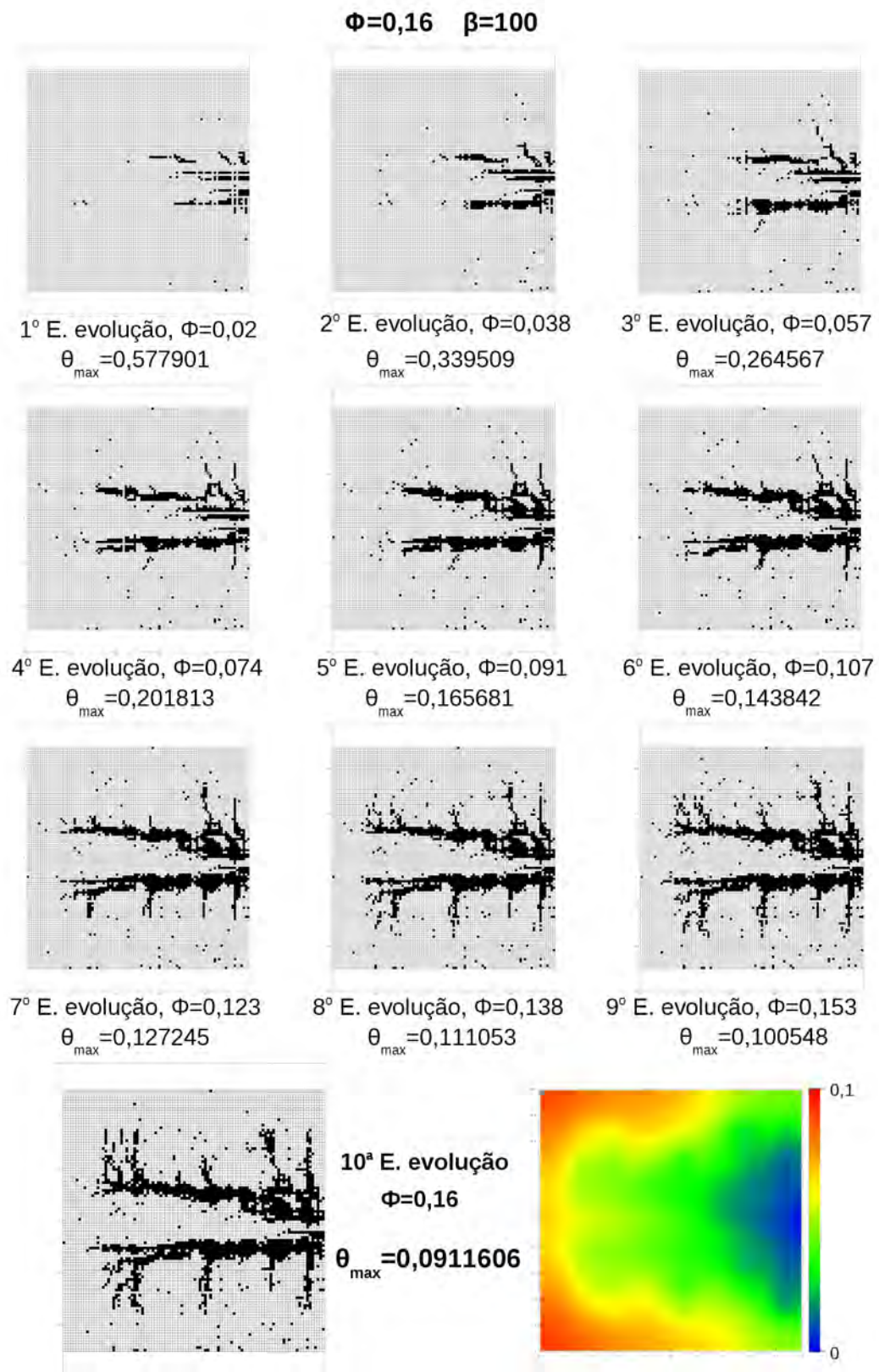


Figura 5.20: Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,16$ e $\beta = 100$

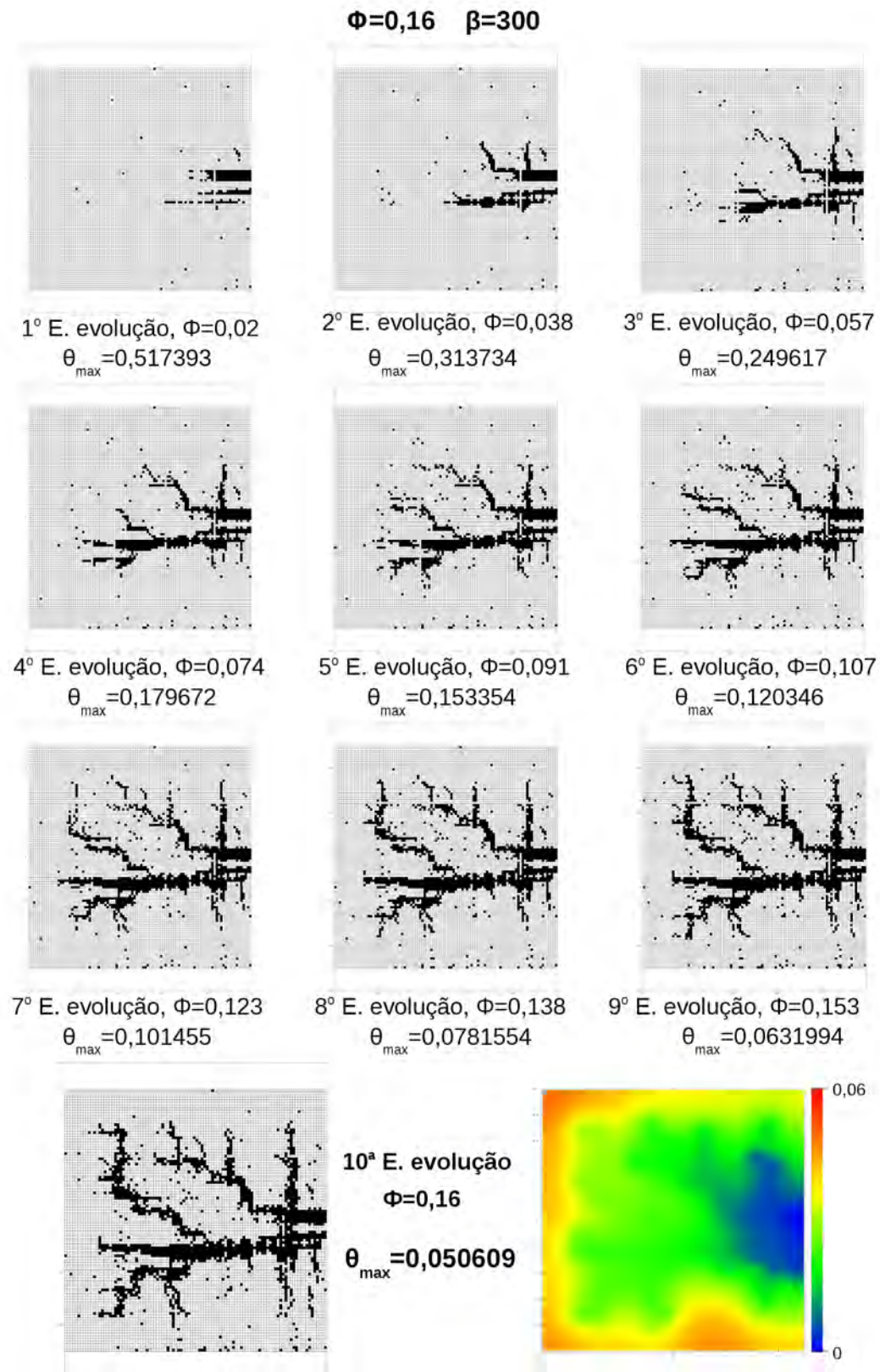


Figura 5.21: Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,16$ e $\beta = 300$

Tabela 5.7: θ_{max} para diferentes valores de β usando $\phi = 0,23$

Simulação \ β	5	10	30	100	300
1	0,439085	0,288833	0,141827	0,0634851	0,0313057
2	0,439503	0,289501	0,149265	0,0635271	0,0337059
3	0,442446	0,289836	0,152609	0,0660479	0,0346513
4	0,442962	0,290025	0,155793	0,0740555	0,0362237
5	0,445953	0,290745	0,16347	0,077129	0,0395022
Média	0,44199	0,289788	0,152593	0,068849	0,035078
Desvio Padrão	$2,81 \times 10^{-3}$	$7,02 \times 10^{-4}$	$7,99 \times 10^{-3}$	$6,34 \times 10^{-3}$	$3,05 \times 10^{-3}$

valor de β , sendo a primeira fila a que contém os melhores resultados para todos casos os quais são destacados e as Fig. 5.22, 5.23, 5.24, 5.25 e 5.26 as que mostram as configurações correspondentes a estes valores, contendo várias imagens com as geometrias obtidas ao finalizar a distribuição do material inserido em cada estágio da evolução.

Considera-se necessário destacar que para os caso em que $\phi = 0,16$ e $\phi = 0,23$, as geometrias tenderam a ter uma menor quantidade de discontinuidades comparadas com as geometrias obtidas para $\phi = 0,09$. Contudo, o comportamento da temperatura máxima dentro do sólido foi o esperado, isto é, ocorreu uma diminuição contínua, o que significa que o objetivo de resfriar os pontos mais quentes dentro do sólido foi atingido. Quanto maior foi o ϕ , as geometrias formadas pelo material de alta condutividade tiveram uma similaridade maior com as formas das árvores que podem ser encontradas na natureza, as quais, segundo o β utilizado, evoluíram desde formas menos ramificadas até formas mais complexas.

Os gráficos das Fig. 5.27 e 5.28 possibilitam que seja feita a avaliação dos parâmetros β e ϕ e a sua influência sobre a redução da resistência térmica global nas soluções construídas. O aumento de β leva a uma diminuição da magnitude de θ_{max} como é esperado. Porém, a diminuição dos pontos de temperatura máxima, como ocorreu ao aplicar a primeira metodologia, não teve um comportamento linear. O aumento de β de 5 a 100, levou a uma diminuição da temperatura máxima de aproximadamente 376,97%. Contudo, quando o β aumenta de 100 para 300, tem-se que a diminuição do θ_{max} em entorno de 70,86%.

Sobre a influência de ϕ , pode ser dito que, para os valores aqui testados, enquanto este aumenta, maior é a redução da temperatura máxima adimensional. Apesar disso, o comportamento não é predizível, portanto não é possível afirmar que esse comportamento ocorre para valores de ϕ maiores que 0,23, baseados na diferença relativa porcentual. Quando é feito o

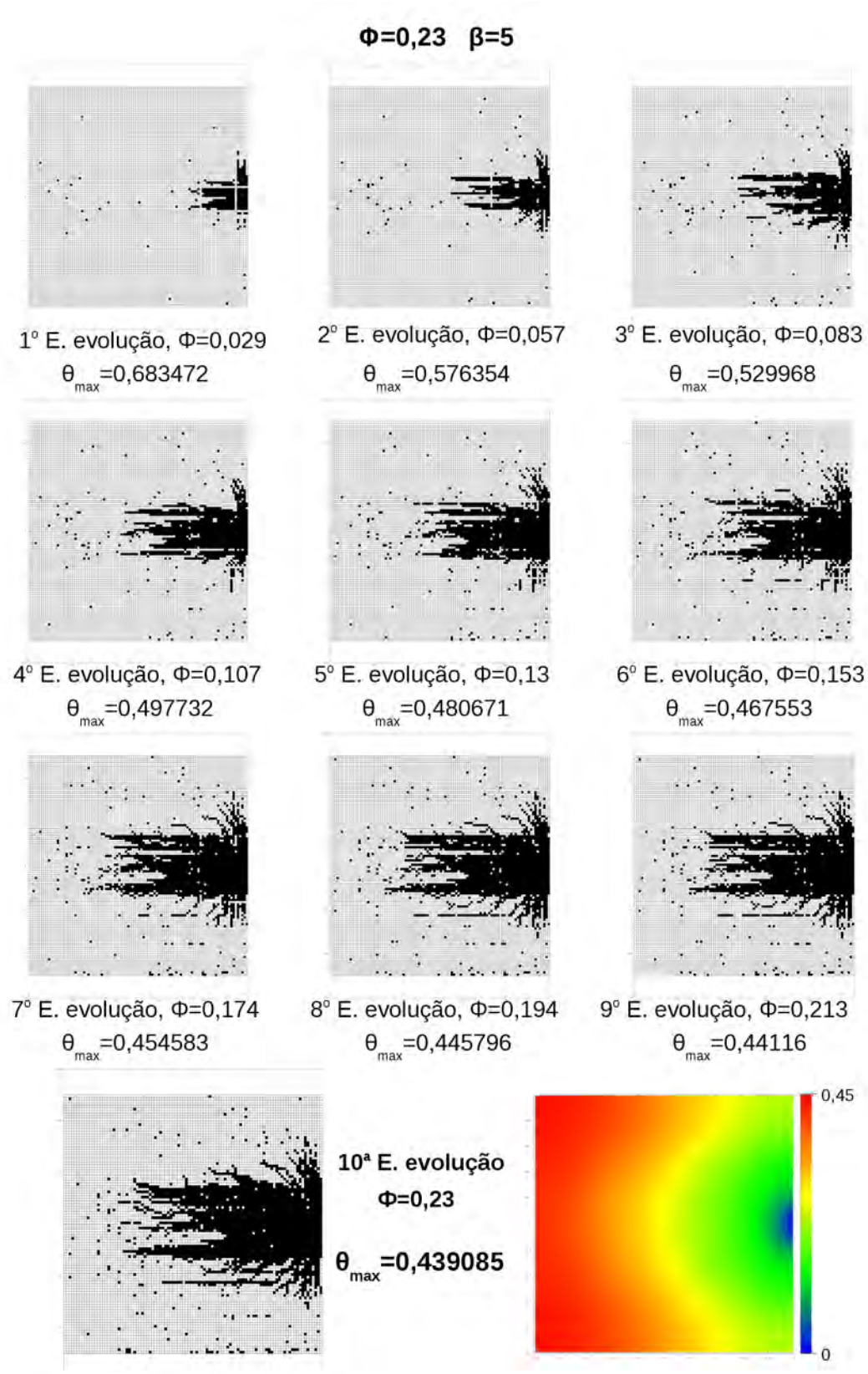


Figura 5.22: Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,23$ e $\beta = 5$

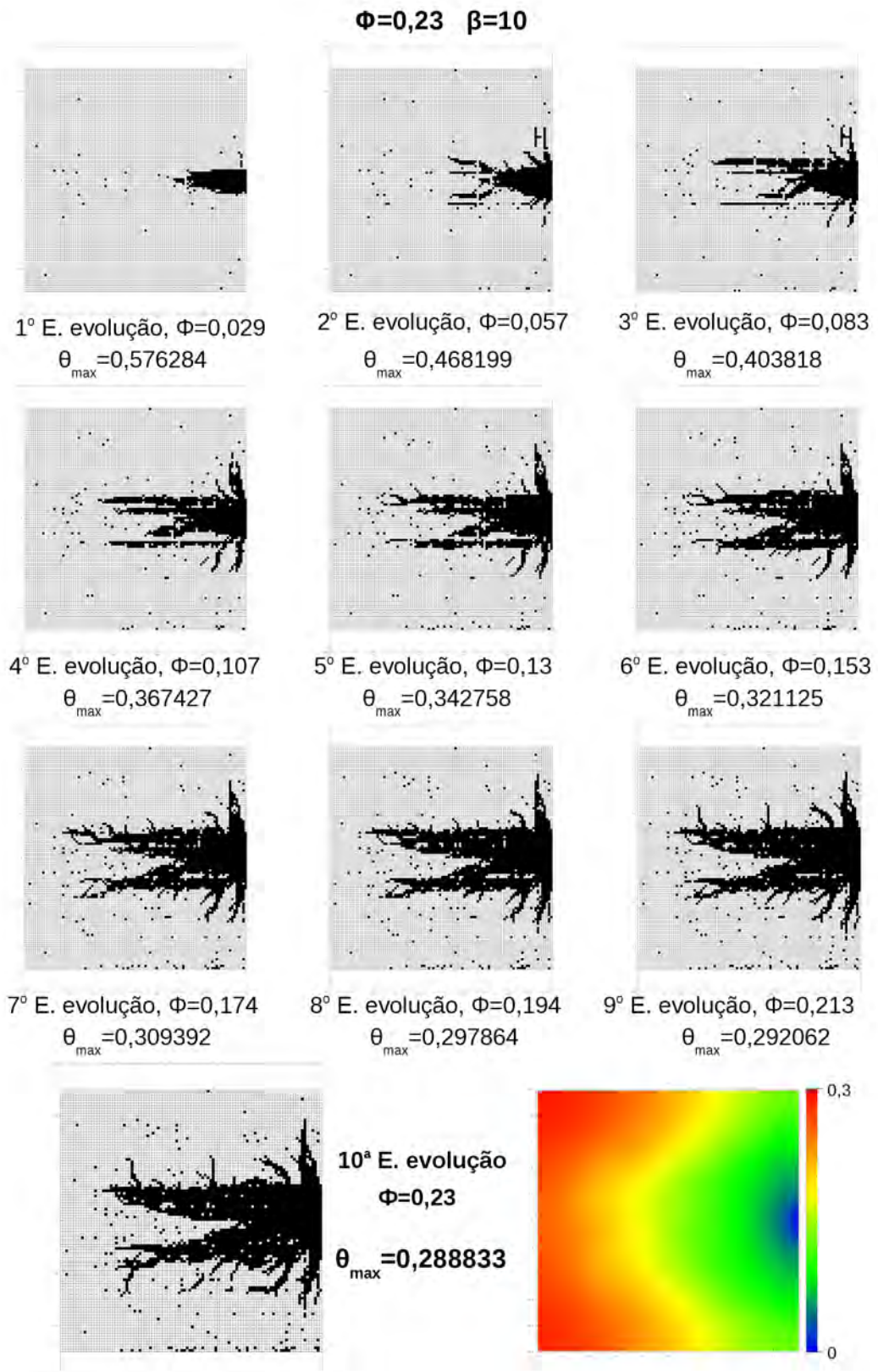


Figura 5.23: Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,23$ e $\beta = 10$

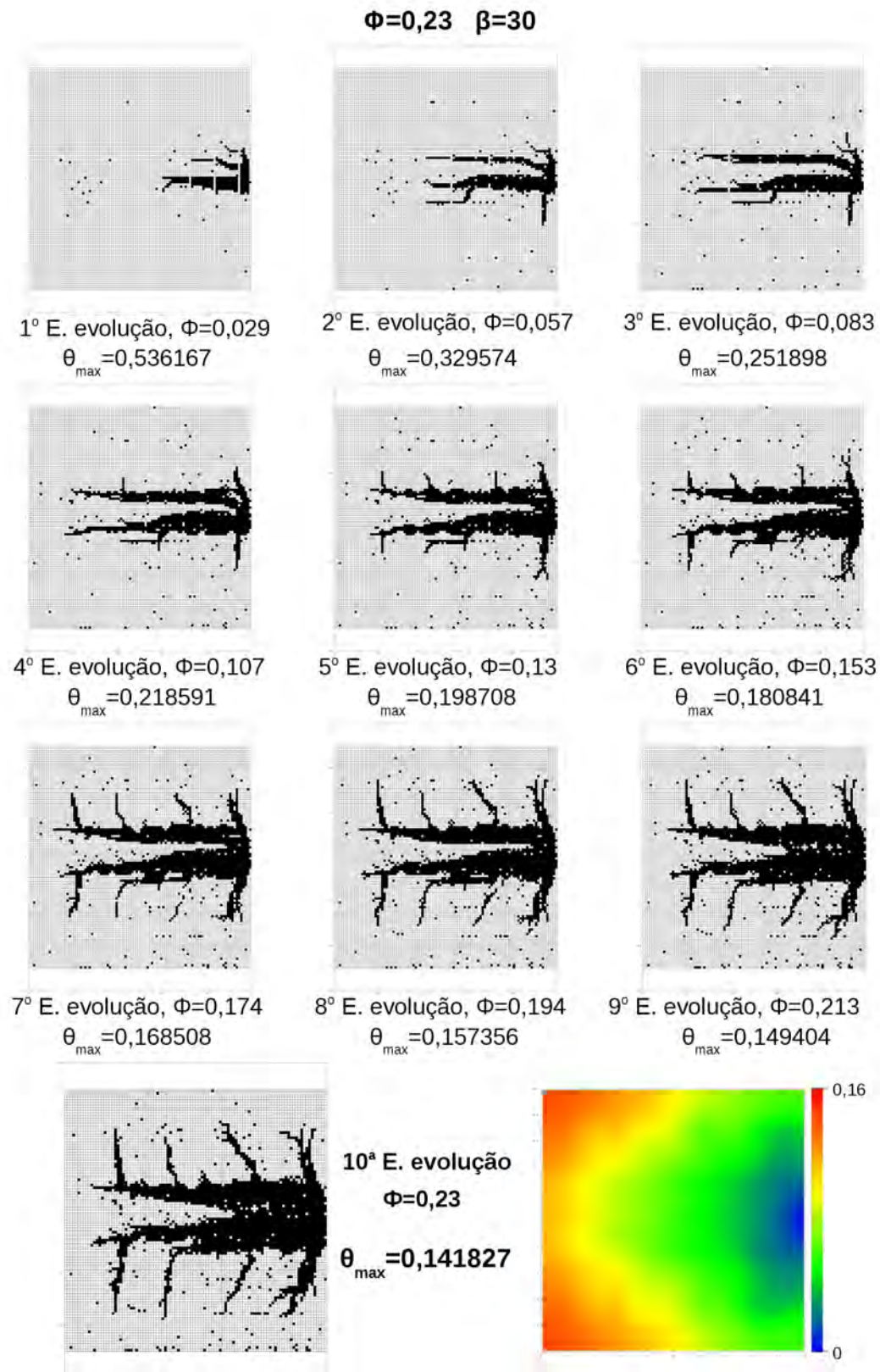


Figura 5.24: Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,23$ e $\beta = 30$

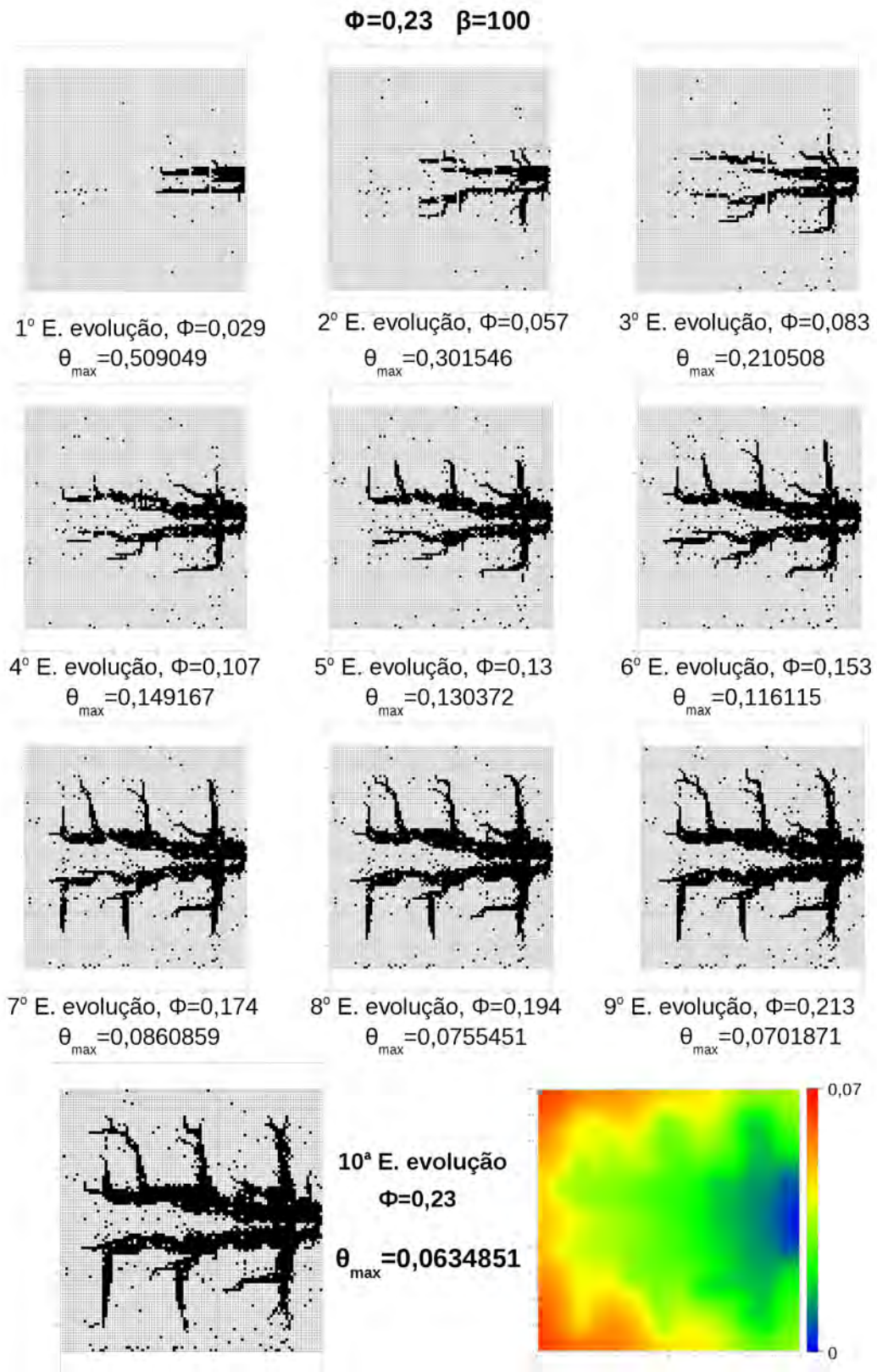


Figura 5.25: Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,23$ e $\beta = 100$

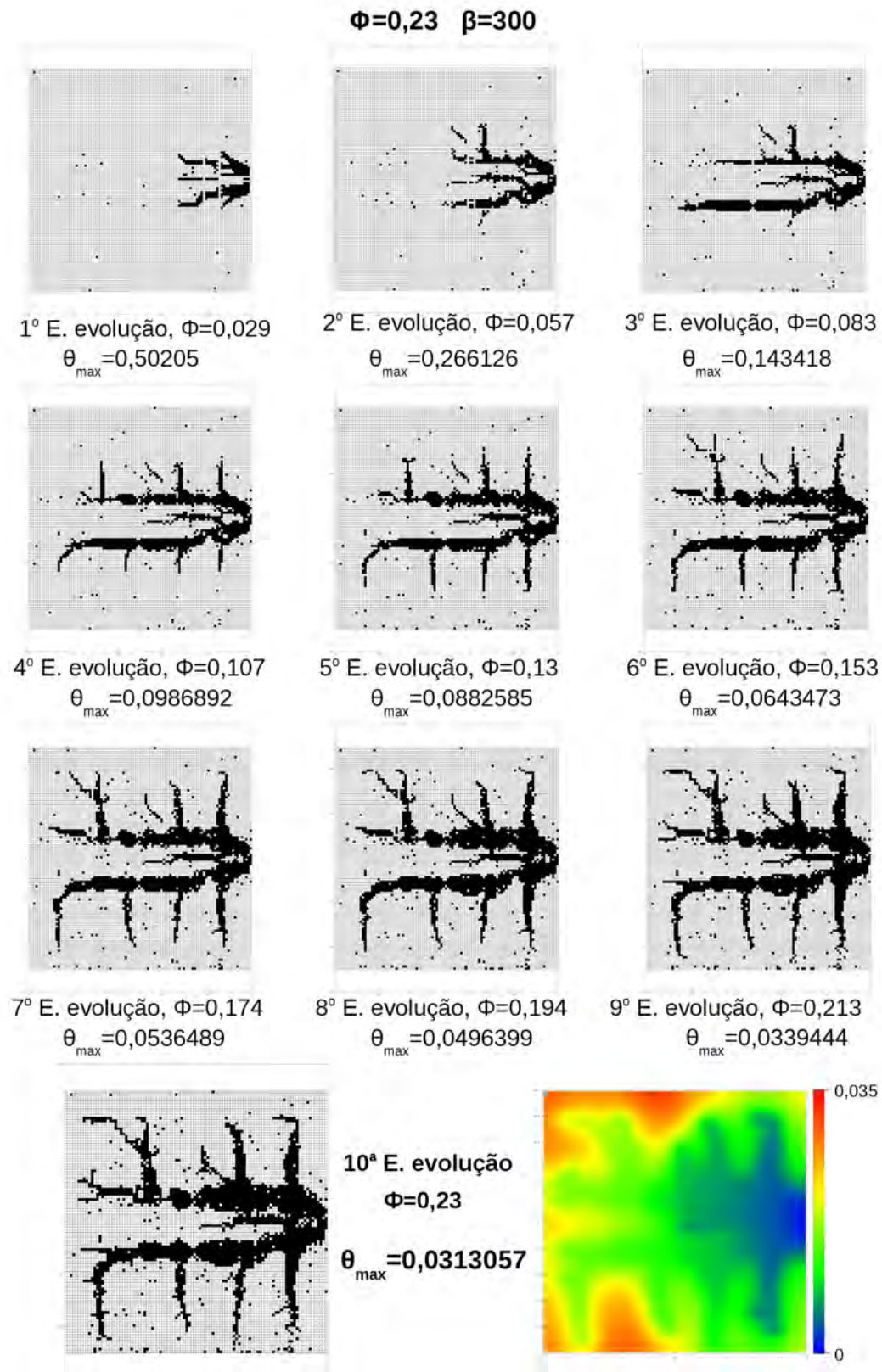


Figura 5.26: Construção de caminho condutivo usando $\phi = 0,23$ e $\beta = 300$

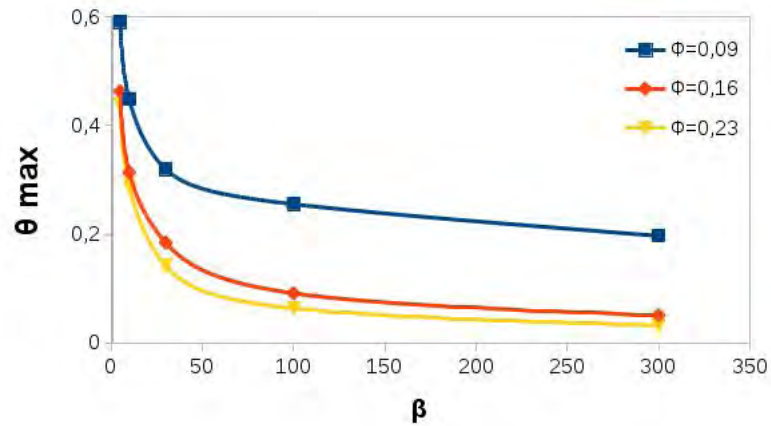


Figura 5.27: Efeito de β sobre a temperatura máxima adimensional

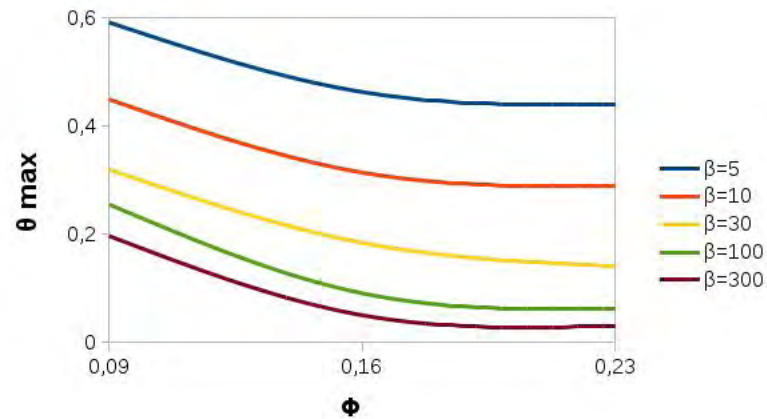


Figura 5.28: Efeito de β sobre a temperatura máxima adimensional

cálculo da média dos erros dos diferentes β , quando ϕ aumenta de 0,09 a 0,16, é possível ver que a temperatura máxima se reduz 122,73%. Porém, quando o cálculo é feito para o caso em que ϕ vai de 0,16 para 0,23, a redução na magnitude da temperatura é mais lenta, sendo de um 29,88%.

Além do anterior, ao observar o gráfico da Fig. 5.27, notou-se duas coisas: a primeira, que quando $\phi = 0,16$ e 0,23 com $\beta = 5$, e quando $\phi = 0,09$ com $\beta = 10$, a temperatura máxima adimensional foi bastante próxima. Ao fazer a análise, o desvio padrão resultou ser de $1,2 \times 10^{-2}$. Porém, foram mais próximos os obtidos entre $\phi = 0,23$ com $\beta = 5$ e $\phi = 0,09$ com $\beta = 10$. A segunda, foi a proximidade entre os valores para θ_{max} obtidos usando $\phi = 0,16$ com $\beta = 10$ e $\phi = 0,09$ com $\beta = 30$ os quais apresentaram uma diferença de 0,0058 pontos.

5.4 COMPARAÇÕES

Inicialmente é feita uma comparação entre os resultados obtidos usando as duas metodologias propostas os quais foram apresentados nas seções 5.2 e 5.3 que, para facilitar a leitura, serão citados como os resultados da primeira e segunda metodologia, respectivamente.

Para comparar esses resultados para todos os valores de β quando $\phi = 0,09$, é usada a Tab. 5.8. A melhor geometria é obtida quando o material disponibilizado foi distribuído em sua totalidade e não de forma evolutiva, isto é com a primeira metodologia.

Tabela 5.8: Comparação dos resultados para $\phi = 0,09$ e os diferentes β usando as duas metodologias

$\phi = 0,09$			
β	1ª Metodologia	2ª Metodologia	Diferença relativa
5	0,512826	0,591261	13,27%
10	0,37958	0,4492	15,5%
30	0,235543	0,319938	26,38%
100	0,150533	0,255396	41,06%
300	0,115862	0,196968	41,18%

O gráfico (a) da Fig. 5.29 permite comparar os valores da temperatura máxima adimensional obtida com ambas abordagens. Os valores de θ_{max} são sempre maiores para o caso em que a metodologia evolutiva é aplicada. O gráfico (b) da Fig. 5.29 permite ver o crescimento da diferença percentual entre os valores de θ_{max} obtidos com as duas metodologias a qual cresce entre 13,3% e 41,2% na medida que aumenta a relação entre as condutividades de $\beta = 5$ até $\beta = 300$.

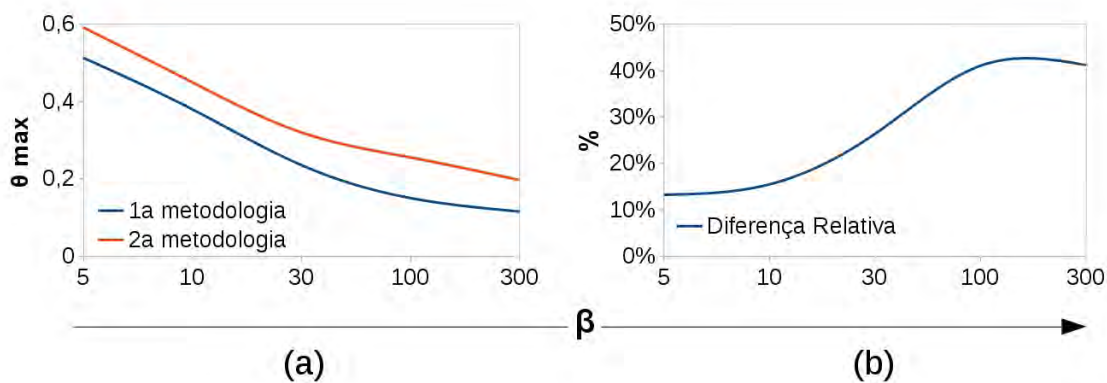


Figura 5.29: Gráfico de comparação dos resultados obtidos com as duas metodologias ($\phi = 0,09$ e $\beta = 5, 10, 30, 100$ e 300)

Assim, em todos os casos com $\phi = 0,09$, a metodologia aplicada na seção 5.2 apresentou um desempenho superior. O resultados foram, em média, 27,48% melhores que os obtidos usando a segunda metodologia desenvolvida, a evolutiva da seção 5.3.

Percebe-se que uma maior ramificação nos caminhos de alta condutividade não garante um melhor comportamento para problemas com pouca quantidade de material inserido. Neste caso o AG com parâmetros definidos foi menos útil, já que além de se apresentarem muitos descontinuidades nos caminhos construídos, as formas conseguidas por ele não convergem às formas simples o que pode refletir na não uniformidade do gradiente de temperaturas e por conseguinte na existência de pontos mais quentes.

A Tabela 5.9 auxilia na comparação dos resultados obtidos quando $\phi = 0,16$ e os distintos β aplicados.

Tabela 5.9: Comparação dos resultados para $\phi = 0,16$ e os diferentes β usando as duas metodologias

$\phi = 0,16$			
β	1ª Metodologia	2ª Metodologia	Diferença Relativa
5	0,452098	0,462876	2,33%
10	0,303396	0,314148	3,42%
30	0,16362	0,184324	11,23%
100	0,080612	0,0911606	11,57%
300	0,0632575	0,050609	-24,99%

A gráfico (a) da Fig. 5.30 apresenta a temperatura máxima adimensional para os casos simulados com $\phi = 0,16$ usando as duas metodologias. Para este caso percebe-se uma proximidade maior entre os resultados obtidos com as duas abordagens. Os resultados obtidos com a primeira metodologia, continuam sendo melhores comparados a aqueles em que o material foi colocado de forma evolutiva, com a segunda metodologia, com exceção dos resultados quando $\beta = 300$. A curva do gráfico (b) da Fig. 5.30 representa o comportamento da diferença relativa percentual entre as duas metodologias a qual tem um crescimento de 2,3% até 11,6% quando β aumenta de 5 para 100, mas tem uma diminuição considerável para o caso em que $\beta = 300$ sendo o resultado obtido com a segunda metodologia, melhor em aproximadamente 25%.

Os melhores resultados obtidos com as duas metodologia quando $\phi = 0,23$ para as diferentes relações entre as condutividades térmicas escolhidas, são confrontados e resumidos na Tab. 5.10.

Os resultados com ambas metodologias se mantém muito próximos. Quando β au-

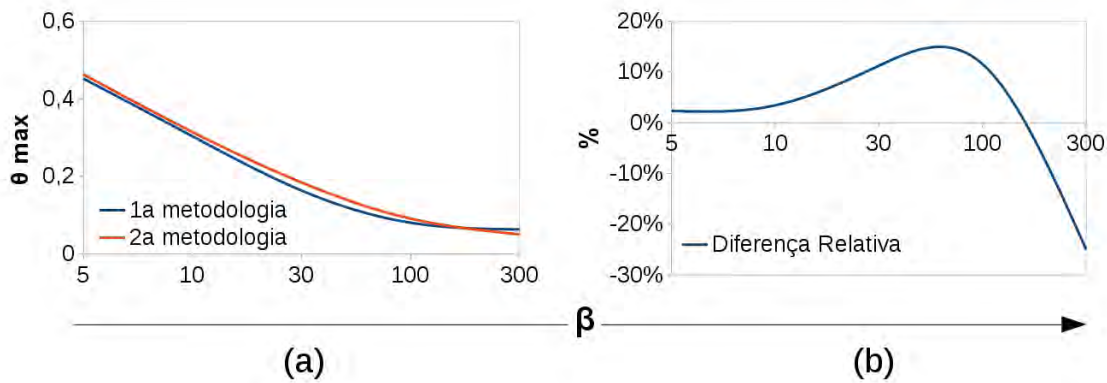


Figura 5.30: Gráfico de comparação dos resultados obtidos com as duas metodologias ($\phi = 0,16$ e $\beta = 5, 10, 30$, e 300)

Tabela 5.10: Comparação dos resultados para $\phi = 0,23$ e os diferentes β usando as duas metodologias

$\phi = 0,23$			
β	1ª Metodologia	2ª Metodologia	Diferença relativa
5	0,439085	0,438096	0,23%
10	0,288833	0,280974	2,72%
30	0,141827	0,137007	3,4%
100	0,0634851	0,0584342	7,96%
300	0,0313057	0,0387166	-23,67%

menta de 5 até 100 a diferença também cresce aproximadamente de 0,2% para 8%, apresentando melhor desempenho os resultados obtidos com a primeira metodologia. No entanto, para o caso em que $\beta = 300$ as melhores geometrias obtidas com a segunda metodologia mostraram um desempenho aproximadamente 23,7% melhor, em comparação com as obtidas usando primeira metodologia, onde o material é disposto sobre a placa na sua totalidade desde sua primeira distribuição. O comportamento da diferença relativa porcentual pode ser visualizado na parte no gráfico (b) da Fig. 5.31

Fazendo uma análise geral do desempenho das geometrias obtidas com as duas metodologias, é claro que para os casos simulados com as condições descritas, a primeira metodologia foi a que melhores resultados forneceu. Porém, os resultados da segunda metodologia podem estar relacionados à quantidade de material utilizado em cada estágio da evolução já que estes são exatamente a população do AG. Quanto maior foi a população de cada estágio da evolução, os resultados com as duas abordagens começaram a melhorar notoriamente, ficando mais próximos e inclusive no último cenário simulado para $\phi = 0,16$ e $\phi = 0,23$ ($\beta = 300$) resulta-

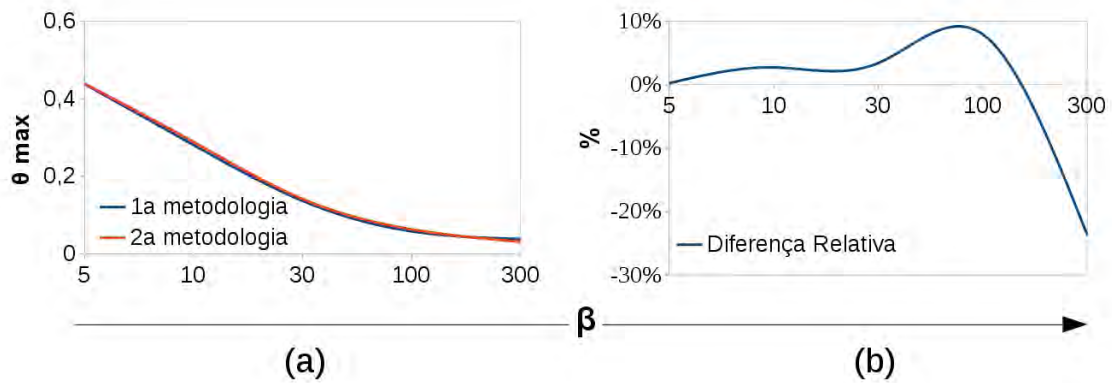


Figura 5.31: Gráfico de comparação dos resultados obtidos com as duas metodologias ($\phi = 0, 23$ e $\beta = 5, 10, 30$, e 300)

ram ser melhores. Assim, com os resultados obtidos não torna-se factível afirmar que tem uma metodologia melhor entre as duas desenvolvidas, mas sim que cada cenário específico pode ser melhor logo após de encontrar a forma adequada para a aplicação da metodologia, isto é, um tamanho de população suficiente para a aplicação do AG.

Lembrando que para os casos anteriores foi estabelecido um critério de parada de 300 gerações e foi usada uma malha de 10000 elementos, é abordado o tema do tempo computacional necessário para a construção de uma dada geometria usando a primeira metodologia. Este teve um aumento proporcional com o aumento das gerações do AG, sendo este de 3 até 7 segundos aproximadamente para cada geração dependendo do cenário, isto é, as geometrias finais foram construídas usando um tempo computacional entre 15 e 35 minutos aproximadamente. Porém, quando foi aplicada a segunda metodologia, os valores da temperatura máxima estabilizaram mais rápido no decorrer de algumas gerações, portanto, o tempo computacional não foi n vezes maior para n estágios da evolução, mas não apresentou o mesmo comportamento para cenários iguais resolvidos diferentes vezes. As soluções encontradas com cada metodologia para um cenário com $\phi = 0, 23$, $\beta = 100$ e uma quantidade de 300 gerações, são usadas para exemplificar. Este cenário, ao ser simulado com a primeira metodologia, demandou um tempo computacional aproximado de 30 minutos. O mesmo, quando simulado usando a segunda metodologia e 10 estágios de evolução, requiriu aproximadamente 180 minutos para chegar na geometria final.

Para termos de comparações com alguns trabalhos da literatura, são usados resultados

parciais e aproximados dos obtidos durante o desenvolvimento deste trabalho com a segunda metodologia. As comparações são aproximadas e permitem ver a relação entre a ordem de grandeza do θ_{max} das geometrias construídas e as que já foram conseguidas por outros autores. Para comparações mais aproximadas poderiam ser simulados cenários com condições como as das literatura. Não obstante, o objetivo deste trabalho não corresponde ao de construir formas ótimas mas sim o de propor uma metodologia para a construção das mesmas, portanto a reprodução fiel deles não foi feita.

Isto dito, usam-se resultados das geometrias que apresentaram a menor resistência ao fluxo de calor, θ_{max} menor, e estas são escolhidas da seção 5.3.

Quanto a isso, os resultados da literatura que são comparados correspondem a placas com caminhos ou formas condutivas que usaram $\phi = 0,1$ e $\phi = 0,2$. Dado que este trabalho não apresentou nem discutiu construções com esses valores, serão usadas as geometrias e valores de θ_{max} do 4º e do 8º estágio da evolução dos resultados apresentados para $\phi = 0,23$. Os dois estágios da evolução mencionados correspondem a placas para as quais $\phi = 0,107$ e $\phi = 0,194$ que são as mais próximas às usadas na literatura. Porém, para fazer as comparações serão usadas as igualdades $\phi = 0,1$ e $\phi = 0,2$ entendendo-se a equivalência anteriormente exposta com este trabalho. As imagens e valores das placas deste trabalho usadas para as comparações podem ser vistas nas Fig. 5.22, 5.23, 5.24, 5.25 e 5.26 da seção 5.3.

A primeira comparação é feita com os resultados obtidos por Souza e Ordonez (2013), no qual propuseram uma metodologia para a construção dos caminhos altamente condutivos, mas sem ter uma forma predefinida para estes. Os resultados são comparados com auxílio da Tab. 5.11.

Tabela 5.11: Comparação dos resultados com o trabalho de Souza e Ordonez (2013) baseados no θ_{max}

ϕ	β	Este trabalho	Referência (SOUZA; ORDONEZ, 2013)	Diferença Relativa
0,1	5	0,497732	0,5007	0,59%
	10	0,367427	0,3605	-1,92%
	30	0,218591	0,1931	-13,2%
	100	0,149167	0,0882	-69,12%
	300	0,098689	0,0343	-187,72%

Os resultados obtidos por Souza e Ordonez (2013), com exceção dos obtidos para $\beta = 5$, apresentaram uma vantagem em termos de desempenho e tornam-se melhores com o

aumento da relação β , indo de um 1,92% quando $\beta = 5$ para um 187,72% quando $\beta = 300$ o que torna o algoritmo desenvolvido pelos autores mais eficiente para os casos testados com $\phi = 0,1$.

Agora é feita a comparação com os resultados obtidos por Lorenzini, Biserni e Rocha (2013b) e apresentados na Tab. 5.12

Tabela 5.12: Comparação dos resultados com o trabalho de Lorenzini, Biserni e Rocha (2013b) baseados no θ_{max}

ϕ	β	Este trabalho	Referência (LORENZINI; BISERNI; ROCHA, 2013b)	Diferença Relativa
0,1	10	0,367427	0,365	-0,66%
	30	0,218591	0,211	-3,6%
	100	0,149167	0,102	-46,24%
	300	0,098689	0,0601	-64,21%
0,2	300	0,04964	0,0413	-20,19%

Novamente, os resultados apresentados pela referência usada são melhores dos que os obtidos neste trabalho. Os caminhos estudados por eles em forma de "X" uniforme resultaram ser entre 0,66% e 64,21% melhores quando $\phi = 0,1$ e β aumenta entre 10 e 300, também como 20,19% melhores quando $\phi = 0,2$ e $\beta = 300$.

A seguir são comparados os resultados com o trabalho apresentado por Lorenzini, Biserni e Rocha (2013a) e resumidos na Tab. 5.13, onde foi predefinido um caminho não uniforme em forma de "X".

Tabela 5.13: Comparação dos resultados com o trabalho de Lorenzini, Biserni e Rocha (2013a) baseados no θ_{max}

ϕ	β	Este trabalho	Referência (LORENZINI; BISERNI; ROCHA, 2013a)	Diferença Relativa
0,1	10	0,367427	0,365	-0,66%
	100	0,149167	0,15	0,56%
	300	0,098689	0,125	21,05%
0,2	300	0,04964	0,105	52,72%

Para este caso, o algoritmo apresentado neste trabalho começa a melhorar em relação aos resultados obtidos por Lorenzini, Biserni e Rocha (2013a) na medida que a relação β vai se tornando maior. Estes passam de ter um desempenho 0,66% inferior quando $\beta = 0,1$ a ter um desempenho superior de 0,56% quando $\beta = 100$, e continua melhorando até chegar a ter uma temperatura máxima 21,05% menor para quando $\beta = 300$. Os resultados deste trabalho

tornam-se ainda melhores apresentando um desempenho 52,72% superior que o da referência quando $\phi = 0,2$ com $\beta = 300$.

A seguir, na Tab. 5.14 são comparados os resultados deste trabalho com o caminho em forma de I , apresentado no trabalho desenvolvido por Almogbel e Bejan (1999).

Tabela 5.14: Comparação dos resultados com o trabalho de Almogbel e Bejan (1999) baseados no θ_{max}

ϕ	β	Este trabalho	Referência (ALMOGBEL; BEJAN, 1999)	Diferença Relativa
0,1	10	0,367427	0,364	-0,94%
	100	0,149167	0,15	0,56%
	300	0,098689	0,125	21,05%
0,2	300	0,04964	0,105	52,72%

O resultado deste trabalho, usado para comparar quando $\phi = 0,1$, tem um desempenho 0,94% inferior que o apresentado por Almogbel e Bejan (1999). Porém, verificou-se uma melhoria na medida em que a relação β aumentou. Os valores de θ_{max} quando $\beta = 100$ e 300 chegaram a ser 0,52% e 21,05% melhores dos que os apresentados na referência.

Por último, são comparados resultados deste trabalho com os obtidos por Xu, Liang e Ren (2007) aplicando SA em conjunto com AG e OB, para $\phi = 0,1$ e relações β igual a 10 e 100. As Tabelas 5.15 e 5.16 auxiliam nas duas comparações.

Tabela 5.15: Comparação dos resultados com o trabalho de Xu, Liang e Ren (2007) baseados no θ_{max} (SA/AG)

ϕ	β	Este trabalho	Referência (XU; LIANG; REN, 2007)	Diferença Relativa
0,1	10	0,367427	0,3915	6,15%
	100	0,149167	0,0726	-105,46%

Tabela 5.16: Comparação dos resultados com o trabalho de Xu, Liang e Ren (2007) baseados no θ_{max} (OB)

ϕ	β	Este trabalho	Referência (XU; LIANG; REN, 2007)	Diferença Relativa
0,1	10	0,367427	0,401	8,37%
	100	0,149167	0,0916	-62,85%

Em comparação com os resultados expostos por (XU; LIANG; REN, 2007) usando SA em conjunto com AG e OB, os resultados do trabalho apresentado por eles foram 6,15% e 8,37% melhores para o caso em que $\beta = 10$, respectivamente. Porém, os resultados obtidos neste trabalho para o caso em que $\beta = 100$, tiveram um desempenho inferior 105,46% e 62,85% em comparação com os obtidos por eles usando SA/AG e OB nessa ordem.

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram propostas duas metodologias nas quais foi utilizada a técnica de Algoritmos Genéticos (AG) em associação com a Teoria construtal (TC), para construir caminhos condutivos conectados a um sumidouro de calor, inseridos num volume finito de baixa condutividade com geração interna de calor, com o objetivo de minimizar a resistência térmica global dentro do domínio (θ_{max}). Com a primeira metodologia, distribui-se a quantidade disponível de material altamente condutivo dentro da placa, procurando a melhor localização para este, aplicando a técnica de AG durante várias gerações. Na segunda metodologia, repetiu-se o processo anterior para uma série de conjuntos com quantidades inferiores à total disponibilizada, distribuindo cada conjunto dentro da placa, somente depois de que os anteriores já tenham sido dispostos nas posições mais convenientes.

O volume utilizado para a validação das metodologias foi quadrado, adiabático nas suas faces externas, com exceção da região conectada ao sumidouro de calor, o qual possuía a mínima temperatura. O volume foi submetido a uma geração interna de calor uniforme, a uma taxa volumétrica constante, que foi aplicada no material de baixa condutividade.

Inicialmente foi feito um ajuste dos parâmetros genéticos para o uso das metodologias e foram feitas simulações para diferente cenários, isto é, para distintas relações entre as condutividades térmicas dos materiais (β) e com diferentes porcentagens de material disponível para a construção (ϕ).

As metodologias propostas mostraram que um mesmo cenário, ao ser resolvido múltiplas vezes, apresenta diferentes soluções, porém relacionadas e com uma desvio padrão menor do que 6×10^{-2} em todos os casos de estudo.

Por outro lado, as magnitudes para o valor da temperatura máxima das formas construídas usando as duas metodologias aqui desenvolvidas, estão praticamente de acordo. As diversas geometrias construídas, mostraram que quanto mais próximas foram as magnitudes das condutividades, o aspecto dos caminhos condutivos tenderam a ter uma forma mais espessa, se localizando mais próximo do sumidouro de calor. Na medida em que a diferença entre essas grandezas incrementou, os caminhos se tornaram menos densos, se afastando a cada vez mais do sumidouro de calor e apresentando uma ramificação e complexidade maior. Além disso,

quanto maior foi a quantidade de material distribuído, mais notável foi a similaridade dessas geometrias com as formas das árvores que podem ser encontradas na natureza.

A influência de ϕ e β nos resultados obtidos também foi validada. Para os valores aqui estudados, enquanto estes aumentavam, maior foi também a redução do θ_{max} . Apesar disso, a redução não foi proporcional com o aumento desses parâmetros de estudo, comportamento que não possibilitou chegar em conclusões globais, mas sim pontuais.

Ao comparar, de forma aproximada, os resultados obtidos com esta abordagem e alguns resultados obtidos por outros autores para problemas da mesma natureza, constata-se os aqui obtidos possuem uma boa concordância em termos de grandeza.

Contudo, afirma-se que o objetivo de resfriar o volume a través de caminhos condutivos, construídos usando a técnica de AG em associação com TC, foi atingido. O θ_{max} diminuiu com o acréscimo de material e as evoluções do AG até chegar numa solução quase ótima. O emprego dos AG foi muito útil já que o seu uso minimizou o esforço computacional que é requerido por outras abordagens.

6.1 TRABALHOS FUTUROS

Quando foram analisados os resultados obtidos neste trabalho, a segunda metodologia não ofereceu resultados como os esperados para o caso em que a quantidade de material disponibilizado foi menor do que um 10% do total da placa. A discretização do volume foi fixada em 10000 elementos e por tanto à hora de definir a população inicial do AG, em cada uma das 10 evoluções, não se garantiu uma diversidade de indivíduos. Com isso, pensando no aprimoramento desses resultados, pensa-se na alternativa de trabalhar com uma malha mais refinada, e portanto outorgar ao AG a chance de iniciar com uma população maior e mais diversificada, dentro de cada evolução na segunda metodologia, possibilitando a construção de formas eventualmente melhores do que as já obtidas.

Prosseguindo a pensar no aprimoramento deste trabalho, pode-se pensar num procedimento que permita a análise da influência dos parâmetros genéticos de uma forma mais eficaz, caracterizando esses parâmetros para uma série de cenários básicos que possam auxiliar num desenvolvimento mais eficiente, inclusive, para distintos problemas.

Da mesma forma, foi claro que muitos dos elementos disponibilizados para a constru-

ção da placa resultaram posicionados longe das geometrias visíveis obtidas para os caminhos. Pensar na criação de um algoritmo para a eliminação ou o reaproveitamento desse material para sua conexão com os caminhos contínuos, é um ponto que poderia melhorar o desempenho do sistema.

Propõe-se também, usar as metodologias anteriores para solução de volumes com diferentes domínios, isto é, com formas poligonais diferentes à quadrada resolvida neste trabalho. Pensa-se também em problemas que trabalhem com condições de contorno como uma maior quantidade de fontes de calor ou que envolvam construção de cavidades de resfriamento de sólidos isotérmicos.

Acredita-se que o desenvolvimento desse trabalho, encoraja os pesquisadores a aprofundarem-se mais no uso de ferramentas computacionais que facilitem a busca por soluções quase ótima de problemas da engenharia, como a técnica de Algoritmos Genéticos que foi empregada.

REFERÊNCIAS

- AGUIAR, M. S. de. *Análise formal da complexidade de algoritmos genéticos*. Tese (Doutorado) — UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 45.
- ALMOGBEL, M.; BEJAN, A. Conduction trees with spacings at the tips. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Elsevier, v. 42, n. 20, p. 3739–3756, 1999. Citado 6 vezes nas páginas 13, 29, 30, 31, 43 e 102.
- AZAD, A. V.; AMIDPOUR, M. Economic optimization of shell and tube heat exchanger based on constructal theory. *Energy*, Elsevier, v. 36, n. 2, p. 1087–1096, 2011. Citado na página 35.
- AZARKISH, H.; SARVARI, S.; BEHZADMEHR, A. Optimum design of a longitudinal fin array with convection and radiation heat transfer using a genetic algorithm. *International Journal of Thermal Sciences*, Elsevier, v. 49, n. 11, p. 2222–2229, 2010. Citado na página 26.
- BARDADYM, V. A. Computer-aided school and university timetabling: The new wave. In: SPRINGER. *International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling*. [S.l.], 1995. p. 22–45. Citado na página 21.
- BEASLEY, J. E.; CHU, P. C. A genetic algorithm for the set covering problem. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 94, n. 2, p. 392–404, 1996. Citado na página 61.
- BEJAN, A. Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Elsevier, v. 40, n. 4, p. 799–816, 1997. Citado 4 vezes nas páginas 11, 19, 29 e 43.
- BEJAN, A. Constructal theory: from thermodynamic and geometric optimization to predicting shape in nature. *Energy Conversion and Management*, Elsevier, v. 39, n. 16, p. 1705–1718, 1998. Citado na página 20.
- BEJAN, A. *Shape and structure, from engineering to nature*. [S.l.]: Cambridge university press, 2000. Citado 4 vezes nas páginas 19, 20, 43 e 44.
- BEJAN, A.; BADESCU, V.; VOS, A. D. Constructal theory of economics structure generation in space and time. *Energy Conversion and Management*, Elsevier, v. 41, n. 13, p. 1429–1451, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 41.
- BEJAN, A.; LORENTE, S. The constructal law and the thermodynamics of flow systems with configuration. *International journal of heat and mass transfer*, Elsevier, v. 47, n. 14, p. 3203–3214, 2004. Citado na página 41.
- BEJAN, A.; MERKX, G. W. *Constructal theory of social dynamics*. [S.l.]: Springer, 2007. Citado na página 43.
- BEJAN, A.; ZANE, J. P. Design in nature. *Mechanical Engineering*, American Society of Mechanical Engineers, v. 134, n. 6, p. 42, 2012. Citado 6 vezes nas páginas 11, 20, 21, 42, 43 e 44.

BERGMAN, T. L.; INCROPERA, F. P.; LAVINE, A. S. *Fundamentals of heat and mass transfer*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 19, 37 e 38.

CAMP, C.; PEZESHK, S.; CAO, G. Optimized design of two-dimensional structures using a genetic algorithm. *Journal of structural engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 124, n. 5, p. 551–559, 1998. Citado na página 45.

CHEN, C.-T.; CHEN, H.-I. Multi-objective optimization design of plate-fin heat sinks using a direction-based genetic algorithm. *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers*, Elsevier, v. 44, n. 2, p. 257–265, 2013. Citado na página 28.

CHU, P. C.; BEASLEY, J. E. A genetic algorithm for the generalised assignment problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 24, n. 1, p. 17–23, 1997. Citado na página 46.

COSTA, L. H. M.; CASTRO, M. A. H. d.; RAMOS, H. Utilização de um algoritmo genético híbrido para operação ótima de sistemas de abastecimento de água. *Revista Engenharia Sanitária e Ambiental, Rio de Janeiro*, SciELO Brasil, v. 15, n. 2, p. 187–196, 2010. Citado na página 51.

DEEP, K.; THAKUR, M. A new crossover operator for real coded genetic algorithms. *Applied mathematics and computation*, Elsevier, v. 188, n. 1, p. 895–911, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 52.

ERRERA, M.; BEJAN, A. Deterministic tree networks for river drainage basins. *Fractals*, World Scientific, v. 6, n. 03, p. 245–261, 1998. Citado na página 21.

FOGEL, D. B. An introduction to simulated evolutionary optimization. *Neural Networks, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 5, n. 1, p. 3–14, 1994. Citado na página 53.

FORTUNA, A. de O. *Técnicas computacionais para dinâmica dos fluidos: conceitos básicos e aplicações*. [S.l.]: Edusp, 2000. Citado na página 39.

GHOSH, S.; GHOSH, I.; PRATIHAR, D.; MAITI, B.; DAS, P. Optimum stacking pattern for multi-stream plate-fin heat exchanger through a genetic algorithm. *International Journal of Thermal Sciences*, Elsevier, v. 50, n. 2, p. 214–224, 2011. Citado na página 27.

GOLDBERG, D.; DEB, K.; KORB, B. Messy genetic algorithms: Motivation, analysis, and first results. *Complex systems*, v. 3, n. 3, p. 493–530, 1989. Citado 4 vezes nas páginas 45, 48, 51 e 61.

GOLDBERG, D. E.; SAMTANI, M. P. Engineering optimization via genetic algorithm. In: ASCE. *Electronic computation*. [S.l.], 1986. p. 471–482. Citado na página 45.

GONZALES, G.; ESTRADA, E. da S.; EMMENDORFER, L.; ISOLDI, L.; XIE, G.; ROCHA, L.; SANTOS, E. dos. A comparison of simulated annealing schedules for constructal design of complex cavities intruded into conductive walls with internal heat generation. *Energy*, Elsevier, v. 93, p. 372–382, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 44.

GREFENSTETTE, J. J. Optimization of control parameters for genetic algorithms. *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 16, n. 1, p. 122–128, 1986. Citado na página 53.

GUIMARÃES, F. G.; RAMALHO, M. C. Implementação de um algoritmo genético. *Trabalho referente à disciplina “Otimização”, junho de, 2001.* Citado na página 54.

HAUPT, R. L.; HAUPT, S. E. *Practical genetic algorithms.* [S.l.]: John Wiley & Sons, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 47.

HERRERA, F.; LOZANO, M.; VERDEGAY, J. L. Tackling real-coded genetic algorithms: Operators and tools for behavioural analysis. *Artificial intelligence review*, Springer, v. 12, n. 4, p. 265–319, 1998. Citado na página 52.

HUANG, S.; MA, Z.; COOPER, P. Optimal design of vertical ground heat exchangers by using entropy generation minimization method and genetic algorithms. *Energy Conversion and Management*, Elsevier, v. 87, p. 128–137, 2014. Citado na página 27.

JONG, K. A. D. Analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems. *The University of Michigan Engineering Library*, 1975. Citado na página 48.

KAZARLIS, S. A.; BAKIRTZIS, A.; PETRIDIS, V. A genetic algorithm solution to the unit commitment problem. *IEEE transactions on power systems*, IEEE, v. 11, n. 1, p. 83–92, 1996. Citado na página 46.

LEDEZMA, G.; BEJAN, A.; ERRERA, M. Constructal tree networks for heat transfer. *Journal of Applied Physics*, AIP Publishing, v. 82, n. 1, p. 89–100, 1997. Citado 4 vezes nas páginas 11, 29, 30 e 43.

LINDEN, R. *Algoritmos genéticos (2a edição).* [S.l.]: Brasport, 2008. Citado 3 vezes nas páginas 20, 45 e 49.

LORENZINI, G.; BARRETO, E.; BECKEL, C.; SCHNEIDER, P.; ISOLDI, L.; SANTOS, E. dos; ROCHA, L. Constructal design of i-shaped high conductive pathway for cooling a heat-generating medium considering the thermal contact resistance. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Elsevier, v. 93, p. 770–777, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 44.

LORENZINI, G.; BISERNI, C.; ESTRADA, E.; ISOLDI, L. A.; SANTOS, E. D. dos; ROCHA, L. A. O. Constructal design of convective y-shaped cavities by means of genetic algorithm. *Journal of Heat Transfer*, American Society of Mechanical Engineers, v. 136, n. 7, p. 071702, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 44.

LORENZINI, G.; BISERNI, C.; ESTRADA, E. d. S. D.; SANTOS, E. D. D.; ISOLDI, L. A.; ROCHA, L. A. O. Genetic algorithm applied to geometric optimization of isothermal y-shaped cavities. *Journal of Electronic Packaging*, American Society of Mechanical Engineers, v. 136, n. 3, p. 031011, 2014. Citado 3 vezes nas páginas 33, 34 e 46.

LORENZINI, G.; BISERNI, C.; ROCHA, L. A. O. Constructal design of non-uniform x-shaped conductive pathways for cooling. *International Journal of Thermal Sciences*, Elsevier, v. 71, p. 140–147, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 13, 31 e 101.

LORENZINI, G.; BISERNI, C.; ROCHA, L. A. O. Constructal design of x-shaped conductive pathways for cooling a heat-generating body. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Elsevier, v. 58, n. 1, p. 513–520, 2013. Citado 5 vezes nas páginas 11, 13, 31, 32 e 101.

LORENZINI, G.; BISERNI, C.; ROCHA, L. A. O. Geometric optimization of x-shaped cavities and pathways according to bejan's theory: Comparative analysis. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Elsevier, v. 73, p. 1–8, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 44.

LORENZINI, G.; ESTRADA, E. d. S. D.; SANTOS, E. D. dos; ISOLDI, L. A.; ROCHA, L. A. O. Constructal design of convective cavities inserted into a cylindrical solid body for cooling. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Elsevier, v. 83, p. 75–83, 2015. Citado na página 33.

LORENZINI, G.; GARCIA, F. L.; SANTOS, E. D. dos; BISERNI, C.; ROCHA, L. A. Constructal design applied to the optimization of complex geometries: Ty-shaped cavities with two additional lateral intrusions cooled by convection. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Elsevier, v. 55, n. 5, p. 1505–1512, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 43.

MALISKA, C. R. *Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional: fundamentos e coordenadas generalizadas*. [S.l.]: Livros Técnicos e Científicos, 1994. Citado 3 vezes nas páginas 11, 38 e 39.

MARCELIN, J. L. Pseudo-constructal theory for shape optimization of mechanical structures. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Springer, v. 38, n. 1-2, p. 1–6, 2008. Citado na página 35.

MICHALEWICZ, Z. Genetic algorithms, numerical optimization, and constraints. In: MORGAN KAUFMANN, SAN MATEO, CA. *Proceedings of the sixth international conference on genetic algorithms*. [S.l.], 1995. v. 195, p. 151–158. Citado na página 52.

MICHALEWICZ, Z. *Genetic algorithms + data structures = evolution programs*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2013. Citado na página 52.

MICHALEWICZ, Z.; JANIKOW, C. Z.; KRAWCZYK, J. B. A modified genetic algorithm for optimal control problems. *Computers & Mathematics with Applications*, Elsevier, v. 23, n. 12, p. 83–94, 1992. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 51.

MICHALEWICZ, Z.; LOGAN, T.; SWAMINATHAN, S. Evolutionary operators for continuous convex parameter spaces. In: CITESEER. *Proceedings of the 3rd annual conference on evolutionary programming*. [S.l.], 1994. p. 84–97. Citado na página 53.

NORMAH, G.-M.; OH, J.-T.; CHIEN, N. B.; CHOI, K.-I.; ROBIAH, A. Comparison of the optimized thermal performance of square and circular ammonia-cooled microchannel heat sink with genetic algorithm. *Energy Conversion and Management*, Elsevier, v. 102, p. 59–65, 2015. Citado na página 28.

POTIRON, M.; YOUNES, A. A genetic algorithm for the shape optimization of parts subjected to thermal loading. *Numerical Heat Transfer: Part A: Applications*, Taylor & Francis, v. 39, n. 5, p. 449–470, 2001. Citado na página 27.

REZENDE, S. O. *Sistemas inteligentes: fundamentos e aplicações*. [S.l.]: Editora Manole Ltda, 2003. Citado 4 vezes nas páginas 45, 48, 54 e 61.

SILVA, A. J. M. *Implementação de um Algoritmo Genético utilizando o modelo de ilhas*. Tese (Doutorado) — UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, 2005. Citado 3 vezes nas páginas 51, 54 e 55.

SILVEIRA, S. R.; BARONE, D. A. C. Jogos educativos computadorizados utilizando a abordagem de algoritmos genéticos. *Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Informática. Curso de Pós-Graduação em Ciências da Computação*, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 49.

SORSA, A.; PELTOKANGAS, R.; LEIVISKA, K. Real-coded genetic algorithms and nonlinear parameter identification. In: IEEE. *Intelligent Systems, 2008. IS'08. 4th International IEEE Conference*. [S.l.], 2008. v. 2, p. 10–42. Citado na página 52.

SOUZA, J.; ORDONEZ, J. Constructal design of high-conductivity inserts. In: *Constructal Law and the Unifying Principle of Design*. [S.l.]: Springer, 2013. p. 91–111. Citado 9 vezes nas páginas 11, 13, 21, 29, 30, 31, 43, 63 e 100.

VASCONCELOS, J.; RAMIREZ, J. A.; TAKAHASHI, R.; SALDANHA, R. Improvements in genetic algorithms. *Magnetics, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 37, n. 5, p. 3414–3417, 2001. Citado na página 53.

WANG, Z.; LI, Y.; ZHAO, M. Experimental investigation on the thermal performance of multi-stream plate-fin heat exchanger based on genetic algorithm layer pattern design. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Elsevier, v. 82, p. 510–520, 2015. Citado na página 26.

WEN, J.; YANG, H.; TONG, X.; LI, K.; WANG, S.; LI, Y. Optimization investigation on configuration parameters of serrated fin in plate-fin heat exchanger using genetic algorithm. *International Journal of Thermal Sciences*, Elsevier, v. 101, p. 116–125, 2016. Citado na página 27.

WRIGHT, E.; GOLDFAR, D. E.; FAIN, P.; BARKER, D.; SKOLNICK, M. A genetic map of human chromosome 17p. *Genomics*, Elsevier, v. 7, n. 1, p. 103–109, 1990. Citado na página 48.

XU, X.; LIANG, X.; REN, J. Optimization of heat conduction using combinatorial optimization algorithms. *International journal of heat and mass transfer*, Elsevier, v. 50, n. 9, p. 1675–1682, 2007. Citado 8 vezes nas páginas 11, 13, 20, 21, 25, 26, 63 e 102.

YANG, J.; FAN, A.; LIU, W.; JACOBI, A. M. Optimization of shell-and-tube heat exchangers conforming to tema standards with designs motivated by constructal theory. *Energy Conversion and Management*, Elsevier, v. 78, p. 468–476, 2014. Citado na página 35.

YANG, J.; OH, S.-R.; LIU, W. Optimization of shell-and-tube heat exchangers using a general design approach motivated by constructal theory. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Elsevier, v. 77, p. 1144–1154, 2014. Citado na página 35.

ZENG, M.; DU, L.; LIAO, D.; CHU, W.; WANG, Q.; LUO, Y.; SUN, Y. Investigation on pressure drop and heat transfer performances of plate-fin iron air preheater unit with experimental and genetic algorithm methods. *Applied Energy*, Elsevier, v. 92, p. 725–732, 2012. Citado na página 26.

ZHAO, M.; LI, Y. An effective layer pattern optimization model for multi-stream plate-fin heat exchanger using genetic algorithm. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Elsevier, v. 60, p. 480–489, 2013. Citado na página 28.

APÊNDICE A – TRABALHOS PUBLICADOS

A.1 TRABALHOS COMPLETOS PUBLICADOS EM ANAIS DE CONGRESSOS

AVENDANO, P. A.; MARUBE, N. N. ; ADAMATTI, D. F. ; SOUZA, J. A. . Uma Abordagem de Transferência de Calor Utilizando Teoria Constructal e Modelagem Baseada em Agentes. In: 10º Workshop-Escola de Sistemas de Agentes, seus Ambientes e Aplicações, 2016, Maceió. Anais do X Workshop-Escola de Sistemas de Agentes, seus Ambientes e aplicações, 2016. p. 13-22.

AVENDANO, P. A.; MARUBE, N. N. ; ADAMATTI, D. F. ; SOUZA, J. A. . An Approach of Heat Transfer Using Constructal Theory and Agent-Based Modeling. In: Seventeenth International Workshop on Multi-Agent-Based Simulation, 2016, Cingapura. Workshop Proceedings Seventeenth International Workshop on Multi-Agent-Based Simulation, 2016. p. 116-125.

AVENDANO, P. A. ; JEFERSON AVILA SOUZA ; ADAMATTI, D. F. ; Dos Santos, E. D. . Otimização geométrica de uma cavidade isotérmica em forma de “+” usando Teoria Construtal e Algoritmos Genéticos. In: VII MCSUL, 2016, Rio Grande - RS. Anais da 7ª Conferência Sul em Modelagem Computacional, 2016. v. 1. p. 97-103.

A.2 RESUMOS EXPANDIDOS PUBLICADOS EM ANAIS DE CONGRESSOS

AVENDANO, P. A.; ADAMATTI, D. F. ; SOUZA, J. A. . Minimização da máxima temperatura de placas submetidas a uma fonte de calor usando Algoritmos Genéticos. In: Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, 2016, Gramado. Anais do CNMAC, 2016.

A.3 RESUMOS PUBLICADOS EM ANAIS DE CONGRESSOS

AVENDANO, P. A.; SOUZA, J. A. ; ADAMATTI, D. F. . Minimização da Temperatura Máxima de Placas Submetidas a uma Fonte de Calor Usando Algoritmos Genéticos e Teoria Construtal. In: 15º Mostra da Produção Universitaria, 2016, Rio Grande. Anais da Mostra da Produção Universitária da Universidade Federal do Rio Grande - FURG. Rio Grande: Editora da FURG, 2016.