

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

RENATA COSTA DE ALMEIDA ALONSO

MODELAGEM COMPUTACIONAL E MÉTODO *CONSTRUCTAL DESIGN*
APLICADOS À FLAMBAGEM ELÁSTICA DE TUBOS ESTRUTURAIS
PERFURADOS

RIO GRANDE - RS
2016

Renata Costa de Almeida Alonso

Modelagem Computacional e Método *CONSTRUCTAL DESIGN* aplicados à flambagem elástica de tubos estruturais perfurados

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional (PPGMC) da Universidade Federal do Rio Grande (FURG) como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Modelagem Computacional. Área de concentração: Mecânica Computacional.

Orientador: Prof. Dr. Liércio André Isoldi
Coorientador: Prof. Dr. Mauro de Vasconcellos Real

Rio grande – RS
2016

Renata Costa de Almeida Alonso

Modelagem Computacional e Método *Constructal Design* aplicados à flambagem elástica de tubos estruturais perfurados

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional - PPGMC da Universidade Federal do Rio Grande – FURG como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Modelagem Computacional, aprovada pela comissão de avaliação abaixo assinada:

Prof. Dr. Liércio André Isoldi
(Orientador - FURG)

Prof. Dr. Mauro de Vasconcellos Real
(Coorientador - FURG)

Prof. Dr. Eduardo Costa Couto (UFPel)

Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos (FURG)

Prof. Dr. Paulo Roberto de Freitas Teixeira (FURG)

Rio Grande, 28 de março de 2016.

*Ao meu esposo Fabio e aos meus filhos Francisco
e Antônio por fazerem parte da minha jornada.*

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. Dr. Liércio André Isoldi, pela dedicação, interesse e paciência, sempre disposto a colaborar para o bom andamento do trabalho.

Ao meu coorientador, Prof. Dr. Mauro de Vasconcellos Real, pelas aulas ministradas que foram para mim de grande importância para a elaboração deste trabalho.

Aos Profs. Elizaldo Domingues e Paulo Teixeira, pelas sugestões para a elaboração do presente trabalho, sendo estas de grande valia.

Ao Prof. Dr. Jeferson Avila Souza, pela dedicação ao programa.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

À FURG, pela oportunidade de poder realizar este curso e pelo ensino de qualidade que me foi oferecido.

Aos amigos Rafaella Colares, Daniela Thormann, Gleyber Martuchele e Maria Elenice Senna, pelo carinho, incentivo e rica troca de experiências.

À minha família, principalmente aos meus pais Odir e Laurir e minha Tia Zenithe, por serem presentes em minha vida e por sempre acreditarem em mim.

Às minhas cunhadas/irmãs, Luiza, Verônica, Maria e Márcia, pelo apoio e carinho a mim dedicados.

E em especial, ao meu esposo Fabio Alonso, pelo estímulo, parceria e imensa ajuda. E aos meus filhos, pelo amor e pela paciência de esperar por mim.

Renata Costa de Almeida Alonso

RESUMO

Tubos estruturais são componentes empregados como colunas em estruturas metálicas devido à sua boa relação peso/resistência mecânica. Porém, quando submetidos a um carregamento de compressão axial os mesmos podem sofrer um fenômeno de instabilidade elástica conhecido como flambagem. Para uma coluna sem perfurações, existem equações analíticas para a determinação da carga crítica de flambagem. Entretanto, se existirem perfurações, somente análises experimentais ou numéricas podem ser empregadas para obter o valor desta carga crítica. Sendo assim, nesse trabalho, um modelo computacional desenvolvido no software ANSYS, que é baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF), foi usado na determinação da carga crítica de um tubo estrutural perfurado. Além disso, o método *Constructal Design* foi aplicado para avaliar a influência da inserção de perfurações retangulares e elípticas ao longo do tubo estrutural na carga crítica de flambagem. O objetivo consistiu em determinar a geometria ótima para essas colunas perfuradas submetidas à flambagem elástica, de forma a maximizar a carga crítica suportada. Foi considerado ϕ (razão entre o volume removido e o volume total da coluna) de 0,05; 0,10; 0,15; 0,20 e 0,25, com variações da razão entre as dimensões características das perfurações (H_0/L_0). Os resultados indicaram que valores menores de H_0/L_0 conduzem a maiores valores de carga crítica.

Palavras-Chave: Flambagem elástica de colunas, Tubos estruturais, Método *Constructal Design*, Modelagem Computacional

ABSTRACT

Structural tubes are components that are used as columns in metallic structures due its good relation mechanical resistance/weight. However, when they are submitted to an axial compression loading, they may suffer an elastic instability phenomenon known as buckling. For a column without perforations openings, there are analytical equations for determining the critical load of buckling. However, if there perforations openings, only experimental or numerical analysis can be used to get the value of this critical load. Thus, in this study, a computational model developed in the ANSYS software, which is based on the Finite Element Method (FEM), was used in determining the critical load of a perforated structural tube. Furthermore, the *Constructal Design* method was applied to evaluate the influence of the insertion of rectangular and elliptical perforations openings along the structural tube in the critical load of buckling. The goal is to determine the optimal geometry for those perforated columns submitted to elastic buckling , in order to maximize the supported critical load. It was considered ϕ (ratio between the removed volume and the total volume of the column) of 0,05; 0,10; 0,15; 0,20 and 0,25, with ratio variations between the holes characteristic dimensions (H_0 / L_0). The results indicated that smaller values of H_0 / L_0 lead to higher critical load.

Keywords: Elastic buckling of columns, structural tubes, Constructal Design method, Computational Modeling

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1-	Abertura na alma do perfil metálico para passagem de dutos. (Veríssimo, 1996).....	23
Figura 1.2-	Colunas curtas de aço com canal perfurado contendo aberturas múltiplas.(Shanmugam e Dhanalakshmi, 2001).....	24
Figura 1.3-	(a) Seção transversal; (b) Dimensões do corpo de prova. (Freitas, Freitas e Souza, 2004).....	24
Figura 1.4-	Análise experimental aplicação da carga em coluna em coluna perfurada.(Moen e Schafer, 2008).....	25
Figura 1.5-	Geometria da coluna do tipo acastelada. (El-Sawy et al., 2009).....	26
Figura 1.6-	Elementos que compõem a seção transversal da coluna tipo rack. (Silva,2011).....	26
Figura 1.7-	Modelos de placas simplesmente apoiadas com perfuração centralizada nas formas elíptica (a), retangular (b) e losango(c). (Rocha et al., 2013).....	27
Figura 1.8-	Placas finas com perfuração elíptica. (Correia et al., 2013).....	27
Figura 1.9-	Exemplos de casos propostos considerando volume retirado de 15%. (Alonso et al., 2015).....	28
Figura 1.10-	Tubos estruturais com 8 e 16 perfurações, respectivamente, submetidas à flambagem elástica. (Altê et al., 2015).....	28
Figura 2.1-	Modelo formado por um mecanismo de barras. (Hibbeler, 2010).....	32
Figura 2.2-	Coluna sob Flambagem. (Hibbeler, 2010).....	33
Figura 2.3-	Flambagem de uma coluna com apoios de pinos. (Hibbeler, 2010)....	34
Figura 2.4-	Coluna engastada-livre (a) e diagrama de corpo livre (b). (Hibbeler, 2010).....	36
Figura 2.5-	Coluna engastada-livre (a) e diagrama de corpo livre (b) (Hibbeler, 2010).....	38
Figura 2.6-	Carga crítica, comprimentos efetivos e fatores de comprimento em colunas com diferentes tipos de condição de vinculação. (Gere, 2003).....	39

Figura 2.7-	Diagrama tensão-deformação convencional e real para material dúctil (aço). (Hibbeler, 2010).....	41
Figura 2.8-	Imagem tubos estruturais com seção transversal retangular Fonte: http://hidraulica-paulista.blogspot.com.br/2014/07/tubo-retangular.html	42
Figura 2.9-	Divisão do domínio em elementos. (Vanalli, 2004).....	45
Figura 2.10-	Elemento unidimensional Fonte: Adaptado: http://www.cimne.com/caltep/caract/elementos.jpg ..	46
Figura 2.11-	Elementos bidimensionais Fonte: Adaptado: http://www.cimne.com/caltep/caract/elementos.jpg ..	46
Figura 2.12-	Elementos tridimensionais Fonte: Adaptado: http://www.cimne.com/caltep/caract/elementos.jpg ..	47
Figura 3.1-	Elemento SHELL93.(ANSYS, 2005).....	50
Figura 3.2-	Propriedades Mecânicas dos tubos estruturais Fonte: http://www.vallourec.com/COUNTRIES/BRAZIL/PT/Products-and-services/automotive-industrial-tubes/Documents/Catalogo%20Estruturais.pdf	52
Figura 3.3-	Seção transversal do tubo estrutural. Fonte: _http://www.vallourec.com/COUNTRIES/BRAZIL/PT/Products-and-services/automotive-industrial-tubes/Documents/Catalogo%20Estruturais.pdf	53
Figura 3.4-	Curvatura externa do tubo estruturala. Fonte: http://www.vallourec.com/COUNTRIES/BRAZIL/PT/Products-and-services/automotive-industrial-tubes/Documents/Catalogo%20Estruturais.pdf	54
Figura 3.5-	Tipo de elemento utilizado na simulação SHELL93.....	54
Figura 3.6-	Parâmetros para a construção da geometria.....	55
Figura 3.7-	Real Constants, espessura da parede.....	56
Figura 3.8-	Propriedade do material.....	56
Figura 3.9-	Perfil com a linha central usada como referência.....	58
Figura 3.10-	<i>Keypoints</i>	58
Figura 3.11-	Área da seção transversal.....	58
Figura 3.12-	Volume criado a partir das áreas.....	59

Figura 3.13-	Tubo com seção retangular.....	59
Figura 3.14-	Perfil com malha.....	60
Figura 3.15-	Vinculação e cargas aplicadas na coluna.....	61
Figura 3.16-	Resultado da simulação, valor da carga critica.....	62
Figura 3.17-	Carga critica obtida para o perfil retangular.....	62
Figura 3.18-	Gráfico teste de independência de malha.....	64
Figura 3.19-	Refino da malha na região da perfuração.....	64
Figura 3.20-	Tubo estrutural flambado sem perfurações.....	66
Figura 4.1-	Dimensões da coluna e do furo retangular.....	68
Figura 4.2-	Dimensões da coluna e do furo elíptico.....	68
Figura 4.3-	Tubo estrutural com 16 perfurações retangulares.....	69
Figura 4.4-	Tubo estrutural com 16 perfurações elípticas.....	69
Figura 4.5-	Geometria com maior P_{cr} , $\phi = 0,05$ com $H_0 / L_0 = 0,35$	71
Figura 4.6-	Geometria com menor P_{cr} , $\phi = 0,25$ com $H_0 / L_0 = 0,60$	72
Figura 4.7-	Variação de $P_{cr,adm}$, em função de H_0/L_0	74
Figura 4.8-	Configuração flambada geometria otimizada $\phi = 0,05$ ($H_0 / L_0 = 0,35$)	75
Figura 4.9-	Configuração flambada geometria otimizada $\phi = 0,10$ ($H_0 / L_0 = 0,35$)	75
Figura 4.10-	Configuração flambada geometria otimizada $\phi = 0,15$ ($H_0 / L_0 = 0,35$)	76
Figura 4.11-	Configuração flambada geometria otimizada $\phi = 0,20$ ($H_0 / L_0 = 0,35$)	76
Figura 4.12-	Configuração flambada geometria otimizada $\phi = 0,25$ ($H_0 / L_0 = 0,35$)	76
Figura 4.13-	Geometria com maior P_{cr} , $\phi = 0,05$ com $H_0 / L_0 = 0,35$	77
Figura 4.14-	Geometria com menor P_{cr} , $\phi = 0,25$ com $H_0 / L_0 = 0,60$	78
Figura 4.15-	Variação de $P_{cr,adm}$, em função de H_0/L_0	80
Figura 4.16-	Configuração flambada geometria otimizada $\phi = 0,05$ ($H_0/L_0 = 0,35$).	81
Figura 4.17-	Configuração flambada geometria otimizada $\phi = 0,10$ ($H_0/L_0 = 0,35$).	81

Figura 4.18-	Configuração flambada geometria otimizada $\phi = 0,15$ ($H_0/L_0 = 0,35$)	82
Figura 4.19-	Configuração flambada geometria otimizada $\phi = 0,20$ ($H_0/L_0 = 0,35$)	82
Figura 4.20-	Configuração flambada geometria otimizada $\phi = 0,25$ ($H_0/L_0 = 0,35$)	82
Figura 4.21-	$\phi = 0,05$ Variação de $P_{cr adm}$, em função de H_0/L_0 , perfurações elípticas e retangulares.....	83
Figura 4.22-	$\phi = 0,10$ Variação de $P_{cr adm}$, em função de H_0/L_0 , perfurações elípticas e retangulares.....	84
Figura 4.23-	$\phi = 0,15$ Variação de $P_{cr adm}$, em função de H_0/L_0 , perfurações elípticas e retangulares.....	84
Figura 4.24-	$\phi = 0,20$ Variação de $P_{cr adm}$, em função de H_0/L_0 , perfurações elípticas e retangulares.....	85
Figura 4.25-	$\phi = 0,25$ Variação de $P_{cr adm}$, em função de H_0/L_0 , perfurações elípticas e retangulares.....	85
Figura 4.26-	Análise de tensões da coluna sem perfurações.....	87
Figura 4.27-	Tensões na região do carregamento.....	87
Figura 4.28-	Tensão de von Mises para $\phi = 0,05$, (a) $H_0 / L_0 = 0,35$ (menor) e (b) $H_0 / L_0 = 0,60$ (maior). Perfuração elíptica.....	89
Figura 4.29-	Tensão de von Mises para $\phi = 0,10$, (a) $H_0 / L_0 = 0,35$ (menor) e (b) $H_0 / L_0 = 0,60$ (maior). Perfuração elíptica.....	89
Figura 4.30-	Tensão de von Mises para $\phi = 0,15$, (a) $H_0 / L_0 = 0,35$ (menor) e (b) $H_0 / L_0 = 0,60$ (maior). Perfuração elíptica.....	90
Figura 4.31-	Tensão de von Mises para $\phi = 0,20$, (a) $H_0 / L_0 = 0,35$ (menor) e (b) $H_0 / L_0 = 0,60$ (maior). Perfuração elíptica.....	91
Figura 4.32-	Tensão de von Mises para $\phi = 0,25$, (a) $H_0 / L_0 = 0,35$ (menor) e (b) $H_0 / L_0 = 0,60$ (maior). Perfuração elíptica.....	91
Figura 4.33-	Tensão de von Mises para $\phi = 0,05$, (a) $H_0 / L_0 = 0,35$ (menor) e (b) $H_0 / L_0 = 0,60$ (maior). Perfuração retangular.....	93

Figura 4.34-	Tensão de von Mises para $\phi = 0,10$, (a) $H_0 / L_0 = 0,35$ (menor) e (b) $H_0 / L_0 = 0,60$ (maior). Perfuração retangular.....	93
Figura 4.35-	Tensão de von Mises para $\phi = 0,15$, (a) $H_0 / L_0 = 0,35$ (menor) e (b) $H_0 / L_0 = 0,60$ (maior). Perfuração retangular.....	94
Figura 4.36-	Tensão de von Mises para $\phi = 0,20$, (a) $H_0 / L_0 = 0,35$ (maior) e (b) $H_0 / L_0 = 0,60$ (menor). Perfuração retangular.....	95
Figura 4.37-	Tensão de von Mises para $\phi = 0,25$, (a) $H_0 / L_0 = 0,35$ (maior) e (b) $H_0 / L_0 = 0,60$ (menor). Perfuração retangular.....	95

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1-	Características do Tubo Estrutural.....	52
Tabela 3.2-	<i>Keypoints</i> para o perfil retangular.....	57
Tabela 3.3-	Valores obtidos para o teste de independência de malha.....	63
Tabela 4.1-	Resultados da simulação numérica para perfurações elípticas $\phi = 0,05$	72
Tabela 4.2-	Resultados da simulação numérica para perfurações elípticas $\phi = 0,10$	73
Tabela 4.3-	Resultados da simulação numérica para perfurações elípticas $\phi = 0,15$	73
Tabela 4.4-	Resultados da simulação numérica para perfurações elípticas $\phi = 0,20$	73
Tabela 4.5-	Resultados da simulação numérica para perfurações elípticas $\phi = 0,25$	74
Tabela 4.6-	Resultados da simulação numérica para perfurações retangulares $\phi = 0,05$	78
Tabela 4.7-	Resultados da simulação numérica para perfurações retangulares $\phi = 0,10$	79
Tabela 4.8-	Resultados da simulação numérica para perfurações retangulares $\phi = 0,15$	79
Tabela 4.9-	Resultados da simulação numérica para perfurações retangulares $\phi = 0,20$	79
Tabela 4.10-	Resultados da simulação numérica para perfurações retangulares $\phi = 0,25$	80
Tabela 4.11-	Tensão de von Mises para $\phi = 0,05$. Perfuração elíptica.....	88
Tabela 4.12-	Tensão de von Mises para $\phi = 0,10$. Perfuração elíptica.....	89
Tabela 4.13-	Tensão de von Mises para $\phi = 0,15$. Perfuração elíptica.....	90
Tabela 4.14-	Tensão de von Mises para $\phi = 0,20$. Perfuração elíptica.....	90
Tabela 4.15-	Tensão de von Mises para $\phi = 0,25$. Perfuração elíptica.....	91
Tabela 4.16-	Tensão de von Mises para $\phi = 0,05$. Perfuração retangular.....	92
Tabela 4.17-	Tensão de von Mises para $\phi = 0,10$. Perfuração retangular.....	93

Tabela 4.18-	Tensão de von Mises para $\phi = 0,15$. Perfuração retangular.....	94
Tabela 4.19-	Tensão de von Mises para $\phi = 0,20$. Perfuração retangular.....	94
Tabela 4.20-	Tensão de von Mises para $\phi = 0,25$. Perfuração retangular.....	95

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

DOF	Graus de Liberdade (DOF - <i>Degrees of freedom</i>)
Eq.	Equação
FEM	<i>Finite Element Method</i>
Fig.	Figura
FURG	Universidade Federal do Rio Grande
MEF	Método dos Elementos Finitos
MTF	Método das Faixas Finitas
MVF	Método dos Volumes Finitos
PPGMC	Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional
UFPEL	Universidade Federal de Pelotas

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas

A	Área da coluna [mm ²]
A_0	Área da perfuração [mm ²]
c_1	Constante de integração
c_2	Constante de integração
E	Módulo de elasticidade [N/m ²]
F	Força [N]
H	Comprimento da alma da coluna [mm]
H_0	Dimensão da perfuração retangular na direção de [mm]
I	Momento de inércia [mm ⁴]
I_y	Momento de inércia na direção de y [mm ⁴]
k	Rigidez da mola [N/m]
K	Fator de comprimento efetivo
$[K]$	Matriz de rigidez total
$[K_E]$	Matriz de rigidez convencional
$[K_G]$	Matriz de rigidez geométrica
L	Comprimento da coluna [mm]
L_e	Comprimento efetivo da coluna
L_0	Dimensão da perfuração retangular na direção de [mm]
M	Momento fletor interno [Nm]
$M_{máx}$	Momento fletor máximo [Nm]
N	Número de perfurações
np	Número de perfurações de cada lado da coluna
P	Carga [N]
P_{cr}	Carga crítica de flambagem [kN]
P_0	Carga inicial [N]
r	Raio de giração
t	Espessura da coluna [mm]

$\{U\}$	Vetor de deslocamento total
u	Deslocamento [mm]
V	Volume total da coluna [mm ³]
V_0	Volume total das perfurações [mm ³]

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	8
LISTA DE TABELAS.....	13
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS.....	15
LISTA DE SIMBOLOS.....	16
1 INTRODUÇÃO	21
1.1 MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVA	22
1.2 ESTADO DA ARTE	22
1.3 OBJETIVOS	29
1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....	29
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	31
2.1 ESTABILIDADE	31
2.2 CARREGAMENTO CRÍTICO OU CARGA CRÍTICA DE FLAMBAGEM DE COLUNAS	33
2.3 CARGA DE FLAMBAGEM PARA COLUNA ENGASTADA-LIVRE E COLUNAS COM DIFERENTES TIPOS DE VINCULAÇÕES	35
2.4 TENSÃO CRÍTICA	39
2.5 LIMITE DE ESCOAMENTO	40
2.6 PERFIS METÁLICOS	41
2.6.1 TUBOS RETANGULARES.....	42
2.7 SIMULAÇÃO NUMÉRICA	42
2.7.1 ANSYS	43
2.7.2 O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	43
2.7.3 TIPOS DE ELEMENTOS FINITOS	45
2.8 TEORIA CONSTRUTAL	47
3 MODELAGEM COMPUTACIONAL	49
3.1 SOLUÇÃO NUMÉRICA PARA A FLAMBAGEM	49

3.2 TIPO DE ELEMENTO	50
3.3 DEFINIÇÃO DA GEOMETRIA	51
3.4 SIMULAÇÃO NUMÉRICA NO ANSYS.....	54
3.4.1 PRÉ-PROCESSAMENTO	54
3.4.2 PROCESSAMENTO	61
3.4.3 PÓS-PROCESSAMENTO	62
3.5 TESTE DE INDEPENDÊNCIA DE MALHA	63
3.6 VERIFICAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO	65
4 ESTUDO DE CASO	67
4.1 <i>CONSTRUCTAL DESIGN</i> APLICADO A COLUNAS PERFURADAS SOB FLAMBAGEM	67
4.2 RESULTADOS E DISCUSSÕES	70
4.2.1 CARGA CRÍTICA ADIMENSIONAL	70
4.2.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS PARA A CARGA CRÍTICA DE FLAMBAGEM	70
4.2.3 RESULTADOS PARA PERFURAÇÕES ELÍPTICAS	71
4.2.4 RESULTADOS PARA PERFURAÇÕES RETANGULARES ...	77
4.2.5 COMPARAÇÃO ENTRE OS TIPOS DE PERFURAÇÕES.....	83
4.2.6 ANÁLISE DAS TENSÕES DE VON MISES	86
4.2.6.1 ANÁLISE DAS TENSÕES DE VON MISES PARA PERFURAÇÕES ELÍPTICAS	88
4.2.6.2 ANÁLISE DAS TENSÕES DE VON MISES PARA PERFURAÇÕES RETANGULARES	92
5 CONCLUSÕES	97
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	99

1 INTRODUÇÃO

Economia, eficiência e durabilidade aliadas à segurança sempre foram princípios para o desenvolvimento de novas soluções e materiais na engenharia estrutural. Estruturas que sustentam carregamentos podem falhar de várias formas, dependendo do tipo da estrutura, das condições de apoio, dos tipos de carregamentos e dos materiais usados (Gere, 2003).

Segundo Pfeil e Pfeil (2012), denomina-se coluna uma peça vertical comprida e esbelta sujeita à compressão centrada. O esforço de compressão tende a acentuar o efeito de curvatura e os deslocamentos laterais produzidos compõem o processo conhecido como flambagem, que, em geral, reduz a capacidade de carga da peça. Em outras palavras, enquanto a carga sobre esse componente é relativamente pequena, a coluna fica submetida a uma tensão de compressão e, conseqüentemente, a uma deformação axial. Porém, existe um valor crítico para esse carregamento de compressão no qual a coluna repentinamente sofre uma deflexão lateral, ocorrendo a flambagem e dando origem a grandes deformações que causam o colapso da coluna. Para isso é necessário conhecer a carga crítica de flambagem da coluna, que pode ser entendida como a carga axial máxima que o componente estrutural pode suportar quando está na iminência de flambar, ou seja, qualquer carga adicional à carga crítica provocará flambagem.

Perfurações são frequentemente introduzidas em elementos estruturais de paredes finas para facilitar o acesso a serviços e inspeção (Shanmugam, 1997), bem como a passagem de cabos elétricos e outros serviços. Além disso, as mesmas contribuem para a diminuição do peso da estrutura e até mesmo por estética ao atender projetos arquitetônicos. A presença de furos gera uma redistribuição de tensões acompanhada por uma mudança no comportamento mecânico destes componentes (Cheng & Zhao, 2010).

Para avaliar como a geometria das perfurações influencia no valor da carga crítica, será empregado ao longo deste trabalho o método *Constructal Design*, baseado na Teoria Constructal desenvolvida por Adrian Bejan em 1995, que é fundamentada no princípio da ótima distribuição das imperfeições. Até o momento, a grande maioria dos estudos empregando a Teoria Constructal na área de engenharia é dedicada ao a avaliação de geometrias ótimas em problemas de mecânica dos fluidos e de transferência de calor. No entanto, é possível considerar as estruturas sólidas como sistemas que são configurados de modo a facilitar o fluxo de tensões. Esse ponto de vista é bastante incomum, mas é eficaz quando o objetivo é descobrir a melhor configuração de um componente estrutural submetido a um determinado carregamento (Lorente et al., 2010).

Neste trabalho, foi desenvolvido um modelo computacional para a flambagem elástica através do software ANSYS, o qual utiliza o Método dos Elementos Finitos (MEF) para a simulação numérica do comportamento mecânico de tubos estruturais com seção retangular, contendo perfurações retangulares e elípticas, e com vinculação do tipo engastada-livre.

O trabalho teve como objetivo realizar um estudo numérico para avaliar a influência das perfurações no comportamento mecânico da coluna sob flambagem, utilizando o método *Constructal Design*. Foram considerados valores de (razão entre o volume removido e o volume total da coluna) de 0,05; 0,10; 0,15; 0,20 e 0,25, enquanto variações do grau de liberdade H_0/L_0 (razão entre as dimensões características das perfurações) foram realizadas para cada caso.

1.1 MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVA

A grande utilização de perfis metálicos nos mais diversos setores da engenharia associada à constante necessidade de otimização de espaço e redução de peso em uma estrutura, serviu como motivação para avaliar a influência causada pela remoção de material ao longo de tubos estruturais em sua carga crítica de flambagem. E o reconhecimento da importância do estudo da prevenção de flambagem elástica em colunas, pois esta resulta na falha repentina da estrutura e por isso deve-se evitar que esse fenômeno de instabilidade estrutural ocorra. Este estudo se justifica, principalmente, pelo fato de que a carga crítica de flambagem para os perfis que serão estudados possuem magnitude inferior ao limite de fadiga, escoamento e ruptura, causando falhas súbitas e catastróficas em um nível de tensões consideradas “seguras” para projetos que negligenciem os efeitos do fenômeno da flambagem

1.2 ESTADO DA ARTE

A utilização de perfis metálicos é bastante comum na engenharia estrutural. As indústrias naval, automobilística, aeronáutica, bem como a da construção civil são exemplos de utilização de perfis metálicos como elementos estruturais.

Segundo Veríssimo (1996), foi a partir do século XIX que a construção metálica começou a intensificar-se, isso em função do desenvolvimento dos processos de laminação de perfis e

com o progresso do cálculo estrutural. Já na segunda metade do século XX a construção metálica se estabelece de fato como uma alternativa viável dos pontos de vista técnico e econômico, sendo isso fomentado pelo avanço tecnológico dos computadores e pela crise econômica mundial. Tradicionalmente, o arranjo estrutural em pavimentos de edifícios de estrutura metálica consiste de colunas de aço de alma cheia, as quais podem dificultar a passagem dos dutos de serviços. Uma solução comumente usada é fazer aberturas nas almas das colunas para a passagem dos dutos, Fig. 1.1. As colunas estruturais metálicas com aberturas na alma têm sido usadas há muitos anos, devido à necessidade e, ou, a vantagens econômicas, antes mesmo que os procedimentos de cálculo específicos para esta situação fossem desenvolvidos, ou seja, para o processo de verificação dos cálculos considerasse uma coluna sem perfurações, uma vez que não existem soluções analíticas para o cálculo de colunas que possuam perfurações.

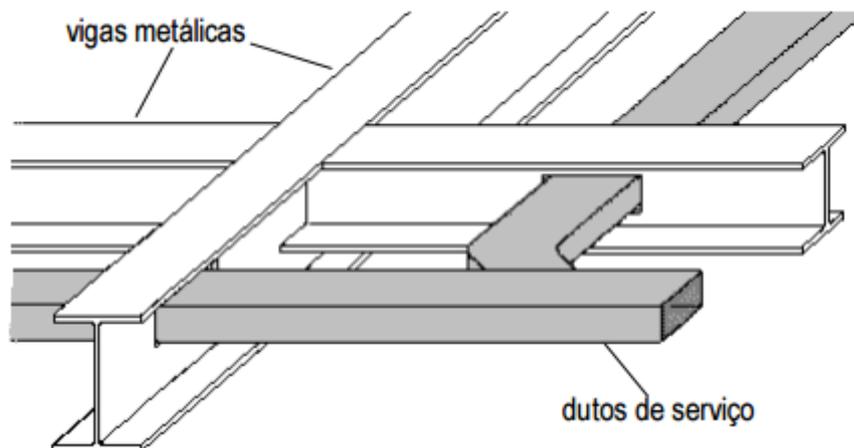


Figura 1.1- Abertura na alma do perfil metálico para passagem de dutos (Veríssimo, 1996)

Leonhard Euler (1707-1783), foi a primeira pessoa a investigar a flambagem de uma coluna esbelta e determinar seu carregamento crítico (Euler publicou seus resultados em 1744) (Gere, 2003). Desde então, vários estudos a respeito de falhas de estruturas foram abordados e dentre estes estão as simulações numéricas.

Shanmugam e Dhanalakshmi (2001) desenvolveram uma equação para determinar a capacidade de carga máxima de colunas curtas de aço com canal perfurado, Fig.1.2, contendo aberturas únicas ou múltiplas de formatos quadrado, circular e de forma de abertura fabricadas. Esta equação é baseada em estudos paramétricos que foram realizados utilizando o MEF em seções de canal simples contendo abertura. Foi considerada, neste estudo, uma vasta gama de parâmetros, como o índice de esbeltez, formas e tamanhos. Para estabelecer um nível de

precisão da proposta da equação, foi feita uma comparação com uma série de resultados experimentais e resultados numéricos obtidos por outros pesquisadores.

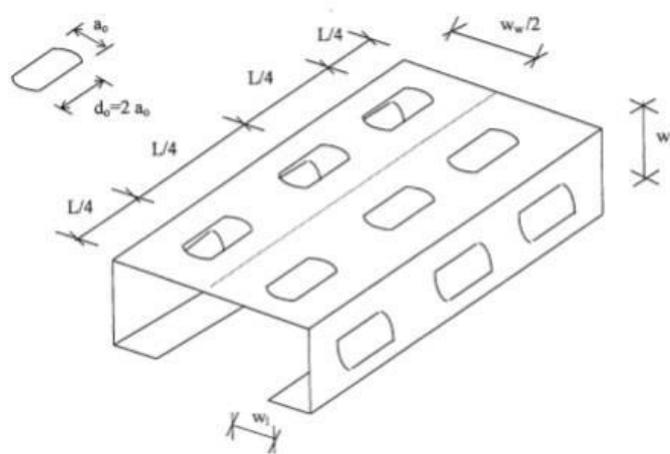


Figura 1. 2 - Colunas curtas de aço com canal perfurado contendo aberturas múltiplas (Shanmugam e Dhanalakshmi, 2001)

Freitas, Freitas e Souza (2004) fizeram um estudo do modo de instabilidade por flambagem local em perfis formados a frio de seção tipo rack, Fig. 1.3, e a influência de furos no elemento mais esbelto da seção (alma). São empregadas análises numéricas e experimentais para a avaliação deste modo e da influência de perfurações no modo local de placa.

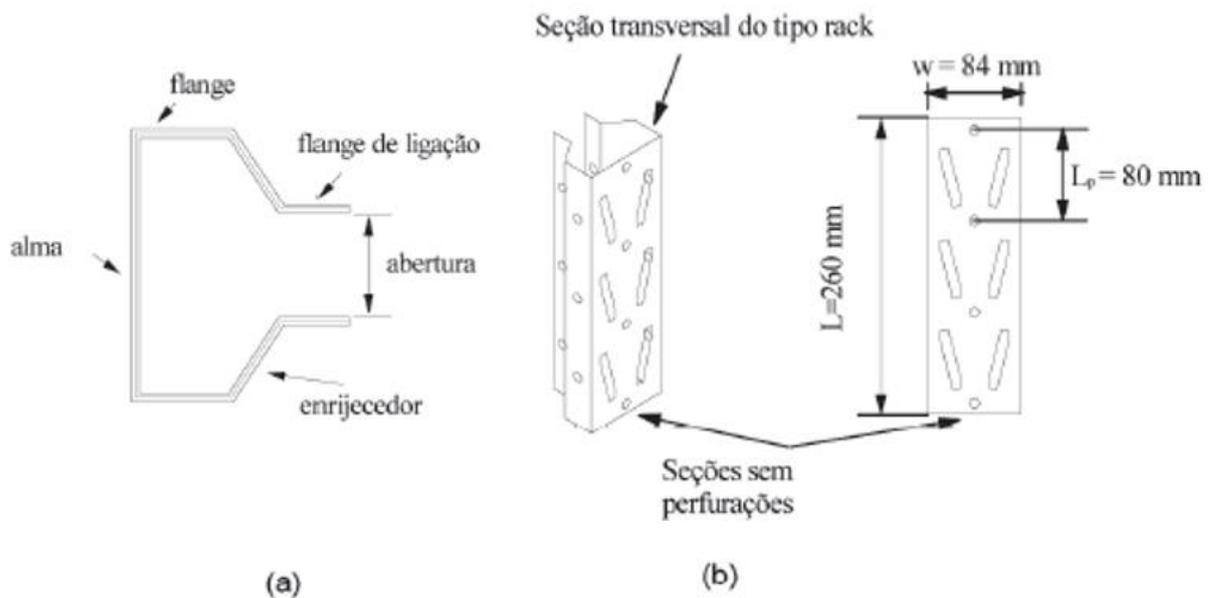


Figura 1. 3 - (a) Seção transversal; (b) Dimensões do corpo de prova (Freitas, Freitas e Souza, 2004)

Moen e Schafer (2008) desenvolveram em seu trabalho uma análise experimental para verificar a relação entre a flambagem elástica e a resposta a testes com colunas de aço perfuradas, Fig.1.4. Foram utilizadas vinte e quatro colunas que variaram a geometria com relação ao seu comprimento e com relação à presença ou ausência de furos para os testes de compressão. Para cada amostra, foi feita a análise numérica da carga de flambagem, através do MEF, de tal forma que a influência das condições de contorno e da perfuração na resposta da flambagem elástica local, distorcional e global também poderiam ser capturadas. Os resultados da flambagem elástica foram usados para proporcionar meios de entender a variação da deformação sob a carga.

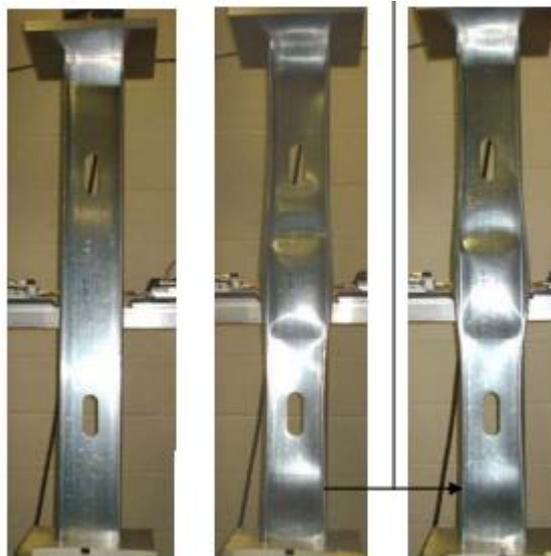


Figura 1.4 - Análise experimental aplicação da carga em coluna perfurada (Moen e Schafer, 2008)

El-Sawy et al. (2009) buscou com sua pesquisa através do MEF o principal eixo de flambagem característica e a capacidade de flambagem associada em colunas de aço em forma de I axialmente carregadas. Devido à deformação por cisalhamento e flexão foi realizada análise numérica para avaliar a redução da capacidade de flambagem das colunas acasteladas, Fig. 1.5. Um procedimento simplificado é sugerido para avaliar a capacidade de flambagem de colunas e são desenvolvidos gráficos para permitir que os profissionais possam estimar rapidamente a carga de flambagem para determinadas colunas com maior precisão.

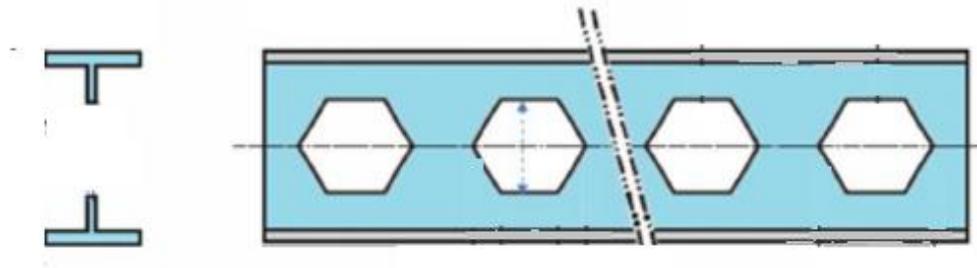


Figura 1.5- Geometria da coluna do tipo acastelada (El-Sawy et al., 2009)

Silva (2011) realizou um estudo teórico experimental do modo de instabilidade local de placas de colunas curtas em perfis formados a frio de seção tipo rack, Fig. 1.6, considerando a influência de perfurações no comportamento destas seções. Os estudos foram realizados por análises numéricas e experimentais, visando avaliar a influência no modo de flambagem local na seção com e sem a presença de perfurações. As avaliações visam uma contribuição para a consideração dos furos no modo local e conseqüentemente na determinação da resistência dos elementos perfurados. O método numérico utilizado foi o MEF do software comercial ANSYS (ANSYS, 2011).

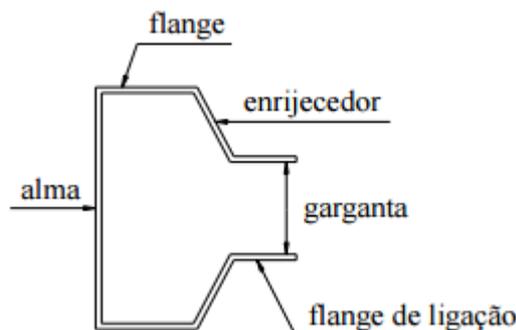


Figura 1.6 - Elementos que compõem a seção transversal da coluna tipo rack (Silva, 2011)

Rocha et al. (2013) empregaram a Teoria Construtal em seu trabalho a fim de avaliar a geometria de placas finas retangulares perfuradas, simplesmente apoiadas, submetidas à flambagem elástica, com o objetivo de maximizar a carga crítica de flambagem. O trabalho foi desenvolvido utilizando modelos de placas com perfuração centralizada e com diferentes formas (elíptica, retangular e losango), Fig. 1.7. O estudo estabelece que a relação H/L (relação entre a largura e comprimento da placa) é mantida constante, enquanto que a relação H_0/L_0 (relação entre as dimensões características dos furos) é otimizada para várias frações em volume do furo (ϕ). Os resultados mostraram que, para valores mais baixos de ϕ a geometria

ideal é o furo centrado em forma de losango/diamante já para valores de ϕ , altos e intermediários o furo centrado elíptico e retangular, respectivamente, apresentaram um melhor desempenho.

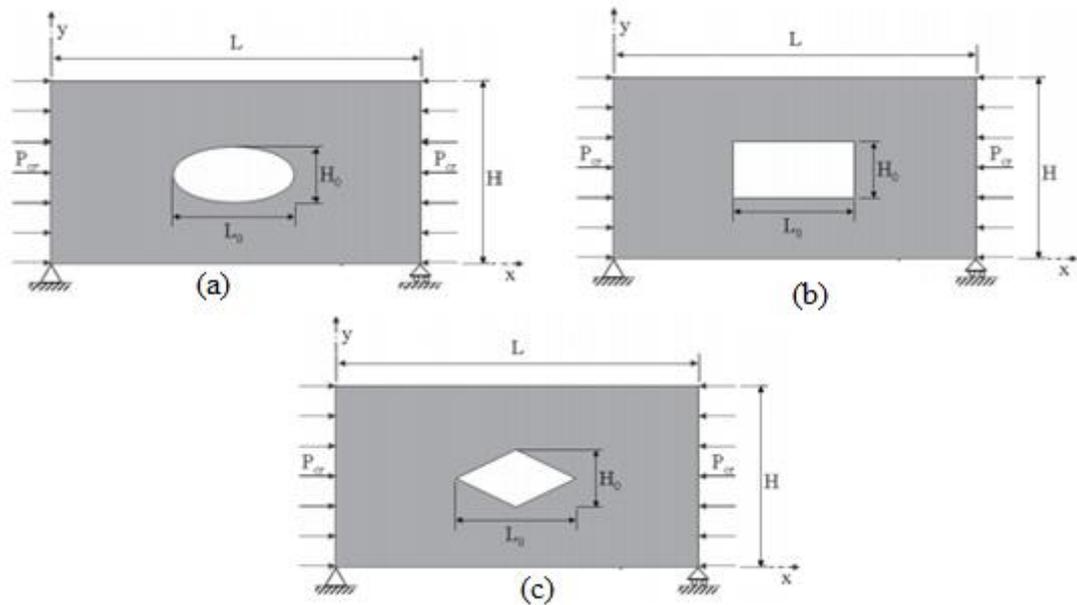


Figura 1.7- Modelos de placas simplesmente apoiadas com perfuração centralizada nas formas elíptica (a), retangular (b) e losango(c) (Rocha et al., 2013)

Correia et al. (2013) utilizaram a Teoria Constructal em seu trabalho para otimizar geometricamente placas finas perfuradas, Fig. 1.8, submetidas a compressão uniaxial, tendo como objetivo obter a dimensão ótima do furo que maximize a carga crítica de flambagem. Para isso diversas simulações numéricas foram realizadas, utilizando um modelo computacional baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF). Observaram que para todos os valores de (relação entre o volume do furo e o volume da placa) analisados, a placa que apresenta melhor desempenho sob compressão uniaxial é a que possui a maior relação H_0 / L_0 (relação entre a altura e o comprimento da placa).

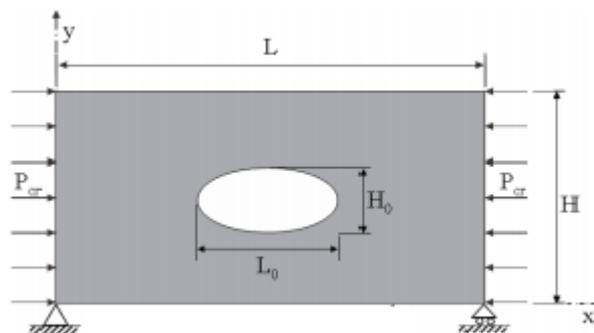


Figura 1.8 - Placas finas com perfuração elíptica (Correia et al., 2013)

Alonso et al. (2015) avaliaram numericamente a influência da retirada de volume de uma coluna em sua carga crítica de flambagem. Para isso, perfurações circulares, distribuídas em diferentes arranjos foram consideradas e realizadas na alma do perfil tipo I, Fig. 1.9. Os valores de carga crítica obtidos numericamente foram comparados com a carga crítica do perfil sem perfurações. O software ANSYS, que é baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF), foi adotado para as simulações numéricas, empregando o elemento SHELL93.

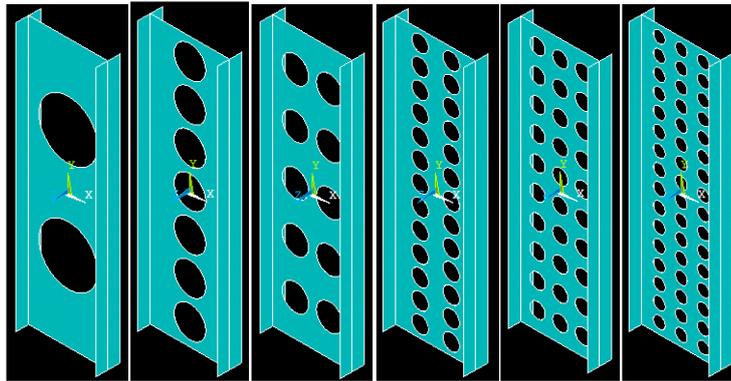


Figura 1.9 - Exemplos de casos propostos considerando volume retirado de 15% (Alonso et al., 2015)

Altê et al. (2015) apresentaram em seu trabalho um modelo computacional desenvolvido no software ANSYS, baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF) para a determinação da carga crítica de um tubo estrutural com perfurações retangulares, Fig. 1.10. Foi aplicado o método Constructal Design para avaliar a influência de tais perfurações na carga crítica de flambagem, com o objetivo de determinar a geometria ótima para essas colunas perfuradas submetidas à flambagem elástica, de forma a maximizar a carga crítica suportada.

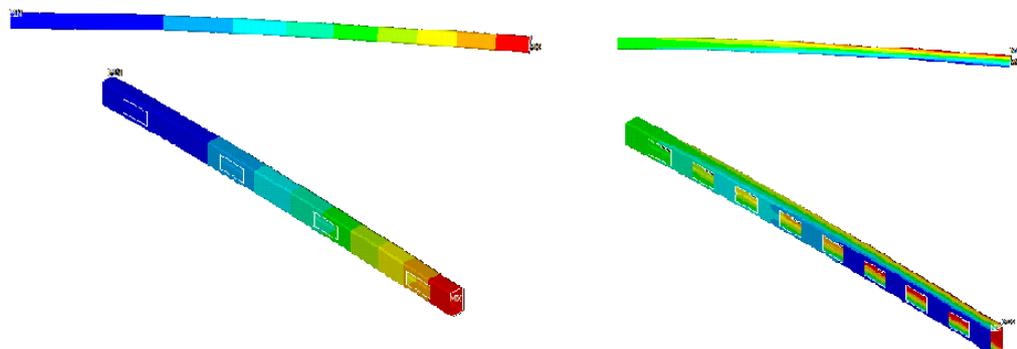


Figura 1.10 - Tubos estruturais com 8 e 16 perfurações, respectivamente, submetidas à flambagem elástica (Altê et al., 2015)

1.3 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é avaliar numericamente a influência da retirada de material de tubos estruturais com seção retangular em sua carga crítica de flambagem. Para isso, perfurações retangulares e elípticas são consideradas nos tubos estruturais, de acordo com o método *Constructal Design*, permitindo avaliar o efeito do tipo e da geometria dessas perfurações em seu comportamento mecânico sob flambagem.

Para atingir o objetivo geral dessa pesquisa, os seguintes objetivos específicos serão necessários:

- Verificar o modelo numérico utilizado no trabalho;
- Investigar a variação das dimensões das perfurações por cada fração de volume definido, através da variação do grau de liberdade H_0/L_0 ;
- Definir para cada fração de volume analisada a geometria ótima do furo, através do método *Constructal Design*, analisando sua influência no comportamento mecânico dos tubos estruturais quando submetidos à flambagem.
- Analisar as tensões nos tubos estruturais perfurados avaliando se o escoamento do material ocorre antes da flambagem elástica.

1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O presente trabalho foi dividido em 6 Capítulos. No Capítulo 1, é apresentada uma introdução acerca do problema físico a ser estudado, mostrando a motivação e justificativa para a realização do estudo, o Estado da arte com a revisão de trabalhos prévios sobre flambagem de colunas, os objetivos pretendidos com a pesquisa.

No Capítulo 2 desta dissertação é apresentada uma revisão bibliográfica sobre flambagem de perfis metálicos, métodos numéricos, modelagem computacional, tensões, limite de escoamento, teoria construtal, para o desenvolvimento desta pesquisa.

O Capítulo 3 apresenta a modelagem computacional de tubos estruturais, bem como a verificação do modelo numérico por meio de comparações com o resultado analítico.

O Capítulo 4 apresenta o Estudo de caso, a aplicação do método *Constructal Design* aplicado em colunas perfuradas, os resultados obtidos por meio de simulações do modelo desenvolvido com perfurações elípticas e retangulares e a comparação dos mesmos. Também neste Capítulo apresenta uma análise de tensões de von Mises.

O Capítulo 5 apresenta as principais conclusões dos resultados obtidos nesta dissertação e sugestões para trabalhos futuros.

Ao final deste documento, no Capítulo 6, encontra-se as Referências Bibliográficas utilizadas para a elaboração deste trabalho.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Estruturas que sustentam carregamentos podem falhar de várias formas, dependendo do tipo da estrutura, das condições de apoio, dos tipos de carregamentos e dos materiais usados (Gere, 2003). Segundo Pfeil e Pfeil (2012) denomina-se coluna, uma peça vertical comprida e esbelta sujeita à compressão centrada. O esforço de compressão tende a acentuar o efeito de curvatura e os deslocamentos laterais produzidos compõem o processo conhecido como flambagem, que, em geral, reduz a capacidade de carga da peça. Em outras palavras, enquanto a carga sobre esse componente é relativamente pequena, a coluna fica submetida a uma tensão de compressão e, conseqüentemente, a uma deformação axial. Porém, existe um valor crítico para esse carregamento de compressão no qual a coluna repentinamente sofre uma deflexão lateral, ocorrendo a flambagem e dando origem a grandes deformações que causam o colapso da coluna.

2.1 ESTABILIDADE

Segundo Hibbeler (2010), para compreender os conceitos fundamentais de flambagem e estabilidade, será analisado um mecanismo formado por duas barras sem peso, rígidas e acopladas por pinos nas duas extremidades conforme Fig. 2.1.

Observando a Fig. 2.1, nota-se que inicialmente as barras estão perfeitamente alinhadas e submetidas a uma pequena força compressiva, Fig. 2.1a, estando o sistema em equilíbrio enquanto não ocorrerem perturbações. Porém, se o ponto A for ligeiramente deslocado para direita, de maneira que cada barra forme com a vertical um pequeno ângulo θ em relação à posição inicial (Fig. 2.1b), é possível afirmar que ocorreu uma perturbação no sistema.

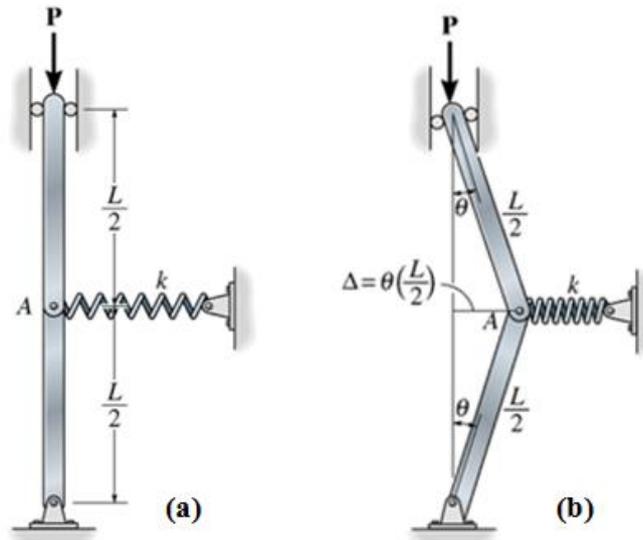


Figura 2.1 - Modelo formado por um mecanismo de barras (Hibbeler, 2010)

Então, se após este deslocamento do ponto A o sistema retornar à posição de equilíbrio este é chamado de estável:

$$P < \frac{kL}{4} \quad (2.1)$$

condição na qual a força desenvolvida pela mola seria adequada para devolver as barras às suas respectivas posições verticais. Caso o sistema continue se movendo para fora da posição de equilíbrio, o sistema é chamado de instável:

$$P > \frac{kL}{4} \quad (2.2)$$

e, portanto, o mecanismo tenderá a sair do equilíbrio e não retornar à sua posição original. A última possibilidade é que ocorra um equilíbrio neutro:

$$P = \frac{kL}{4} = P_{cr} \quad (2.3)$$

e nesse caso o valor da carga P representa o valor da carga crítica (P_{cr}). De acordo com Hibbeler (2010), fisicamente o valor de P_{cr} define a carga sob a qual o mecanismo está na iminência de sofrer flambagem.

2.2 CARREGAMENTO CRÍTICO OU CARGA CRÍTICA DE FLAMBAGEM DE COLUNAS

Segundo Gere (2003), a transição entre as condições estável e instável ocorre em um valor especial da força axial conhecido como carregamento crítico ou carga crítica (denotado por P_{cr}). De acordo com Hibbeler (2010), a carga crítica é a carga axial máxima que uma coluna pode suportar antes de ocorrer a flambagem. Qualquer carga adicional provocará flambagem na coluna, conforme mostra a Fig. 2.2.

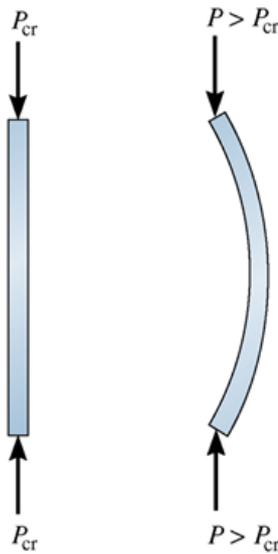


Figura 2.2 - Coluna sob Flambagem (Hibbeler, 2010)

É possível definir a carga crítica para uma coluna ideal com apoios de pinos ou birrotulada, conforme indicado na Fig. 2.3. A carga P , Fig. 2.3a, poderia ser aumentada até que o limite de escoamento ou de ruptura do material do qual a coluna é fabricada fosse alcançado. Entretanto, quando a carga crítica P_{cr} é atingida, a coluna está no limite de tornar-se instável. Qualquer pequena redução de P para um valor menor que P_{cr} permite que a coluna fique reta e qualquer aumento de P para um valor maior que P_{cr} , provoca aumento adicional da deflexão lateral. O fato de a coluna permanecer estável ou tornar-se instável, quando submetida à carga axial de compressão, depende de sua habilidade de restauração que, por sua vez, é baseada em sua resistência à flexão.

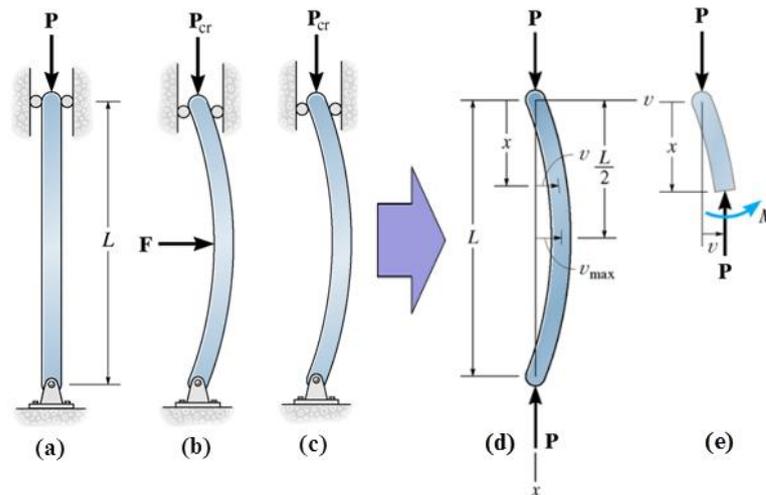


Figura 2.3 - Flambagem de uma coluna com apoios de pinos (Hibbeler, 2010)

Então, para determinar a carga crítica e a forma de flambagem da coluna, é necessário aplicar a equação diferencial da linha elástica que relaciona o momento fletor interno da coluna, Fig. 2.3e e sua forma fletida, Fig. 2.3d:

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = M(x) = -Pv \quad \text{ou} \quad \frac{d^2v}{dx^2} + \frac{Pv}{EI} = 0 \quad (2.4)$$

onde: E é o módulo de elasticidade do material da coluna; I é o momento de inércia da seção transversal da coluna, sendo considerado seu menor valor; M é o momento fletor interno na coluna, obtido através do método das seções, Fig. 2.3e; P é carga aplicada na coluna; e v é deflexão lateral da coluna. A Eq. (2.4) é uma equação diferencial homogênea de segunda ordem com coeficientes constantes. Sua solução geral é dada por:

$$v = C_1 \operatorname{sen} \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x \right) + C_2 \cos \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x \right) \quad (2.5)$$

sendo C_1 e C_2 constantes de integração determinadas pelas condições de contorno nas extremidades da coluna, Fig. 2.3a, que são: $v = 0$ em $x = 0$, obtendo $C_2 = 0$; e $v = 0$ em $x = L$, definindo:

$$v = C_1 \operatorname{sen} \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} L \right) \quad (2.6)$$

A solução trivial para a Eq. (2.6) seria $C_1 = 0$, porém, nesse caso, a deflexão seria nula ($v = 0$) para qualquer carga P aplicada. Por isso, é necessário impor uma solução não trivial:

$$\text{sen}\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}L\right) = 0 \quad (2.7)$$

A Eq. (2.7) é satisfeita se:

$$\sqrt{\frac{P}{EI}}L = n\pi \quad \text{ou} \quad P = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (2.8)$$

Na Eq (2.8) o menor valor de P é obtido para $n = 1$ (n representa o número de semi-ondas na forma fletida da coluna), definindo a carga crítica P_{cr} para uma coluna birrotulada, também chamada de carga de Euler, em homenagem ao matemático suíço Leonhard Euler, que é dada por:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.9)$$

2.3 CARGA DE FLAMBAGEM PARA COLUNA ENGASTADA-LIVRE E COLUNAS COM DIFERENTES TIPOS DE VINCULAÇÕES

Se um procedimento análogo ao empregado na determinação da carga crítica de Euler for usado para colunas com outros tipos de condição de vinculação em suas extremidades, é possível obter analiticamente suas cargas críticas. A fórmula de Euler foi deduzida para o caso de uma coluna com as extremidades articuladas, ou seja, birrotulada. Porém, esta é considerada a situação mais básica no estudo da flambagem. Na prática existem outras condições de vinculação, como extremidades engastadas, livres e apoios elásticos. Através de um procedimento de cálculo similar ao de Euler é possível determinar a carga de flambagem, para uma coluna engastada-livre, que é o objeto de nosso trabalho, ao resolver a equação, desta vez, não homogênea.

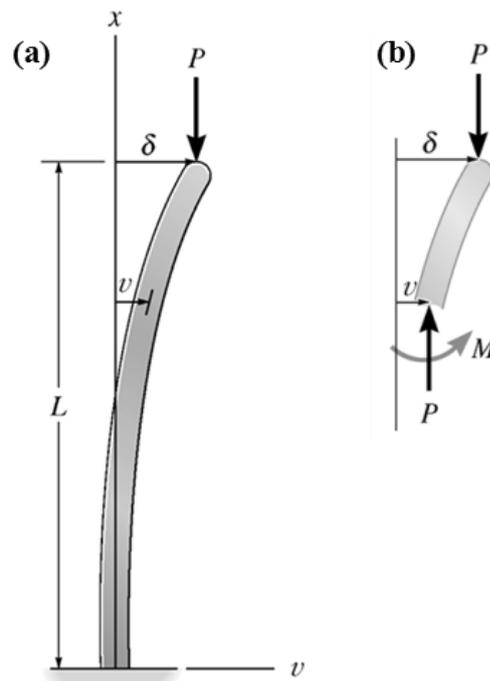


Figura 2.4. Coluna engastada-livre (a) e diagrama de corpo livre (b) (Hibbeler, 2010)

Segundo Hibbeler (2010), pelo diagrama de corpo livre na Fig. 2.4b, o momento interno na seção arbitrária é:

$$M = P(\delta - v) \quad (2.10)$$

Por consequência, a equação diferencial para a curva de deflexão v é:

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = P(\delta - v) \quad (2.11)$$

A Eq. (2.11) pode ser reescrita como:

$$\frac{d^2v}{dx^2} + \frac{P}{EI}v = \frac{P}{EI}\delta \quad (2.12)$$

A Eq. (2.12) é uma equação diferencial não-homogênea devido ao termo não nulo no lado direito. Então, a sua solução consiste em uma solução homogênea associada a uma solução particular, ou seja:

$$v = C_1 \operatorname{sen} \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x \right) + C_2 \cos \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x \right) + \delta \quad (2.13)$$

As constantes de integração C_1 e C_2 da Eq. (2.13) são determinadas pelas condições de contorno. Em $x = 0, v = 0$, de modo que $C_2 = -\delta$.

Além disso,

$$\frac{dv}{dx} = C_1 \sqrt{\frac{P}{EI}} \cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}x\right) - C_2 \sqrt{\frac{P}{EI}} \operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}x\right) \quad (2.14)$$

E, como em $x = 0, dv/dx = 0$, pela Eq. (2.14) define-se que $C_1 = 0$. Portanto, a curva de deflexão é dada por:

$$v = \delta \left[1 - \cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}x\right) \right] \quad (2.15)$$

Considerando que a deflexão no topo da coluna é δ , isto é, em $x = L, v = \delta$, é necessário que:

$$\delta \cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}L\right) = 0 \quad (2.16)$$

A solução trivial seria $\delta = 0$, o que indicaria que não ocorre nenhuma flambagem, independentemente da carga P . Sendo assim, é necessário adotar uma solução não trivial:

$$\cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}L\right) = 0 \quad (2.17)$$

que é satisfeita se:

$$\sqrt{\frac{P}{EI}}L = \frac{n\pi}{2} \quad (2.18)$$

Então, a carga crítica ocorre quando, onde n representa o número de semi-ondas na forma fletida da coluna, na Eq (2.9), sendo definida por:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2} \quad (2.19)$$

Ao comparar o resultado apresentado na Eq. (2.19) com a fórmula de Euler, Eq. (2.9), observa-se que a carga crítica para uma coluna engastada-livre é equivalente a um quarto ($\frac{1}{4}$) da carga que seria suportada por uma coluna apoiada por pinos. Logo, o mesmo procedimento usado para a determinação da carga crítica para a coluna birrotulada e para a engastada-livre pode ser aplicado para colunas com outras condições de vinculação. Estas expressões de carga crítica são análogas à fórmula de Euler, Eq. (2.9), e são relacionadas a ela por meio de um conceito chamado comprimento efetivo. O comprimento efetivo L_e , para qualquer coluna é a distância entre os pontos de inflexão (isto é, pontos de momento igual a zero) em sua curva de deflexão, assumindo que a curva será estendida (se necessário) até estes pontos. O comprimento efetivo pode ser substituído pelo coeficiente adimensional K , denominado fator de comprimento efetivo, multiplicado pelo comprimento L , da seguinte forma:

$$L_e = KL \quad (2.20)$$

Na Fig. 2.5 são apresentados os valores específicos de K de acordo com os diferentes tipos de vinculações.

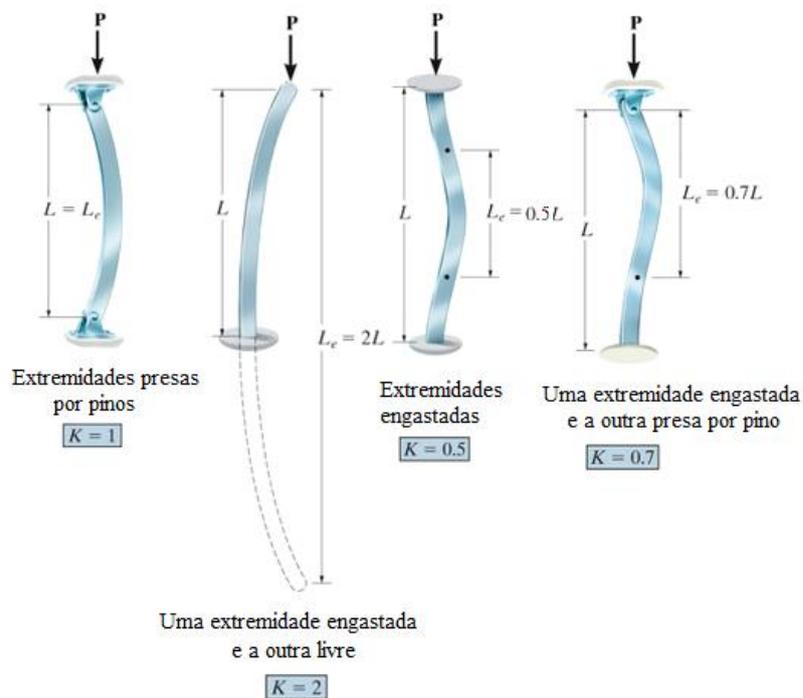


Figura 2.5. Colunas com comprimento efetivo e fatores de comprimento específicos (Gere, 2003)

Na Fig. 2.6, Gere (2003), são apresentadas diferentes condições de vinculação para uma coluna e suas respectivas equações para a carga crítica, comprimentos efetivos e fatores de comprimento.

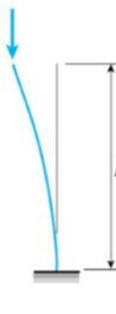
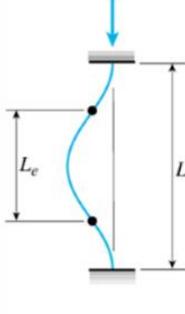
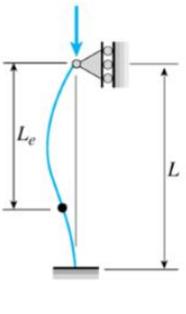
Coluna birrotulada	Coluna engastada-livre	Coluna biengastada	Coluna engastada-rotulada
$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$	$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2}$	$P_{cr} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2}$	$P_{cr} = \frac{2.046 \pi^2 EI}{L^2}$
			
$L_e = L$	$L_e = 2L$	$L_e = 0.5L$	$L_e = 0.7L$
$K = 1$	$K = 2$	$K = 0.5$	$K = 0.7$

Figura 2.6. Carga crítica, comprimentos efetivos e fatores de comprimento em colunas com diferentes tipos de condição de vinculação (Gere, 2003)

2.4 TENSÃO CRÍTICA

Segundo Hibbeler (2010), para fins de projeto, a Eq. (2.9) será mais conveniente se expressar o momento de inércia por:

$$I = Ar^2 \quad (2.21)$$

onde A é a área da seção transversal e r é o raio de giração da área da seção transversal, determinado por:

$$r = \sqrt{I/A} \quad (2.22)$$

Assim:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E (Ar^2)}{L^2} \quad (2.23)$$

ou

$$\left(\frac{P}{A}\right)_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \quad (2.24)$$

resultando em:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \quad (2.25)$$

onde: σ_{cr} é a tensão crítica, L é o comprimento da coluna sem apoio cujas extremidades são presas por pinos.

A razão L/r , que surge nas Eqs. (2.24) e (2.25), é uma razão adimensional chamada de razão ou índice de esbeltez, utilizada para classificar colunas como compridas, intermediárias ou curtas (Gere, 2003).

2.5 LIMITE DE ESCOAMENTO

Um pequeno aumento de tensão acima do limite de elasticidade resulta em colapso do material e faz com que ele se deforme permanentemente. Esse comportamento é denominado escoamento e é indicado pela região sombreada escura da curva, Fig. 2.7. A tensão que provoca escoamento é chamada limite de escoamento ou ponto de escoamento, σ_E , e a deformação ocorrida é a deformação plástica (Hibbeler, 2010).

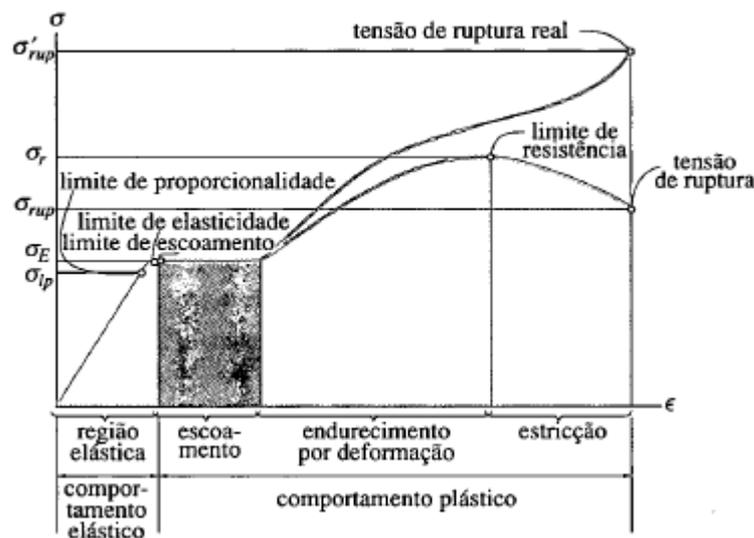


Figura 2.7 - Diagrama tensão-deformação convencional e real para material dúctil (aço) (Hibbeler, 2010)

O critério de von Mises que define que ocorre escoamento em um material dúctil quando a energia de distorção por unidade de volume do material é igual ou maior que a energia de distorção por unidade de volume do mesmo material quando ele é submetido a escoamento em um teste de tração simples (Hibbeler, 2010).

O critério de von Mises ou Critério de escoamento por energia de distorção pode ser enunciado em termos das três tensões principais, σ_{max} (tensão normal máxima), σ_{min} (tensão normal mínima) e σ_e (tensão limite de escoamento). Equacionando:

$$\sigma_e = \sqrt{(\sigma_{min})^2 - \sigma_{max} \sigma_{min} + (\sigma_{max})^2} \quad (2.26)$$

2.6 PERFIS METÁLICOS

O aço estrutural é possuidor de características que trazem benefícios de toda ordem o que, certamente, proporciona vantagens em sua utilização. De acordo com Bellei (1998), como principais vantagens é possível citar a alta resistência do material nos diversos estados de tensão (tração, compressão, flexão, etc.), o que permite aos elementos estruturais suportarem grandes esforços apesar das dimensões relativamente pequenas dos perfis que os compõem. Também podemos mencionar que apesar da alta massa específica do aço, na ordem de $78,50 \text{ kN/m}^3$, as

estruturas metálicas são mais leves do que, por exemplo, as estruturas de concreto armado, proporcionado, assim, fundações menos onerosas.

O aço é um composto que consiste quase totalmente de ferro (98%), com pequenas quantidades de carbono, silício, enxofre, fósforo, manganês etc. O carbono é o material que exerce o maior efeito nas propriedades do aço. Suas propriedades são bem definidas. Entre elas, podemos citar: a alta resistência mecânica (comparada com qualquer material disponível) e a ductibilidade (capacidade que o aço tem de se deformar antes da ruptura). Os aços utilizados em estruturas são divididos em dois grupos: aços carbono e aços de baixa liga (Bellei, 1998).

Os perfis de aço mais comuns como elementos dos sistemas estruturais são os perfis H, I ou T, perfis tipo U, cantoneiras, tubos circulares, quadrados ou retangulares. Os métodos de fabricação utilizados na confecção de perfis metálicos são a laminação, a extrusão, a soldagem e a trefilação (Souza, 2006).

2.6.1 TUBOS ESTRUTURAIS RETANGULARES

Os tubos de aço retangulares, objeto do nosso estudo, representados na Fig.2.8, também conhecidos como tubos estruturais, são fabricados em finas espessuras e são revestidos com um produto antioxidação, o que lhe permite obter um melhor custo de venda quando comparados com outros tipos de perfis metálicos. Devido à sua consistência o manuseio dos tubos estruturais se torna fácil, o que favorece toda e qualquer obra ou finalidade a que se destine. O aço é um material que possui uma durabilidade única e de extrema resistência. Os tubos estruturais não devem ser utilizados para outros fins que não sejam unicamente de fornecerem suporte a outras estruturas (Tubos de aço Metalon, 2012).



Figura 2.8 - Imagem tubos estruturais com seção transversal retangular

Fonte: <http://hidraulica-paulista.blogspot.com.br/2014/07/tubo-retangular.html>

2.7 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Maliska (2004) afirma que o engenheiro ou projetista tem à sua disposição, fundamentalmente, três ferramentas para desenvolver seu projeto ou analisar seu problema: métodos analíticos; métodos numéricos (experimentação numérica); e experimentação em laboratório.

De acordo com Devloo (2005), métodos analíticos e os métodos numéricos objetivam resolver as equações diferenciais que formam um modelo matemático. Em se tratando de problemas complexos de engenharia, os métodos analíticos são aplicáveis apenas a problemas cujas hipóteses simplificativas requeridas não os desviam demasiadamente do fenômeno físico real. Além disso, são aplicados, normalmente, a geometrias simples e a condições de contorno também simples e um de seus principais méritos consiste exatamente na validação de casos limites de modelos numéricos e no desenvolvimento de métodos numéricos mais robustos. Pode-se concluir que a simulação numérica cada vez mais conquista opiniões favoráveis à sua utilização, pois proporciona um dimensionamento de projeto mais ágil, enxuto e econômico. Com a finalidade de simular o comportamento mecânico de tubos estruturais perfurados sujeitos à flambagem elástica, foi desenvolvido um modelo numérico através do MEF, por meio do programa ANSYS (*Analysis Systems Incorporated*).

2.7.1 ANSYS

O software ANSYS é um programa computacional de análise pelo MEF. Esta análise por elementos finitos, que originalmente foi desenvolvida para sólidos, atualmente é utilizada também na mecânica dos fluidos, transferência de calor, magnetismo, etc. A utilização deste programa se justifica quando a geometria das peças é complexa, pois o método usado pelo código é o método numérico acelerando o desenvolvimento do projeto pela rapidez de análise possibilitando a otimização coerente da peça ou do conjunto antes da sua fabricação.

2.7.2 O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O Método dos Elementos Finitos (MEF), ou do inglês *Finite Element Method* (FEM), é uma técnica computacional para obtenção de soluções aproximadas para uma grande variedade de problemas de engenharia do "mundo real", possuindo domínios complexos submetidos a condições gerais de contorno. O MEF fornece um procedimento sistemático para a derivação das funções de aproximação. O domínio geometricamente complexo do problema é representado por um conjunto de subdomínios geometricamente simples, chamados elementos finitos. E, sobre cada elemento finito as funções de aproximação são derivadas, utilizando conceitos da teoria de interpolação, partindo da ideia de que qualquer função contínua pode ser representada por uma combinação linear de polinômios algébricos. O MEF pode ser interpolado como uma aplicação por partes do método variacional nos quais as funções de aproximação são polinômios algébricos e os parâmetros representam os valores da solução de um número finito de pontos pré-selecionados, chamados nós, no contorno e no interior do elemento (Reddy, 1984).

Em estudo do comportamento de sistemas físicos são utilizados modelos físicos e/ ou modelos matemáticos. O desenvolvimento dos modelos matemáticos tem sido motivado pelo avanço da ciência e a comparação entre esses modelos, propiciando modelagens realísticas, confiáveis e de aplicação prática na engenharia, muito mais econômicas do que os modelos físicos. Embora o modelo matemático guarde aproximações em relação ao sistema físico original, a solução é dita aproximada. A análise desses modelos matemáticos habitualmente requer o uso de métodos numéricos, entre os quais se inclui o de elementos finitos. (Soriano, 2003).

Segundo Burnett (1987), toda a análise se dá seguindo uma determinada ordem. Inicialmente, o analista vislumbra as resoluções das equações que determinam o fenômeno a ser estudado. Para isso ele lança mão de um conjunto composto pelas equações governantes, pelo sistema, pelo domínio e pelas condições de carregamento. Geralmente o sistema é um elemento físico composto por vários materiais como sólidos, líquidos, gases, plasmas ou combinações destes. O domínio representa a porção do espaço ocupada pelo sistema. As equações governantes podem ser equações diferenciais que expressem a conservação ou o balanço de propriedades físicas do sistema, como massa, energia ou quantidade de movimento. As condições de carregamento são agentes externos que podem ser forças, temperaturas, correntes, campos, entre outros.

A Fig.2.9 mostra a divisão de um domínio contínuo em elementos, denominados elementos finitos.

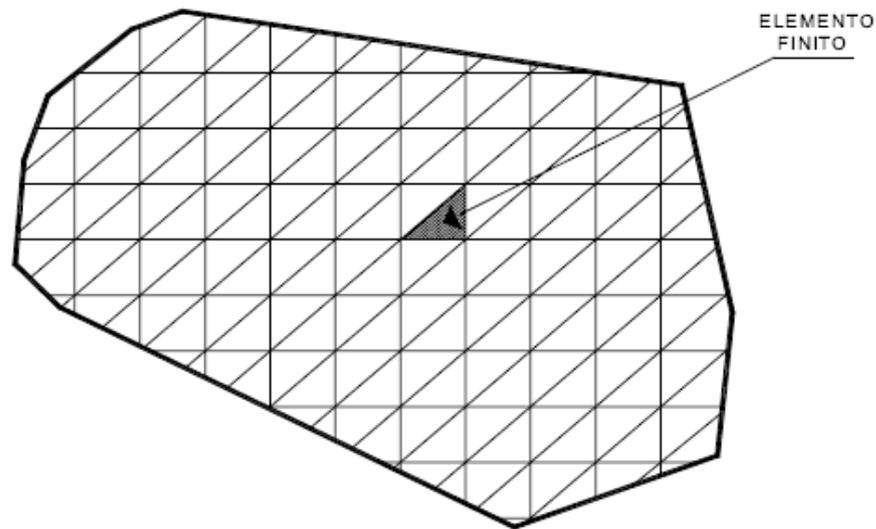


Figura 2.9 - Divisão do domínio em elementos (Vanalli, 2004)

Para a obtenção dos resultados de carga crítica apresentados neste projeto, por meio do MEF, foi utilizado o software ANSYS que é muito utilizado para a solução de problemas voltados à mecânica dos sólidos.

2.7.3 TIPOS DE ELEMENTOS FINITOS

De acordo com o tipo de análise que se deseja realizar pode-se escolher trabalhar com elementos de uma, duas ou três dimensões, respectivamente mostrados nas Figs. 2.10, 2.11 e 2.12.

Segundo Bhatti (2005), muitas estruturas usadas na prática são construídas por um conjunto de elementos esbeltos com seção uniforme da mais variadas forma, como por exemplo edifícios armazéns industriais, pontes rodoviárias ou ferroviárias, postes de eletricidade ou guindastes. No caso de estes elementos isolados estarem preparados para suportar apenas esforços axiais, devido à ligação entre elementos que não suporte a transmissão de momentos fletores ou torçores, se está na presença de estruturas modeláveis pelo MEF por elementos de barra (ou unidimensionais), Fig.2.10, que estão restritos a esforços puramente de tração ou compressão. Para vigas dispostas na horizontal, sujeitas a esforços normais ao seu eixo, são

utilizados os denominados elementos de viga, que permitem na contabilização de momentos fletores e esforços cortantes. O elemento de estrutura tem origem na combinação de um elemento de barra com um elemento de viga, o que permite ter em conta a totalidade de esforços referidos para estes elementos.

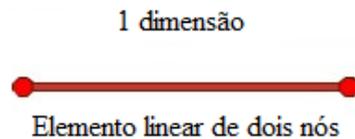


Figura 2.10 - Elemento unidimensional

Fonte: Adaptado de: <http://www.cimne.com/caltep/caract/elementos.jpg>

Segundo Campilho (2012), os elementos estruturais sólidos que apresentam espessura constante podem ser analisados por elementos bidimensionais. Esse tipo de elemento não necessita de transformação de coordenadas, e cada nó, à partida, apresenta dois deslocamentos em direções ortogonais. Estes elementos são representados como corpos geométricos no plano, cujas formas mais comuns são o triângulo e quadrilátero (Fig. 2.11), e que possuem nas formulações mais simples 1 nó em cada vértice. Cada um dos nós dos elementos bidimensionais tem dois graus de liberdade: deslocamento segundo x, u e deslocamento segundo y, v .

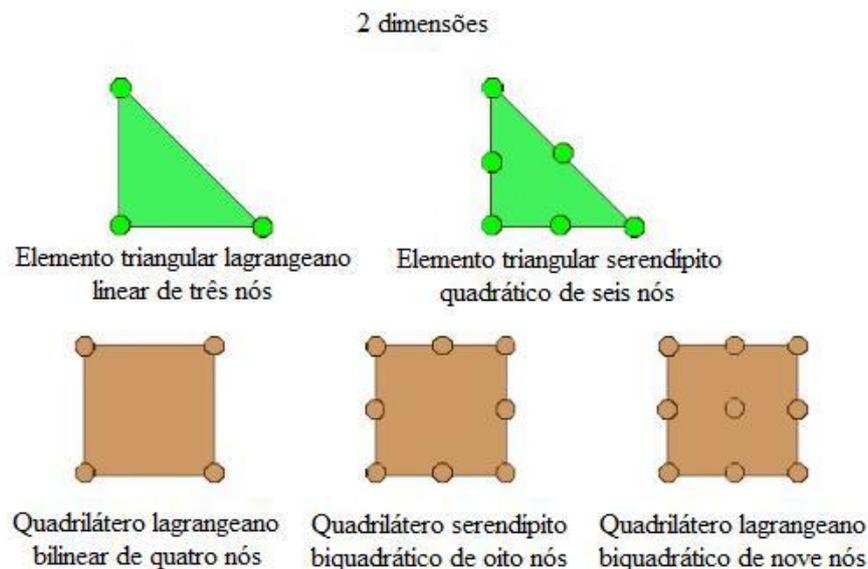
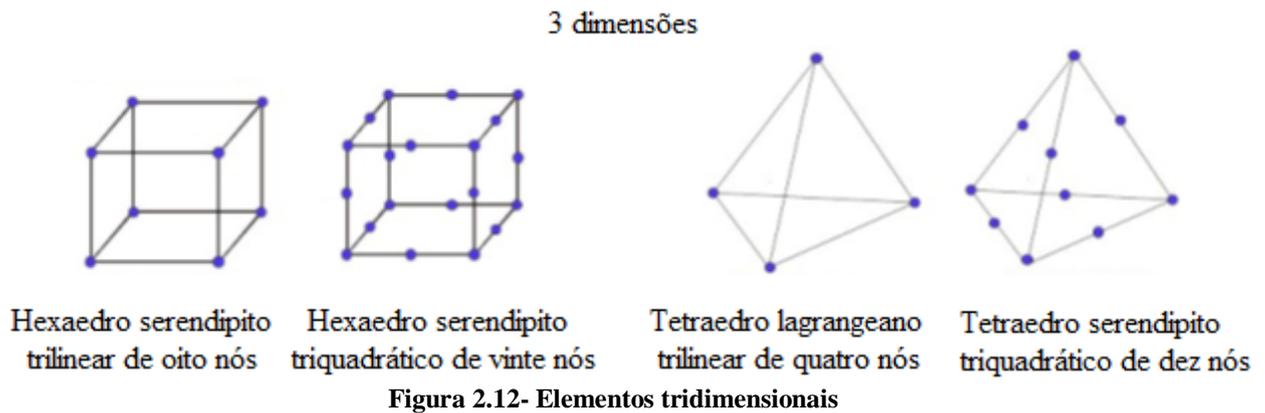


Figura 2.11- Elementos bidimensionais

Fonte: Adaptado de: <http://www.cimne.com/caltep/caract/elementos.jpg>

Os elementos tridimensionais, Fig.2.12 são elementos finitos mais generalistas, que podem ser aplicados para análise estrutural de componentes e estruturas sem qualquer restrição de forma, carregamentos, propriedades materiais e condições de fronteira (Cook, 1995).



Fonte: Adaptado de: <http://www.cimne.com/caltep/caract/elementos.jpg>

De acordo com Campilho (2012), os elementos tridimensionais de utilização mais comum são o tetraedro de 4 nós e o hexaedro de 8 nós (cada um deles com 1 nó em cada vértice). Para cada tipo de problema estrutural a analisar que se utiliza dos elementos tridimensionais existem elementos finitos especialmente formulados para as particularidades de cada tipo de problema, que garante resultados precisos ao mesmo tempo que a dimensão do problema, em termos de número total de graus de liberdade, é reduzida de forma significativa. De fato, os elementos tridimensionais são aqueles que obrigam a um maior esforço computacional e, adicionalmente obrigam a um maior número de elementos para garantir uma malha de forma que não agregue erros consideráveis nos resultados. De igual forma, para permitir a modelação dos componentes como volumes sólidos, o número de elementos necessários para garantir uma precisão aceitável é normalmente bastante elevado. Como resultado, o sistema global de equações a resolver atinge uma dimensão considerável, o que leva à consideração de soluções alternativas à sua utilização.

2.8 TEORIA CONSTRUTAL

O método *Constructal Design* é originário da Teoria *Constructal*, criado por Adrian Bejan na década de 90. A Lei *Constructal*, afirma que em um sistema de volume finito, onde há escoamento, esse evolui geometricamente de maneira a facilitar o acesso das correntes de fluxo no sistema (Bejan e Lorente, 2008). De acordo com a Lei *Constructal* um sistema vivo possui duas características universais: ele flui (é um sistema em desequilíbrio termodinâmico), e se transforma livremente para configurações que permitem que todas as suas correntes escoem mais facilmente ao longo do tempo. A vida e a evolução são fenômenos físicos e pertencem à física (Bejan, 1997; Basak, 2011).

O método *Constructal Design* é observado em exemplos básicos de nosso cotidiano como, o movimento de água de um reservatório (ponto) distribuído a vários locais na comunidade (área), a fim de tornar o fluxo mais rápido e de maneira eficiente, outro exemplo é a otimização do tráfego no sistema de transporte, compreendendo vias de fluxo rápido e vias secundárias, para evitar congestionamentos (Bejan e Zane, 2012).

Em projetos de engenharia, a maior parte das aplicações envolvendo a Teoria *Constructal* grandeza a ser otimizada; um ou mais graus de liberdade, que são parâmetros geométricos que podem variar durante o processo de otimização; e restrições geométricas que são parâmetros mantidos constantes ao longo do processo de otimização.

Em projetos de engenharia, a maior parte das aplicações envolvendo a Teoria *Constructal* são dedicadas ao desenvolvimento de geometrias ótimas em problemas de mecânicas dos fluidos e transferência de calor. No entanto, é possível considerar as estruturas sólidas como sistemas de fluxo que são configurados e transformados de modo a facilitar o fluxo de tensões (Lorente, Lee e Bejan, 2010).

3 MODELAGEM COMPUTACIONAL

Com a finalidade de simular o comportamento mecânico de tubos estruturais perfurados sujeitos à flambagem elástica, foi desenvolvido um modelo numérico através do método dos elementos finitos, por meio do programa ANSYS. Os tubos estruturais foram simulados empregando o elemento finito SHELL93, que é um elemento tipo casca com oito nós e integração reduzida, pois assim será possível inserir as perfurações ao longo do perfil.

3.1 SOLUÇÃO NUMÉRICA PARA A FLAMBAGEM

A formulação utilizada na análise numérica inclui tanto os termos lineares como os não-lineares. Assim, a matriz de rigidez total $[K]$, é obtida pela soma da matriz de rigidez convencional para pequenas deformações e pequenos deslocamentos, $[K_E]$, com a matriz de rigidez geométrica, $[K_G]$. A matriz $[K_G]$ depende não só da geometria, mas também do esforço interno existente no início do carregamento, $\{P_0\}$. Então, a matriz de rigidez total da coluna para um nível de carga $\{P_0\}$ pode ser escrita como (Madenci e Guven, 2006):

$$[K] = [K_E] + [K_G] \quad (3.1)$$

Quando a carga atinge o nível de $\{P_{cr}\} = \lambda \{P_0\}$, onde λ é um escalar, a matriz de rigidez pode ser definida como:

$$[K] = [K_E] + \lambda [K_G] \quad (3.2)$$

sendo λ um escalar. As equações de equilíbrio governantes para a coluna podem ser escritas como:

$$[[K_E] + \lambda [K_G]] \{U\} = \lambda \{P_0\} \quad (3.3)$$

sendo $\{U\}$ o vetor de deslocamento total, que pode, portanto, ser determinado por:

$$\{U\} = \left[[K_E] + \lambda [K_G] \right]^{-1} \lambda \{P_0\} \quad (3.4)$$

Na flambagem, o componente estrutural apresenta um grande crescimento nos deslocamentos sem crescimento da carga. Por definição matemática é possível determinar a matriz inversa como a matriz adjunta dividida pelo determinante dos coeficientes, então os deslocamentos $\{U\}$ tendem a infinito quando:

$$\det \left[[K_E] + \lambda [K_G] \right] = 0 \quad (3.5)$$

A Eq. (3.5) representa um problema de autovalores, que quando resolvido gera o menor autovalor, que corresponde à carga crítica $\{P_{cr}\} = \lambda_1 \{P_0\}$ em que ocorre flambagem. Além disso, o vetor de deslocamento associado $\{U\}$ define a forma do modo de flambagem. O problema de autovalores é resolvido usando o método numérico de Lanczos (ANSYS, 2005).

3.2 TIPO DE ELEMENTO

No modelo numérico desenvolvido para a flambagem elástica de colunas, foi escolhido para a discretização do domínio computacional o elemento do tipo casca fina SHELL93, Fig. (3.1). Esse elemento possui oito nós e integração reduzida, tendo seis graus de liberdade por nó: três translações nas direções dos eixos x , y e z e três rotações em torno dos eixos x , y e z (ANSYS, 2005).

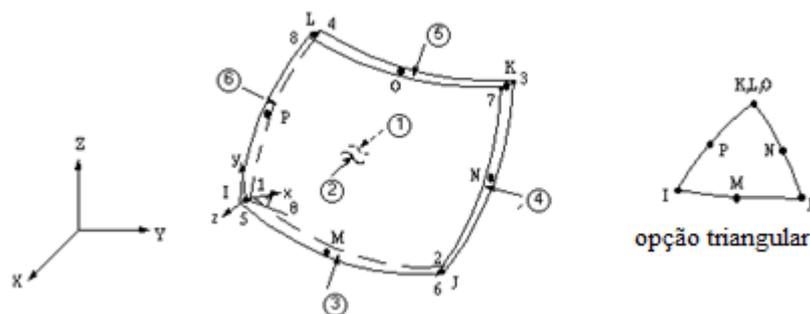


Figura 3.1 - Elemento SHELL93 (ANSYS, 2005)

O domínio computacional deve possuir o mesmo comprimento da coluna a ser analisada, e a geometria e as dimensões da seção transversal da coluna deverão ser representadas por superfícies. Deve-se ainda informar a espessura das paredes da coluna, ou seja, a espessura que será considerada no elemento SHELL93, através do comando *Real Constants*. E como existem vários nós localizados nas extremidades do domínio computacional, as condições de contorno e as cargas devem ser aplicadas individualmente a cada um desses nós.

Além disso, foi adotada a análise elástica através de autovalores. As equações de equilíbrio por elementos finitos para este tipo de análise envolvem a solução de equações algébricas homogêneas cujo autovalor mais baixo corresponde à carga crítica de flambagem e o autovetor associado representa o modo primário de flambagem (Madenci e Guven, 2006).

3.3 DEFINIÇÃO DA GEOMETRIA

No presente trabalho um estudo de caso foi realizado considerando tubos estruturais de aço, com seção transversal retangular. Este perfil de aço é comercializado possuindo cantos arredondados. Foi feito uma pesquisa entre diversos catálogos de fabricantes e dentre estes foram escolhidos os tubos estruturais da Vallourec, pois estes apresentaram uma boa quantidade de informação sobre seus perfis. A Vallourec é líder mundial na fabricação de tubos de aço sem costura e em soluções tubulares. Os tubos estruturais retangulares VMB, V&M do Brasil, são produzidos em conformidade com a norma ASTM A500. A Fig. 3.2 apresenta as propriedades mecânicas do tubo estrutural em estudo. A Tabela 3.1 mostra as propriedades do material e as dimensões do tubo estrutural estudado nesse trabalho.

Aços Estruturais VMB				Especificações ASTM Similares aos Aços VMB	
	Designação Comercial	Resistência ao escoamento do aço (fy)	Resistência à ruptura do aço à tração (fu)	Norma	Grau
		(MPa)	(MPa)		
"Laminados (Circulares)"	VMB 250	≥ 250	≥ 400	ASTM A 501	A
	VMB 300	≥ 300	≥ 415	EN10210	S275J2H
	VMB 350	≥ 350	≥ 485	ASTM A 501	B
	VMB 250cor	≥ 250	≥ 400	ASTM A 714	Grau IV
	VMB 300cor	≥ 300	≥ 415	-	-
	VMB 350cor	≥ 350	≥ 485	ASTM A 618	Ia, Ib e II** III
"Conformados a Frio (Quadrados e Retangulares)"	VMB 250	≥ 250	≥ 400	ASTM A 500	D
	VMB 300	≥ 300	≥ 415	ASTM A 500	B
	VMB 350	≥ 350	≥ 485	ASTM A 500	C
	VMB 250cor	≥ 250	≥ 400	ASTM A 500	D (com cobre)
	VMB 300cor	≥ 300	≥ 415	ASTM A 500	B (com cobre)
	VMB 350cor	≥ 350	≥ 485	ASTM A 500	C (com cobre)

Figura 3.2. Propriedades Mecânicas dos tubos estruturais.

Fonte: <http://www.vallourec.com/COUNTRIES/BRAZIL/PT/Products-and-services/automotive-industrial-tubes/Documents/Catalogo%20Estruturais.pdf>

Tabela 3.1. Características do Tubo Estrutural

Características	Perfil
E (GPa)	210
ν	0,3
H (mm)	360
L (mm)	6000
B (mm)	210
t (mm)	12,5
A (mm ²)	135000
I_{xx} (mm ⁴)	21530x10 ⁴
I_{yy} (mm ⁴)	9381x10 ⁴

Na Tabela 3.1, apresenta o módulo de elasticidade E , o coeficiente de Poisson ν , H e B são a largura e a altura, respectivamente, da seção transversal retangular, t é a espessura do tubo estrutural, A é a área de seção transversal do tubo estrutural e I_{xx} e I_{yy} são os momentos de inércia de área, nas direções x e y , respectivamente.

Na Fig. 3.3 a seção transversal do tubo estrutural é mostrada.

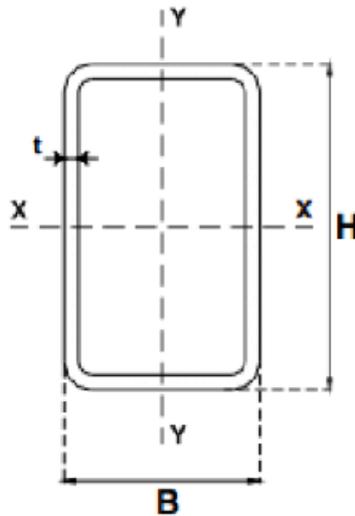


Figura 3.3. Seção transversal do tubo estrutural.

Fonte: <http://www.vallourec.com/COUNTRIES/BRAZIL/PT/Products-and-services/automotive-industrial-tubes/Documents/Catalogo%20Estruturais.pdf>

E, na Fig. 3.4, são indicadas as dimensões do raio externo do perfil. Define-se $C1$ e $C2$ como sendo a distância medida entre a interseção do lado plano com o arco do raio externo e prolongamento da outra face plana. A curvatura externa é dada por $2t \leq C1 \leq 3t$.

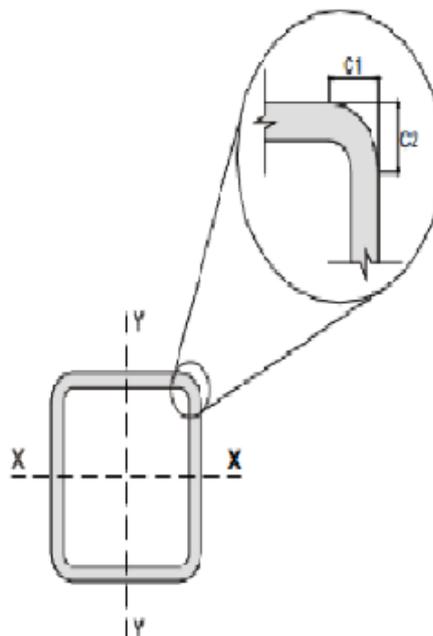


Figura 3.4. Curvatura externa do tubo estrutural

Fonte: <http://www.vallourec.com/COUNTRIES/BRAZIL/PT/Products-and-services/automotive-industrial-tubes/Documents/Catalogo%20Estruturais.pdf>

Como foi considerada uma coluna engastada-livre, foi aplicada na extremidade livre da coluna (em $x = L$) uma carga de compressão unitária (1 N) para a solução numérica por autovalores. Além disso, a condição de contorno aplicada para todos os nós que estão situados na extremidade fixa da coluna (em $x = 0$) impõe que suas translações e rotações são nulas, representando um engaste.

3.4 SIMULAÇÃO NUMÉRICA NO ANSYS

Para o desenvolvimento do modelo numérico no ANSYS, a fim de originar o estudo de flambagem de tubos estruturais com perfurações, que é o objetivo deste trabalho, deve-se seguir etapas de simulação, o pré-processamento, o processamento e o pós-processamento.

3.4.1 PRÉ-PROCESSAMENTO

O pré-processamento é responsável por definir a geometria da região de interesse (domínio computacional), dividir este domínio em um número finito de subdomínios (geração da malha), selecionar o tipo de elementos finitos a serem utilizados, características simplificadoras da geometria, características dos materiais (Silva, 2011). Na Fig. 3.5 mostra o tipo de elemento finito a ser utilizado.

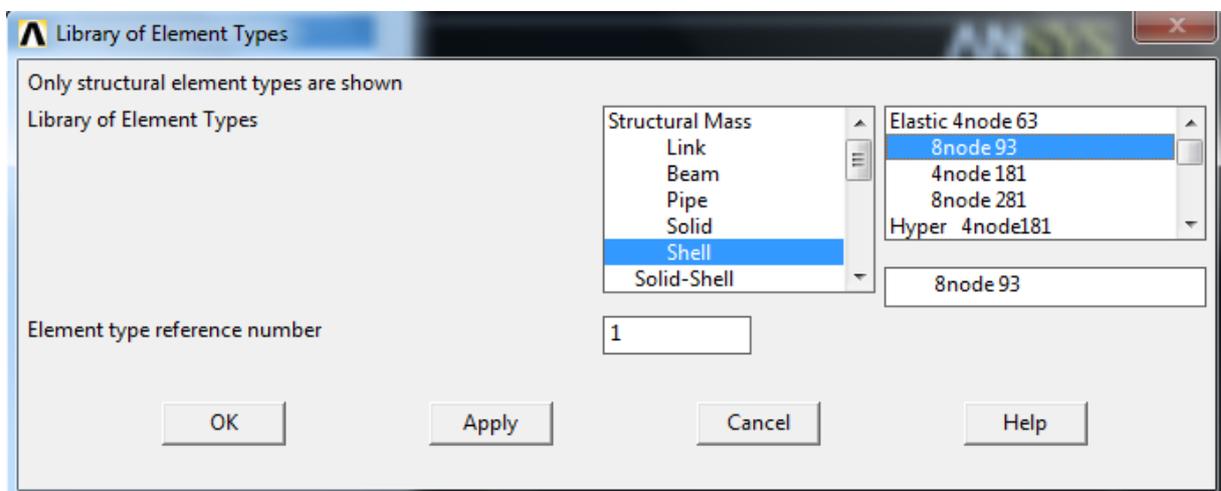


Figura 3.5. Tipo de elemento utilizado na simulação SHELL93

Na Fig. 3.6 são apresentados os parâmetros utilizados na construção da geometria, A, B, C e D são as coordenadas para a criação dos *keypoints*, ESIZE é o tamanho do elemento, EX é o módulo de elasticidade do aço, L é o comprimento da coluna, T é a espessura da coluna e V é o coeficiente de Poisson.

Definir a espessura que a casca irá conter, conforme o parâmetro T, através do catálogo do perfil escolhido para estudo, obtém-se a informação de que a espessura de parede conforme valor descrito acima. Esse dado é inserido no software como mostrado na Fig. 3.7.

O próximo passo é apresentar as considerações sobre as propriedades do material, informando que é um material linear, elástico e isotrópico. A condição de linearidade diz respeito ao fato de que as deformações variam de forma linear com as tensões. O material é elástico, pois ao retirar as forças e tensões atuantes, o corpo retorna a sua posição inicial. E a condição de material isotrópico significa que as propriedades mecânicas e térmicas são as mesmas em todas as direções. Para um material linear, elástico e isotrópico deve ser definido o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson, Fig. 3.8.

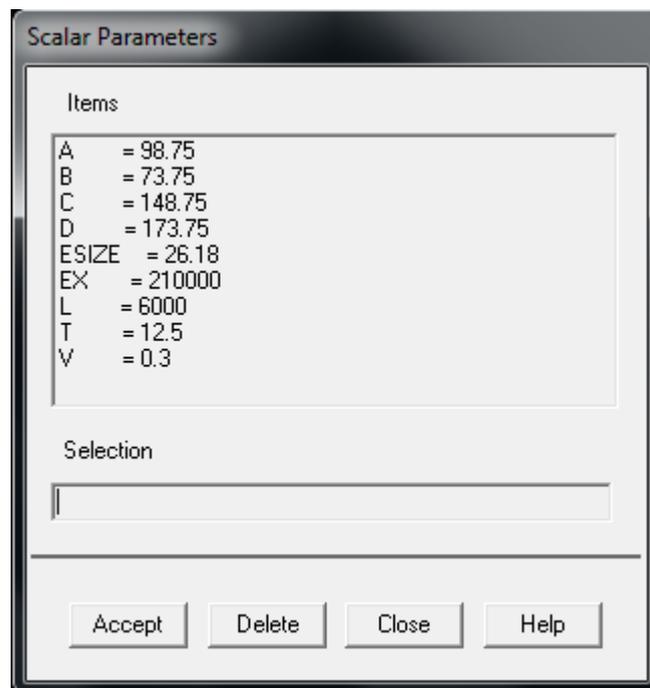


Figura 3.6. Parâmetros para a construção da geometria

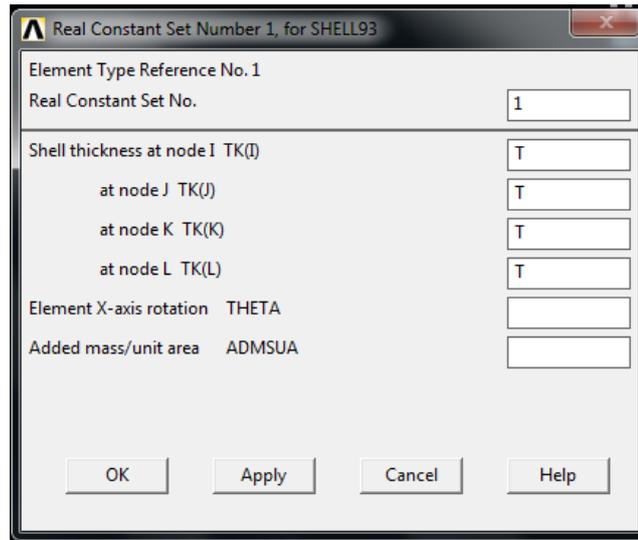


Figura 3.7. Real Constants, espessura da parede

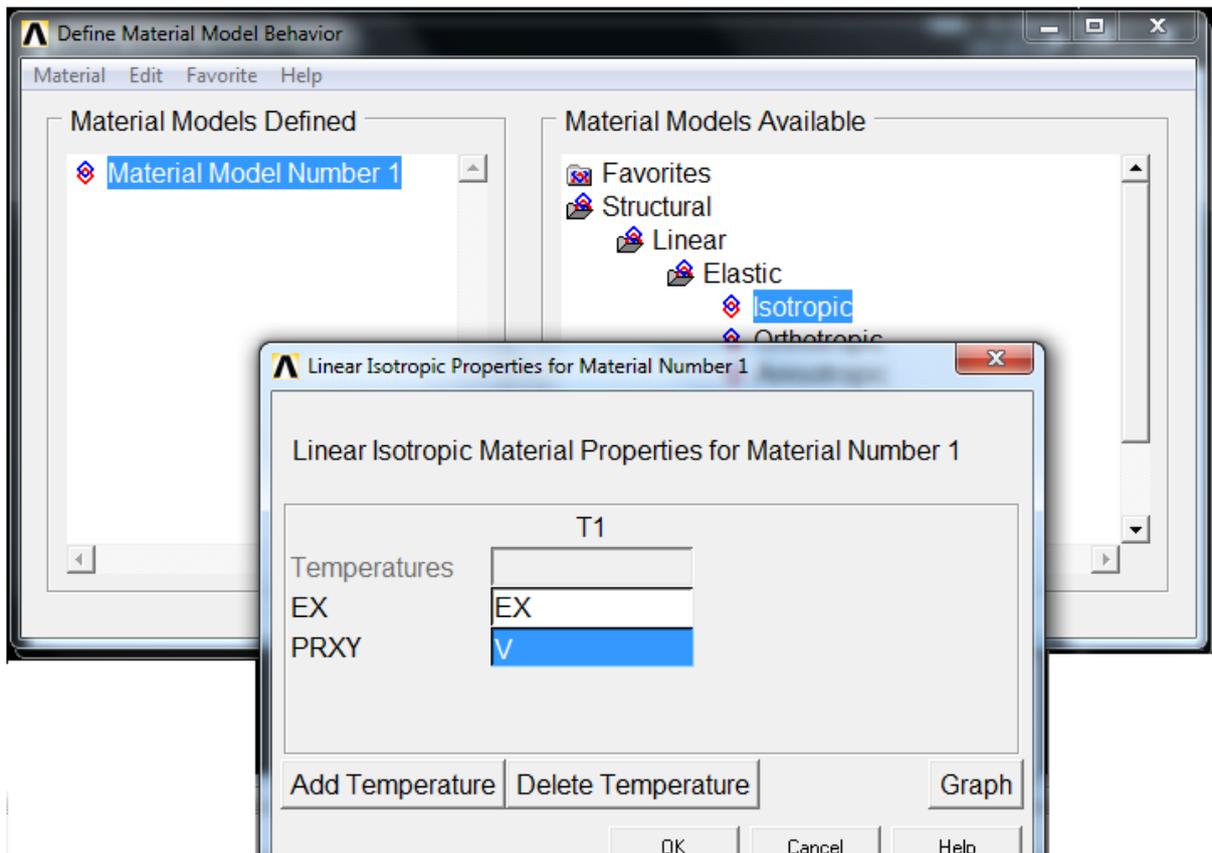


Figura 3.8. Propriedade do material

O seguinte passo é modelar a estrutura, ou seja, a definição dos pontos, linhas, áreas e volumes necessários para gerar o domínio computacional. Para facilitar o desenvolvimento foi montada uma tabela, Tabela 3.2, com os pontos criados, esta apresenta os *keypoints* do perfil

retangular com os cantos arredondados. Os *keypoints* foram calculados a partir da linha central, conforme Fig. 3.9.

Tabela3.2. *Keypoints* para o perfil retangular.

<i>Keypoints</i> perfil retangular			
N	x (mm)	y(mm)	z(mm)
1	0	98,75	148,75
2	0	73,75	173,75
3	0	-73,75	173,75
4	0	-98,75	148,75
5	0	-98,75	-148,75
6	0	-73,75	-173,75
7	0	73,75	-173,75
8	0	98,75	-148,75
9	0	73,75	148,75
10	0	-73,75	148,75
11	0	-73,75	-148,75
12	0	73,75	-148,75
20	-6000	98,75	0
21	-6000	0	173,75
22	-6000	-98,75	0
23	-6000	0	173,75

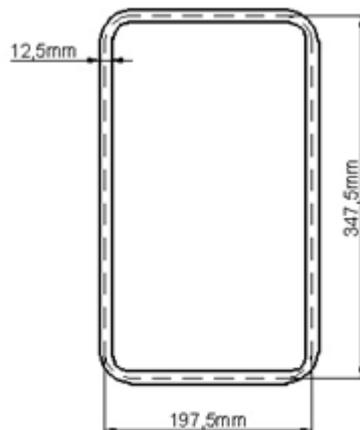


Figura 3.9. Perfil com a linha central usada como referência

Conforme mostra Fig.3.10, os pontos 9, 10, 11 e 12, são pontos auxiliares que foram utilizados no centro de raio do canto, para poder fazer os cantos arredondados, eles serão excluídos depois que o arco que descreve a curva dos cantos for construído, para que ao extrudar a área esses pontos não gerem uma linha indesejada no modelo. Os pontos 20, 21, 22 e 23 não fazem parte da criação do modelo, mas serão necessários quando for definido o tipo de vinculação que será adotada e para os pontos onde as forças serão aplicadas. A Fig. 3.11 mostra a área da seção transversal retangular.

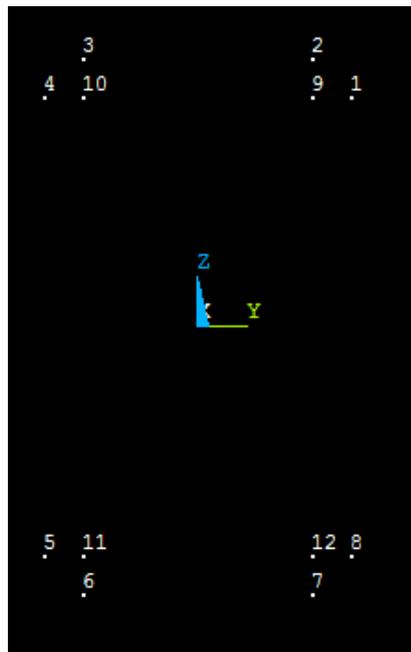


Figura 3.10. *Keypoints*

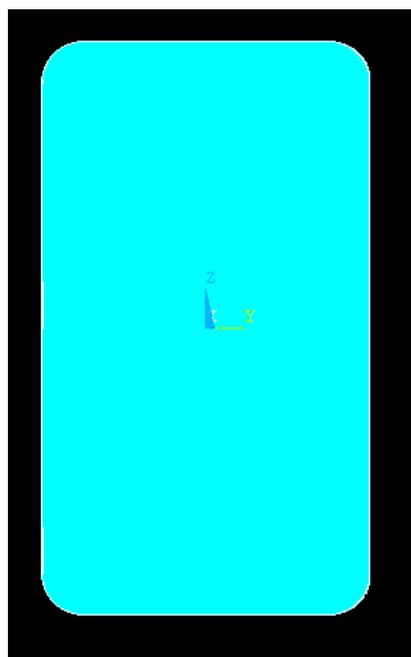


Figura 3.11. Área da seção transversal

Depois de criada a área da seção transversal foi gerado o sólido a partir da extrusão da área ao longo do eixo normal ao plano da mesma, conforme Fig. 3.12.

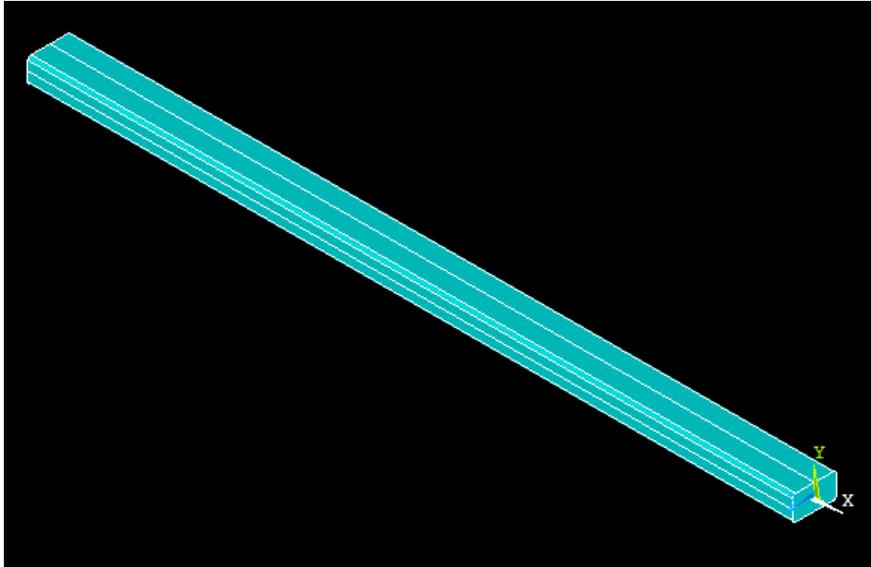


Figura 3.12. Volume criado a partir das áreas

Logo, é excluído o volume, mas sem excluir as superfícies, linhas e pontos que definem esse sólido. É necessário excluir também as áreas dos extremos da coluna, e o domínio computacional tomará a forma de um tubo com seção transversal retangular com cantos arredondados, como mostra a Fig. 3.13.

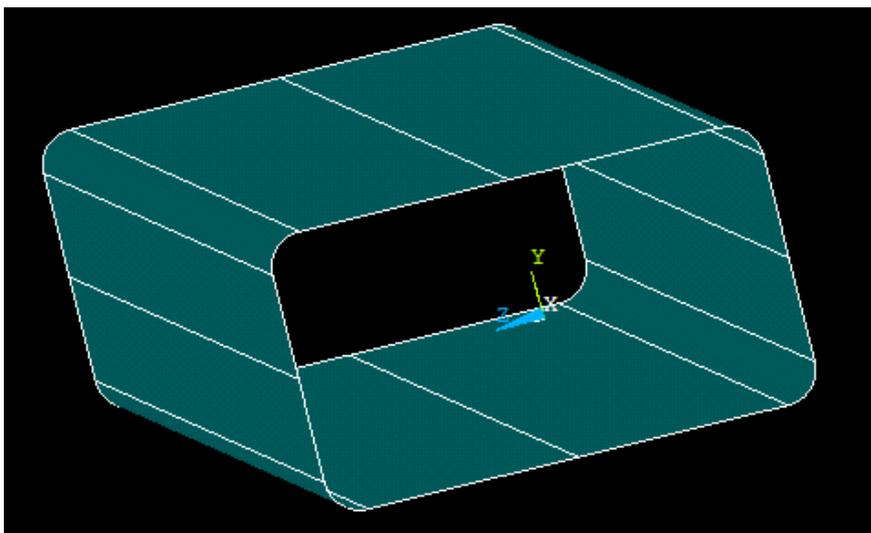


Figura 3.13. Tubo com seção retangular

Para a discretização do domínio computacional, foi gerada uma malha de elementos finitos triangulares, esta malha foi refinada para um tamanho de elemento de 26,18 mm como mostra a Fig. 3.14. Mas para chegar a esse valor foi necessário fazer um teste de independência de malha que será explicado posteriormente.

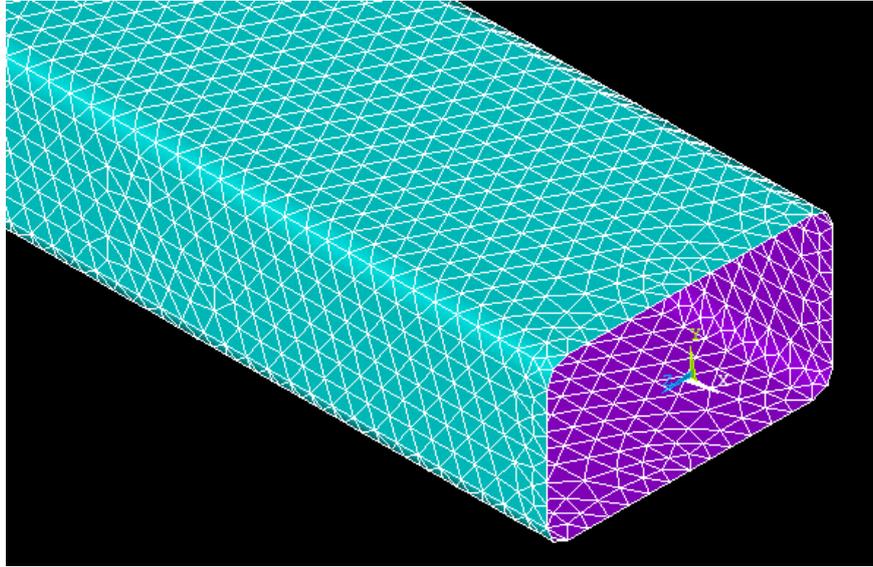


Figura 3.14 - Perfil com malha

Ainda nesta etapa é definido o tipo de carregamento da estrutura em questão e os vínculos de apoio. A coluna foi considerada engastada-livre, ou seja, uma de suas extremidades com todos os graus de liberdade impedidos e a outra extremidade livre para fletir e girar em qualquer direção.

No caso do presente estudo as linhas que estão situadas na origem do sistema de coordenadas terão todos os graus de liberdade impedidos, para simular a situação de engaste. Em seguida deve ser informado o carregamento, colocando a carga de compressão de 1 N e resolver o modelo para análise estática, e para isso foram utilizados quatro pontos centrais oriundos da extrusão dos pontos 20, 21, 22 e 33, Tabela 3.2, na extremidade livre, onde em cada ponto se aplicou uma força equivalente a 0,25 N de forma que a combinação delas forme uma carga centrada e unitária. A vinculação e a carga aplicada podem ser visualizadas na Fig. 3.15

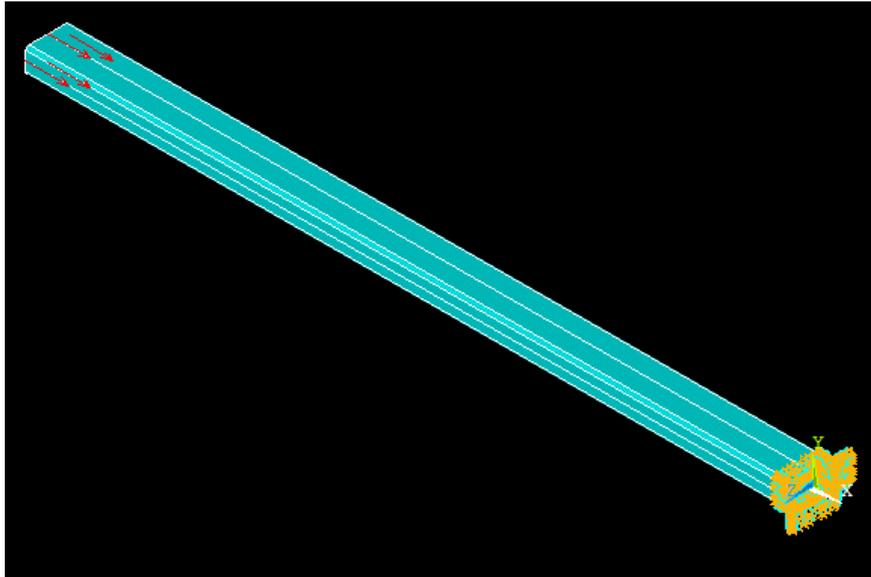


Figura 3.15. Vinculação e cargas aplicadas na coluna

O pré-processamento é finalizado com a etapa da discretização do domínio.

3.4.2 PROCESSAMENTO

O processamento (solução) é a etapa onde é realizada a solução das equações diferenciais e esta terá um tempo de processamento, assim como um esforço computacional demandado proporcional ao grau de refino da malha definida durante o pré-processamento. Há três métodos tradicionais para se resolver numericamente equações diferenciais: o Método de Diferenças Finitas (MDF), o Método de Volumes Finitos (MVF) e o Método de Elementos Finitos (MEF). Estes se diferem na maneira com que as variáveis são aproximadas e com o processo de discretização empregado em cada (Maliska, 2004).

É realizado o “cálculo” do modelo de simulação estabelecido, onde é definido o tipo de análise que se deseja realizar, estrutural estática, dinâmica, estudo de flambagem, etc.

Para realizar o estudo de flambagem é necessário primeiro processar uma solução estática para a coluna submetida a uma carga unitária de compressão e depois realizar o estudo de flambagem para poder extrair o resultado do modo de flambagem desejado através de um problema de autovalores e autovetores, conforme descrito no item Cap.3, seção 3.1.

3.4.3 PÓS-PROCESSAMENTO

O pós-processamento consiste na apresentação dos resultados obtidos. Os softwares comerciais estão equipados com versáteis ferramentas permitindo uma melhor representação destes resultados (Versteeg e Malalasekera, 1999).

Nesta etapa visualizam-se os resultados da simulação, Fig. 3.16. É possível verificar as deformações que surgem na peça. A Fig. 3.17 mostra o valor da carga crítica de flambagem e a configuração flambada obtida para o perfil retangular.

Available Data Sets:				
Set	Time	Load Step	Substep	Cumulative
1	1.35818E+06	1	1	1

Figura 3.16. Resultado da simulação, valor da carga critica



Figura 3.17. Carga critica obtida para o perfil retangular

3.5 TESTE DE INDEPENDÊNCIA DE MALHA

Nos erros de aproximação, inerentes aos métodos numéricos, pode-se destacar o erro devido à discretização do domínio computacional, em outras palavras, o erro devido ao refino da malha adotado (Teixeira et al., 2009). Nesse contexto, foi realizado um teste de independência de malha, que consiste em determinar quão refinada deve ser a malha utilizada para o estudo de caso, de forma que a mesma não agregue erros consideráveis nos resultados numéricos.

Foi considerado para o teste de independência de malha o tubo estrutural com seção transversal retangular, sem perfurações. Foi adotado o elemento finito SHELL93 na forma triangular, por melhor se adaptar às regiões das perfurações que serão posteriormente analisadas durante o estudo de caso. O parâmetro utilizado para gerar a malha foi o perímetro (*Per*) da seção transversal, ou seja, as malhas foram geradas atribuindo para o tamanho do elemento finito característico o valor do perímetro dividido por *n* (número de divisões do perímetro, conforme mostra a Tabela 3.3), desta forma, obtendo-se discretizações para o domínio computacional cada vez mais refinadas.

A Tabela 3.3 e a Fig. 3.18, apresentam os resultados do teste de independência de malha do perfil estudado.

Tabela 3.3 - Valores obtidos para o teste de independência de malha

Per/n	Tamanho (mm)	Nº elementos	Pcr (kN)	Diferença (%)
2	523,54	288	1373,3	0,60
5	209,42	696	1365,0	0,27
10	104,71	1856	1361,3	0,11
20	52,35	5520	1359,8	0,10
30	34,90	13760	1358,4	0,01
40	26,18	20240	1358,3	0,01
50	20,94	32144	1358,1	0,01
60	17,45	43992	1358,0	0,00
70	14,96	57960	1358,0	

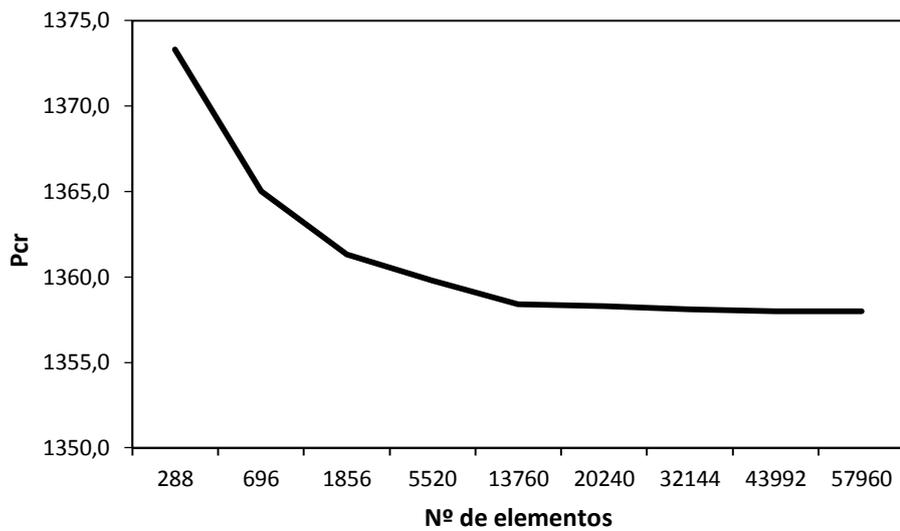


Figura 3.18. Gráfico teste de independência de malha

Observando-se a Tabela 3.3 e a Fig. 3.18 tornou-se aceitável o valor de carga crítica obtido com o elemento de tamanho 26,18 mm (malha com 20240 elementos) para o perfil estudado, garantindo que esse resultado é independente da malha adotada.

Foi realizado também o teste de independência de malha para o refinamento na região da perfuração. Para fazer este teste foi utilizado o mesmo domínio computacional anterior, porém com um furo transpassante central, conforme Fig. 3.19. Foi utilizado em sua discretização o tamanho de elemento de malha de 26,18 mm obtido com o teste de independência de malha de uma coluna sem perfurações já realizado. Os resultados obtidos para a carga crítica da coluna perfurada indicam que esta malha, definida pelo teste de independência de malha para a coluna sem perfurações, já é suficientemente refinada, podendo ser usada nas simulações das colunas com perfurações.

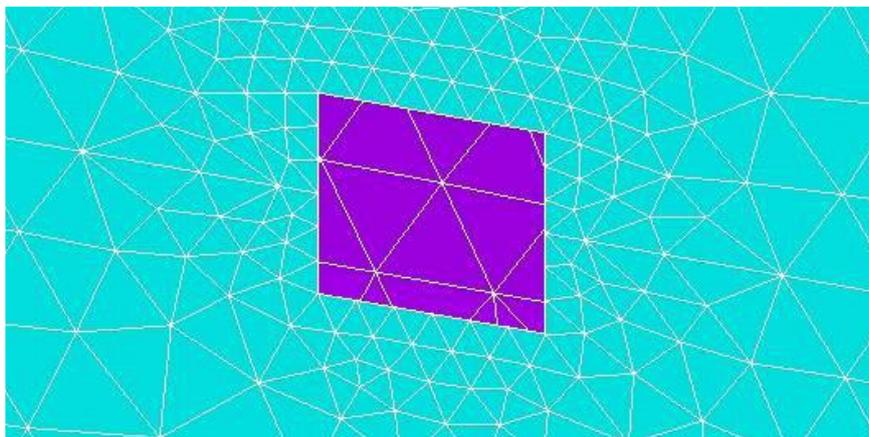


Figura 3.19. Refino da malha na região da perfuração

3.6 VERIFICAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

Primeiramente, a partir do domínio dos conhecimentos relacionados ao fenômeno de flambagem elástica em perfis de aço, confronta-se os valores de carga crítica de flambagem encontrados analiticamente em consulta à bibliografia com os resultados obtidos através das simulações numéricas. Para isso, o valor de carga crítica obtido para o caso apresentado anteriormente onde o perfil de seção retangular sem perfurações simulado numericamente com malha independente será comparado com o valor obtido analiticamente, permitindo a verificação do modelo computacional.

Para o cálculo analítico da carga crítica de flambagem será utilizada a Eq. (2.19), que depende do módulo de elasticidade do material, do menor valor do momento de inércia e do comprimento efetivo de flambagem, $L_e = 2L$, para coluna engastada livre, especificados na Tabela 3.1.

Carga crítica para a coluna com seção retangular:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2} = \frac{\pi^2 EI}{L_e^2} = \frac{\pi^2 (210000) \left[\frac{N}{mm^2} \right] (93810000) [mm^4]}{(12000 [mm])^2} = 1350,22 \text{ kN}$$

O resultado numérico para a carga crítica obtido com a malha independente, ou seja, a malha gerada com elementos finitos triangulares de 26,18 mm, foi de $P_{cr} = 1358,18 \text{ kN}$. Comparando o mesmo com o valor da carga crítica definido pela Eq. (2.19), que foi de $P_{cr} = 1350,22 \text{ kN}$, foi encontrada uma diferença de 0,58%, verificando o modelo computacional proposto.

Além disso, na Fig. 3.20 é apresentado o modo de flambagem para a coluna engastada-livre obtido numericamente. O mesmo está de acordo com a configuração flambada para uma coluna com esse tipo de vinculação, conforme pode ser visto nas Figs. 2.5 e 2.6, (Hibbeler, 2010), indicando que o modelo computacional pode ser usado de maneira satisfatória para a análise do comportamento das colunas com perfurações submetidas à flambagem.

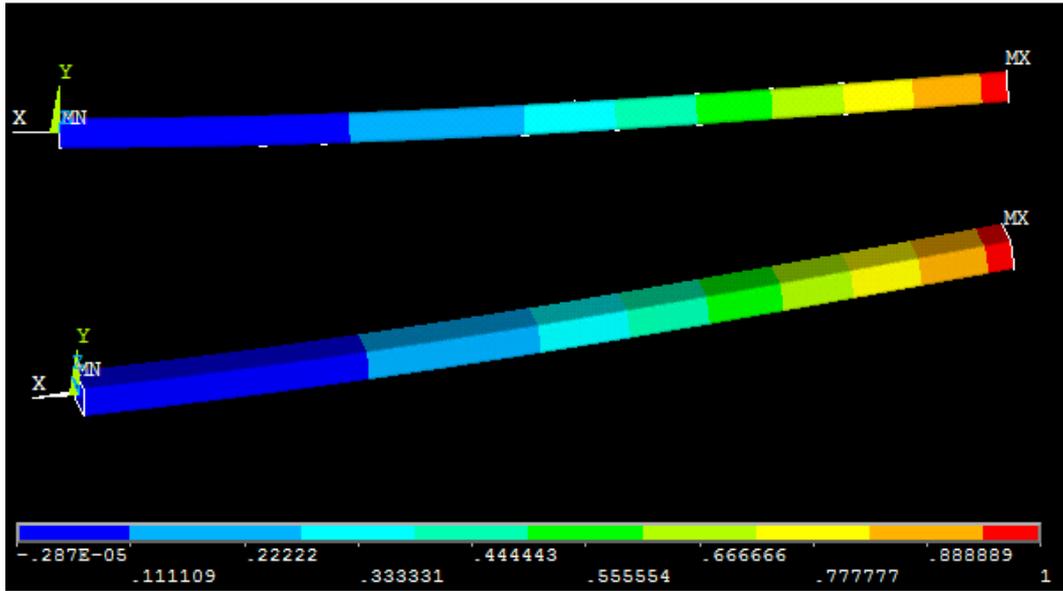


Figura 3.20 - Tubo estrutural flambado sem perfurações

4 ESTUDO DE CASO

Para diversas aplicações torna-se necessário perfurar perfis metálicos. As perfurações minimizam os custos com o material utilizado na fabricação dos perfis, uma vez que estes são essenciais para proporcionar acessibilidade para as tubagens, condutas, e outros sistema de serviços, bem como para a redução do peso próprio da estrutura (Sweedan e El- Sawy, 2011).

O que se pretende estudar e avaliar neste trabalho é como perfurações de formato retangulares e elípticas, distribuídas ao longo de tubos estruturais, podem influenciar no valor da carga crítica.

Para os tubos estruturais de seção retangular e vinculação do tipo engastada-livre, foram realizadas perfurações retangulares e elíticas, respeitando o seguinte critério: para a mesma quantidade de material removido, serão analisados a influência desses tipos de perfurações na carga crítica de flambagem, variando as dimensões das perfurações para cada caso.

4.1 CONSTRUCTAL DESIGN APLICADO A COLUNAS PERFURADAS SOB FLAMBAGEM

Neste trabalho, o *Constructal Design* foi empregado no estudo de tubos estruturais com seção retangular e com furos retangulares e elípticos. As dimensões dos furos sofreram variações, sendo geradas por um parâmetro chamado fração volumétrica (ϕ). Esse parâmetro representa a relação entre o volume do furo (V_0) e o volume total do tubo estrutural sem perfurações (V). A análise foi realizada considerando cinco diferentes valores para a fração de volume ϕ para as perfurações retangulares Eq. (4.1) e elípticas Eq (4.2), de 0,05; 0,10; 0,15; 0,20 e 0,25 definidos por:

$$\phi = \frac{V_0}{V} = \frac{NH_0L_0t}{AL} \quad (4.1)$$

$$\phi = \frac{V_0}{V} = \frac{N(\pi H_0L_0t)}{AL} = \frac{N\pi H_0L_0t}{4AL} \quad (4.2)$$

onde: H_0 e L_0 são as dimensões características das perfurações retangulares (Fig. 4.1) e elípticas (Fig. 4.2), N é o número de furos, e t , A e L são, respectivamente, a espessura, a área de seção transversal e o comprimento do tubo estrutural (ver Tabela 3.1).

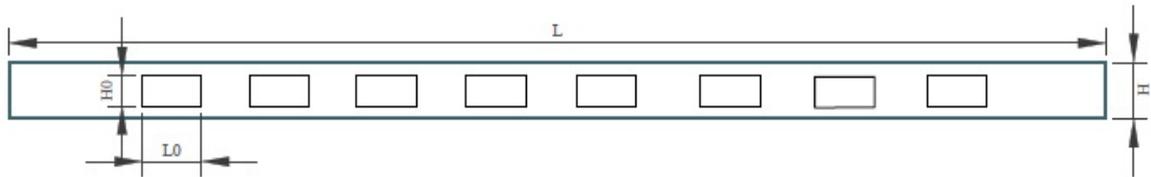


Figura 4.1. Dimensões da coluna e do furo retangular

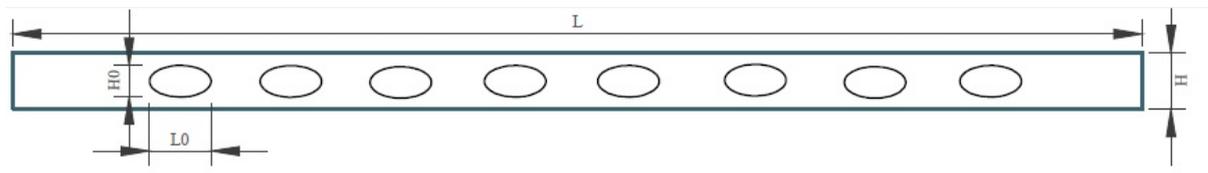


Figura 4.2. Dimensões da coluna e do furo elíptico

O objetivo das análises é determinar a geometria ótima para as perfurações retangulares e elípticas, $(H_0/L_0)_o$, a fim de maximizar a carga crítica de flambagem. Os valores da razão H_0 / L_0 analisados, foram 0,35; 0,40; 0,45; 0,50; 0,55 e 0,60, para os diferentes valores de ϕ .

De acordo com as Eqs. (4.1) e (4.2), para as de frações volumétricas foram realizadas 16 perfurações equidistantes, ao longo do tubo estrutural

É importante destacar ainda que foi respeitado um espaçamento mínimo de 36 mm (10% da maior dimensão da seção transversal) entre furos e entre as arestas dos furos e as arestas dos perfis. Além disso, a primeira perfuração (próxima ao engaste) e a última perfuração (próxima à extremidade livre) foram posicionadas considerando o princípio de Saint-Venant. Segundo Hibbeler (2010), essencialmente, o princípio diz que a tensão e a deformação produzidas em pontos do corpo suficientemente distantes da região de aplicação da carga são as mesmas produzidas por quaisquer cargas que tenham a mesma resultante estaticamente equivalente e que sejam aplicadas na mesma região do corpo. Entretanto, como regra geral, que se aplica também a muitos outros casos de carregamento e geometria do elemento, considera-se que essa distância seja pelo menos igual à maior dimensão da seção transversal sob carga. A

partir dessa consideração, os furos foram dispostos ao longo do comprimento da coluna espaçados igualmente. O cálculo do espaçamento entre furos é dado pela expressão, Eq. (4.3):

$$\text{espaçamento} = \frac{(L - 2H) - (np \cdot L_0)}{np - 1} \quad (4.3)$$

onde L e H são o comprimento e largura da coluna, respectivamente, Tabela 3.1, e np é o número de perfurações de cada lado da coluna.

As Figs. 4.3 e 4.4 mostram o tubo estrutural perfurado com perfurações retangulares e elípticas, respectivamente.

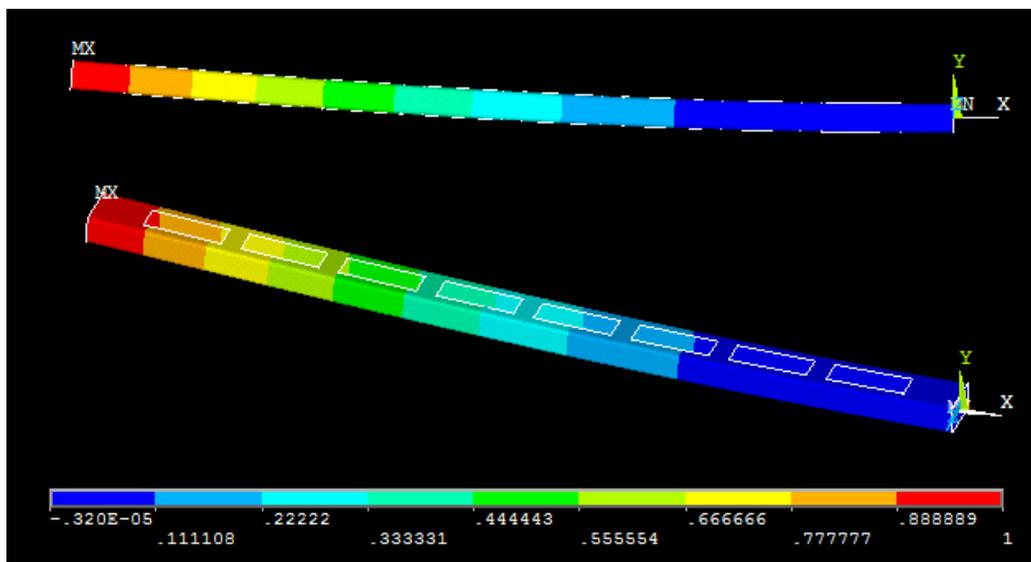


Figura 4.3 - Tubo estrutural com 16 perfurações retangulares

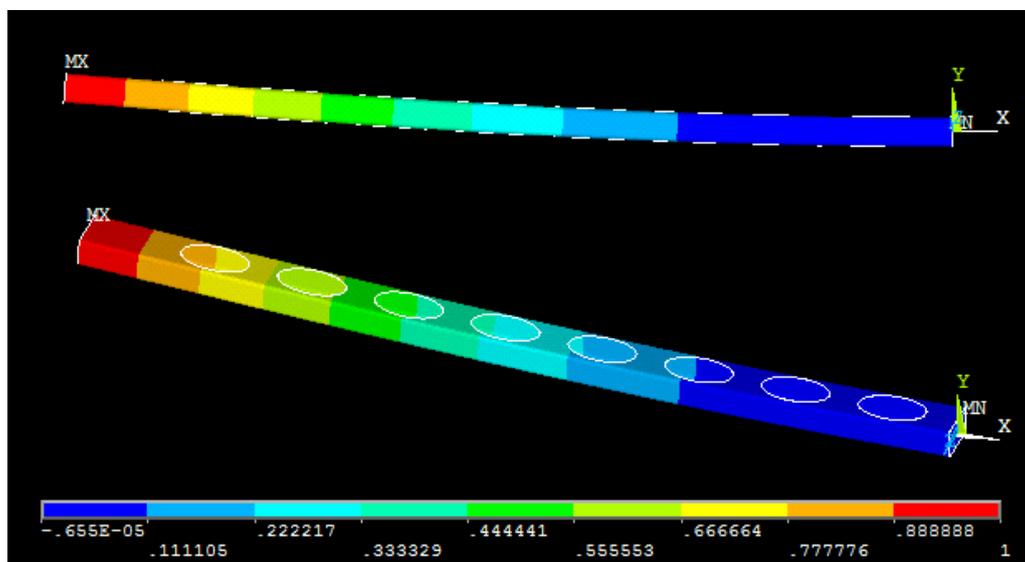


Figura 4.4 - Tubo estrutural com 16 perfurações elípticas

4.2 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com a intenção de analisar a resistência de colunas com perfurações submetidas a uma determinada carga axial de compressão, foi realizada uma série de simulações numéricas gerando resultados, que submetidos ao pós-processamento permitiram a análise e exposição dos mesmos, propiciando o entendimento do assunto estudado.

4.2.1 CARGA CRÍTICA ADIMENSIONAL

Como já foi dito, o estudo de caso foi realizado considerando cinco diferentes valores de fração volumétrica, ϕ . As variações do grau de liberdade H_0/L_0 foram realizadas para cada valor de ϕ analisado. Além disso, os valores numericamente obtidos para a carga crítica de flambagem foram divididos pela carga crítica analítica da coluna sem perfuração, definindo assim uma carga crítica adimensional ($P_{cr\,adm}$), Eq. (4.4)

$$P_{cr\,adm} = \frac{P_{cr\,perf}}{P_{cr\,sperf}} \quad (4.4)$$

4.2.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS PARA A CARGA CRÍTICA DE FLAMBAGEM

De acordo com a Eq. (4.1) para perfurações retangulares e com a Eq. (4.2) para perfurações elípticas, com frações volumétricas $\phi = 0,05; 0,10; 0,15; 0,20$ e $0,25$ foram realizadas dezesseis perfurações, 8 perfurações equidistantes de cada lado da coluna, conforme ilustra as Figs.4.1 e 4.2, ao longo do tubo estrutural.

Os valores considerados de H_0/L_0 para este estudo, foram obtidos a partir de um valor $(H_0/L_0)_{\min}$ e um valor de $(H_0/L_0)_{\max}$ comuns para todos os casos das perfurações retangulares e elípticas. Os valores calculados estão num intervalo entre $0,35 \leq H_0/L_0 \leq 0,60$. Logo, para obter valores com diferenças significativas entre as análises de flambagem, para fim

de comparação, foram feitas simulações para todos os casos de ϕ citados acima com $H_0 / L_0 = 0,35; 0,40; 0,45; 0,50; 0,55$ e $0,60$.

4.2.3 RESULTADOS PARA PERFURAÇÕES ELÍPTICAS

Conforme descrito anteriormente, foram feitas perfurações elípticas nas colunas do tipo engastada livre, respeitando o princípio de Saint-Venant e espaçamentos mínimos. As Figs. 4.5 e 4.6 apresentam as geometrias com o maior e o menor valor de carga que a coluna pode suportar antes de flambar, respectivamente, estas são representadas pelos valores de $\phi = 0,05$ com $(H_0 / L_0)_o = 0,35$ que é a geometria ótima para perfurações elípticas e $\phi = 0,25$ com $H_0 / L_0 = 0,60$.

Os valores da carga crítica para os apresentados nas Figs. 4.5 e 4.6 foram de $P_{cr} = 1198,740$ kN e $P_{cr} = 519,347$ kN, respectivamente .

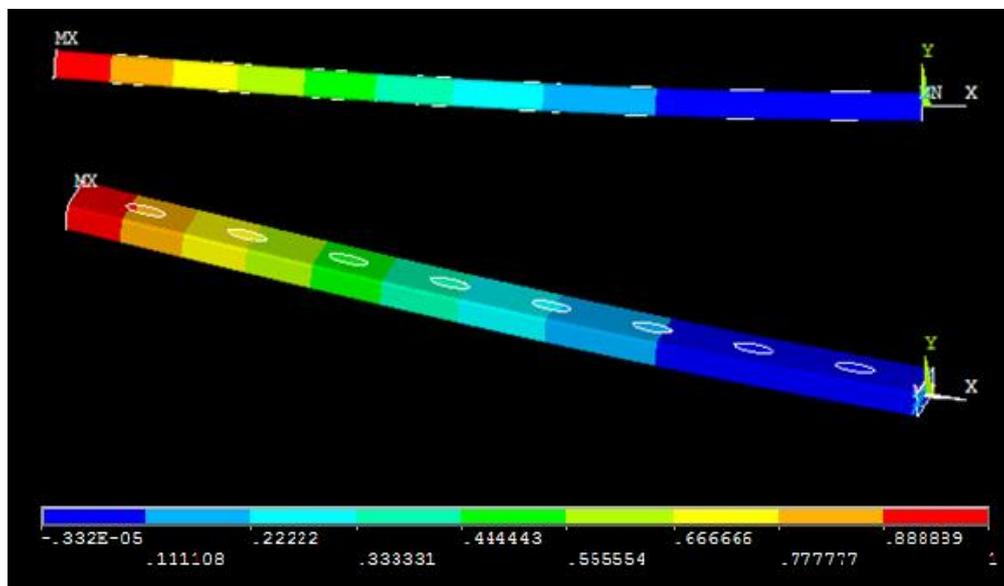


Figura 4.5. Geometria com maior P_{cr} , $\phi = 0,05$ com $H_0 / L_0 = 0,35$

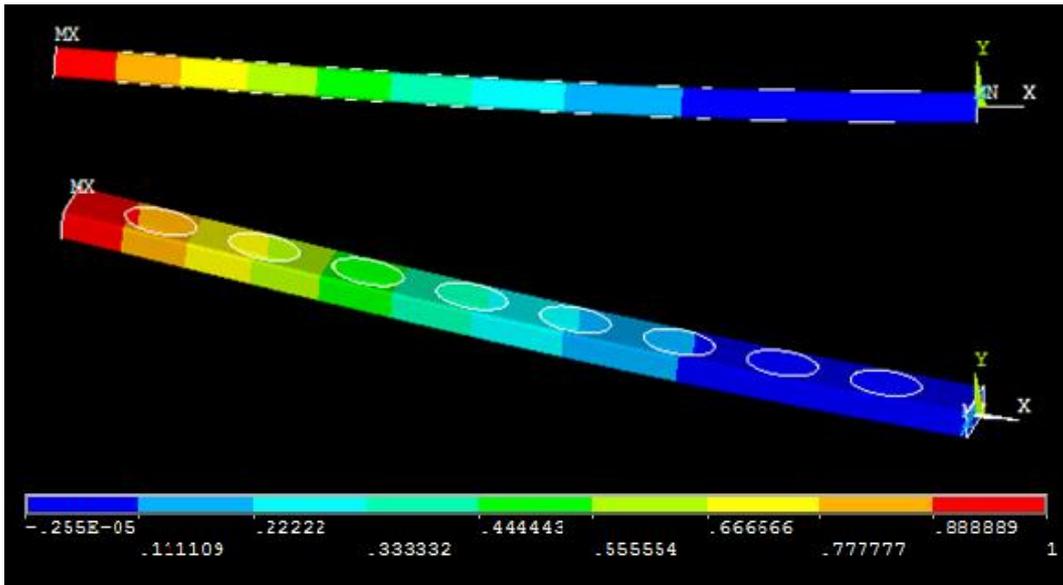


Figura 4.6. Geometria com menor P_{cr} , $\phi = 0,25$ com $H_0 / L_0 = 0,60$

Nas Tabelas 4.1- 4.5 são apresentados os valores de carga crítica e de carga crítica adimensional ($P_{cr adm}$), para as frações de volume de 0.05, 0.10, 0.15 0.20 e 0.25, respectivamente.

Tabela 4.1. Resultados da simulação numérica para perfurações elípticas $\phi = 0,05$

H_0 (mm)	L_0 (mm)	H_0/L_0	P_{cr} (kN)	$P_{cr adm}$
94,995	271,414	0,35	1198,740	0,882
101,554	253,885	0,40	1189,410	0,875
107,714	239,365	0,45	1180,430	0,869
113,541	227,081	0,50	1171,060	0,862
119,082	216,514	0,55	1162,280	0,855
126,377	207,296	0,60	1153,300	0,849

Tabela 4.2. Resultados da simulação numérica para perfurações elípticas $\phi = 0,10$

H ₀ (mm)	L ₀ (mm)	H ₀ /L ₀	P _{cr} (kN)	P _{cr} adim
134,343	383,838	0,35	1049,840	0,772
143,619	359,048	0,40	1030,970	0,759
152,331	338,513	0,45	1013,040	0,745
160,571	321,142	0,50	994,645	0,732
168,408	306,197	0,55	977,489	0,719
175,896	293,161	0,60	960,132	0,706

Tabela 4.3. Resultados da simulação numérica para perfurações elípticas $\phi = 0,15$

H ₀ (mm)	L ₀ (mm)	H ₀ /L ₀	P _{cr} (kN)	P _{cr} adim
164,536	470,104	0,35	923,977	0,680
175,86	439,742	0,40	894,808	0,658
186,566	414,593	0,45	867,571	0,638
196,658	393,317	0,50	840,243	0,618
206,257	375,013	0,55	815,024	0,600
215,428	359,048	0,60	789,999	0,581

Tabela 4.4. Resultados da simulação numérica para perfurações elípticas $\phi = 0,20$

H ₀ (mm)	L ₀ (mm)	H ₀ /L ₀	P _{cr} (kN)	P _{cr} adim
189,99	542,829	0,35	821,111	0,604
203,108	507,77	0,40	782,025	0,575
215,428	478,73	0,45	745,586	0,548
227,081	454,163	0,50	709,611	0,522
238,165	433,028	0,55	676,581	0,498
248,755	414,593	0,60	644,173	0,474

Tabela 4.5. Resultados da simulação numérica para perfurações elípticas $\phi = 0,25$

H_0 (mm)	L_0 (mm)	H_0/L_0	Pcr (kN)	Pcr adim
212,415	606,901	0,35	733,477	0,540
227,081	567,704	0,40	686,270	0,505
240,856	535,237	0,45	641,884	0,472
253,885	507,77	0,50	598,153	0,440
266,277	484,14	0,55	558,157	0,410
278,117	463,529	0,60	519,347	0,382

Considerando os resultados apresentados nas Tabelas 4.1 - 4.5, a Fig. 4.7 mostra como ocorre a variação da carga crítica adimensional de flambagem em função da variação do grau de liberdade H_0/L_0 para os diferentes valores de fração volumétrica considerados nesse trabalho para perfurações elípticas.

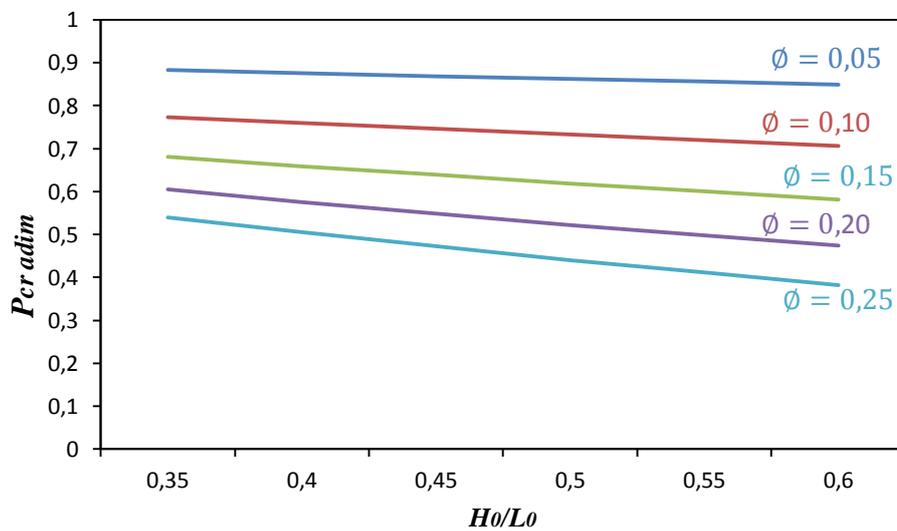


Figura 4.7. Variação de $P_{cr, adm}$, em função de H_0/L_0

É possível perceber na Fig.4.7 que o aumento da razão H_0/L_0 causa uma redução no valor de $P_{cr, adm}$, para todas as frações volumétricas consideradas. Essa diminuição do valor da carga crítica possui uma tendência praticamente linear. Além disso, como já era esperado, o aumento no valor de ϕ causa uma redução nos valores de $P_{cr, adm}$.

Ainda referente à Fig. 4.7, esta indica as geometrias otimizadas para o tubo estrutural perfurado sob flambagem, entre as configurações geométricas analisadas. É possível observar que para os valores $\phi = 0,05; 0,10; 0,15; 0,20$ e $0,25$ a aplicação do método *Constructal Design*, testando diferentes valores de H_0/L_0 , possibilitou a definição de geometrias otimizadas, com perfurações elípticas onde o valor da carga crítica teve, respectivamente, uma melhoria de 3,94%; 9,34%; 16,95%; 27,47% e 41,23% quando comparada com a carga crítica da pior geometria para cada valor de ϕ .

Nas Figs. 4.8 – 4.12 são apresentadas a configuração flambada da geometria otimizada da coluna com perfurações elípticas, respectivamente, para $\phi = 0,05; 0,10; 0,15; 0,20$ e $0,25$.

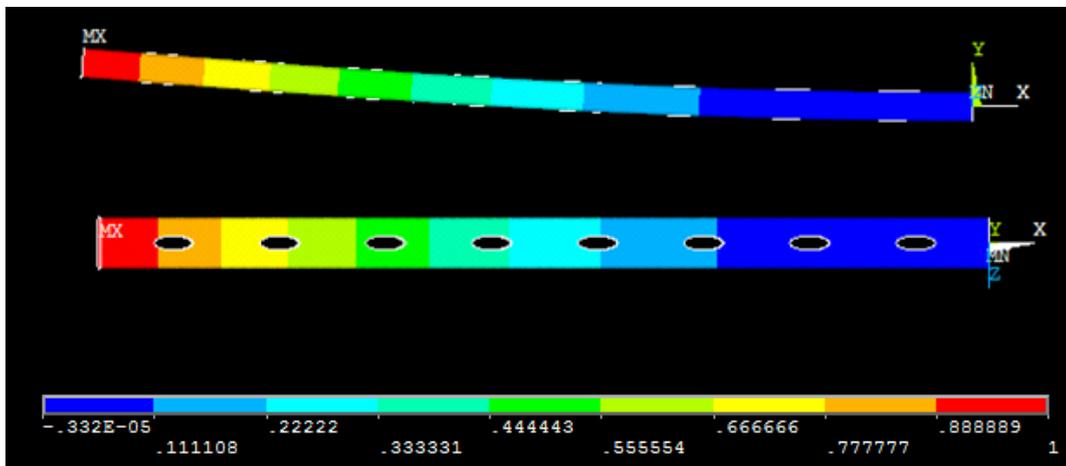


Figura 4.8. Configuração flambada geometria otimizada $\phi = 0,05$ ($H_0 / L_0 = 0,35$)

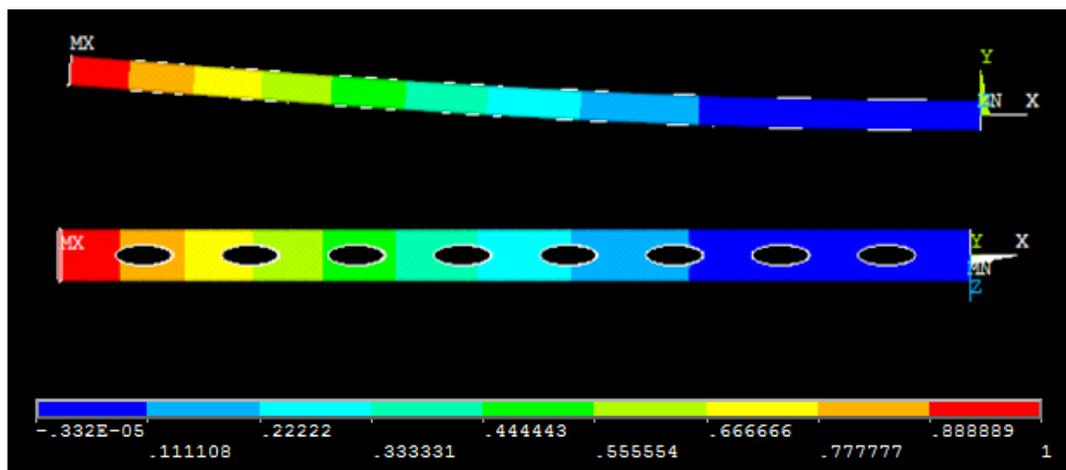


Figura 4.9. Configuração flambada geometria otimizada $\phi = 0,10$ ($H_0 / L_0 = 0,35$)

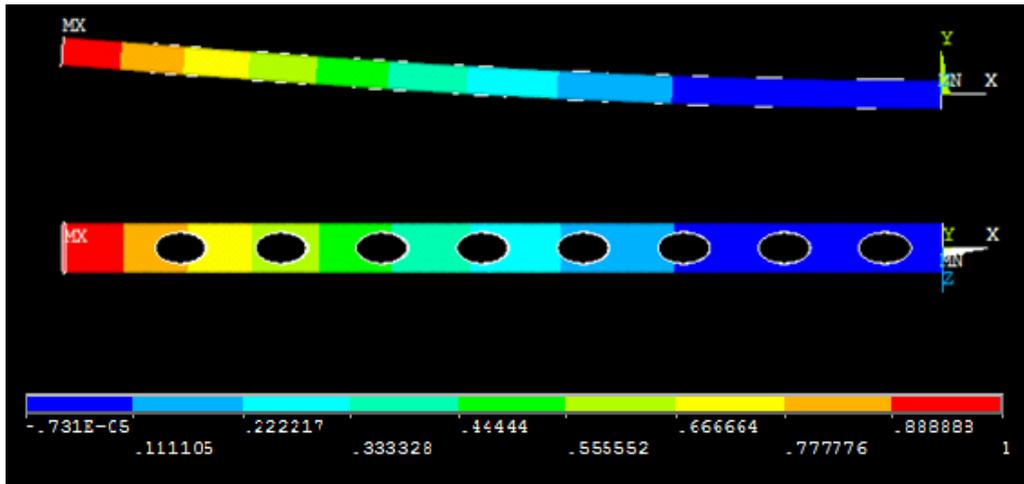


Figura 4.10. Configuração flambada geometria otimizada $\phi = 0,15$ ($H_0 / L_0 = 0,35$)

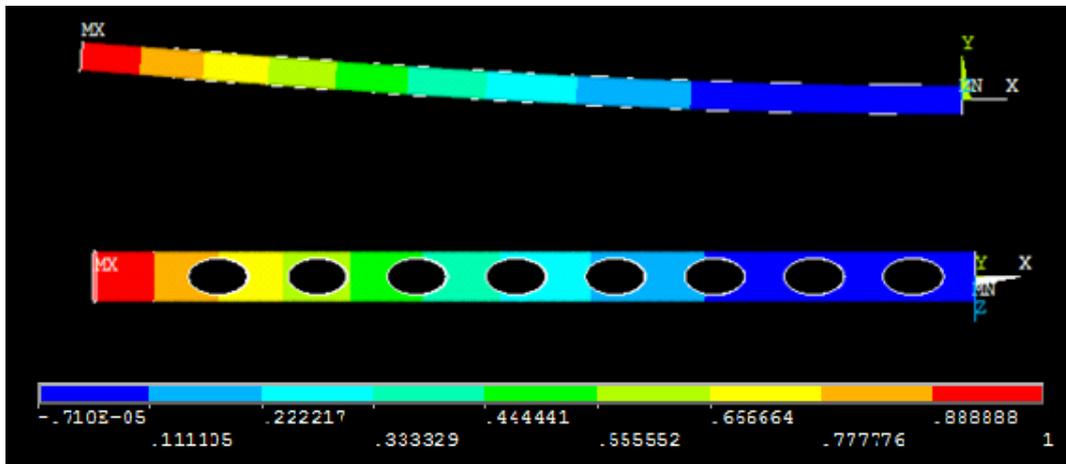


Figura 4.11. Configuração flambada geometria otimizada $\phi = 0,20$ ($H_0 / L_0 = 0,35$)

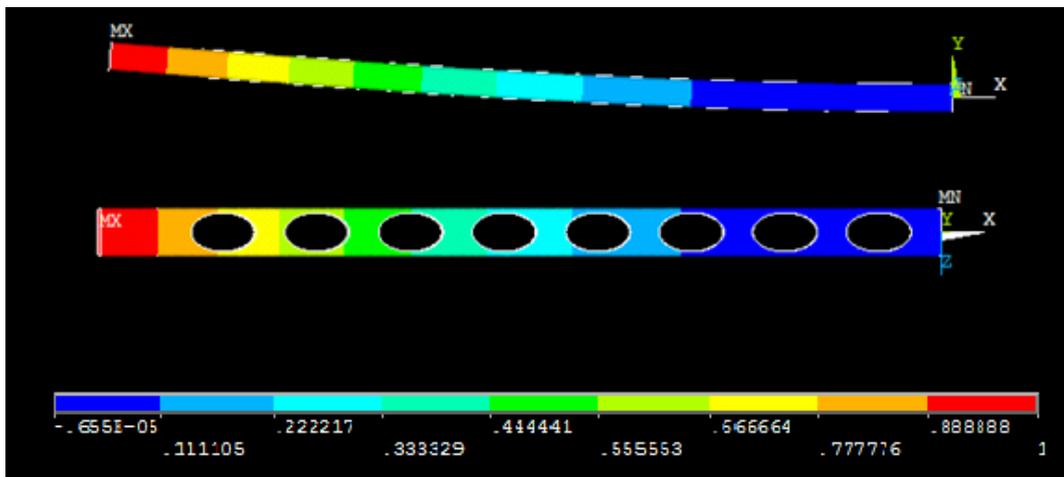


Figura 4.12. Configuração flambada geometria otimizada $\phi = 0,25$ ($H_0 / L_0 = 0,35$)

É possível perceber nas Figs. 4.8 – 4.12 que as geometrias ótimas, para todos os valores de ϕ analisados nesse trabalho, sempre conduzem a uma configuração para a perfuração na qual sua maior dimensão, L_0 (ver Fig. 4.2), é paralela ao eixo longitudinal da coluna, conferindo à estrutura uma maior resistência à flambagem.

4.2.4 RESULTADOS PARA PERFURAÇÕES RETANGULARES

De maneira análoga ao apresentado para os tubos estruturais com perfurações elípticas, foram feitas perfurações retangulares ao longo da coluna do tipo engastada livre, respeitando o princípio de Saint-Venant e espaçamentos mínimos anteriormente explicados. Nas Figs. 4.13 e 4.14 apresentam as geometrias com o maior e o menor valor de carga crítica, respectivamente, estas são representadas pelos valores de $\phi = 0,05$ com $H_0 / L_0 = 0,35$ e $\phi = 0,25$ com $H_0 / L_0 = 0,60$.

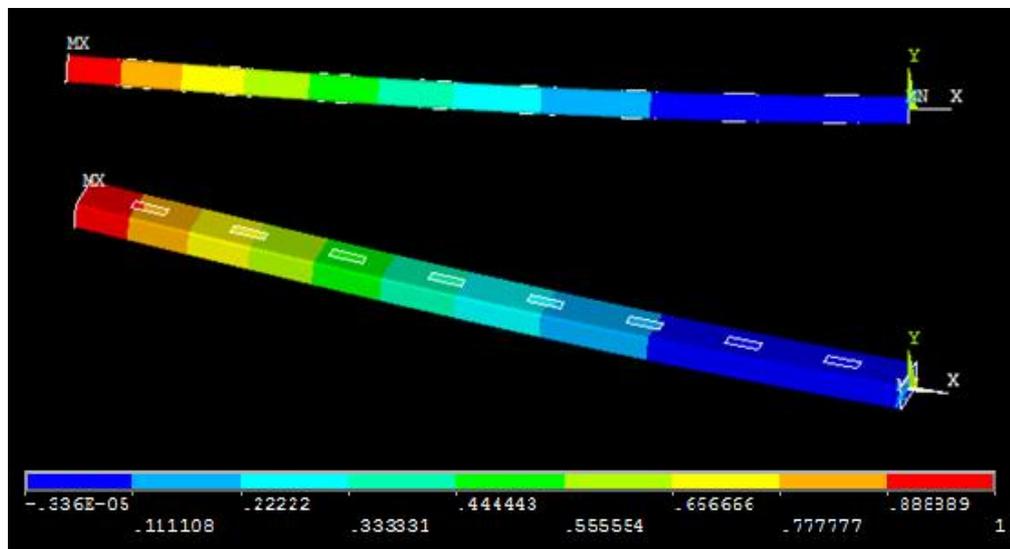


Figura 4.13. Geometria com maior P_{cr} , $\phi = 0,05$ com $H_0 / L_0 = 0,35$

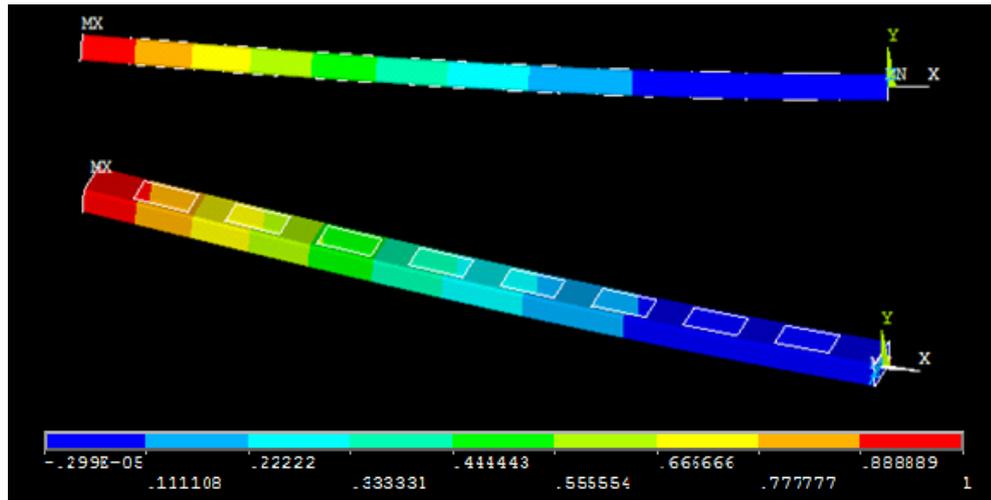


Figura 4.14. Geometria com menor P_{cr} , $\phi = 0,25$ com $H_0 / L_0 = 0,60$

Nas simulações realizadas com perfurações retangulares o maior valor da carga máxima que a coluna pode suportar foi de $P_{cr} = 1193,110\text{kN}$, para $\phi = 0,05$ e $H_0 / L_0 = 0,35$, (Fig. 4.13), o menor valor obtido foi para $\phi = 0,25$ e $H_0 / L_0 = 0,60$, (Fig. 4.14), foi de $P_{cr} = 571,093\text{kN}$.

As Tabelas 4.6 - 4.10 apresentam os resultados das simulações para os valores de $\phi = 0,05; 0,10; 0,15; 0,20$ e $0,25$, respectivamente. Nestas mostram os valores da carga crítica juntamente com os valores da carga crítica adimensional ($P_{cr,adm}$).

Tabela 4.6. Resultados da simulação numérica para perfurações retangulares $\phi = 0,05$

H_0 (mm)	L_0 (mm)	H_0/L_0	P_{cr} (kN)	P_{cr} adim
84,187	240,535	0,35	1193,110	0,878
90,000	225,000	0,40	1184,420	0,872
95,459	212,132	0,45	1175,900	0,865
100,623	201,246	0,50	1167,540	0,859
105,534	191,880	0,55	1159,050	0,853
110,227	183,711	0,60	1150,940	0,847

Tabela 4.7. Resultados da simulação numérica para perfurações retangulares $\phi = 0,10$

H ₀ (mm)	L ₀ (mm)	H ₀ /L ₀	P _{cr} (kN)	P _{cr} adim
119,058	340,168	0,35	1047,010	0,770
127,279	318,198	0,40	1030,430	0,758
135,000	300,000	0,45	1014,290	0,746
142,302	284,604	0,50	998,753	0,735
149,248	271,360	0,55	983,392	0,724
155,884	259,807	0,60	968,400	0,713

Tabela 4.8. Resultados da simulação numérica para perfurações retangulares $\phi = 0,15$

H ₀ (mm)	L ₀ (mm)	H ₀ /L ₀	P _{cr} (kN)	P _{cr} adim
145,816	416,619	0,35	925,809	0,681
155,884	389,711	0,40	901,048	0,663
165,340	367,423	0,45	877,708	0,646
174,284	348,568	0,50	855,450	0,629
182,790	332,347	0,55	833,985	0,614
190,918	318,198	0,60	813,207	0,598

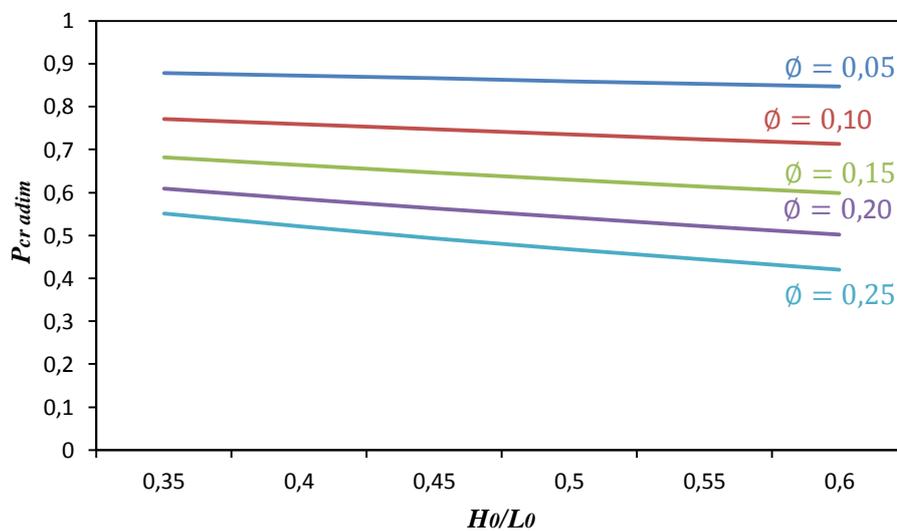
Tabela 4.9. Resultados da simulação numérica para perfurações retangulares $\phi = 0,20$

H ₀ (mm)	L ₀ (mm)	H ₀ /L ₀	P _{cr} (kN)	P _{cr} adim
168,374	481,070	0,35	827,727	0,609
180,000	450,000	0,40	795,133	0,585
190,918	424,264	0,45	764,734	0,563
201,246	402,492	0,50	735,926	0,541
211,068	383,761	0,55	708,533	0,521
220,454	367,423	0,60	682,264	0,502

Tabela 4.10. Resultados da simulação numérica para perfurações retangulares $\phi = 0,25$

H_0 (mm)	L_0 (mm)	H_0/L_0	Pcr (kN)	Pcr adm
118,248	537,852	0,22	747,498	0,550
201,246	503,115	0,40	707,656	0,521
213,453	474,341	0,45	670,460	0,493
225,000	450,000	0,50	635,513	0,467
235,981	429,058	0,55	602,544	0,443
246,474	410,791	0,60	571,093	0,420

Os resultados apresentados nas Tabelas 4.6 - 4.10, para perfurações retangulares, são representados na Fig. 4.15, permitindo avaliar a variação da carga crítica adimensional de flambagem em função da variação do grau de liberdade H_0 / L_0 , para os diferentes valores de fração volumétrica, adotados nessa pesquisa.

**Figura 4.15. Variação de $P_{cr adm}$, em função de H_0/L_0**

A partir da Fig. 4.15 percebe-se que o aumento da razão H_0/L_0 causa uma redução no valor de $P_{cr adm}$, para todos ϕ analisados. Como se pode observar, o aumento no valor de ϕ causa uma redução nos valores de $P_{cr adm}$. É importante destacar que essa mesma tendência foi também observada para os casos com furos elípticos.

Considerando ainda a Fig. 4.15, esta apresenta as geometrias otimizadas, entre os casos estudados, para o tubo estrutural perfurado com furos retangulares sob flambagem. A aplicação do método *Constructal Design*, para os valores $\phi = 0,05; 0,10; 0,15; 0,20$ e $0,25$ possibilitou a definição de geometrias otimizadas onde o valor da carga crítica teve uma melhoria de 3,66%; 8,11%; 13,84%; 21,32% e 30,88%, respectivamente, quando comparada com a carga crítica da pior geometria para cada valor de ϕ .

Nas Figs. 4.16-4.20 são apresentadas a configuração flambada da geometria otimizada da coluna com perfurações retangulares, respectivamente, para $\phi = 0,05; 0,10; 0,15; 0,20$ e $0,25$.

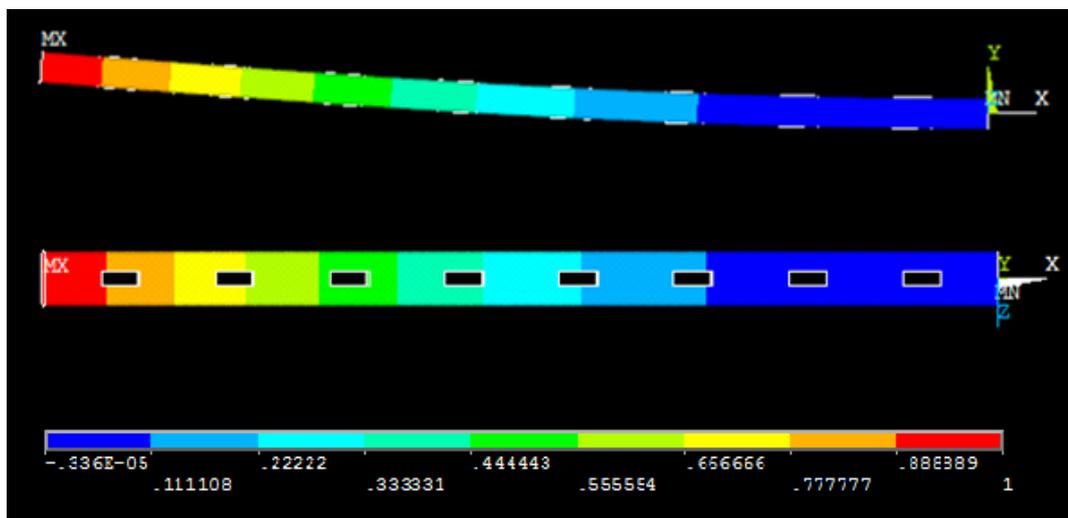


Figura 4.16. Configuração flambada geometria otimizada $\phi = 0,05$ ($H_0 / L_0 = 0,35$)

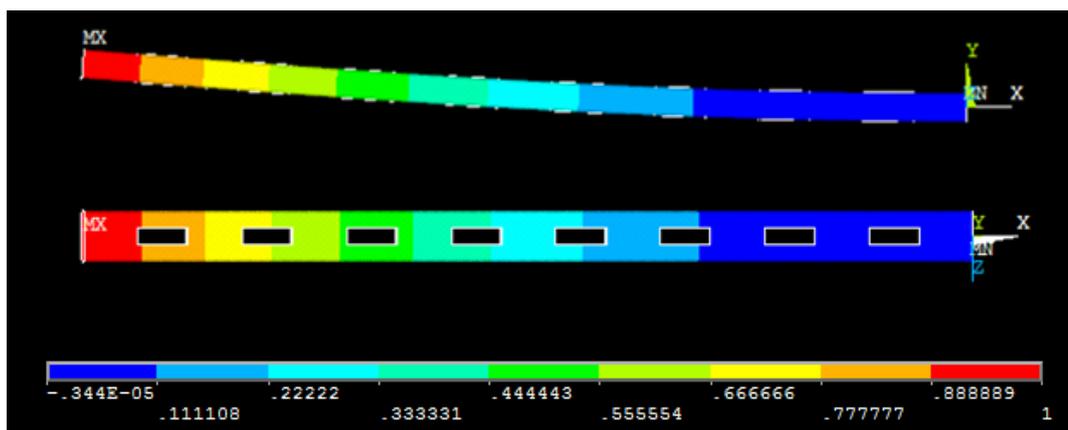


Figura 4.17. Configuração flambada geometria otimizada $\phi = 0,10$ ($H_0 / L_0 = 0,35$)

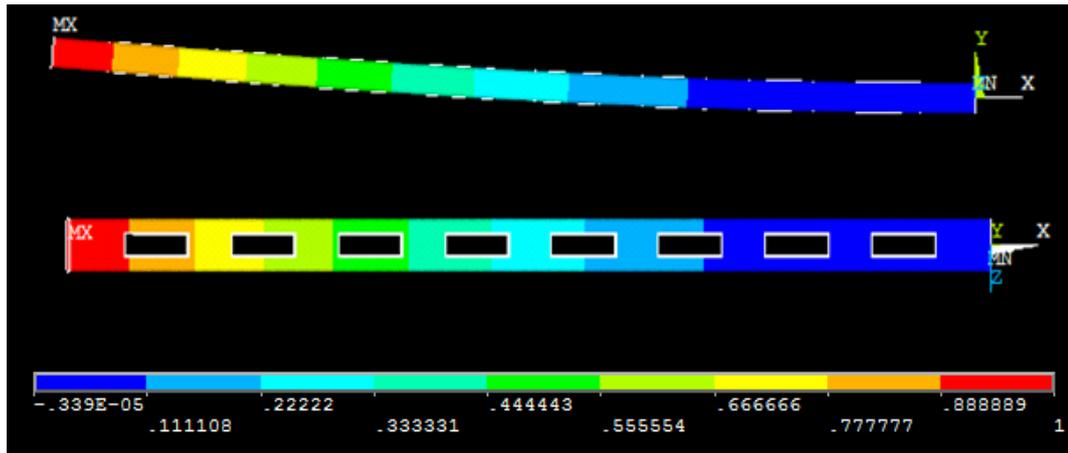


Figura 4.18. Configuração flambada geometria otimizada $\phi = 0,15$ ($H_0 / L_0 = 0,35$)

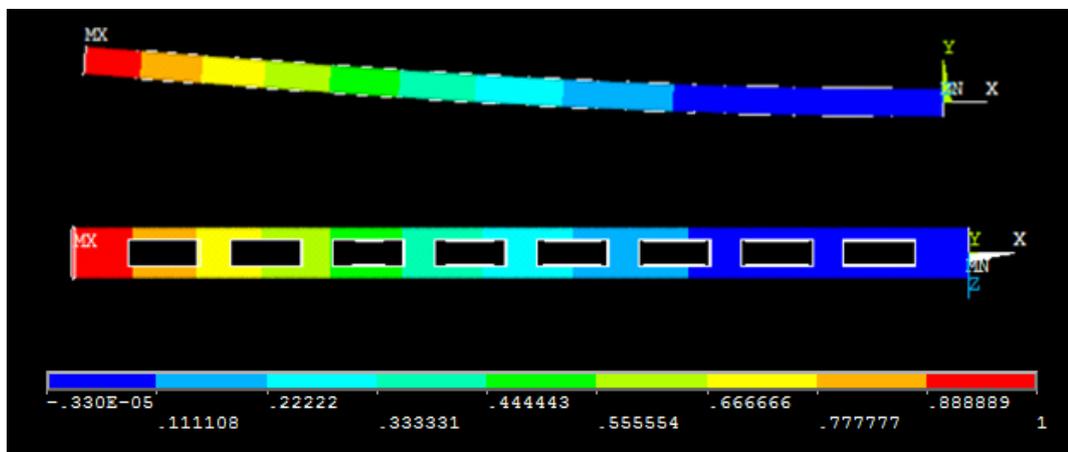


Figura 4.19. Configuração flambada geometria otimizada $\phi = 0,20$ ($H_0 / L_0 = 0,35$)

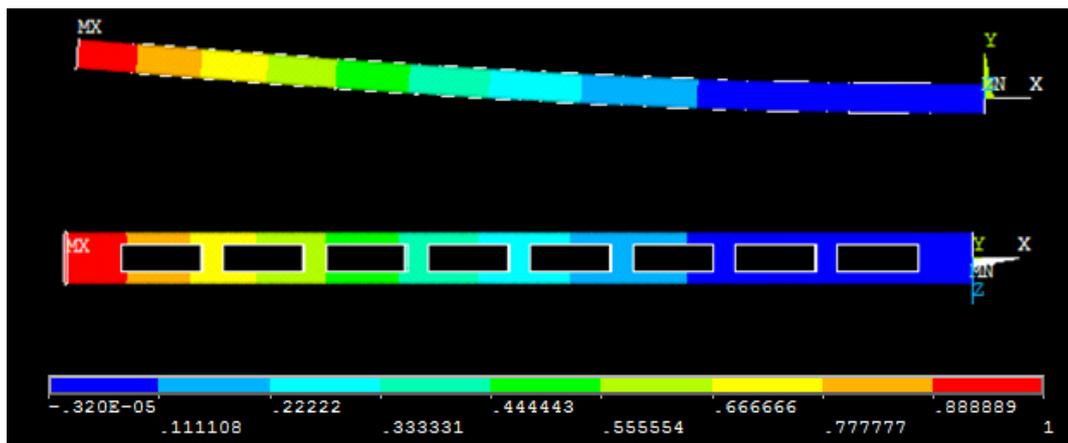


Figura 4.20. Configuração flambada geometria otimizada $\phi = 0,25$ ($H_0 / L_0 = 0,35$)

Assim como nos casos com perfurações elípticas, nas Figs. 4.16 – 4.20 é possível notar que as geometrias ótimas, para todos os valores de ϕ analisados nesse trabalho, sempre conduzem a uma configuração para a perfuração na qual sua maior dimensão, L_0 (ver Fig. 4.1),

é paralela ao eixo longitudinal da coluna, conferindo à estrutura uma maior resistência à flambagem.

4.2.5 COMPARAÇÃO ENTRE OS TIPOS DE PERFURAÇÕES

Com a intenção de analisar o melhor tipo de perfuração, ou seja, a que apresenta maiores valores de carga crítica para as diferentes frações volumétricas ϕ , foi feita uma comparação entre os dois tipos de perfurações (elíptica e retangular) e suas respectivas cargas críticas adimensionais ($P_{cr adm}$).

As Figs. 4.21 – 4.25 apresentam os resultados da análise de $\phi = 0,05; 0,10; 0,15; 0,20$ e $0,25$, respectivamente, comparando as perfurações retangulares e elípticas.

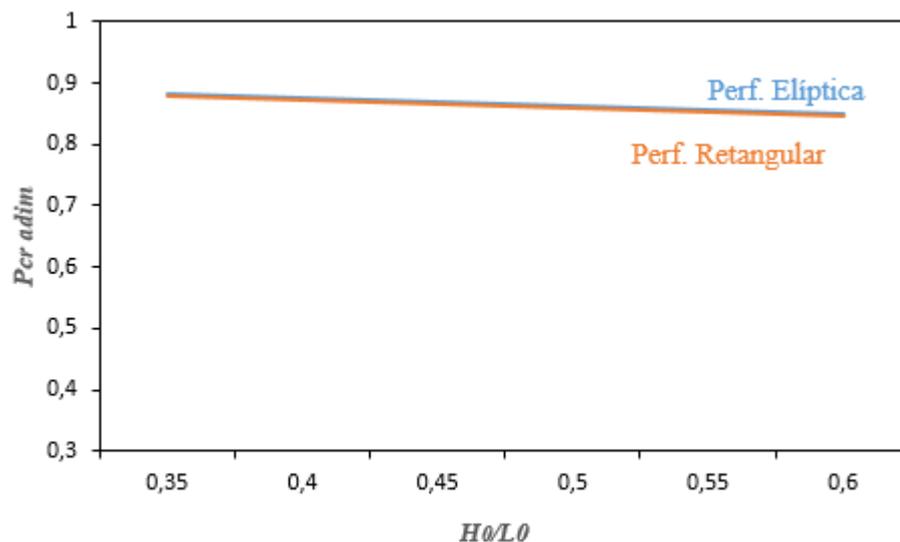


Figura 4.21. $\phi = 0,05$ Variação de $P_{cr adm}$, em função de H_0/L_0 , perfurações elípticas e retangulares.

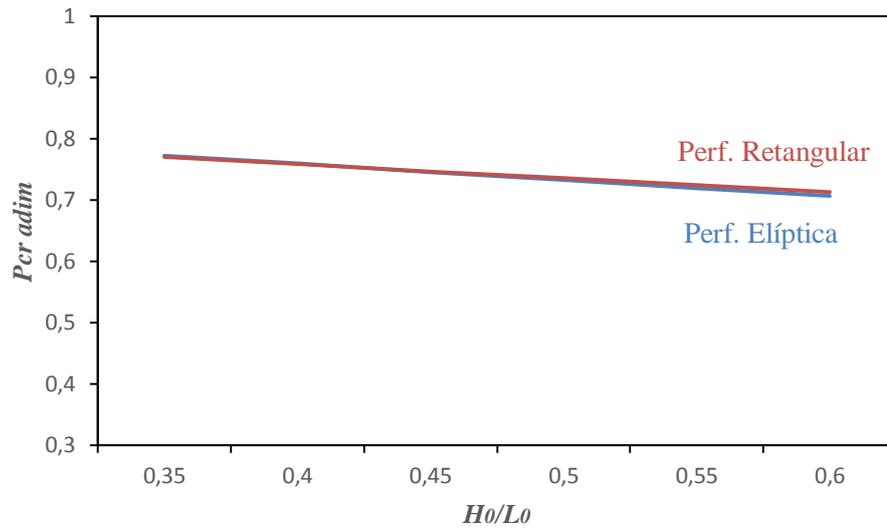


Figura 4.22. $\phi = 0,10$ Variação de $P_{cr adm}$, em função de H_0/L_0 , perfurações elípticas e retangulares.

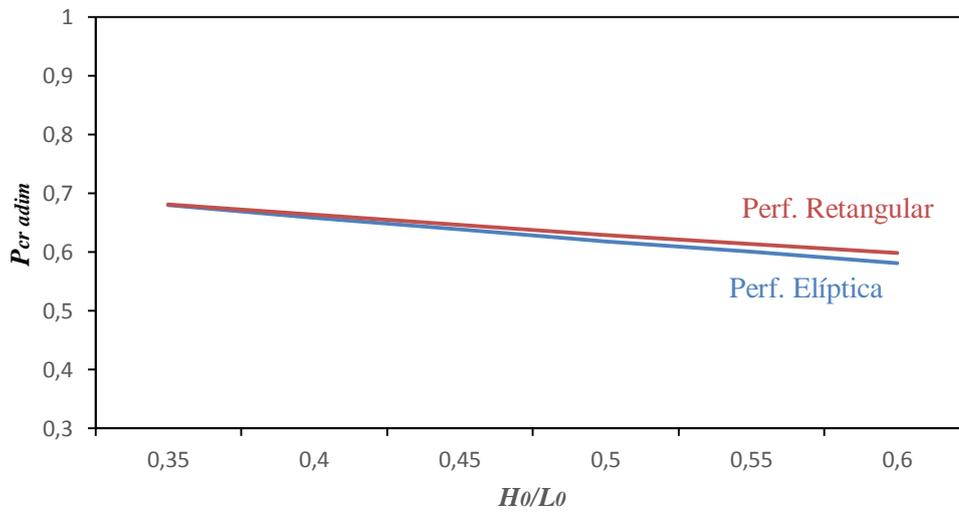


Figura 4.23. $\phi = 0,15$ Variação de $P_{cr adm}$, em função de H_0/L_0 , perfurações elípticas e retangulares.

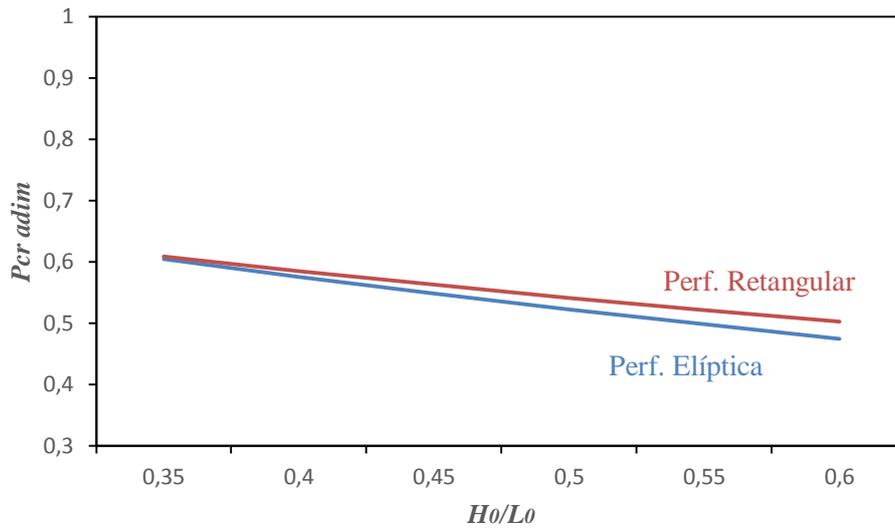


Figura 4.24. $\phi = 0,20$ Variação de $P_{cr adm}$, em função de H_0/L_0 , perfurações elípticas e retangulares.

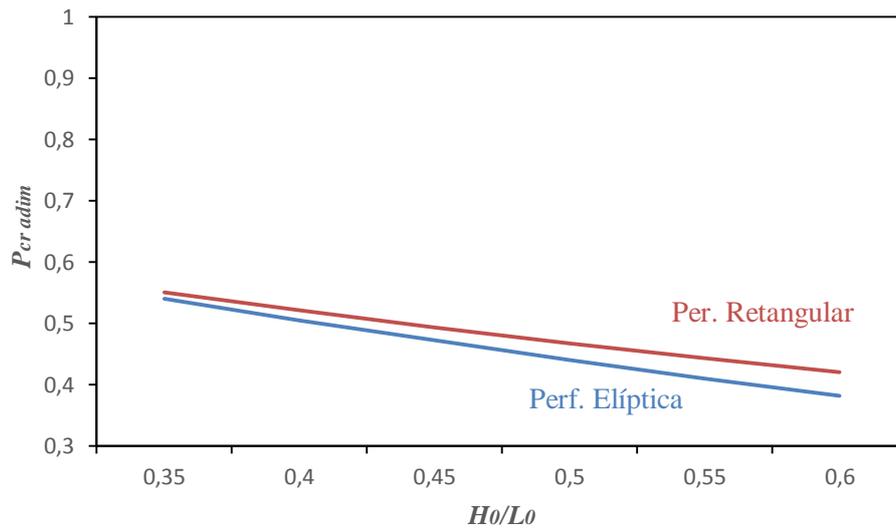


Figura 4.25. $\phi = 0,25$ Variação de $P_{cr adm}$, em função de H_0/L_0 , perfurações elípticas e retangulares.

As Figs. 4.21 – 4.25 apresentam para o mesmo volume retirado a comparação entre o comportamento dos $P_{cr adm}$, da coluna com perfurações elípticas e retangulares.

Percebe-se através das Figs. 4.21 – 4.25 que as geometrias ótimas são as perfurações retangulares para os valores de $\phi = 0,10$; $0,15$; $0,20$ e $0,25$, salvo $\phi = 0,05$, menor valor de fração volumétrica estudado, onde os melhores valores de $P_{cr adm}$ encontrados foram das colunas com perfurações elípticas. Também, para $\phi = 0,05$ e valores de

$H_0 / L_0 = 0,35; 0,40; 0,45; 0,50; 0,55$ e $0,60$, o furo elíptico apresentou cargas críticas ligeiramente superiores as demais encontradas.

4.2.6 ANÁLISE DAS TENSÕES DE VON MISES

Devido às concentrações de tensões geradas na coluna, principalmente, quando são realizadas as perfurações, faz-se necessário verificar se ocorrerá flambagem antes da tensão de escoamento ser atingida ou se o escoamento do material da coluna acontecerá primeiro do que a flambagem. Para isso, a tensão causada pela carga crítica, considerando a coluna em sua configuração indeformada, foi determinada numericamente, através de uma análise linear estática de compressão, e comparada à tensão de escoamento do aço $\sigma_E = 250$ MPa.

Para a verificação do modelo numérico usado para a determinação da tensão de von Mises foi realizado a análise de tensões geradas na coluna, a partir da comparação da tensão normal analítica σ_x , calculada através da Eq. (4.5), com a tensão numérica causada pela carga crítica de uma coluna sem perfurações, quando a mesma é aplicada axialmente ao tubo estrutural engastado-livre.

$$\sigma_x = \frac{-P_{cr}}{A} \quad (4.5)$$

onde P_{cr} é o valor de carga crítica calculado através da Eq. (2.19) e A é a área da seção transversal conforme Tabela 3.1.

O valor calculado analiticamente para a tensão normal foi de $\sigma_x \cong -100$ MPa, enquanto a tensão obtida numericamente, causada pela carga crítica numérica, foi de $\sigma_x \cong -104$ MPa, uma diferença de aproximadamente 4%, verificando o modelo numérico.

A Fig. 4.25 apresenta a análise de tensões para uma coluna engastada livre sem perfurações.

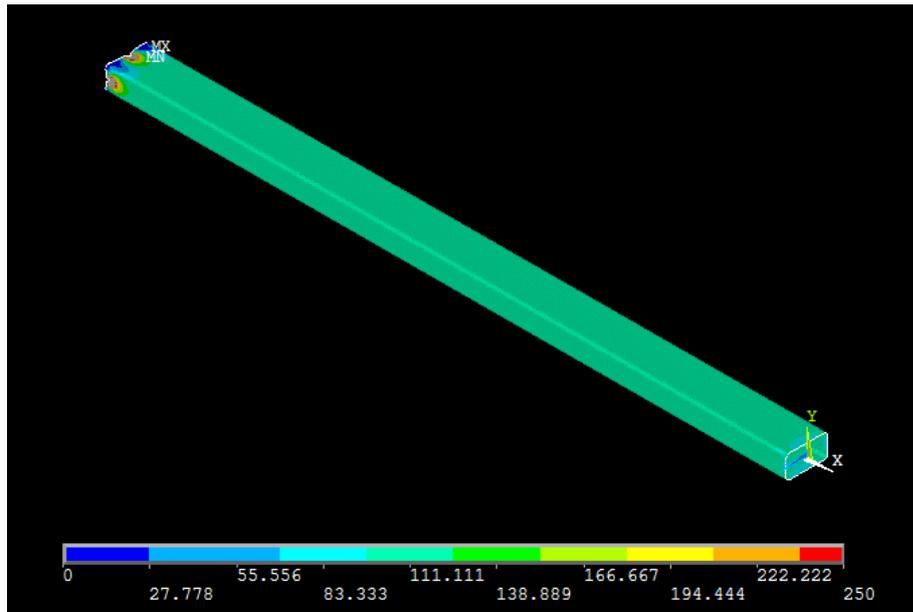


Figura 4.26. Análise de tensões da coluna sem perfurações

Conforme Fig. 4.27, na extremidade livre da coluna onde é aplicado o carregamento, as concentrações de tensão são maiores ou igual que 250 MPa, entretanto, considerando o princípio de Saint-Venant, as tensões nessa região foram desconsideradas.

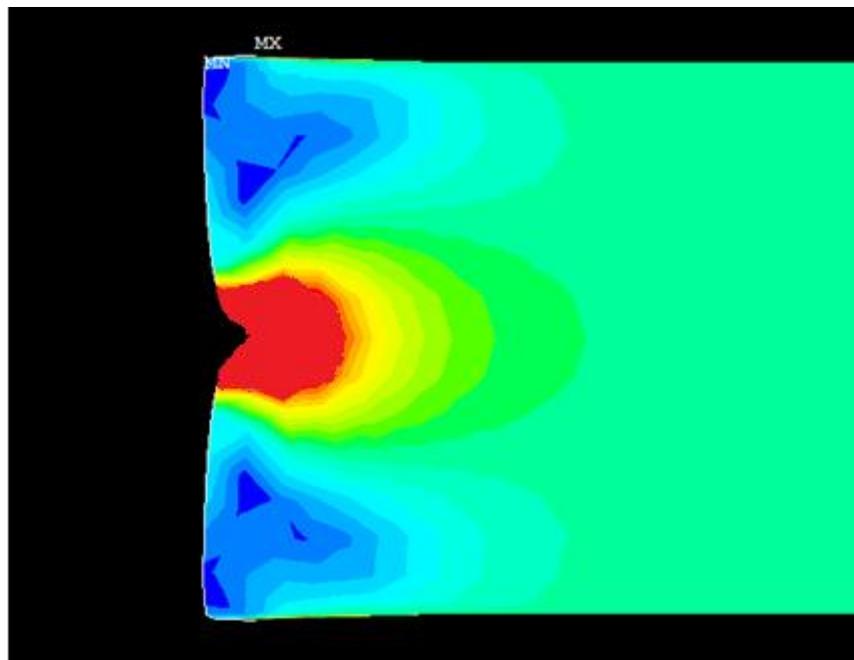


Figura 4.27. Tensões na região do carregamento

Cada configuração geométrica da coluna estudada no presente trabalho, foi submetida à sua correspondente carga crítica de flambagem, em uma análise numérica linear estática de compressão, permitindo determinar a tensão de von Mises correspondente.

Para as colunas perfuradas foram considerados os resultados de tensão na região dos furos, onde os maiores valores de tensões encontrados estão junto às perfurações localizadas próxima à extremidade livre da coluna, ou seja, a perfuração mais próxima ao ponto de carregamento da coluna respeitando o princípio de Saint-Venant.

Logo, a tensão de von Mises foi determinada numericamente para cada caso. Para isso, o carregamento imposto axialmente, em cada configuração geométrica de tubo estrutural perfurado, foi o valor correspondente da carga crítica de flambagem obtida numericamente, a fim de obter o valor da tensão de von Mises em cada caso e avaliar se ocorrerá o colapso da coluna por escoamento previamente à ocorrência da flambagem.

4.2.6.1 ANÁLISE DAS TENSÕES DE VON MISES PARA PERFURAÇÕES ELÍPTICAS

Nas Tabelas 4.11 – 4.15, são apresentados os resultados das tensões de von Mises e a análise dos mesmos, para uma coluna com perfurações elípticas. Os valores apresentados são inteiros, pois são valores de tensão aproximados de determinada região.

As Figs.4.28 – 4.32, expressam as geometrias para os valores de menor e maior tensão de von Mises das colunas com perfurações elípticas, para os valores de fração volumétrica analisados.

Tabela 4.11. Tensão de von Mises para $\phi = 0,05$. Perfuração elíptica

H ₀ /L ₀	P _{cr} (kN)	Tensão von Mises * (MPa)	Verificação von Mises
0,35	1198,74	181	Não há escoamento
0,40	1189,41	191	Não há escoamento
0,45	1180,43	201	Não há escoamento
0,50	1171,06	210	Não há escoamento
0,55	1162,28	220	Não há escoamento
0,60	1153,30	225	Não há escoamento

* valores de tensão aproximados na região da perfuração

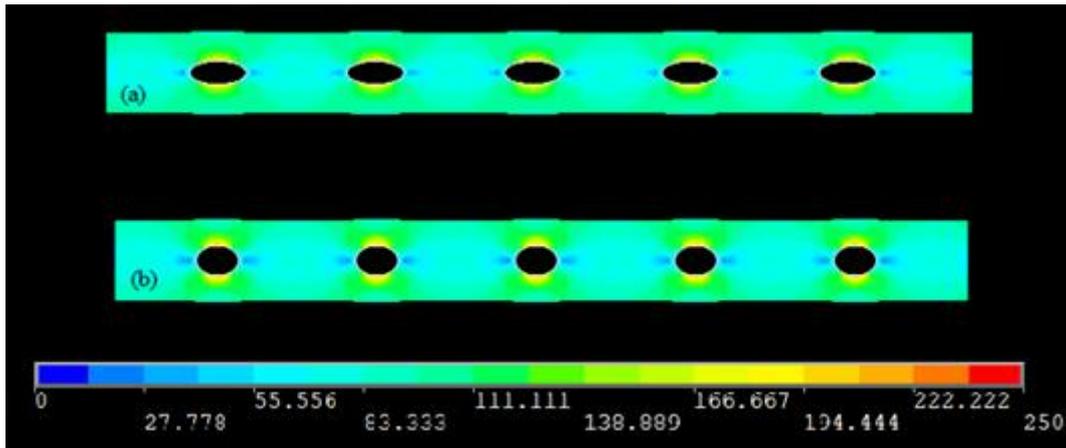


Figura 4.28. Tensão de von Mises para $\phi = 0,05$, (a) $H_0 / L_0 = 0,35$ (menor) e (b) $H_0 / L_0 = 0,60$ (maior). Perfuração elíptica

Tabela 4.12. Tensão de von Mises para $\phi = 0,10$. Perfuração elíptica

H_0/L_0	Pcr (kN)	Tensão von Mises* (MPa)	Verificação von Mises
0,35	1049,84	180	Não há escoamento
0,40	1030,97	191	Não há escoamento
0,45	1013,04	200	Não há escoamento
0,50	994,645	210	Não há escoamento
0,55	977,489	217	Não há escoamento
0,60	960,132	227	Não há escoamento

* valores de tensão aproximados na região da perfuração

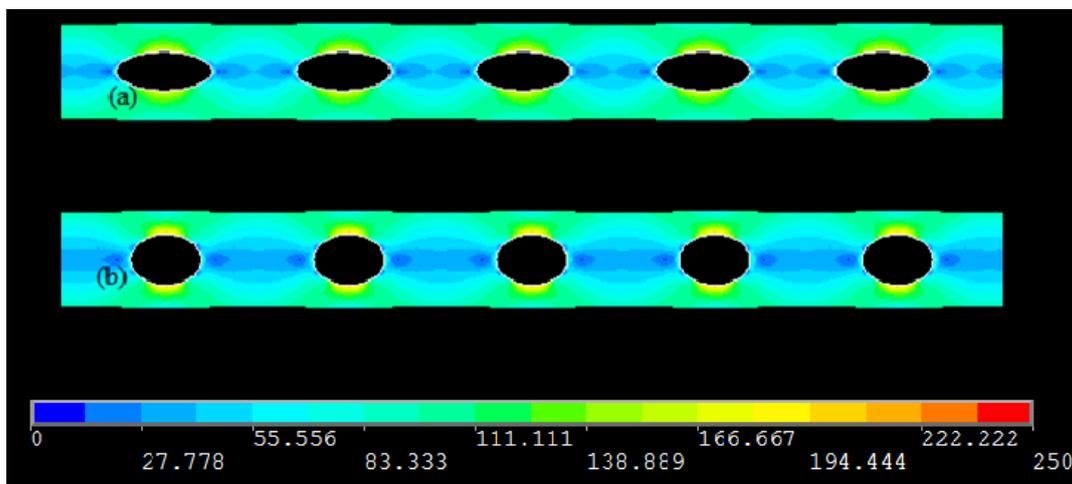
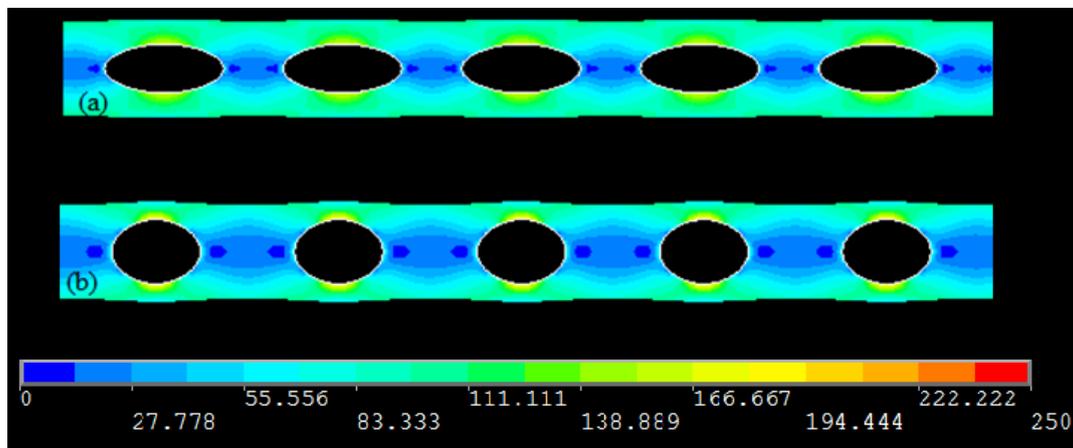


Figura 4.29. Tensão de von Mises para $\phi = 0,10$, (a) $H_0 / L_0 = 0,35$ (menor) e (b) $H_0 / L_0 = 0,60$ (maior). Perfuração elíptica

Tabela 4.13. Tensão de von Mises para $\phi = 0,15$. Perfuração elíptica

H_0/L_0	Pcr (kN)	Tensão von Mises* (MPa)	Verificação von Mises
0,35	923,977	176	Não há escoamento
0,40	894,808	185	Não há escoamento
0,45	867,571	194	Não há escoamento
0,50	840,243	204	Não há escoamento
0,55	815,024	213	Não há escoamento
0,60	789,999	216	Não há escoamento

* valores de tensão aproximados na região da perfuração

**Figura 4.30. Tensão de von Mises para $\phi = 0,15$, (a) $H_0 / L_0 = 0,35$ (menor) e (b) $H_0 / L_0 = 0,60$ (maior). Perfuração elíptica****Tabela 4.14. Tensão de von Mises para $\phi = 0,20$. Perfuração elíptica**

H_0/L_0	Pcr (kN)	Tensão von Mises* (MPa)	Verificação von Mises
0,35	821,111	171	Não há escoamento
0,40	782,025	179	Não há escoamento
0,45	745,586	186	Não há escoamento
0,50	709,611	194	Não há escoamento
0,55	676,581	202	Não há escoamento
0,60	644,173	211	Não há escoamento

* valores de tensão aproximados na região da perfuração

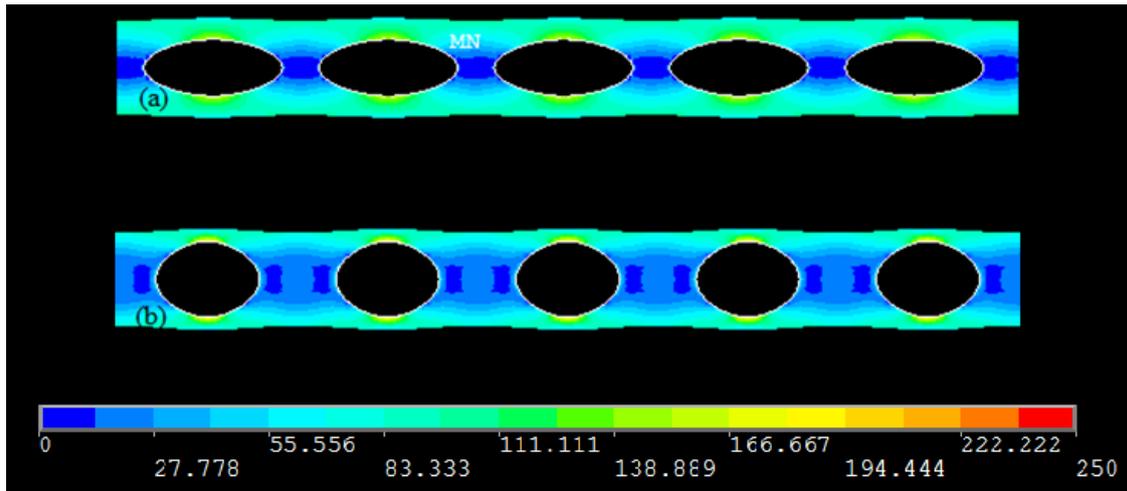


Figura 4.31. Tensão de von Mises para $\phi = 0,20$, (a) $H_0 / L_0 = 0,35$ (menor) e (b) $H_0 / L_0 = 0,60$ (maior).
Perfuração elíptica

Tabela 4.15. Tensão de von Mises para $\phi = 0,25$. Perfuração elíptica

H_0/L_0	Pcr (KN)	Tensão von Mises* (MPa)	Verificação von Mises
0,35	733,477	167	Não há escoamento
0,40	686,270	174	Não há escoamento
0,45	641,884	180	Não há escoamento
0,50	598,153	188	Não há escoamento
0,55	558,157	194	Não há escoamento
0,60	519,347	200	Não há escoamento

* valores de tensão aproximados na região da perfuração

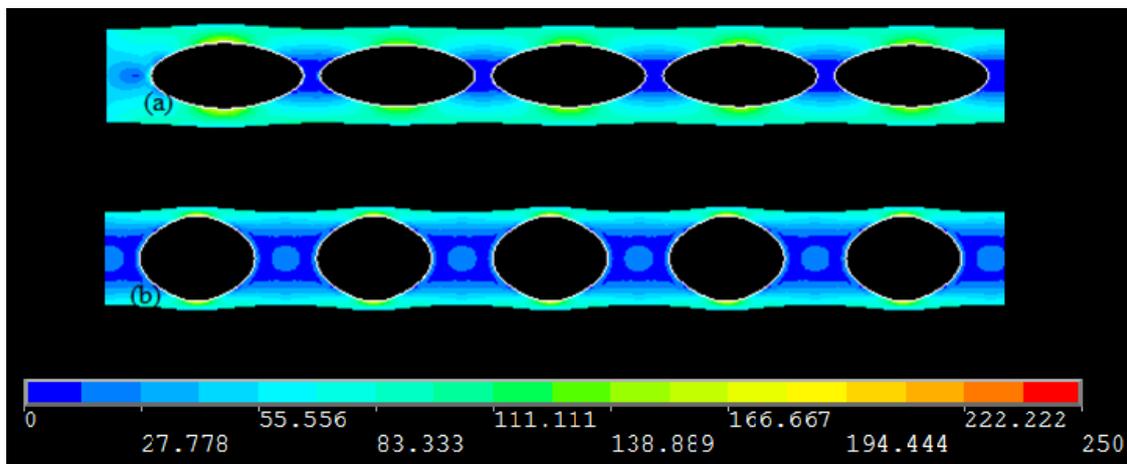


Figura 4.32. Tensão de von Mises para $\phi = 0,25$, (a) $H_0 / L_0 = 0,35$ (menor) e (b) $H_0 / L_0 = 0,60$ (maior).
Perfuração elíptica

Para todas as simulações feitas da tensão de von Mises, relativas às colunas com perfurações elípticas, o comportamento das tensões foram os mesmos para os diferentes valores de ϕ analisados, com o aumento da razão H_0/L_0 há um aumento nos valores de tensão. É possível observar também que com aumento dos valores de ϕ há um decréscimo nos valores das tensões, para os casos estudados com perfurações elípticas. Além disso, é possível afirmar que para os casos estudados a flambagem ocorrerá antes do que o escoamento do material.

4.2.6.2 ANÁLISE DAS TENSÕES DE VON MISES PARA PERFURAÇÕES RETANGULARES

As Tabela 4.16 – 4.20, apresentam os valores de tensão causada pela carga crítica considerados para uma coluna com perfurações retangulares, e valores de $\phi = 0,05; 0,10; 0,15; 0,20$ e $0,25$, respectivamente. Também para os mesmos valores de frações volumétricas, as Figs. 4.33 – 4.37 mostram as geometrias com os menores e os maiores valores de Tensão de von Mises.

Tabela 4.16. Tensão de von Mises para $\phi = 0,05$. Perfuração retangular

H_0/L_0	Pcr (kN)	Tensão von Mises* (MPa)	Verificação von Mises
0,35	1193,11	159	Não há escoamento
0,40	1184,42	161	Não há escoamento
0,45	1175,9	164	Não há escoamento
0,50	1167,54	165	Não há escoamento
0,55	1159,05	169	Não há escoamento
0,60	1150,94	174	Não há escoamento

* valores de tensão aproximados na região da perfuração

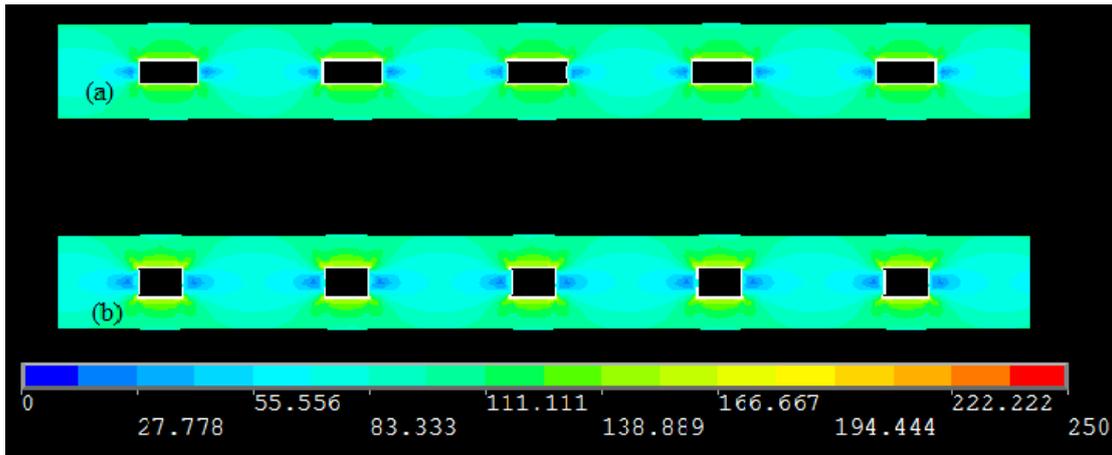


Figura 4.33. Tensão de von Mises para $\phi = 0,05$, (a) $H_0 / L_0 = 0,35$ (menor) e (b) $H_0 / L_0 = 0,60$ (maior).
Perfuração Retangular

Tabela 4.17. Tensão de von Mises para $\phi = 0,10$. Perfuração retangular

H_0/L_0	P_{cr} (kN)	Tensão von Mises* (MPa)	Verificação von Mises
0,35	1047,01	149	Não há escoamento
0,40	1030,43	154	Não há escoamento
0,45	1014,29	156	Não há escoamento
0,50	998,753	157	Não há escoamento
0,55	983,392	160	Não há escoamento
0,60	968,4	162	Não há escoamento

* valores de tensão aproximados na região da perfuração

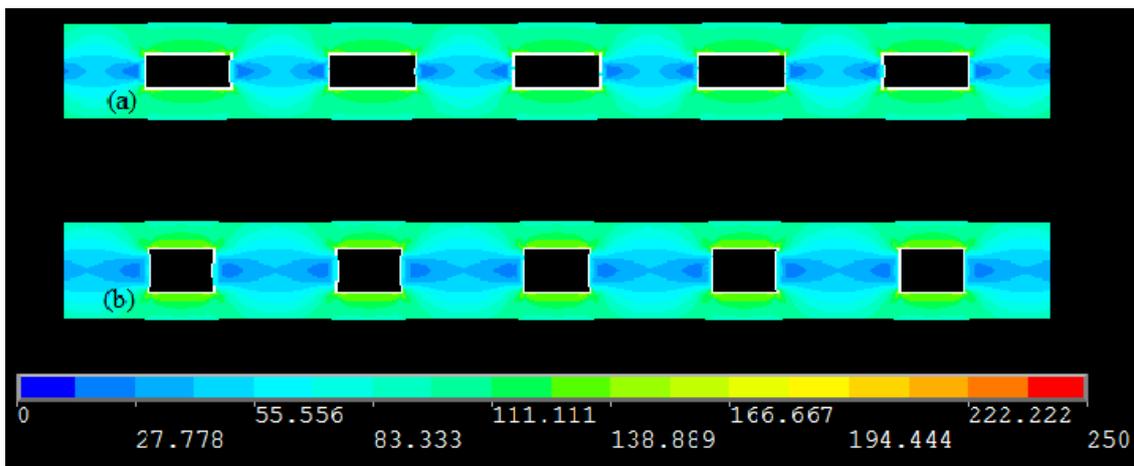
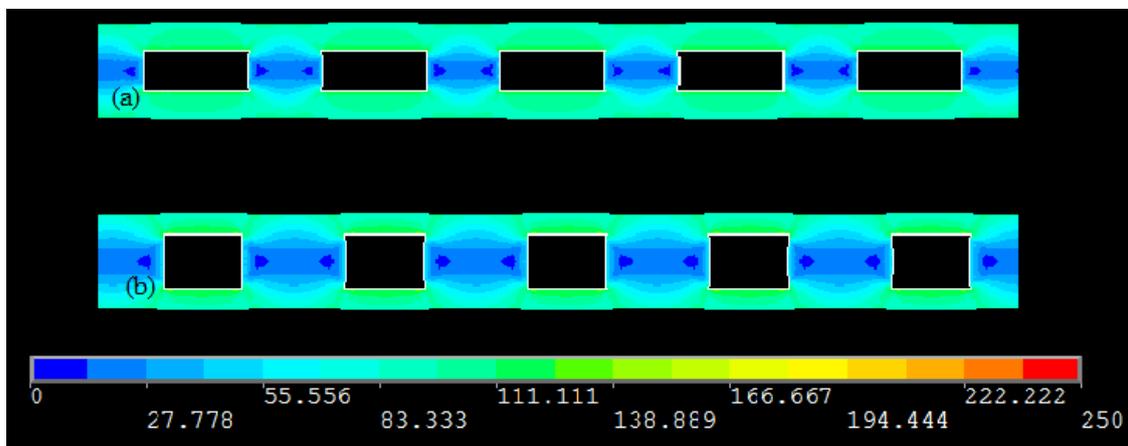


Figura 4.34. Tensão de von Mises para $\phi = 0,10$, (a) $H_0 / L_0 = 0,35$ (menor) e (b) $H_0 / L_0 = 0,60$ (maior).
Perfuração Retangular

Tabela 4.18. Tensão de von Mises para $\phi = 0,15$. Perfuração retangular

H_0/L_0	Pcr (kN)	Tensão von Mises* (MPa)	Verificação von Mises
0,35	925,809	141	Não há escoamento
0,40	901,048	142	Não há escoamento
0,45	877,708	144	Não há escoamento
0,50	855,450	146	Não há escoamento
0,55	833,985	147	Não há escoamento
0,60	813,207	148	Não há escoamento

* valores de tensão aproximados na região da perfuração



**Figura 4.35. Tensão de von Mises para $\phi = 0,15$, (a) $H_0 / L_0 = 0,35$ (menor) e (b) $H_0 / L_0 = 0,60$ (maior).
Perfuração Retangular**

Tabela 4.19. Tensão de von Mises para $\phi = 0,20$. Perfuração retangular

H_0/L_0	Pcr (kN)	Tensão von Mises* (MPa)	Verificação von Mises
0,35	827,727	135	Não há escoamento
0,40	795,133	134	Não há escoamento
0,45	764,734	133	Não há escoamento
0,50	735,926	132	Não há escoamento
0,55	708,533	131	Não há escoamento
0,60	682,264	128	Não há escoamento

* valores de tensão aproximados na região da perfuração

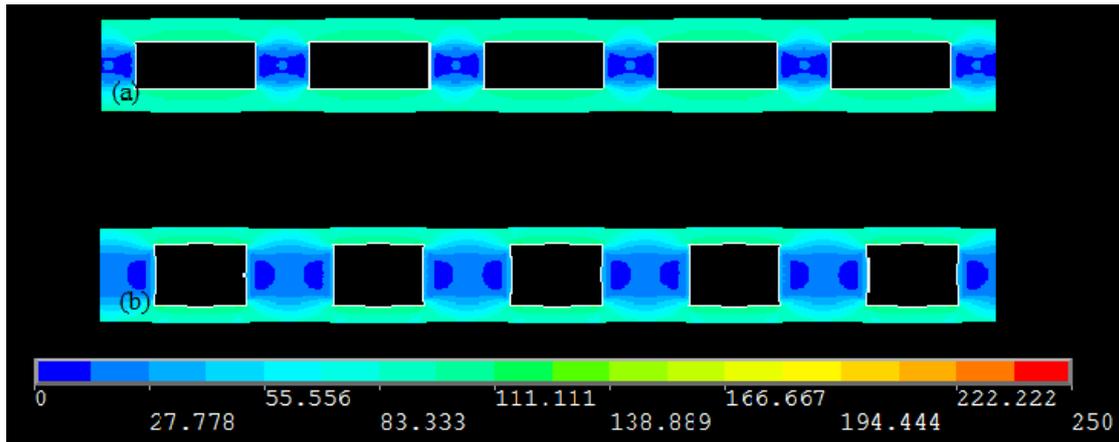


Figura 4.36. Tensão de von Mises para $\phi = 0,20$, (a) $H_0 / L_0 = 0,35$ (maior) e (b) $H_0 / L_0 = 0,60$ (menor).
Perfuração Retangular

Tabela 4.20. Tensão de von Mises para $\phi = 0,25$. Perfuração retangular

H_0/L_0	Pcr (kN)	Tensão von Mises* (MPa)	Verificação von Mises
0,35	747,498	168	Não há escoamento
0,40	707,656	126	Não há escoamento
0,45	670,460	121	Não há escoamento
0,50	635,513	120	Não há escoamento
0,55	602,544	118	Não há escoamento
0,60	571,093	117	Não há escoamento

* valores de tensão aproximados na região da perfuração

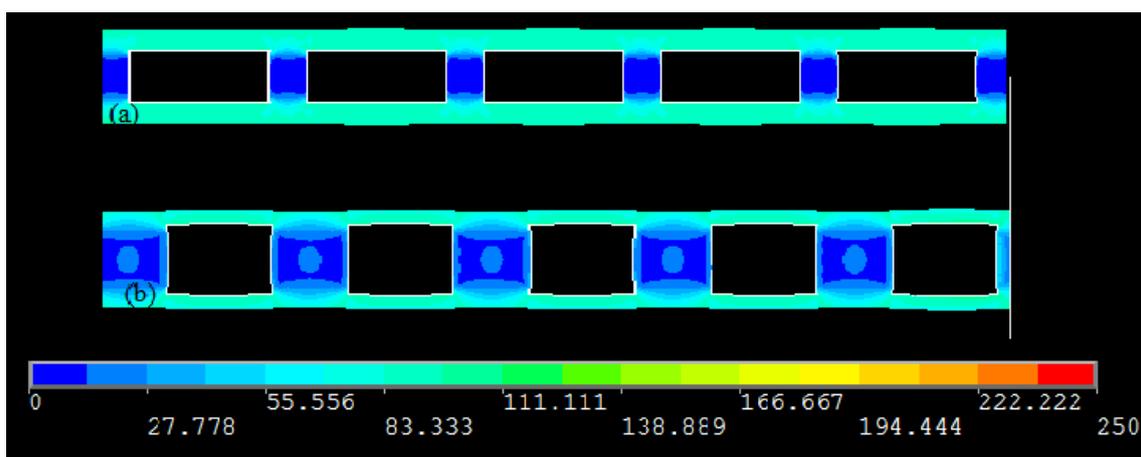


Figura 4.37. Tensão de von Mises para $\phi = 0,25$, (a) $H_0 / L_0 = 0,35$ (maior) e (b) $H_0 / L_0 = 0,60$ (menor).
Perfuração Retangular

A partir dos resultados para a tensão de von Mises, foi possível observar que as colunas com perfurações retangulares (Tabelas 4.16 – 4.20 e Figs. 4.33 – 4.37) não apresentam um

comportamento crescente e com tendência linear, onde o aumento de H_0 / L_0 causa o aumento da tensão de von Mises, para todos os valores de ϕ analisados. Comportamento esse, que é observado para as colunas com perfurações elípticas, não se mantém uniforme para as colunas com perfurações retangulares, onde os maiores valores de frações volumétricas, $\phi = 0,20$ e $\phi = 0,25$, em que o aumento de H_0 / L_0 causa a diminuição da tensão de von Mises para esses valores de ϕ .

Nota-se também pelas Tabelas 4.11 – 4.15, perfurações elípticas, e pelas Tabelas 4.16 – 4.20, perfurações retangulares, que as tensões de von Mises, apresentam um decréscimo com o aumento do valor da fração volumétrica. Também é possível afirmar que para os casos estudados com perfurações retangulares a flambagem ocorrerá antes do que o escoamento do material.

5 CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou a modelagem computacional para simular numericamente o problema da flambagem elástica de tubos estruturais com seções retangulares perfuradas. Para realizar o estudo, primeiro foi desenvolvido e verificado o modelo numérico usado para solucionar computacionalmente os problemas envolvendo flambagem de colunas. O modelo computacional apresentou resultado satisfatório na determinação da carga crítica de flambagem, bem como na definição da configuração flambada da coluna. Esses resultados numéricos foram comparados com resultados analíticos consagrados para esse tipo de problema de mecânica dos materiais.

A importância de colunas perfuradas como membros estruturais é evidente em muitas aplicações de engenharia. Portanto, este trabalho foi desenvolvido com o objetivo de obter a melhor geometria para perfurações retangulares e elípticas dispostas ao longo de um perfil estrutural de seção transversal retangular, visando a maximização da carga crítica de flambagem. Para isso, o método *Constructal Design* foi usado para propor as configurações geométricas estudadas

Os resultados do presente trabalho corroboraram estudos anteriores que indicam que é possível empregar o método *Constructal Design* para estudos de otimização geométrica em problemas de mecânica dos sólidos, com a mesma eficácia que é obtida em estudos envolvendo problemas de mecânica dos fluidos e transferência de calor. Isso é comprovado pelas melhorias de 3,94%; 9,34%; 16,95%; 27,467% e 41,23%, respectivamente, para perfurações elípticas e de 3,66%; 8,11%; 13,84%; 21,32% e 30,88%, respectivamente, para as perfurações retangulares e valores de $\phi = 0,05; 0,10; 0,15; 0,20$ e $0,25$, que foram obtidas apenas variando a forma da perfuração através do grau de liberdade H_0/L_0 .

Ainda pode ser constatado que para os valores de $\phi = 0,10; 0,15; 0,20$ e $0,25$ as geometrias ótimas são de perfurações retangulares em que a sua maior dimensão, L_0 , é paralela ao eixo longitudinal da coluna, conferindo à estrutura uma maior resistência, com exceção de $\phi = 0,05$ que a geometria ótima foi das perfurações elípticas para os H_0/L_0 estudados.

Nota-se também que para todos os casos estudados, $\phi = 0,05; 0,10; 0,15; 0,20$ e $0,25$ variando o grau de liberdade H_0/L_0 em $0,35; 0,40; 0,45; 0,50; 0,55$ e $0,60$, não excedeu o limite de escoamento, logo, não sofreram falhas por escoamento antes de flambar. Também foi possível observar que as colunas com perfurações elípticas apresentam um comportamento

crescente e com tendência linear, onde o aumento de H_0 / L_0 causa o aumento da tensão de von Mises, para todos os valores de ϕ analisados, esse comportamento não se mantém uniforme para as colunas com perfurações retangulares, onde para os maiores valores de frações volumétricas, $\phi = 0,20$ e $\phi = 0,25$, em que o aumento de H_0 / L_0 causa a diminuição da tensão de von Mises para esses valores de ϕ .

Sendo assim, justifica-se o uso do método *Constructal Design* na análise de colunas perfuradas sob flambagem e, para trabalhos futuros, recomenda-se a investigação de outros valores de ϕ , bem como a investigação da influência de outros tipos de perfuração (oblonga, hexagonal, entre outras). E também o estudo em diferentes tipos de seções transversais para os tubos estruturais.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALONSO, R. C. A. et al. **Modelagem Computacional aplicada à Flambagem Elástica de Colunas Perfuradas**. Revista de Engenharia e Tecnologia, v.7, n. 2, p. 12-22, 2015.

ANSYS **User's Manual** (version 10.0). Houston. Swanson Analysis System Inc, 2005.

ALTÊ, V. A. **Análise numérica do comportamento mecânico de tubos estruturais com perfurações submetidos à flambagem elástica através do método *Constructal Design***. Latin American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE),2015.

AZEVEDO, A. F. M. **Método dos elementos finitos**. Faculdade de Engenharia da universidade do Porto. Portugal. 1ª edição. 2003.

BASAK, T. **The law of life: The bridge between Physics and Biology**, Phys Life Rev. Vol. 8, pp. 249-252, 2011.

BEJAN, A., **Advanced Engineering Thermodynamics**, 2nd ed., Willey, New York, 1997.

BEJAN, A.; LORENTE, S. **Design with Constructal Teory**. Hoboken: Wiley, p. 552 , 2008.

BEJAN, A.; ZANE, J. P. **Design in nature: how the constructal law governs evolution in biology, physics, technology, and social organization**. 1ª. ed. New York: Doubleday, v. III, 2012.

BELLEI, I. H. **Edifício estruturais em aço: Projeto e cálculo**. 2ª. ed. São Paulo: Pini, 1998.

BEER, F. P.; Johnston Jr., E. R.; DeWolf, J. T. Mazurek, D. F. **Mecânica dos materiais**. 5ª Edição. Editora Bookman. 2011.

BHATTI, M. A.; **Fundamental Finite Element Analysis and Applications**. United States of America: John Wiley & Sons, INC: 2005.

BURNETT, P.J; RICKERBY. D S. **The relationship between hardness and scratch adhesion**, Thin Solid Films, Vol. 154, 403-416,1987.

CAMPILHO, R. D. S. G. **Métodos de elementos finitos: ferramentas para análise estrutural**. Porto: Publindústria, 2012.

CHENG, B., ZHAO J., **Strengthening of perforated plates under uniaxial compression: Buckling analysis**, ThinWalled Structures, vol. 48, no. 12, 905-914, 2010.

COOK, R. D.; **Finite Element Modeling for Stress Analysis.**, John Wiley & Sons, Inc, 320p, 1995.

CORREIA, A. L. G. **Simulação numérica e constructal design aplicados à análise do comportamento mecânico de placas de aço submetidas à flambagem elástica usadas em estruturas oceânicas.**Rio Grande, agosto 2013.

CORREIA, A. L. G. et al. **Constructal Design aplicado a placas com furos elípticos sob flambagem.** *Vetor*, Rio Grande, v. XXIII, p. 18-31, 2013.

COSTA, C. T. F. da. **Introdução aos métodos numéricos.** Universidade Federal do Ceará (Campus Cariri). 2010.

CRASTO, R. C. M. **Arquitetura e tecnologia em sistemas construtivos industrializados: light steel framing.** Ouro Preto: Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFOP, 2005. (Dissertação de Mestrado).

DEVLOO, P. R. B. Simulação numérica. **Revista Multi Ciência**, Campinas, maio 2005.

DIAS, L. A. D. M. **Estruturas de aço:** conceitos, técnicas e linguagem. 6^a. ed. São Paulo: Zigurate, 2008.

EL-SAWY, K. M.; SWEEDAN, A. M. I.; MARTINI, M. I. **Major-Axis Elastic Buckling of axially loaded castellated steel columns**, 28 April 2009.

FREITAS, A.M.S. FREITAS, M.S. da R.; SOUZA, F.T. de. **Análise Teórico-experimental de Elementos Formados a Frio Perfurados Submetidos à Compressão.** Revista Escola de Minas. Volume 57, 2004.

GERE, J. M. **Mecânica dos materiais.** São Paulo: Thomson. 2003.

GOMES, M.; LIMA, D. S. **Análise Numérica do Comportamento Mecânico de Perfis de Aço Submetidos à Flambagem Elástica.** Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Mecânica) - Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2014.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais**. Tradução Arlete Simile Marques. Revisão técnica Sebastião Simões da Cunha Jr. 7. Ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

KESTI, J. **Local and distortional buckling of perforated steel wall studs**. Dissertação. Helsinki University of Technology Department of Civil and Environmental Engineering. 2000.

LORENTE, S.; LEE, J.; BEJAN, A. The “flow of stresses” concept: The analogy between mechanical strength and heat convection. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, Abril 2010.

MALISKA, C. R., 2004, **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**, LTC –Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, 453 p.

MADENCI, E.; GUVEN, I. **The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS®**.Ed. Springer, 2006.

MENDES, G. G. **Análise da Influência de Furos na Alma de vigas em Estruturas de Aço**. Monografia (FEN/UERJ, Graduação, Faculdade de Engenharia Civil - Área de Concentração: Estruturas). Rio de Janeiro, 2008.

MOAVENI, S. **Finity Element Analysis: Theory and Application with ANSYS**. New Jersey: Prentice Hall, 1999.

MOEN, C. D.; YU, C. **Elastic buckling of thin-walled structural components with edge-stiffened holes**. 51st AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, **Structural Dynamics, and Materials Geometric optimization based on the constructal design of perforated thin plates subject to buckling Conference**. Orlando. 2010.

MOEN, C. D.; SCHAFER, B. W. **Direct strength design of cold-formed steel member switch perforations**. Research Report The Johns Hopkins University. Department of Civil Engineering. Baltimore. 2008.

MOEN, C. D.; GREY, C. N. **Elastic buckling simplified methods for cold-formed columns and beams with edge-stiffened holes**. Proceedings of the Annual Stability Conference Structural Stability Research Council. Pittsburgh. 2011.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de aço: dimensionamento prático**. 8ª. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

PRAVIA, Z. M.C.; STUMPF, D. D. **Avaliação dos métodos de análise de segunda ordem para edifícios industriais em estruturas de aço**. Artigo técnico. 2008.

PRZEMIENIECKI, J. S. **Theory of Matrix Structural Analysis**. Paperback, 1985.

QUADROS, R. S. de; BERTOLI, Á. L. de. **Fundamentos de cálculo numérico para engenheiros**. FBN 361.985 (direitos autorais). Porto Alegre. 2009.

REDDY, J. N. **An Introduction to the Finite Element Method**. Singapore: McGraw-Hill Book, 1984.

REIS, A. H. E; GAMA, C. **Sand size versus beachface slope – an explanation based on the Constructal Law**. *Geomorphology*. v. 114, p. 276-283, 2010.

ROCHA, L. A. O. et al.. **Computational Thermal Sciences: An International Journal**, v. IV, p. 119-129, 2012.

ROCHA, L.A.O. et al.. **Constructal Design Applied to the Elastic Buckling of Thin Plates with Holes**. *Central European Journal of Engineering*", Vol. 3, pp. 475-483. 2013.

SANTOS, E. S. D. **Análise da Estabilidade e da Resistência de Perfis de Aço Formados a Frio Sujeitos a Interação entre os Modos de Flambagem Local, Distorcional e Global**, Rio de Janeiro, Janeiro 2010. 243.

SCHAFFER, B. W.; ASCE, M. **Local, Distortional, and Euler Buckling of Thin-Walled**, 2012.

SHANMUGAM, N. E. **Openings in Thin-Walled Structures**. *Thin-Walled Structures*, 28:3-4, p.355-372, 1997.

SHANMUGAM, N. E.; DHANALAKSHMI, M. **Design for openings in cold-formed steel channel stub columns**, Singapore, *Thin-Walled Structures*, 39, 167-187, 2001.

SHIGLEY, J. E.; MISCHKE, C. R.; BUDYNAS, R. G. **Mechanical Engineering Design**. 7 Edição. Editora McGraw-Hill. Mechanical Engineering. 2003.

SILVA, G. G. D. **Análise teórico-experimental de colunas curtas perfuradas**. 65 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Departamento de Engenharia Civil, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

SILVA, V. P. E. **Dimensionamento de estruturas de aço**. São Paulo: [s.n.], 2012.

SORIANO, H. L. **Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2003.

SOUZA, D. G. **Estudo da flambagem local da mesa de perfis I com alma senoidal via análise não linear pelo MEF**. 2006. 143 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas)- Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2006.

SWEEDAN, A. M. I.; EL-SAWY, K. M. **Elastic local buckling of perforated web of steel cellular beam-column elements**. Journal of Constructional Steel Research, Al-Ain, p. 1115-1127, fevereiro 2011.

TEIXEIRA, G. de M.; KESSLER, M.P.; MALISKA, C.R. **Fontes de erro: identificar, quantificar e reduzir a intervalos aceitáveis**. Artigo técnico. 2009.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. E. **Mecânica dos sólidos**. Rio de Janeiro: LTC, v. II, 1984.

TUBOS DE AÇO RETANGULARES. (s.d.). Disponível em Tubonasa aços LTDA: <http://www.tubonasa.com.br/produtos/tubos-de-aco-retangulares/> Acesso em: 1º de abril de 2015.

TUBOS DE AÇO: METALON. (3 de dezembro de 2012). Disponível em Indústria e tecnologia: <http://www.industriaetecnologia.com.br/industria/tubos-de-aco-metalon/>. Acesso em: 1º de abril de 2015.

VANALLI, L. **O Mec e o Mef aplicados à análise de problemas viscoplásticos em meios anisotrópicos e compostos**. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2004.

VERÍSSIMO, G.S. **Análise e Comportamento de vigas de Aço e Vigas Mistas com aberturas na Alma**. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, 1996.

VERSTEEG, H. K., MALALASEKERA, W. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics**, Longman: Malaysia, 1999. 257 p.