



Universidade Federal do Rio Grande
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional

Modelagem computacional de trocadores de calor
solo-ar

Ruth da Silva Brum

Orientador Liércio André Isoldi

Co-orientador Elizaldo Domingues dos Santos

RIO GRANDE, RS - BRASIL

MARÇO DE 2013

MODELAGEM COMPUTACIONAL DE TROCADORES DE CALOR SOLO-AR

Ruth da Silva Brum

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À COMISSÃO DE AVALIAÇÃO COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MES-
TRE EM MODELAGEM COMPUTACIONAL.

Aprovada por:

Prof. Liércio André Isoldi, D.Sc.

Prof. Elizaldo Domingues dos Santos, D.Sc.

Prof. Joaquim Vaz, D.Sc.

Prof. Luiz Alberto Oliveira Rocha, Ph.D.

Prof. Jeferson Avila Souza, D.Sc.

Prof. Flávia Schwarz Franceschini Zinani, D.Sc.

RIO GRANDE, RS - BRASIL

MARÇO DE 2013

BRUM, RUTH DA SILVA

Modelagem Computacional de Trocadores
de Calor Solo-ar [RS] 2013

Dissertação - Universidade Federal do Rio
Grande, FURG

1. Modelagem computacional
2. Trocadores de calor solo-ar
3. Conforto térmico
4. Radiação solar
5. Aproveitamento de energia

I. PPGMC/FURG II. Título (série)

Agradecimentos

A conclusão deste trabalho é um momento de alegria, por essa razão, desejo expressar os meus sinceros agradecimentos:

Ao professor Liércio André Isoldi, meu orientador, pela competência científica e acompanhamento do trabalho, pela disponibilidade e generosidade reveladas ao longo destes dois anos, assim como pelas críticas, correções e sugestões relevantes feitas durante a orientação.

Ao Professor Elizaldo Domingues dos Santos, meu co-orientador, pela competência científica e orientação dada, e que me ensinou com prazer e dedicação parte do que sei, bem como pela disponibilidade e amizade então demonstradas.

Ao Professor Jeferson Avila Souza, pelo apoio moral, orientação e permanente disponibilidade, que me permitiram encontrar informações e soluções que em muito contribuíram para a execução desta dissertação.

Ao Professor Luiz Alberto Oliveira Rocha, pelas valiosas sugestões relevantes feitas durante o desenvolvimento deste trabalho.

Ao professor Joaquim Vaz, pela disponibilidade manifestada, pelo valioso apoio na disponibilização de bibliografia e esclarecimentos que em muito contribuiu para a execução da dissertação.

À professora Flávia Schwarz Franceschini Zinani, pela colaboração na participação na banca de defesa.

Ao meu amado esposo, Jairo Valões de Alencar Ramalho, que sempre me estimula a crescer científica e pessoalmente, pelas inúmeras trocas de impressões, correções e comentários ao trabalho. Acima de tudo, pelo inestimável apoio familiar que preencheu as diversas falhas que fui tendo por força das circunstâncias, e pela paciência e compreensão reveladas ao longo destes anos.

Ao meu filho, Miguel Brum Ramalho, por ser a coisa mais preciosa da minha vida e por conseguir com apenas um sorriso transformar um dia difícil em magnífico,

por me permitir sonhar mesmo nos momentos em que tudo parecia tão distante, por me deixar sempre alerta aos pequenos deslizes.

Aos meus pais, Vilma oliveira da Silva e Felisbino Fortes Brum, por me ensinarem a viver a vida com dignidade, respeito e humildade. Pela espera e compreensão durante longos períodos, meu muitíssimo obrigado.

Aos meus irmãos, Raquel e Ricardo, pelas palavras de incentivo. Aos meus sobrinhos Pietro, Murilo, Francisco, Luisa, Stefane, Stela, Ester, Ismael, Joseane e Gustavo pelas risadas e bagunças que tornam meus dias mais alegres.

Às minhas amigas Rejane e Angela que me apoiaram na tarefa de ser mãe. Às minhas queridas amigas Camila e Giselda pelo apoio e inúmeros incentivos nesta caminhada.

Às colegas Juliana Martins e Cássia Cris Beckel pelas conversas, os desabafos e as gostosas risadas dadas durante estes dois anos de convivência. Em especial gostaria de agradecer a meu colega Eduardo Kirinus pelo apoio técnico e pela sua disponibilidade.

E por fim não poderia deixar de agradecer a Deus.

Resumo

Atualmente, há um foco na busca por fontes de energia renováveis, bem como alternativas para racionalizar o uso de energia elétrica. Neste sentido, o emprego dos Trocadores de Calor Solo-Ar (TCSA) se destaca devido ao seu baixo consumo de energia. Basicamente, TCSA são sistemas nos quais o ar ambiente é aquecido ou resfriado através da sua circulação em dutos enterrados. Isto ocorre pela inércia térmica do solo, de modo que no verão este é mais frio que o ar externo, ocorrendo o contrário no inverno. Nesta dissertação, foram feitas avaliações numéricas do potencial térmico do solo para a aplicação em projetos de TCSA, usando modelos computacionais em duas e três dimensões. Deve-se destacar que este trabalho contribuiu com a análise de novos modelos computacionais de TCSA, sendo um bidimensional e dois tridimensionais, cujo tempo de processamento foi inferior a 50% de outros modelos encontrados na literatura. Um estudo de caso foi desenvolvido onde a influência da profundidade de instalação no potencial térmico dos TCSA foi investigada. As simulações foram realizadas utilizando o software FLUENT que baseia suas aproximações no método de volumes finitos. O escoamento turbulento no duto foi abordado com o modelo das tensões de Reynolds. Os resultados do comportamento térmico do solo apresentaram uma excelente concordância com soluções analíticas mostrando a validade e eficácia dos modelos computacionais. Os resultados numéricos dos modelos do solo também foram confrontados com os experimentais previstos na literatura e mostraram uma concordância qualitativamente satisfatória. A partir dos resultados numéricos obtidos, foi possível avaliar o comportamento anual do campo de temperatura no solo e no interior do duto. No estudo de caso constatou-se que o potencial de resfriamento e aquecimento do ar aumenta com a profundidade de instalação dos dutos. Porém, a partir de $3m$ de profundidade, a temperatura de saída do ar teve um comportamento com pouca variação, não havendo ganho significativo em fazer escavações mais profundos. Para o resfriamento do ar, em particular, os resultados apontam que até mesmo dutos enterrados a pequenas profundidades podem ser eficazes.

Abstract

Nowadays, there is an increasing need for the development of renewable sources of energy as well as energy saving techniques and equipments. In light of this context, the Earth-to-Air Heat Exchangers (EAHE) stand out due to its low energy consumption. Basically, EAHE is an air condition system in which the air is either cooled or heated by circulating in buried pipes. This is due to the ground thermal inertia, that is, in the summer it is colder than the external air, while the opposite happens in the winter. This dissertation provides numerical investigations for the ground thermal potential aiming to apply them to the design of EAHE. Two and three-dimensional computational models are accessed and solutions for the ground thermal behavior are achieved. It should be highlighted that this work contributes to the analysis of new EAHE computational models: a two-dimensional one, and two three-dimensional ones, whose processing time is less than 50% than other models find in the literature. This research supplies a case study to evaluate the depth influence over the thermal potential of EAHE. The simulations were performed in the software FLUENT, which is based on the finite volume method. The results for the soil thermal behavior strongly agree with analytical solutions, validating the computational models. The same results were also compared with experimental ones, given in the literature. It was achieved a satisfactory qualitative agreement between them. From the numerical results achieved, it was possible to access the annual thermal fields in the ground and around the pipes. The case study suggests that the cooling and heating potential increases with the depth in which the pipes are installed. However, there was no significant advantage to bury the pipes 3m under the soil.

Conteúdo

1	Introdução	1
1.1	Motivação	1
1.2	Estado da Arte	3
1.3	Objetivo	9
1.3.1	Objetivos específicos	9
1.4	Estrutura do Documento	9
2	Fundamentos da Transferência de Calor	11
2.1	Condução	12
2.2	Convecção	14
2.3	Radiação	15
2.4	Comportamento térmico do solo	16
2.4.1	Equação geral do calor	17
2.4.2	Difusão do calor no solo	20
3	Modelagem Matemática	31
3.1	Conservação da massa	32
3.2	Conservação da quantidade de movimento	32
3.3	Conservação da energia	33
3.4	Modelagem da turbulência	34
3.4.1	Modelagem Clássica da Turbulência	35
3.4.2	Modelo das Tensões de Reynolds	37
3.4.2.1	Equação de transporte das tensões de Reynolds	38

4	Modelagem Numérica	40
4.1	Métodos de Volumes Finitos	42
4.2	Tratamento dos Termos Advectivos	46
4.3	Discretização Temporal das Equações de Conservação	48
4.4	Acoplamento pressão-velocidade	50
5	Resultados	53
5.1	Solo 2D	53
5.1.1	Verificação e Validação do modelo computacional 2D para o solo	57
5.1.2	Comportamento Térmico do Solo	59
5.2	Solo 3D	62
5.2.1	Verificação e Validação do modelo computacional 3D para o solo	63
5.2.2	Comportamento Térmico do Solo 3D	64
5.3	Modelos 3D de Trocadores de calor solo-ar	67
5.3.1	Modelo 3D Simplificado	68
5.3.1.1	Verificação e Validação do modelo 3D Simplificado	71
5.3.1.2	Comportamento térmico do trocadores de calor solo- ar modelo 3D simplificado	72
5.3.2	Modelo 3D reduzido	78
5.3.2.1	Verificação e Validação do modelo 3D Reduzido	81
5.3.2.2	Comparação do tempo de simulação entre os dois modelos 3D	83
5.3.2.3	Comportamento térmico dos trocadores de calor solo- ar comparando os modelos 3D	83
5.3.2.4	Variação da profundidade da instalação do duto no modelo 3D reduzido	85
5.4	Modelo 2D de Trocadores de calor solo-ar	94

5.4.1	Verificação e Validação do Modelo 2D de Trocador de Calor Solo-Ar	96
5.4.2	Comparação do tempo de simulação entre os modelos 3D e 2D	98
5.4.3	Comportamento térmico dos trocadores de calor solo-ar comparando os modelos 3D e 2D	98
5.4.4	Variação da profundidade da instalação do duto no modelo Duto 2D	99
6	Conclusões e propostas de continuidade	103
	Referências Bibliográficas	106
	Anexo I	112
	Anexo II	120

Lista de Figuras

2.1	Transferência de calor unidimensional por condução (difusão de energia)	13
2.2	Transferência de calor por convecção	14
2.3	Transferência de calor por radiação (difusão de energia)	16
2.4	Um corpo submetido a um fluxo de calor \mathbf{q}''	18
2.5	Solo semi-infinito	21
2.6	Temperatura no solo (Vaz, 2011)	28
2.7	Fluxo térmico do solo (Vaz, 2011)	30
3.1	Domínio computacional	31
3.2	Média temporal do campo instantâneo de uma variável para um escoamento: a) estacionário, b) não estacionário com pequenas variações (Santos, 2011)	36
4.1	Método numérico	42
4.2	Volume elementar para balanço de conservação	43
4.3	Obtenção de φ_f em uma face do volume de controle usando o esquema upwind	48
4.4	Conexões espacial e temporal do volume P - Explícita	49
4.5	Conexões espacial e temporal do volume P - Totalmente implícito	50
4.6	Conexões espacial e temporal do volume P - Implícita.	50
4.7	Procedimento para a solução do solver acoplado	52
5.1	Domínio computacional	54

5.2	Geometria do Solo	56
5.3	Distribuição da temperatura do solo com a profundidade ao longo do ano, dado pela solução analítica e solução numérica.	58
5.4	Distribuição de Temperatura com a Profundidade - 26 janeiro	59
5.5	Distribuição de Temperatura com a Profundidade - 28 julho	59
5.6	Topologia do campo de temperatura - 26 de Janeiro.	60
5.7	Topologia do campo de temperatura - 28 de Julho.	60
5.8	Temperatura do solo em diferentes profundidades (0-5m) ao longo do ano.	61
5.9	Temperatura do solo em diferentes profundidades (6-12m) ao longo do ano.	62
5.10	Domínio computacional do solo 3D	62
5.11	Distribuição da temperatura do solo com a profundidade ao longo do ano, dado pela solução numérica tridimensional e analítico.	64
5.12	Topologia do campo de temperatura do solo 3D em um dia típico de verão.	65
5.13	Topologia do campo de temperatura do solo 3D em um dia típico de inverno.	65
5.14	Temperaturas do solo 2D e 3D em diferentes profundidades (0 a 5m) ao longo do ano.	67
5.15	Temperaturas do solo 2D e 3D em diferentes profundidades (6 a 12m) ao longo do ano.	67
5.16	Domínio computacional discretizado.	68
5.17	Domínio computacional simplificado	69
5.18	Gráfico da temperatura do ar na entrada usado para validar o modelo.	71
5.19	Comparação do modelo 3D simplificado com os resultados apresentados na literatura	72
5.20	Comparação das temperaturas de saída do ar em diferentes profundidade - modelo 3D simplificado.	73

5.21	Perfil de temperatura (verão) - modelo 3D simplificado.	74
5.22	Perfil de temperatura (inverno) - modelo 3D simplificado.	75
5.23	Potencial térmico do trocador de calor solo-ar para uma profundidade de 1 metro.	76
5.24	Potencial térmico do trocador de calor solo-ar para uma profundidade de 3 metros.	77
5.25	Potencial térmica do trocador de calor solo-ar para uma profundidade de 5 metro.	77
5.26	Domínios computacionais dos modelo 3D	78
5.27	Domínio computacional (modelo 3D reduzido)	79
5.28	Monitores no domínio computacional do solo 2D	80
5.29	Gráfico da UDF da temperatura do solo na profundidade de 0,6m. . .	81
5.30	Gráfico da UDF da temperatura do solo na profundidade de 2,6m. . .	82
5.31	Comparação dos modelos com o resultado experimentais da literatura	82
5.32	Perfil de temperatura do modelo 3D simplificado	84
5.33	Perfil de temperatura do modelo 3D reduzido	84
5.34	Comparação da profundidade - modelo 3D reduzido.	86
5.35	Gráfico da UDF da temperatura do solo na profundidade de 0m. . . .	87
5.36	Gráfico da UDF da temperatura do solo na profundidade de 1m. . . .	87
5.37	Gráfico da UDF da temperatura do solo na profundidade de 2m. . . .	88
5.38	Gráfico da UDF da temperatura do solo na profundidade de 3m. . . .	88
5.39	Gráfico da UDF da temperatura do solo na profundidade de 4m. . . .	88
5.40	Gráfico da UDF da temperatura do solo na profundidade de 5m. . . .	89
5.41	Gráfico da UDF da temperatura do solo na profundidade de 6m. . . .	89
5.42	Comparação entre o modelo 3D simplificado e o modelo 3D reduzido na profundidade de 1m.	90
5.43	Comparação entre o modelo 3D simplificado e o modelo 3D reduzido na profundidade de 2m.	90

5.44	Comparação entre o modelo 3D simplificado e o modelo 3D reduzido na profundidade de 3m.	91
5.45	Comparação entre o modelo 3D simplificado e o modelo 3D reduzido na profundidade de 4m.	91
5.46	Comparação entre o modelo 3D simplificado e o modelo 3D reduzido na profundidade de 5m.	91
5.47	Potencial térmico do trocador de calor solo-ar do modelo 3D reduzido para uma profundidade de 1 metro.	92
5.48	Potencial térmico do trocador de calor solo-ar do modelo 3D reduzido para uma profundidade de 3 metros.	93
5.49	Potencial térmico do trocador de calor solo-ar do modelo 3D reduzido para uma profundidade de 5 metros.	93
5.50	Modelo Duto 2D	95
5.51	Gráfico da UDF da temperatura do solo na profundidade de 1,6m. . .	97
5.52	Comparação dos modelos 3D e 2D	97
5.53	Perfil de temperatura do modelo Duto 2D	99
5.54	Comparação da profundidade - modelo 2D	100
5.55	Comparação entre os modelos 3D e 2D - profundidade a 1m	101
5.56	Comparação entre os modelos 3D e 2D - profundidade a 2m	101
5.57	Comparação entre os modelos 3D e 2D - profundidade a 3m	101
5.58	Comparação entre os modelos 3D e 2D - profundidade a 4m	102
5.59	Comparação entre os modelos 3D e 2D - profundidade a 5m	102
7.1	Um exemplo de ajuste de curvas	114
8.1	UDF da variação da temperatura na superfície do solo	120

Lista de Tabelas

4.1	Valores usados na Eq. (4.9)	45
5.1	Propriedades dos materiais	54
5.2	Estudo de independência de malhas	57
5.3	Condição de contorno na superfície do solo	66
5.4	Propriedades dos materiais	70
5.5	Comparação dos modelos	83
5.6	Estudo de independência de malhas	96
5.7	Comparação dos modelos	98

Lista de Símbolos e Abreviaturas

Letras Romanas

$A (m^2)$	área
$c (J/kgK)$	calor específico
$c_p (J/kgk)$	calor específico
$e (J/kg)$	energia específica
$\vec{F} (N/m^3)$	forças de corpos externas, por unidade de volume
$h (J/kg)$	entalpia específica
$I (N/m^2)$	tensor unitário
$k (W/(m \cdot K))$	condutividade térmica
$k_{eff} (W/mk)$	condutividade efetiva
$k_t (W/mk)$	condutividade térmica turbulenta
$\dot{m} (Kg/s)$	vazão mássica
\mathbf{n}	vetor unitário normal à superfície do volume de controle
$p (N/m^2)$	pressão estática do fluido
$q_n'' (W/m^2)$	fluxo de calor na direção n , por unidade de área
$S_m (kg/m^3s)$	termo de fonte de massa
S^φ	termo fonte ou sumidouro por unidade de volume
$t (s)$ ou (dias)	tempo
$T (K)$ ou ($^{\circ}C$)	temperatura
T_{ref}	temperatura em um estado termodinâmico de referência
$T_0 (K)$ ou ($^{\circ}C$)	temperatura média do solo
$\vec{u} (m/s)$	vetor do campo de velocidades
$\vec{v} (m/s)$	vetor velocidade do escoamento
$V (m^3)$	volume

Letras gregas

$\alpha (m^2/s)$	difusividade térmica do material
Γ^φ	coeficiente de difusão

φ	escalar
θ_0	amplitude inicial da variação de temperatura
μ (kg/ms)	viscosidade dinâmica
ρ (kg/m^3)	massa específica
$\rho \vec{g}$ (N/m^3)	força do campo gravitacional, por unidade de volume
∇	operador Gradiente
$\nabla^2 T$	operador Laplaciano de T
$\bar{\bar{\tau}}$ (N/m^2)	tensor de tensões viscosas
$\bar{\bar{\tau}}_{eff}$ (N/m^2)	tensor de tensões viscosas efetivo

Super-índices

(-)	termos médios no tempo e no espaço
-----	------------------------------------

Sub-índices

e	face ou aresta leste do volume de controle
n	face ou aresta norte do volume de controle
s	face ou aresta sul do volume de controle
w	face ou aresta oeste do volume de controle

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

Durante o desenvolvimento da humanidade nota-se uma busca por proteção às diversidades climáticas e por condições de bem estar e conforto físico satisfatórias. Assim, o clima tem sido um importante definidor de projetos de habitação. Além disso, atualmente, há uma grande preocupação em obter conforto térmico através de soluções sustentáveis e minimizando o consumo de energia.

De fato, a demanda mundial de energia deverá aumentar em um terço entre 2010 e 2035, em particular, a demanda brasileira crescerá 78% [1]. Esse cenário evidencia a necessidade de investimentos em recursos energéticos alternativos, principalmente aqueles provenientes de fontes renováveis, como é o caso, por exemplo, das energias solar, eólica, hidroelétrica, geotérmica, das ondas, da biomassa, etc.

Equipamentos para o condicionamento térmico do ar no interior das edificações têm sido bastante usados para resfriá-las no verão e/ou aquecê-las no inverno. Isto causa um aumento no consumo de energia, principalmente nos horários de pico, tornando-se um problema para as concessionárias de energia e para os proprietários de edificações [2].

Um projeto que considere a sustentabilidade na construção civil pode ajudar a manter a edificação na zona de conforto térmico e ao mesmo tempo reduzir a carga

de resfriamento ou aquecimento [3]. Para isso, pode-se usar proteções solares e isolamento térmico, controle das áreas de vidro na fachada, aberturas que propiciem uma ventilação adequada, uso de iluminação natural, etc.

Sabe-se que um dos princípios fundamentais para a sustentabilidade é a utilização de fontes de energia renováveis, dentre as quais a radiação solar se destaca como uma fonte inesgotável de calor e luz. O fluxo de energia da radiação solar que atravessa a atmosfera da Terra é muito elevado, medindo aproximadamente $1367W/m^2$. Em um ano, o planeta recebe cerca de $1,5 \times 10^{18}kWh$ de energia, o que significa mais de 10 vezes o consumo mundial no mesmo período [4].

Parte desta energia é perdida na atmosfera, no entanto, mais da metade dela incide sobre a superfície terrestre. Devido à sua enorme massa e propriedades de isolamento térmico, a crosta da Terra funciona como um imenso reservatório inercial e cíclico para esta energia. Por exemplo, as camadas mais superficiais do solo acumulam calor durante o dia e o liberam durante a noite. Da mesma maneira, elas acumulam calor durante o verão, e o liberam durante o inverno [5, 6, 7, 8].

Assim, visando aproveitar este armazenamento de energia térmica nas camadas superficiais do solo, este trabalho desenvolveu diferentes análises computacionais dos chamados trocadores de calor solo-ar (TCSA). Nesta técnica de condicionamento térmico, com o auxílio de ventiladores, o ar ambiente é circulado por uma tubulação enterrada, podendo ser resfriado ou aquecido, no processo de troca de calor com o solo. No verão, o solo absorve o calor do ar circulante, resfriando o ambiente, ao contrário, no inverno, o ar que escoar pelos dutos enterrados absorve o calor do solo, aquecendo o ambiente.

O uso da modelagem computacional para a solução nos problemas de TCSA é de extrema importância pois permite a análise mais eficiente da troca térmica existente nos TCSA, podendo haver uma previsão do potencial térmico e aplicações em projetos de TCSA. Um modelo computacional verificado e validado proporciona análises de vários parâmetros relevantes, como profundidade, comprimento, diâmetro, número de dutos entre outros, que não seria possível experimentalmente

devido ao custo e tempo para a realização.

Para validar os modelos aqui empregados foram utilizados dados experimentais registrados na pesquisa descrita em [4] que foram medidos no solo e em dutos enterrados, interligando o ambiente externo a uma edificação identificada como casa Ventura, localizada na cidade de Viamão, no estado do Rio Grande do Sul, Brasil.

Embora existam processos tradicionais para o condicionamento térmico de ambientes, são promissoras as iniciativas que buscam investir em inovações tecnológicas de aproveitamento da energia derivada da radiação solar armazenada no subsolo, melhorando e racionalizando o consumo de energia convencional nas edificações. Algumas dessas iniciativas, realizadas em todo o mundo, são discutidas na próxima seção.

1.2 Estado da Arte

Esta seção aborda uma revisão bibliográfica de trabalhos que abrangem o comportamento térmico do solo, enquanto reservatório inercial de energia proveniente da radiação solar e também trabalhos que utilizam esta inércia para aquecer ou resfriar ambientes através de dutos enterrados no solo.

Um modelo relativamente completo para fazer previsões numéricas de TCSA foi apresentado em [9], onde foram descritas simultaneamente a transferência de calor e massa, no interior do duto e no solo, levando em conta sua extratificação térmica natural. O modelo foi comparado com um conjunto de dados experimentais. Seus algoritmos foram desenvolvidos para o cálculo da variação da temperatura e umidade do ar circulante, e a distribuição da temperatura e umidade no interior do solo.

Em [8], foi estudada a influência da superfície terrestre na eficiência dos TCSA utilizando um ou mais dutos enterrados em paralelo. Foi investigado o potencial de resfriamento ou aquecimento de ambientes levando em consideração a

cobertura do solo, foi avaliado e comparado este potencial utilizando superfícies descoberta e coberta por grama. Constatou-se que mesmo uma superfície coberta por uma fina camada de grama tem maior capacidade de refrigeração. Esta observação pode ser útil para a melhoria das condições de contorno na superfície.

Em [10], foi desenvolvido um modelo que calcula o acoplamento dos TCSA nas edificações. O método se baseou no princípio da temperatura do ponto de equilíbrio e permitiu o cálculo do valor horário da temperatura no equilíbrio de edifícios, bem como a carga de arrefecimento diária e a contribuição dos dutos enterrados. Os procedimentos foram validados com dados experimentais, verificando-se sua aplicabilidade no dimensionamento dos dutos enterrados.

No trabalho [7], foram descritas diversas características da temperatura do solo através de modelos baseados em séries de Fourier. Como base de dados, foram utilizados registros de temperatura na superfície do solo (e em diversas profundidades, de áreas cobertas por grama e descobertas) medidos na cidade de Atenas (Grécia) por 74 anos (de 1917 a 1990). Verificou-se que, em diversos casos, bastavam os três primeiros termos da série para representar precisamente a maior parte dos padrões observados na temperatura do solo na superfície e em várias profundidades.

Em [11], foi desenvolvido um modelo para previsão da variação médias diária e anual de temperatura da superfície do solo. Este modelo baseia-se na equação diferencial da condução de calor transiente utilizando como condição de contorno a equação do balanço de energia na superfície do solo. A equação do balanço de energia envolve a troca de energia por convecção entre o ar e o solo, a radiação solar absorvida pela superfície do solo, o fluxo de calor latente devido à evaporação na superfície do solo, bem como o comprimento da onda de radiação. O modelo foi validado com medições da temperatura do solo, descoberto e com uma cobertura de grama, das cidades de Atenas e Dublin.

Um estudo sobre o potencial térmico de trocadores de calor solo-ar sob o clima da Europa Central, mais precisamente na Suíça, foi feito em [3]. As simulações computacionais foram validadas com dados experimentais. Os autores desenvolve-

ram análises do ponto de vista energético e econômico, comparando os trocadores com sistemas de ar condicionado à base de combustível. Eles concluíram que devido ao comportamento climático da Suíça os trocadores de calor solo-ar mostraram-se competitivos apenas para resfriamento.

Uma análise da técnica de resfriamento de ambientes no verão usando dutos enterrados no solo foi feita em [12]. O modelo desenvolvido, incorporando efeitos do escoamento turbulento de ar, foi validado através de dados experimentais obtidos no Sul da China. Seus algoritmos foram implementados no ambiente CFD (Computational fluid dynamics) do software PHOENICS para avaliar os efeitos dos parâmetros de funcionamento (ou seja, o comprimento do duto, raio, a profundidade e a taxa de fluxo de ar) sobre o desempenho térmico e capacidade de arrefecimento do trocador. A capacidade de refrigeração diariamente observada foi de até $74,6kWh$.

Uma estimativa da performance de trocadores de calor solo-ar instalados em diferentes profundidades foi feita em [13], baseando-se em modelos analíticos unidimensionais transientes. Foram utilizados dois sistemas de coordenadas espaciais independentes, um na direção longitudinal dos dutos enterrados e outro na direção vertical, através do solo. Com isso, foi possível prever os campos de temperatura no duto e no solo, levando em consideração perturbações térmicas na superfície livre superior, bem como possíveis mudanças de fase (condensação) nos dutos enterrados.

Utilizando métodos analíticos unidimensionais, em [14], foram feitas análises da eficiência térmica dos trocadores de calor, com relação as suas dimensões, independentemente do solo e das condições climáticas. Observou-se que, conhecida a ventilação, o projeto termo-hidráulico dos TCSA depende de três parâmetros: o comprimento, o diâmetro e o número de dutos paralelos. Descobriu-se que o desempenho térmico é melhorado com a redução do diâmetro e o aumento do número de dutos em paralelo. Em particular, essa eficiência se reduz com o aumento do comprimento do duto.

Um estudo da performance de trocadores de calor solo-ar, utilizando métodos de elementos finitos para solucionar modelos quase tridimensionais, foi feito em [15].

Nestes modelos, o fluxo de calor é calculado em duas dimensões. Para levar em conta as variações da profundidade do TCSA, bem como a transferência de calor entre o ar que flui, a área do solo é dividida em diferentes secções transversais, tornando o modelo quase-tridimensional. Foi observado que os fatores naturais, como o sombreamento da área, têm um grande impacto na eficiência dos TCSA. Outros parâmetros que afetam significativamente os resultados são a profundidade dos dutos, seu comprimento, o espaçamento entre eles, e seu diâmetro.

Em [6], foi feito um estudo do potencial energético do solo de oito localidades na cidade de Chipre (Turquia), em relação a profundidade, época do ano, geologia e altitude. Visando analisar a eficiência de trocadores de calor acoplados, foram medidas as temperaturas do solo por um ano (outubro de 2009 a setembro de 2010). Os dados coletados indicaram um potencial para o uso eficiente de trocadores de calor em Chipre, conduzindo a uma economia significativa do consumo de energia.

No trabalho [16], foi feita uma investigação quanto ao desempenho de bombas de calor geotérmicas e sistemas de armazenamento de calor subterrâneo. O estudo focou no desenvolvimento de um modelo de trocadores de calor no subsolo e sua integração em sistemas de construção completos. O modelo foi avaliado numericamente utilizando uma combinação do software comercial de elementos finitos COMSOL Multiphysics e do Matlab/Simulink. Vários modelos de trocadores de calor subterrâneos foram desenvolvidos que consideram condições transitórias de total interação de transferência tridimensional de calor entre o solo, a rede de tubos subterrâneos e o ambiente externo. Estes modelos são utilizados para simular o comportamento dinâmico de um edifício, incluindo todos os parâmetros térmicos relevantes, como aquecimento, arrefecimento e sistemas de controle.

Em [17], estudou-se um modelo computacional de TCSA descrito por dois sub-modelos 1D. Um deles era implícito transiente difusivo-convectivo para determinar a temperatura e umidade do ar, enquanto o outro sub-modelo era explícito transiente e calculava a temperatura no solo. Um algoritmo de computação seqüencial foi usado para resolver o sub-modelo do ar e o sub-modelo do solo, respectivamente.

A precisão deste modelo foi comparada com dados experimentais.

Em [5], apresentou-se um estudo experimental e numérico de TCSA, visando obter um maior conforto térmico de modo sustentável, reduzindo o consumo de energia convencional. O experimento foi realizado no estado do Rio Grande do Sul, Brasil, na cidade de Viamão, e seus resultados foram utilizados para validar o modelo computacional. Durante a investigação da distribuição da temperatura foram adotados ciclos anuais. Os campos de temperatura transitórios previstos numericamente foram comparados com os experimentais, sendo que a maior diferença encontrada foi inferior a 15%. Para a solução numérica foram utilizados os softwares Gambit e Fluent. Este último software é baseado em métodos de volumes finitos.

Novas investigações numéricas do trabalho anterior [5], foram feitas por [18], onde se analisou a influência da profundidade da instalação sobre o potencial térmico dos TCSA. Os modelos utilizados basearam-se na solução numérica das equações de conservação de massa, momento e energia para um domínio simplificado tridimensional. As equações foram resolvidas usando o software Fluent. O fluxo turbulento no duto foi abordado com o modelo das tensões de Reynolds. Os campos de temperatura transitórios previstos pelo modelo numérico simplificado foram comparados com resultados numéricos e experimentais de [5]. A maior diferença entre os resultados numéricos e os experimentais foi de aproximadamente 11%. Os resultados evidenciaram que a profundidade de instalação dos dutos influencia significativamente o potencial térmico dos TCSA.

Cabe observar que nos trabalhos [8, 9, 10, 3] as implementações computacionais foram feitas no ambiente TRNSYS. Este é um programa de simulação transiente, que possui bibliotecas de resolução de equações algébricas e diferenciais. Sua estrutura de programação é modular, permitindo que o usuário insira diferentes blocos de entrada e saída de dados. Na presente dissertação, assim como em [5, 18], as estimativas da temperatura no solo e dos campos de velocidade, temperatura e pressão nos dutos foram feitas através do software Fluent. Este utiliza o Método de Volumes Finitos, o qual satisfaz local e globalmente os princípios da conservação de

massa, quantidade de movimento e energia, o que é recomendável teoricamente em função dos aspectos físicos.

Utilizando a teoria constructal, em [19], foi estudada a transferência de calor entre um conjunto de dutos e o solo durante o ciclo de temperatura anual. Foi desenvolvido um projeto construtal para encontrar a geometria de fluxo (espaçamentos, formas) que maximize a transferência de calor entre o conjunto e o solo. Observou-se que a performance da transferência de calor aumenta à medida que a profundidade da estrutura diminui, mas a profundidade tem um efeito desprezível sobre a forma da estrutura. Os resultados também mostram que o desempenho da transferência de calor aumenta à medida que a configuração do volume do solo e da estrutura enterrada evolui para a forma mais fina possível.

Em [20], foi feito um estudo experimental e numérico do desempenho térmico de TCSA em Ajmer (Índia) com dutos em forma de U. Também utilizando o software Fluent, foram analisados efeitos da condutividade térmica, tempo de duração do funcionamento contínuo, diâmetro do duto e velocidade de fluxo sobre o desempenho térmico dos TCSA. Os resultados mostraram que o desempenho térmico transiente dos TCSA é significativamente dependente da condutividade térmica do solo e da duração da sua operação contínua. O estudo revela que o efeito do diâmetro na tubulação, devido ao uso prolongado de TCSA, é menor nos casos de solos com elevado valor de condutividade térmica. Os resultados mostram que o aumento da velocidade de fluxo conduz a uma degradação térmica no desempenho do sistema.

Em [21], foram estudados os efeitos do solo ao redor do duto e o efeito da duração contínua do sistema TCSA sobre o seu desempenho térmico. O Modelo computacional adotado representou apenas uma parte do solo ao redor do duto. Esse modelo foi resolvido no software Fluent e a malha foi construída no software Gambit. A espessura do anel em torno do tubo de solo que influência depende da condutibilidade térmica do solo e do período de funcionamento contínuo do sistema. A espessura do anel de solo no qual há aumento significativo da temperatura do solo é observada quando a espessura é igual ao diâmetro do duto.

Concluído este balanço de diferentes trabalhos escritos desde 1994 até 2013, destaca-se que esta dissertação aborda o artigo [18] e faz uso de dados numéricos e experimentais disponíveis em [4, 5]. A seguir, são apresentados os objetivos deste trabalho.

1.3 Objetivo

Modelar computacionalmente o comportamento térmico e fluidodinâmico de trocadores de calor solo-ar, usando como referência os resultados experimentais e numéricos apresentados em [4, 5].

1.3.1 Objetivos específicos

1. Desenvolver e avaliar modelos numéricos bidimensional e tridimensional para a transferência de calor no solo;
2. Desenvolver e avaliar modelos numéricos tridimensionais para TCSA;
3. Desenvolver e avaliar modelos numéricos bidimensionais para TCSA;
4. Investigar a influência da profundidade de instalação de TCSA em seu potencial térmico, empregando modelos numéricos desenvolvidos.

1.4 Estrutura do Documento

Essa dissertação se organiza da seguinte maneira. O capítulo 2 trata de uma forma geral e breve os processos de transferência de calor e aborda de uma forma mais específica o comportamento térmico do solo. O capítulo 3 aborda a fenomenologia física e a modelagem matemática associadas aos trocadores de calor solo-ar em estudo. No capítulo 4 é discutida a metodologia numérica utilizada na resolução

das equações envolvidas nos modelos. Diferentes resultados são introduzidos e comentados no capítulo 5. As conclusões do trabalho são realizadas no capítulo 6 e informações adicionais são apresentadas nos anexos.

Capítulo 2

Fundamentos da Transferência de Calor

Neste capítulo, apresenta-se uma breve revisão da literatura sobre o comportamento do solo e, em geral, sobre os processos de transferência de calor. Estes fenômenos ocorrem sempre que há uma diferença de temperatura em um meio ou entre meios, ou seja, energia em trânsito.

A temperatura de um corpo está associada ao nível energético das moléculas que o constituem. Num corpo com a temperatura mais elevada as moléculas possuem maior atividade energética. As moléculas interagem entre si através de impacto, trocas de elétrons ou por mecanismos ondulatórios. Ao interagirem elas provocam transmissão de energia das moléculas cujo o nível energético é mais alto para aquelas em que é mais baixo, dando origem à transmissão do calor por um processo de difusão [22, 23].

Existem três formas de transferência de calor: por condução, por convecção ou por radiação. Quando a transmissão do calor se dá através de uma diferença térmica que provoca transferência de energia exclusivamente por atividades atômicas e moleculares, diz-se que há condução de calor. Quando o calor é transmitido devido ao movimento macroscópico de um fluido, diz-se que a transmissão se dá por convecção [22, 23, 24]. Uma das formas mais importantes de convecção é a que

ocorre entre uma superfície sólida e um meio fluido quando estes estão em contato e suas temperaturas são distintas. Finalmente, a radiação térmica é a energia emitida pelas matérias que se encontram a uma temperatura não-nula. A intensidade de radiação é transferido de uma superfície em uma direção é definida como a energia que sai da superfície por unidade de tempo, por unidade de área projetada normal a mesma direção e por unidade de ângulo sólido elementar centrado em torno da direção [25, 26].

Fenômenos complexos de transmissão de calor incluem, geralmente, os três tipos de transferências. Em virtude desta simultaneidade, este trabalho descreve sucintamente as equações básicas que regem cada um dos fenômenos, antes de passar ao estudo da transferência de calor no solo.

2.1 Condução

Segundo [23] a condução pode ser vista como transferência de energia das partículas mais energéticas para as menos energéticas de uma substância devido às interações entre partículas.

Pode-se facilmente perceber a condução ao considerar um gás no qual existe um gradiente de temperatura e não há movimento global, ou macroscópico. O gás pode ocupar espaço entre duas superfícies com temperaturas diferentes. Associa-se a temperatura em qualquer ponto com à energia da molécula próximo ao ponto. Temperaturas mais altas estão relacionadas com as energias moleculares mais altas e quando moléculas vizinhas se chocam ocorre uma transferência de energia das moléculas mais energéticas para as menos energéticas. Na ausência de colisões entre as moléculas e na presença de um gradiente de temperatura a transferência de calor por condução deve, então, ocorrer na direção da menor temperatura.

A transferência de calor por condução nos líquidos é bastante semelhante ao que ocorre nos gases, embora as moléculas estejam mais próximas e as interações moleculares sejam mais fortes e mais frequentes.

No sólido a condução pode ser atribuída à atividade atômica na forma de vibrações de retículos. Em um sólido não condutor elétrico, a transferência de energia ocorre exclusivamente através das ondas na estrutura dos retículos, induzidas pelo movimento atômico. Em meio condutor a transferência de energia ocorre através do movimento de translação dos elétrons livres [23].

Para calcular a transferência de calor por condução são utilizadas equações constitutivas para o fluxo, que é dada pela Lei de Fourier. Para um caso unidimensional, mostrada na Fig. 2.1, com uma distribuição de temperatura $T(x)$, a equação do fluxo é dada por:

$$q_x'' = -k \left(\frac{dT}{dx} \right) \quad (2.1)$$

onde q_x'' (W/m^2) é a taxa de transferência de calor na direção x por unidade de área perpendicular à direção da transferência e ele é proporcional ao gradiente de temperatura nesta direção. O k é uma propriedade de transporte conhecida como condutividade térmica ($W/(m \cdot K)$) e é uma característica do material. O sinal de menos é adotado para representar o fato do calor ser transmitido no sentido decrescente da temperatura.

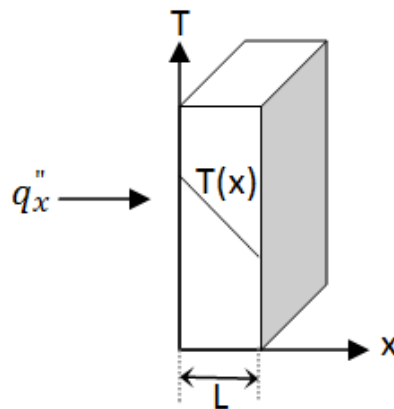


Figura 2.1: Transferência de calor unidimensional por condução (difusão de energia)

2.2 Convecção

Segundo [24] o modo de transferência de calor por convecção abrange dois mecanismos. Além de transferência de energia devido ao movimento molecular aleatório (difusão), a energia também é transferida através do movimento global, ou macroscópico, do fluido.

Considera-se uma superfície aquecida e posta em contato com o ar ou outro fluido a uma temperatura inferior. A parte do ar em contato com a superfície é aquecida e torna-se menos densa. Com isso, ela sobe por um mecanismo de flutuação dando lugar ao contato da superfície com ar mais frio. Quando os únicos movimentos são os provocados pela diminuição da densidade do ar ao ser aquecido, esse fenômeno é chamado de convecção natural ou livre. Se o movimento do fluido é reforçado por um meio externo (ventilador mecânico, vento atmosférico, etc.) a convecção recebe o nome de convecção forçada. Em qualquer um dos casos verifica-se que a transmissão de calor da superfície sólida para o fluido se dá por condução entre as moléculas da superfície e as moléculas do fluido instantaneamente na região da parede [22].

Se a superfície aquecida estiver a uma temperatura T_s e o fluido a uma temperatura T_∞ (Fig. 2.2), verifica-se que existe uma região próxima a superfície onde a temperatura varia bruscamente de T_s a T_∞ . Esta região é chamada de camada limite térmica.

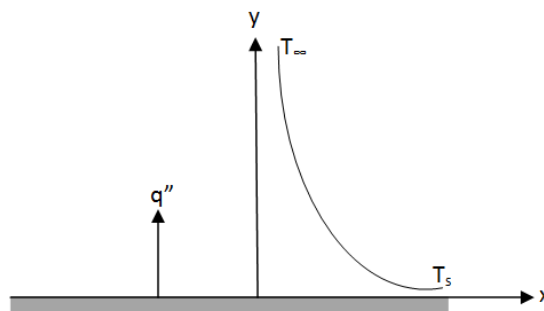


Figura 2.2: Transferência de calor por convecção

A densidade do fluxo de calor entre a superfície e o fluido relaciona-se com a variação das temperaturas entre eles, bem como a velocidade do fluido, a rugosidade da superfície e diversos outros fatores [22]. Contudo, usualmente, o fluxo por convecção é dado pela Lei de resfriamento de Newton, isto é:

$$q_x'' = h \cdot (T_s - T_\infty), \quad (2.2)$$

onde h ($W/(m^2K)$) é um coeficiente de transferência de calor por convecção. Ele depende das condições na camada limite que, por sua vez, é influenciada pela geometria da superfície, pela natureza do escoamento do fluido e por uma série de propriedades termodinâmicas e de transporte do fluido. Também há uma dependência do mecanismo motriz do escoamento: convecção forçada, natural ou mista.

2.3 Radiação

Segundo [23] “radiação térmica é a energia emitida pela matéria que se encontra a uma temperatura não-nula”. Sabe-se que a radiação térmica não se limita apenas às superfícies sólidas, mas também ocorre a partir de gases e líquidos. A emissão se dá através das mudanças nas configurações eletrônicas dos átomos ou moléculas que constituem a matéria. A energia do campo de radiação é transportada por ondas eletromagnéticas. Ao contrário da transferência de calor por condução e convecção que requerem a presença de contato, este não é necessário na radiação.

Ao observar a transferência de calor na Fig. 2.3, a radiação que é emitida pela superfície e a taxa na qual a energia é liberada por unidade de área (W/m^2) é conhecida como poder emissivo, E , da superfície. Há um limite superior para o poder emissivo, que é determinado pela *Lei de Stefan-Boltzmann*.

$$E_n = \sigma T_s^4 \quad (2.3)$$

onde T_s é a temperatura absoluta (K) da superfície e σ é a constante de *Stefan-Boltzmann* ($\sigma = 5,67 \times 10^{-8} W/(m^2K^4)$). Tal superfície é chamada um radiador

ideal ou corpo negro.

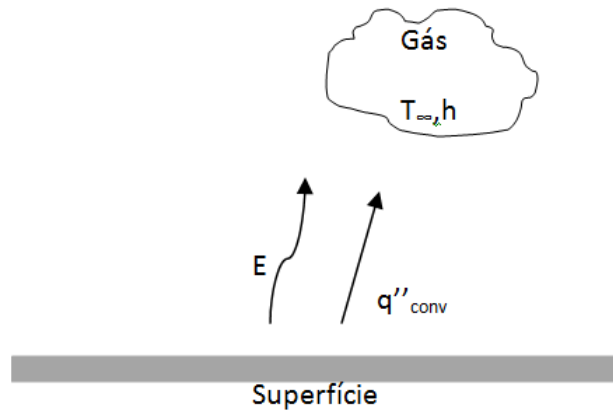


Figura 2.3: Transferência de calor por radiação (difusão de energia)

O fluxo térmico emitido por uma superfície real é menor do que aquele emitido por um corpo negro à mesma temperatura e é dado por:

$$E = \varepsilon \sigma T_s^4 \quad (2.4)$$

onde ε é uma propriedade radiante da superfície conhecida por emissividade. Com valores entre 0 e 1, essa propriedade fornece uma medida da eficiência na qual uma superfície emite energia em relação ao corpo negro. Ela depende fortemente do material da superfície e de seu acabamento.

2.4 Comportamento térmico do solo

O regime térmico das camadas mais superficiais do solo é determinado pelos ciclos de aquecimento e resfriamento de sua superfície, em decorrência da incidência de radiação solar ou da emissão de radiação (ondas longas) para a atmosfera, respectivamente, e o consequente transporte, por condução, de calor sensível, para seu interior.

A condução do calor decorre dos processos de transferência de energia, que se estabelecem em virtude do gradiente térmico existente entre as moléculas do solo. Assim, no ciclo diário do solo existe um fluxo de energia para o interior da sua superfície durante o dia, que se inverte durante a noite por emissão de radiação terrestre. O mesmo fenômeno ocorre com o ciclo anual: durante o período quente, gera-se um fluxo de calor para o interior do solo e, no período de frio, o fluxo de calor é no sentido contrário.

O fluxo de calor depende das propriedades físicas do solo: massa específica (ρ), condutividade térmica (k), calor específico (c) e a emissividade (ε). Além disso, essa variação é afetada pela interação dos outros fatores, como os fatores meteorológicos (irradiação solar global, temperatura do ar, nebulosidade, chuva e vento) e os fatores relacionados ao próprio solo (textura, estrutura, teor de matéria orgânica, relevo e o tipo de cobertura do terreno).

Na sequência se aborda o processo de transmissão de calor por condução, conforme [23], chegando a equação geral do calor, para então analisar a difusão do calor no solo, seguindo as bases teóricas apresentadas em [4, 22].

2.4.1 Equação geral do calor

O fluxo térmico é uma grandeza direcional porque depende da direção do escoamento de calor. De uma forma geral, a direção do escoamento de calor será sempre normal a uma superfície de temperatura constante, chamada de superfície isotérmica. Admitindo o meio isotrópico e com perfil linear, para as variações de temperatura, tem-se que o fluxo térmico (\mathbf{q}'') é dado pela Eq. (2.5), em sua forma diferencial:

$$\mathbf{q}'' = -k\nabla T = -k \left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z} \right)^T \quad (2.5)$$

onde ∇T é o gradiente de temperaturas definido no campo escalar tridimensional, k é o coeficiente de condutividade térmica (W/mK). O sinal de menos é necessário porque o calor é sempre transferido no sentido da diminuição da temperatura.

Desta forma o vetor fluxo térmico esta em uma direção perpendicular às

superfícies isotérmicas, podendo a Eq. (2.5) assumir a forma unidimensional dada em Eq.(2.1):

$$q_n'' = -k \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right) \quad (2.6)$$

onde q_n'' é o fluxo térmico em uma direção n , que é normal a uma isoterma. A transferência de calor é mantida pelo gradiente de temperatura ao longo de n .

Um dos principais objetivos do estudo da condução do calor é determinar o campo de temperaturas em um meio resultante das condições impostas em suas fronteiras. Definido um volume de controle V com superfície A , como na Fig. 2.4, pode-se aplicar o princípio de conservação de energia. Este estabelece que a energia térmica acumulada por unidade de tempo é igual a energia gerada no volume de controle somado ao fluxo líquido (que cruza a fronteira do volume de controle), ou ainda, em termos de taxas:

$$\begin{aligned} & \{ \text{Taxa de calor que entra (menos a} \\ & \text{que sai) em um corpo de volume } V \\ & \text{através de sua superfície } A \} \\ & \quad + \quad = \quad \{ \text{Taxa de calor armazenada no corpo} \} \\ & \{ \text{Taxa de calor gerada no corpo} \} \end{aligned} \quad (2.7)$$

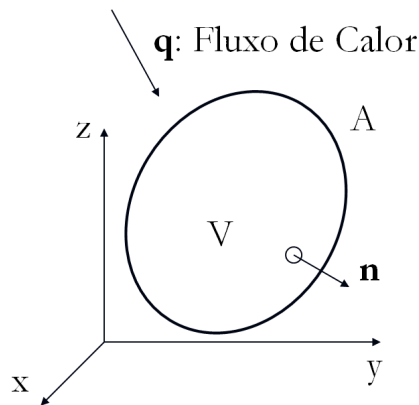


Figura 2.4: Um corpo submetido a um fluxo de calor q''

Supondo que para todo instante de tempo t o corpo ocupa um volume V em um espaço tridimensional, com coordenadas cartesianas x, y, z , e está sujeito a um fluxo de calor $\mathbf{q}'' = \mathbf{q}''(x, y, z, t)$, como na Fig. 2.4. Para cada ponto da superfície A , define-se um vetor unitário normal \mathbf{n} , com direção perpendicular a A e com sentido de dentro para fora do corpo.

Assim, pode-se escrever:

$$\left. \begin{array}{l} \{ \text{Taxa de calor que entra (menos a} \\ \text{que sai) em um corpo de volume } V \\ \text{através de sua superfície } A \} \end{array} \right\} = - \oint_A \mathbf{q}'' \cdot \mathbf{n} dA.$$

A determinação da taxa de calor gerada no corpo vai ser feita dado que se conheça a função $f = f(x, y, z, t)$ que representa essa taxa por unidade de volume. Sendo assim:

$$\{ \text{Taxa de calor gerada no corpo} \} = \int_V f dV.$$

Para determinar a taxa de armazenamento, é preciso conhecer o calor específico, c , a densidade de massa, ρ , e o campo de temperatura, $T = T(x, y, z, t)$, do corpo. Com isso, pode-se dizer que:

$$\{ \text{Taxa de calor armazenada no corpo} \} = \frac{d}{dt} \int_V c \rho T dV.$$

Com essas definições, pode-se escrever a Eq. ((2.7)) da seguinte forma:

$$- \oint_A \mathbf{q}'' \cdot \mathbf{n} dA + \int_V f dV = \frac{d}{dt} \int_V c \rho T dV.$$

A equação acima pode ser reescrita como:

$$- \int_V \nabla \cdot \mathbf{q}'' dV + \int_V f(\mathbf{x}, t) dV = \frac{d}{dt} \int_V c \rho T(\mathbf{x}, t) dV,$$

onde usa-se o teorema da divergência para substituir a integral de superfície fechada por uma integral de volume. Onde, $\nabla \cdot$ representa o operador divergência, isto é: dado um vetor $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$, então, em coordenadas cartesianas, $\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$.

Por simplicidade, supondo que c e ρ não variem no tempo, a equação acima pode ser rearranjada da seguinte maneira:

$$\int_V \left(c \rho \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{q}'' - f \right) dV = 0. \quad (2.8)$$

Agora, note que essa integral é válida para qualquer volume V , assim, o integrando é nulo e, portanto:

$$c \rho \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{q}'' = f. \quad (2.9)$$

Este último resultado é uma forma clássica da equação da transferência de calor em sólidos [23, 4]. Aplicando a Lei de Fourier, descobre-se que:

$$c \rho \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-k \nabla T) = f. \quad (2.10)$$

ou ainda,

$$c \rho \frac{\partial T}{\partial t} = f + k \nabla^2 T. \quad (2.11)$$

onde $\nabla^2 T$ é o operador Laplaciano de T , dado por $\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$.

A equação anterior, pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{f}{c \rho} + \frac{k}{c \rho} \nabla^2 T. \quad (2.12)$$

Como a relação $\alpha = \frac{k}{c \rho}$ define a difusividade térmica do material ou do meio, a Eq. (2.12) pode ser escrita como:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\alpha}{k} f + \alpha \nabla^2 T. \quad (2.13)$$

2.4.2 Difusão do calor no solo

O fenômeno de difusão de calor no solo pode ser representado pela equação da transferência de calor. Pode-se modelar o processo de difusão do calor no solo através de um regime unidimensional, variando apenas com a profundidade (z) quando se assumem algumas suposições. Dentre elas, assume-se que o solo está em suas condições naturais, ou seja, sem interferência de elementos que possam

alterar a distribuição natural de calor em seu interior; supõe-se que a estratificação do solo com a profundidade é significativamente maior que a estratificação lateral; observa-se que a variação dos gradientes de temperatura e umidade ao longo da direção da profundidade é muito maior do que em outras direções [4].

Considerando que não existe geração interna de calor ($f = 0$) e admitindo um comportamento do solo como um meio semi-infinito (Fig. 2.5), submetido a ciclos periódicos de temperatura na sua superfície, devido a variação diária (dia/noite) e/ou variação anual (inverno/verão) da temperatura, pode-se representar a equação do processo de condução de energia térmica da seguinte forma:

$$\frac{\partial T(z, t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T(z, t)}{\partial z^2}. \quad (2.14)$$

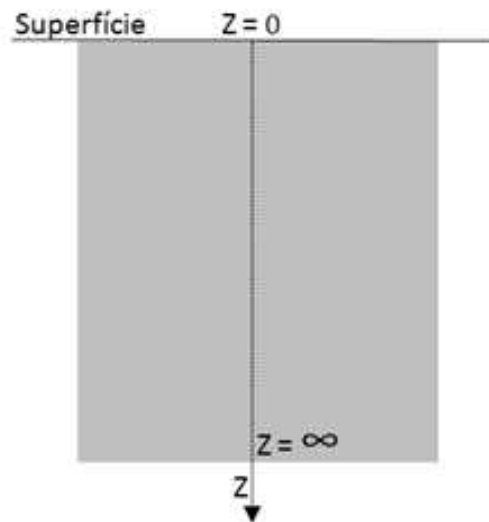


Figura 2.5: Solo semi-infinito

As condições de contorno que definem as hipóteses para solução do problema são duas: uma referente à temperatura na superfície do solo e a outra, relativa à temperatura do solo profundo.

Na superfície, a temperatura do solo varia periodicamente, o que pode ser modelado por funções periódicas, como expresso na Eq. (2.15), com valores em torno de um valor médio T_0 , amplitude θ_0 e período de $\frac{2\pi}{\omega}$. O período, no modelo

diário, tem valor igual a 24 horas e, no modelo anual, igual a 365 dias.

$$T(0, t) = T_0 + \theta_0 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t). \quad (2.15)$$

Quando a profundidade (z) tende ao infinito, a amplitude da variação da temperatura torna-se nula e a temperatura fica constante e igual ao valor médio T_0 como mostra a Eq. (2.16).

$$T(\infty, t) = T_0. \quad (2.16)$$

Para simplificar a aplicação das condições de contorno na Eq. (2.14) é conveniente definir a função $\theta(z, t) = T(z, t) - T_0$, permitindo escrever:

$$\frac{\partial \theta(z, t)}{\partial t} = \frac{\partial T(z, t)}{\partial t} - \frac{\partial T_0}{\partial t}. \quad (2.17)$$

Como T_0 é uma constante, então:

$$\frac{\partial \theta(z, t)}{\partial t} = \frac{\partial T(z, t)}{\partial t}. \quad (2.18)$$

e pode-se escrever a Eq. (2.14) da seguinte maneira:

$$\frac{\partial \theta(z, t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 \theta(z, t)}{\partial z^2}. \quad (2.19)$$

Quanto as condições de contorno é dado pelas Eq. (2.15) e Eq. (2.16), ocorre a seguinte mudança:

$$\theta(0, t) = \theta_0 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t). \quad (2.20)$$

$$\theta(\infty, t) = 0. \quad (2.21)$$

Uma maneira de solucionar a Eq. (2.19) é através do método de separação de variáveis. Isto é, admite-se que a solução $\theta(z, t)$ é dada pelo produto de duas funções $\phi(z) \cdot \tau(t)$, onde ϕ depende somente de z e τ , depende apenas de t . Sendo assim:

$$\theta(z, t) = \phi(z) \cdot \tau(t). \quad (2.22)$$

Substituindo a Eq. (2.22) na Eq. (2.19), obtém-se:

$$\frac{\partial \phi(z) \cdot \tau(t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 \phi(z) \cdot \tau(t)}{\partial z^2}, \quad (2.23)$$

que reduz-se a

$$\phi(z) \frac{\partial \tau(t)}{\partial t} = \alpha \tau(t) \frac{\partial^2 \phi(z)}{\partial z^2}. \quad (2.24)$$

após o cálculo das derivadas parciais.

Rearranjando os termos chega-se a:

$$\frac{1}{\alpha \tau(t)} \frac{\partial \tau(t)}{\partial t} = \frac{1}{\phi(z)} \frac{\partial^2 \phi(z)}{\partial z^2}. \quad (2.25)$$

Uma vez que α seja uma constante, como o lado esquerdo da Eq. (2.25) é independente de z enquanto o segundo termo é independente de t , então, para que a igualdade faça sentido, ambos os termos são forçosamente iguais a uma constante c . Isso gera duas equações diferenciais ordinárias e de coeficientes constantes:

$$\frac{1}{\alpha \tau(t)} \frac{\partial \tau(t)}{\partial t} = c. \quad (2.26)$$

$$\frac{1}{\phi(z)} \frac{\partial^2 \phi(z)}{\partial z^2} = c. \quad (2.27)$$

Essas equações podem ser escritas na forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau(t)}{\partial t} - c \alpha \tau(t) &= 0, \\ \frac{\partial^2 \phi(z)}{\partial z^2} - c \phi(z) &= 0, \end{aligned} \quad (2.28)$$

cujas soluções são dadas por:

$$\begin{aligned} \tau(t) &= D e^{c \alpha t}, \\ \phi(z) &= A e^{\sqrt{c} z} + B e^{-\sqrt{c} z}, \end{aligned} \quad (2.29)$$

onde A , B e D são constantes a determinar.

Assim a solução da Eq. (2.19) da difusão do solo é:

$$\theta(z, t) = D e^{c \alpha t} \left(A e^{\sqrt{c} z} + B e^{-\sqrt{c} z} \right) \quad (2.30)$$

Aplicando a condição de contorno Eq. (2.20), observa-se que:

$$\theta_0 \operatorname{sen}(\omega \cdot t) = D e^{c \alpha t} (A + B). \quad (2.31)$$

Para determinar as constantes A , B e D é preciso considerar as seguintes hipóteses:

1. Se c é um número real, o segundo membro da equação 2.31 é monotonamente crescente ou decrescente com t ou então constante se $c = 0$, logo não pode satisfazer a equação 2.31.
2. Se c é um número complexo, ele é escrito na forma $c = a \pm i \cdot b$ (onde assume-se b como um número real positivo) e a equação 2.31 resulta na expressão $\theta_0 \text{sen}(\omega \cdot t) = D e^{(a \pm i \cdot b)\alpha t} (A + B)$. Substituindo $e^{(a \pm i \cdot b)\alpha t}$ por $\cos(b \cdot \alpha \cdot t) \pm \text{sen}(b \cdot \alpha \cdot t)$ e reorganizando os termos obtém-se a expressão:

$$\theta_0 \text{sen}(\omega \cdot t) = D e^{a \cdot \alpha \cdot t} [\cos(b \cdot \alpha \cdot t) \pm \text{sen}(b \cdot \alpha \cdot t)] \cdot (A + B). \quad (2.32)$$

O segundo termo da Eq. (2.32) é oscilatório, mas não periódico, devido ao exponencial $e^{a \cdot \alpha \cdot t}$, que cresce ou decresce monotonicamente com o tempo, conforme o sinal da constante a . Para a Eq. (2.32) ser consistente, a termo $e^{a \cdot \alpha \cdot t}$ deve ser constante e unitário, o que implica em $a = 0$. Então a constante c só pode ser do tipo imaginário puro, $c = \pm i \cdot b$. Com isso a Eq. (2.31) fica:

$$\theta_0 \text{sen}(\omega \cdot t) = D e^{\pm i \cdot b \cdot \alpha \cdot t} (A + B). \quad (2.33)$$

Na Eq. (2.33), observam-se duas soluções gerais para a equação da difusão do calor no solo, uma correspondente ao sinal positivo do exponencial e, a outra, ao sinal negativo. Uma vez que a equação a resolver é linear, uma combinação linear dessas soluções também deverá ser solução da equação. Assim, a hipótese seguinte constitui-se em combinar linearmente estas soluções, numa forma conveniente ao cancelamento dos termos imaginários, quando da determinação das constantes de integração.

Considerando c imaginário puro, então, $c = \pm i \cdot b$, ou, $c = \pm i \cdot \lambda^2$, onde adota-se $b = \lambda^2$ (o que é possível, pois b foi assumido positivo), com $\lambda > 0$, para simplificar a apresentação do termo \sqrt{c} , obtém-se as expressões que são as soluções gerais para a equação da difusão do calor no solo:

$$\theta_1(z, t) = D_1 e^{i \cdot \alpha \cdot \lambda^2 \cdot t} \left(A_1 e^{\sqrt{i} \cdot \lambda \cdot z} + B_1 e^{-\sqrt{i} \cdot \lambda \cdot z} \right), \quad (2.34)$$

$$\theta_2(z, t) = D_2 e^{-i \cdot \alpha \cdot \lambda^2 \cdot t} \left(A_2 e^{\sqrt{i} \cdot \lambda \cdot z} + B_2 e^{-\sqrt{i} \cdot \lambda \cdot z} \right). \quad (2.35)$$

Como,

$$\begin{aligned} \sqrt{i} &= \sqrt{\frac{i(1+i)^2}{(1+i)^2}} = (1+i) \sqrt{\frac{i}{(1^2 + 2 \cdot i + i^2)}} = \\ &(1+i) \sqrt{\frac{i}{(1+2 \cdot i-1)}} = (1+i) \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (2.36)$$

ou

$$\begin{aligned} \sqrt{i} &= \sqrt{\frac{i(-1-i)^2}{(-1-i)^2}} = (-1-i) \sqrt{\frac{i}{((-1)^2 + 2 \cdot i + (-i)^2)}} = \\ &(-1-i) \sqrt{\frac{i}{(1+2 \cdot i-1)}} = (-1-i) \sqrt{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Além disso,

$$\begin{aligned} \sqrt{-i} &= \sqrt{\frac{-i(-1+i)^2}{(-1+i)^2}} = (-1+i) \sqrt{\frac{-i}{((-1)^2 - 2 \cdot i + i^2)}} = \\ &(-1+i) \sqrt{\frac{-i}{(1-2 \cdot i-1)}} = (-1+i) \sqrt{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (2.38)$$

ou

$$\begin{aligned} \sqrt{-i} &= \sqrt{\frac{-i(1-i)^2}{(1-i)^2}} = (1-i) \sqrt{\frac{-i}{((1)^2 - 2 \cdot i + (-i)^2)}} = \\ &(1-i) \sqrt{\frac{-i}{(1-2 \cdot i-1)}} = (1-i) \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Considerando as possibilidades de substituição dos expoentes dados pelas Eq. (2.36), Eq. (2.37), Eq. (2.38) e Eq. (2.39), nas soluções θ_1 como θ_2 .

- Para o termo $e^{\sqrt{i} \cdot \lambda \cdot z}$ há duas hipóteses:

- $\sqrt{i} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}} \Rightarrow e^{\sqrt{i} \cdot \lambda \cdot z} = e^{\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \lambda \cdot z} \cdot e^{\frac{i}{\sqrt{2}} \cdot \lambda \cdot z};$
- $\sqrt{i} = -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}} \Rightarrow e^{\sqrt{i} \cdot \lambda \cdot z} = e^{-\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \lambda \cdot z} \cdot e^{-\frac{i}{\sqrt{2}} \cdot \lambda \cdot z}.$

Analisando as duas hipóteses é possível observar que em **a)**, com expoentes positivos, resulta em uma solução inconsistente com a variação da temperatura no solo, visto que cresce monotonicamente com z , como consequência do termo $e^{\lambda \cdot z \sqrt{z}}$. Somente a hipótese **b)**, com expoentes negativos, é possível.

- Como no caso anterior, para o termo $e^{-\sqrt{i}\cdot\lambda\cdot z}$ são duas as hipóteses. E a análise é semelhante, trocando apenas os sinais. Somente a hipótese que tem os expoentes negativos é possível.

$$\mathbf{a)} \quad \sqrt{-i} = -\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}} \Rightarrow e^{-\sqrt{i}\cdot\lambda\cdot z} = e^{-\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\lambda\cdot z} \cdot e^{\frac{i}{\sqrt{2}}\cdot\lambda\cdot z};$$

$$\mathbf{b)} \quad \sqrt{-i} = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}} \Rightarrow e^{-\sqrt{i}\cdot\lambda\cdot z} = e^{\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\lambda\cdot z} \cdot e^{\frac{-i}{\sqrt{2}}\cdot\lambda\cdot z}.$$

Fazendo o mesmo tipo de análise, é possível observar agora a hipótese **b)** inconsistente com a variação de temperatura no solo, visto que cresce monotonicamente com z , devido ao termo $e^{\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\lambda\cdot z}$. Assim, somente a segunda hipótese **a)**, que tem o expoente do termo real negativo, é possível.

Portanto, as soluções θ_1 e θ_2 , indicadas nas Eq. (2.34) e Eq. (2.35), ficam da seguinte forma:

$$\theta_1(z, t) = D_1 e^{i\cdot\alpha\cdot\lambda\cdot t} \left(A_1 e^{(\frac{-1-i}{\sqrt{2}})\cdot\lambda\cdot z} + B_1 e^{(\frac{-1+i}{\sqrt{2}})\cdot\lambda\cdot z} \right), \quad (2.40)$$

$$\theta_2(z, t) = D_2 e^{-1\cdot\alpha\cdot\lambda\cdot t} \left(A_2 e^{(\frac{-1+i}{\sqrt{2}})\cdot\lambda\cdot z} + B_2 e^{(\frac{-1-i}{\sqrt{2}})\cdot\lambda\cdot z} \right). \quad (2.41)$$

A solução proposta θ , será dada pela soma de θ_1 e θ_2 :

$$\theta(z, t) = e^{\frac{-\lambda\cdot z}{\sqrt{2}}} \left[D_1 \cdot (A_1 + B_1) \cdot e^{i\cdot(\alpha\cdot\lambda^2\cdot t - \frac{\lambda\cdot z}{\sqrt{2}})} + D_2 \cdot (A_2 + B_2) \cdot e^{-i\cdot(\alpha\cdot\lambda^2\cdot t - \frac{\lambda\cdot z}{\sqrt{2}})} \right] \quad (2.42)$$

Lembrando que $e^{\pm i\cdot\delta} = \cos(\delta) \pm i\sin(\delta)$ e substituindo as constantes da Eq. (2.42) por $k_1 = D_1 \cdot (A_1 + B_1)$, $k_2 = D_2 \cdot (A_2 + B_2)$ e $\delta = \alpha \cdot \lambda^2 \cdot t - \frac{\lambda \cdot z}{\sqrt{2}}$ obtém-se:

$$\theta(z, t) = e^{\frac{-\lambda\cdot z}{\sqrt{2}}} [k_1 \cdot \cos(\delta) + i \cdot k_1 \cdot \sin(\delta) + k_2 \cdot \cos(\delta) - i \cdot k_2 \cdot \sin(\delta)], \quad (2.43)$$

ou ainda,

$$\theta(z, t) = e^{\frac{-\lambda\cdot z}{\sqrt{2}}} [(k_1 + k_2) \cdot \cos(\delta) + (k_1 - k_2)i \cdot \sin(\delta)]. \quad (2.44)$$

Reorganizando a Eq. (2.44) e fazendo novas substituições nas constantes $G = k_1 + k_2$ e $F = i(k_1 - k_2)$, chega-se à equação da difusão do calor no solo, como a seguir, onde G e F são constantes a determinar, em função das condições de contorno existentes:

$$\theta(z, t) = e^{\frac{-\lambda\cdot z}{\sqrt{2}}} [(G \cdot \cos(\delta) + F \cdot \sin(\delta))]. \quad (2.45)$$

A partir das condições de contorno definidas para a superfície do solo, Eq. (2.20), e para grandes profundidades do solo, Eq. (2.21), é possível determinar as constantes na Eq. (2.45):

- Para $z = 0$ tem-se: $\theta(0, t) = \theta_0 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$, logo:

$$\theta_0 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) = G \cdot \cos(\delta) + F \cdot \text{sen}(\delta) \Rightarrow G = 0, F = \theta_0 \text{ e } \delta = \omega \cdot t$$

- No limite $z = \infty$ tem-se: $\theta = \theta(\infty, t) = 0$. Como $\lim_{z \rightarrow \infty} e^{\frac{-\lambda z}{\sqrt{2}}} = 0$, essa condição é consistente com os valores definidos pela condição anterior.

Retornando a troca de variáveis definida no início como $T(z, t) = T_0 + \theta(z, t)$, finalmente, pode-se obter a solução da Eq. (2.25), que regula a difusão do calor no solo:

$$T(z, t) = T_0 + \theta_0 \cdot e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \alpha}} \cdot z} \left[\text{sen} \left((\omega \cdot t) - \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \alpha}} \cdot z \right) \right]. \quad (2.46)$$

De acordo com a Eq. (2.46), a variação da temperatura na superfície se propaga através do solo como uma onda senoidal com a mesma frequência ω . Com a profundidade, as ondas senoidais mantêm a frequência da variação na superfície, mas diminuem de amplitude e se defasam no tempo, conforme ilustra a Fig. 2.6 que foi extraída de [4].

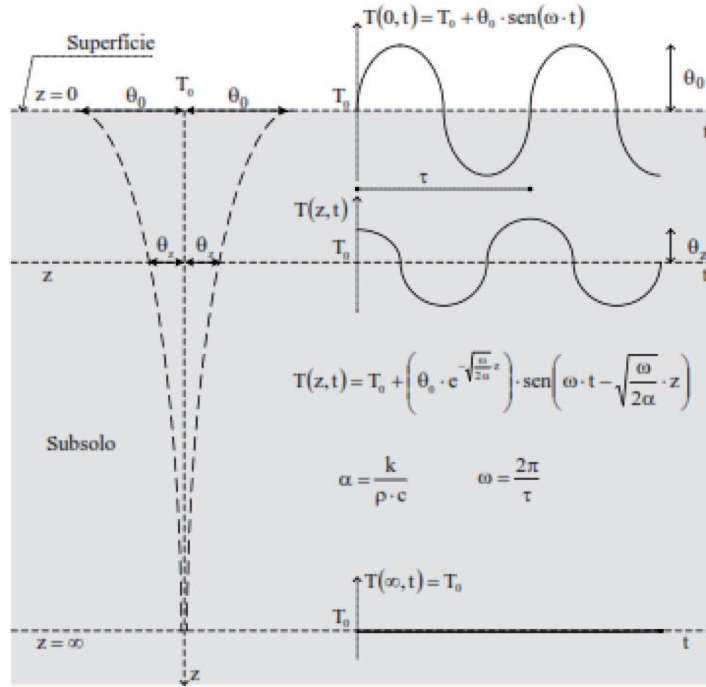


Figura 2.6: Temperatura no solo (Vaz, 2011)

Pode-se observar que a temperatura varia exponencialmente com a profundidade e senoidalmente com o tempo. Para determinar a defasagem, nota-se que na superfície, a distribuição segue a função $\text{sen}(\omega \cdot t)$ e que esta função natural cumpriria um período completo quando $\omega \cdot t = 2 \cdot \pi$, isto é, quando $t = \frac{2 \cdot \pi}{\omega}$. A uma profundidade qualquer, z , varia com a função $\text{sen}((\omega \cdot t) - \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}} \cdot z)$, ou seja, a função defasada cumpre um período completo quando $(\omega \cdot t) - \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}} \cdot z = 2 \cdot \pi$, isto é, $t = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} + \frac{1}{\omega} \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}} \cdot z$. Logo a defasagem φ entre as ondas na superfície e na profundidade z , é dada por:

$$\varphi = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} - \left(\frac{2 \cdot \pi}{\omega} + \frac{1}{\omega} \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}} \cdot z \right) = -\sqrt{\frac{1}{2\alpha \cdot \omega}} \cdot z. \quad (2.47)$$

A onda térmica é exponencialmente amortecida mediante o fator $e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}} \cdot z}$. Quando $z \rightarrow \infty$, $T \rightarrow T_0$ (temperatura média do solo), como era o esperado.

A análise da variação na densidade do fluxo de calor, tanto na superfície, como em qualquer profundidade do solo em decorrência dos gradientes térmicos que

se estabelecem, é determinada pela Eq. (2.5), ou seja:

$$q_z'' = -k \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right).$$

Derivando a Eq. (2.46) em relação a profundidade z , obtém-se a expressão do fluxo térmico no solo, em função da profundidade e do tempo:

$$q_z'' = k \cdot \theta_0 \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \alpha}} \cdot e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \alpha}} \cdot z} \cdot \left[\cos \left(\omega \cdot t - \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \alpha}} \cdot z \right) + \text{sen} \left(\omega \cdot t - \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \alpha}} \cdot z \right) \right].$$

Usando relações trigonométricas pode-se reorganizar a equação anterior, da seguinte forma:

$$q_z'' = k \cdot \theta_0 \cdot \sqrt{\frac{\omega}{\alpha}} \cdot e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \alpha}} \cdot z} \cdot \left[\text{sen} \left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{4} \right) \right]. \quad (2.48)$$

Quando $z = 0$ (superfície do solo), pode-se observar que o fluxo térmico é dado por:

$$q_z'' = k \cdot \theta_0 \cdot \sqrt{\frac{\omega}{\alpha}} \cdot \left[\text{sen} \left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{4} \right) \right]. \quad (2.49)$$

Assim, ele se dirige alternadamente para dentro e para fora da superfície, com a mesma frequência e defasado em relação à variação da distribuição da temperatura. Essa defasagem é dada por $\frac{-\pi}{4 \cdot \omega}$.

Deve-se observar que o fluxo de calor em relação a profundidade z ocorre na direção da temperatura decrescente. A Fig. 2.7 (Fonte: [4]) mostra a variação do fluxo térmico com a profundidade no solo, para um dado tempo t da distribuição.

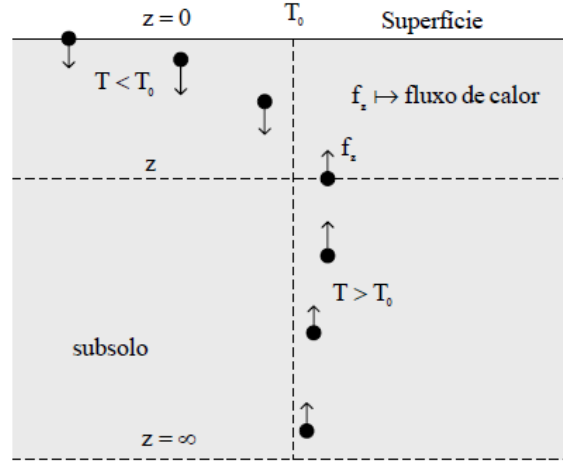


Figura 2.7: Fluxo térmico do solo (Vaz, 2011)

A utilização do solo como um meio semi-infinito produz análises bastante acuradas dos gradientes térmicos decorrentes das variações periódicas de temperaturas. Características dos ciclos diários ou anuais podem ser avaliados, em termos de ondas térmicas, pela Eq. (2.46).

Determinada a amplitude da onda de temperatura, é possível estabelecer a profundidade mínima a partir do qual os gradientes térmicos não são importantes e podem ser desconsiderados. Para ilustrar com um exemplo, supõe-se que a variação de temperatura com a amplitude seja igual a uma fração η de 10% ($\eta = 10\%$). Sabendo-se que a amplitude da onda de temperaturas é dada pela expressão :

$$\Theta = \theta_0 \cdot e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \alpha}} \cdot z}, \quad (2.50)$$

então a profundidade mínima Z_{min} , na qual a amplitude estará reduzida a uma fração η da amplitude inicial é dada por:

$$\frac{\Theta}{\theta_0} = \frac{\theta_0 \cdot e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \alpha}} \cdot Z_{min}}}{\theta_0} = \eta \Rightarrow Z_{min} = -\sqrt{\frac{2 \cdot \alpha}{\omega}} \cdot \ln(\eta) \quad (2.51)$$

ou seja,

$$Z_{min} = -\sqrt{\frac{2 \cdot \alpha}{\omega}} \cdot \ln(\eta) \quad (2.52)$$

Capítulo 3

Modelagem Matemática

Neste capítulo, apresenta-se a modelagem matemática que descreve os fenômenos de transporte que ocorrem nos trocadores de calor solo-ar em estudo. O domínio computacional considerado é apresentado na Fig. 3.1.

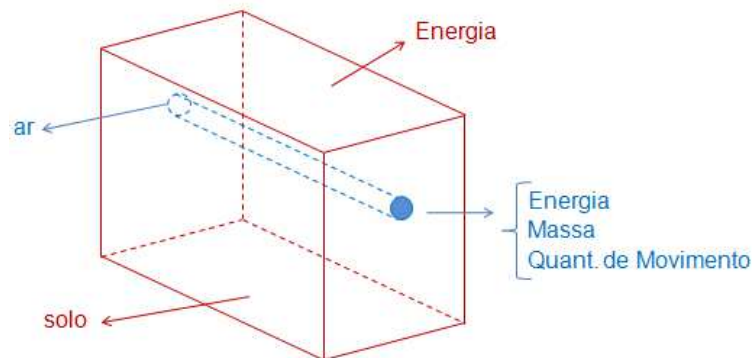


Figura 3.1: Domínio computacional

O modelo matemático para avaliar a difusão do calor no solo é descrito apenas pela equação da energia. Para analisar o movimento do ar no interior dos dutos, são utilizados os princípios de conservação de massa (expresso pela equação da continuidade) e da quantidade de movimento (representado pela equação de Navier-Stokes) e energia. Além disso, quando o escoamento é turbulento, necessita-se da resolução de equações de transporte das tensões de Reynolds, pois isso torna possível a solução do problema do fechamento, o qual ocorre pela presença de novas variáveis

na formulação matemática (flutuações dos campos de velocidades e temperaturas médias no tempo) e a manutenção do mesmo número de equações [4].

3.1 Conservação da massa

A equação de conservação da massa [27, 28], ou equação da continuidade é uma das leis fundamentais da Mecânica Clássica e estabelece que a massa se conserva, ou seja, a taxa de acumulação de massa num volume de controlo é igual à massa que entra menos a massa que sai. Se o fluido for incompressível, então a massa que entra é igual à massa que sai. Podendo ser escrita em sua forma mais geral, para escoamentos compressíveis e incompressíveis, pela expressão a seguir:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = S_m, \quad (3.1)$$

onde ρ é a massa específica do fluido (kg/m^3), \vec{v} é o vetor velocidade do escoamento (m/s), S_m (kg/m^3s) é um termo de fonte. O parâmetro t representa o tempo.

Como no problema em estudo o escoamento é incompressível, então $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$. Além disso, não há fontes de massa ($S_m = 0$). Assim, a equação da conservação da massa é representada apenas por:

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0. \quad (3.2)$$

3.2 Conservação da quantidade de movimento

A conservação de quantidade de movimento são descritos pelas equações de Navier-Stokes que foram derivadas inicialmente por M. Navier em 1827 e por S.D. Poisson em 1831, baseando-se num argumento envolvendo considerações de forças intermoleculares. Mais tarde as mesmas equações foram derivadas sem o uso de nenhuma dessas hipóteses por B. de Saint Venant em 1843 e por G.G. Stokes em 1945. As equações de Navier-Stokes oferecem uma descrição verdadeira do movimento de um fluido. Suas derivações foram baseadas na hipótese de que

as tensões normais e cisalhantes são funções lineares da taxa de deformação, em conformidade com a mais antiga lei da viscosidade de Newton.

A conservação da quantidade de movimento [28, 27] para um sistema de coordenadas cartesianas pode ser descrito pela equação a seguir:

$$\frac{\partial \rho \overline{\vec{v}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \overline{\vec{v}} \overline{\vec{v}}) = -\nabla \overline{p} + \nabla \cdot (\overline{\vec{\tau}}) + \rho \overline{\vec{g}} + \overline{\vec{F}} \quad (3.3)$$

onde p é a pressão estática do fluido (N/m^2), $\rho \overline{\vec{g}}$, é a força do campo gravitacional, por unidade de volume (N/m^3); $\overline{\vec{F}}$, representa as forças de corpos externas, por unidade de volume, (N/m^3); e $\overline{\vec{\tau}}$, é o tensor de tensões viscosas relacionadas às forças de superfície em um elemento infinitesimal de fluido (N/m^2), que é definido por:

$$\overline{\vec{\tau}} = \mu \left[(\nabla \overline{\vec{v}} + \nabla \overline{\vec{v}}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \overline{\vec{v}} I \right], \quad (3.4)$$

onde μ é a viscosidade molecular (kg/ms) e I é um tensor unitário. O segundo termo representa as tensões desviadoras e estão relacionadas com a dilatação volumétrica do fluido, assim, em um escoamento incompressíveis este termo pode ser desprezado.

Como no problema em estudo a convecção é forçada ($\rho \overline{\vec{g}} = 0$) e não há força de campo ($\overline{\vec{F}} = 0$), a Eq. (3.3) é dada por:

$$\frac{\partial \rho \overline{\vec{v}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \overline{\vec{v}} \overline{\vec{v}}) = -\nabla \overline{p} + \nabla \cdot (\overline{\vec{\tau}}). \quad (3.5)$$

Além disso, visto que o escoamento é incompressível, o tensor de tensões viscosas é representado apenas por:

$$\overline{\vec{\tau}} = \mu [(\nabla \overline{\vec{v}} + \nabla \overline{\vec{v}}^T)]. \quad (3.6)$$

3.3 Conservação da energia

Em física, a lei ou princípio da conservação de energia estabelece que a quantidade total de energia em um sistema isolado permanece constante.

A equação da conservação de energia [27, 28] é descrita pela equação a seguir:

$$\frac{\partial \rho \overline{h}}{\partial t} + \nabla [\overline{\vec{v}} (\rho \overline{h})] = \nabla \cdot [k_{eff} \nabla \overline{T}]. \quad (3.7)$$

Aqui, h é a entalpia específica (J/kg), definida por:

$$h = \int_{T_{ref}}^T c_p dT, \quad (3.8)$$

onde c_p , é o calor específico (J/kgK) e T_{ref} , é uma temperatura em um estado termodinâmico de referência ($T_{ref} = 298,15K$). Por fim, a condutividade efetiva, k_{eff} (W/mk), é dada por $k + k_t$, onde k_t , é a condutividade térmica turbulenta, definida de acordo com o modelo de turbulência adotado.

3.4 Modelagem da turbulência

A modelagem clássica de escoamentos é baseada nas leis de conservação de massa, energia e quantidade de movimento em um meio contínuo. Contudo, a grande maioria dos problemas de interesse da engenharia são representados por escoamentos turbulentos, com isso, os sistemas de equações resultantes possuem soluções exatas apenas para um número reduzido de problemas simples, após a introdução de hipóteses simplificadoras, que, geralmente, as desviam demasiadamente das aplicações reais.

É possível obter uma solução independente de parâmetros empíricos, através da solução direta das equações de Navier- Stokes para todas as escalas de turbulência. Como escoamentos turbulentos são sempre tridimensionais e transientes, com a presença de estruturas turbilhonares em uma larga faixa de escalas de comprimento e tempo, as soluções numéricas requerem níveis de armazenamento muito elevados. Além disso, em diferentes métodos numéricos, para representar todas as escalas dos escoamentos são requeridas malhas bastante refinadas e uso de esquemas numéricos de discretização com erros de truncamento pequenos (truncamento na 4^a, 5^a e as vezes até 6^a ordem) [29]. Devido a essas dificuldades, têm sido utilizados modelos de turbulência avaliados experimentalmente, nos quais o nível de precisão depende, essencialmente, da validade das hipóteses utilizadas [4].

Neste estudo, para a simulação da distribuição de temperaturas do ar escoando nos dutos dos trocadores de calor solo-ar foi utilizado o modelo das tensões

de Reynolds (RMS). Este modelo pertence ao grupo dos modelos clássicos de turbulência que propõem analisar uma média temporal das equações de conservação que modelam os escoamentos, sendo as variáveis do problema (velocidade, pressão e temperatura) decompostas em uma parcela média e outra flutuante no tempo [4, 30, 31]. Cabe salientar que no solo foi resolvida somente a equação da energia. O conjunto completo de equações, bem como o modelo de turbulência, são resolvidos somente para a região dos dutos.

3.4.1 Modelagem Clássica da Turbulência

A modelagem clássica da turbulência consiste em realizar uma média temporal sobre as equações de conservação que modelam os escoamentos, sendo as variáveis do problema (velocidade, temperatura e pressão) decompostas em uma parcela média e outra flutuante no tempo [30, 25]. Quando se aplica o operador média temporal sobre as equações de conservação do problema são originadas novas incógnitas devido as não linearidades do modelo, ou a parcela advectiva da equação do transporte de quantidade de movimento.

Esses novos termos são denominados: tensões de Reynolds, para a equação de conservação de quantidade de movimento, e fluxos turbilhonares de energia, para a equação de conservação da energia. Eles contribuem na determinação dos campos turbulentos médios. Contudo, o número de equações de conservação permanece o mesmo e passa-se a ter mais incógnitas do que equações, dando origem ao problema do fechamento.

Segundo [30], esse tipo de abordagem é aplicável para escoamentos estacionários ou que contenham pequenas variações no tempo, conforme ilustra a Fig. 3.2 (extraída de [25]). Para a obtenção das variáveis temporais médias, é necessário integrar a variável instantânea sobre longos intervalos de tempo. Nos escoamentos estacionários, o período de tempo (T) deve ser muito maior do que o das flutuações de velocidades ou temperaturas ($T1$), $T \gg T1$, conforme ilustra a Fig. 3.2a). Nos escoamentos com pequenas variações temporais, além do período de integração (T)

ser muito maior do que o das flutuações das variáveis (T_1), também deve ser muito menor do que as escalas de tempo características das pequenas variações temporais, que não são associadas com a turbulência do escoamento (T_2), $T_1 \ll T \ll T_2$, conforme ilustra a Fig. 3.2b).

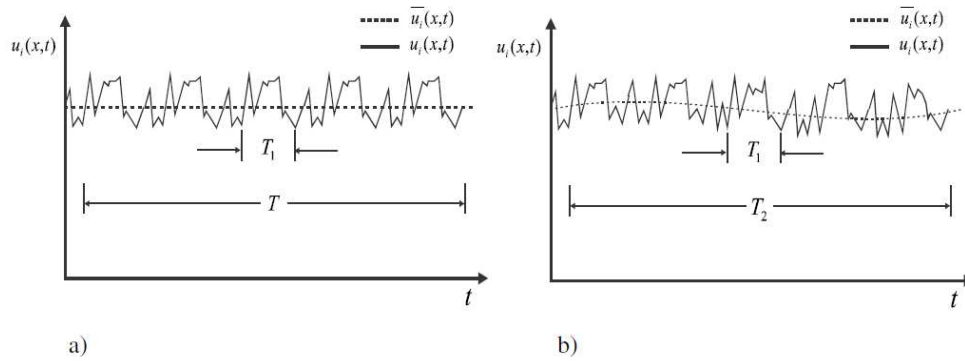


Figura 3.2: Média temporal do campo instantâneo de uma variável para um escoamento: a) estacionário, b) não estacionário com pequenas variações (Santos, 2011)

Com o objetivo de solucionar o problema do fechamento surgiram os modelos de turbulência, que consistem em introduzir novas equações para a modelagem dos termos adicionais nas equações de conservação da quantidade de movimento e energia. Estes modelos podem ser classificados em modelos dependentes ou independentes do conceito de viscosidade turbulenta de Boussinesq [25]. Em ambos os grupos é necessário obter equações de transporte adicionais para o cálculo da viscosidade ou da difusividade turbulenta. Caso os conceitos de viscosidade/difusividade turbulenta não sejam usados, ainda é necessário efetuar um fechamento alternativo das equações médias de Reynolds.

Os modelos que dependem da viscosidade turbulenta são classificados conforme o número de equações diferenciais de transporte adicionais que necessitam ser resolvidas [25].

Em geral, estes modelos apresentam falhas na previsão de escoamentos afastados da condição de equilíbrio local e necessitam de uma grande quantidade de constantes ajustáveis para diversos tipos de escoamentos de base a serem simulados.

Alguns exemplos onde estes modelos podem apresentar dificuldade de predição são escoamentos sobre superfícies curvas, em dutos de secção transversal não circular e sob o efeito de forças de campo [25].

Os modelos para o transporte das tensões de Reynolds são mais universais do que os modelos dependentes da viscosidade turbulenta [30, 25]. No entanto, estes modelos impõem uma dificuldade maior, do ponto de vista do tempo computacional e convergência numérica, devido a inserção de mais seis equações de transporte.

Uma vantagem dos modelos clássicos com relação as outras abordagens é a necessidade de discretizações espaciais e temporais bem menos refinadas, reduzindo sensivelmente o esforço computacional.

Uma abordagem mais detalhada sobre a modelagem estatística clássica da turbulência, seus principais modelos, aplicações a diversos escoamentos de base e equacionamentos das equações de transportes são descritos de forma mais específica em [30].

3.4.2 Modelo das Tensões de Reynolds

O modelo das tensões de Reynolds (RSM) é um dos mais completos fornecidos pelo software FLUENT [32]. O modelo RSM resolve o problema do fechamento através do cálculo da média de Navier-Stokes, resolvendo equações de transporte para as tensões de Reynolds, juntamente com uma equação para a taxa de dissipação [32, 28].

O Modelo RSM leva em consideração curvaturas, redemoinhos, rotações e rápidas mudanças na taxa de deformação. Ele tem maior potencial para dar previsões mais precisas para fluxos complexos. No entanto, isto é limitado pelas hipóteses de fechamento empregadas para vários termos do modelo de equações de transporte das tensões de Reynolds. A modelagem dos termos das taxas de pressão-deformação e dissipação é particularmente desafiador, e muitas vezes considerado como responsável por comprometer a precisão das previsões dada por RSM [32, 28].

O RSM nem sempre produz resultados claramente superiores aos modelos

mais simples para todas as classes de fluxos justificando o seu custo computacional. No entanto, a utilização do RSM é importante quando as características do fluxo de interesse resultam da anisotropia nas tensões de Reynolds. O RSM é bastante utilizado na modelagem de fluxos de ciclones, fluxos altamente turbilhonarios em câmaras de combustão, e nos escoamentos em dutos [32].

A forma das equações de transporte das tensões de Reynolds pode ser derivada da equação da quantidade de movimento. Este é um processo em que as equações da quantidade de movimento são multiplicadas por uma propriedade desconhecida, o produto deste será a média de Reynolds. Infelizmente, muitos dos termos na equação são desconhecido e hipóteses simplificativas são necessárias a fim de fechar as equações [32, 28].

3.4.2.1 Equação de transporte das tensões de Reynolds

As equações de transporte das tensões de Reynolds, $\overline{\rho u'_i u'_j}$, podem ser escritas da seguinte forma:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} + \overline{u_k} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_k} = - \left(\tau_{ik} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} + \tau_{jk} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \right) - \frac{\partial}{\partial x_k} C_{ijk} + \Pi_{ij} - \varepsilon_{ij} + \nu \nabla^2 \tau_{ij} \quad (3.9)$$

onde C_{ijk} corresponde ao termo de difusão, Π_{ij} a deformação da pressão e ε_{ij} a dissipação. Estes termos podem ser escritos da seguinte forma:

$$\Pi_{ij} = \frac{p'}{\rho} \overline{\left(\frac{\partial u'_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right)} \quad (3.10)$$

$$\varepsilon_{ij} = 2\nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}} \quad (3.11)$$

$$C_{ijk} = \overline{u'_i u'_j u'_k} + \frac{1}{\rho} \left(\overline{p' u'_i} \delta_{jk} + \overline{p' u'_j} \delta_{ik} \right) \quad (3.12)$$

A correlação da difusão de terceira ordem, C_{ijk} , pressão Π_{ij} e taxa de dissipação ε_{ij} precisam ser modelados para fechar o conjunto de equações governantes. A difusão turbulenta é modelada em Lien e Leschziner [33] por $\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_k} \right)$, onde $\tau_k = 0,82$ e a viscosidade turbulenta, μ_t , estimada a partir do k e ε com $C_\mu = 0,09$.

O modelo quadrático da pressão proposto por Speziale et al. [34], o qual é conhecido por melhorar a precisão do fluxo de campo com curvatura alongada, tem sido utilizado para modelar o termo de tensor da pressão do RSM.

O mesmo procedimento usado para o transporte dos tensores de Reynolds é utilizado para o fluxo de calor turbulento (q_j), isto é, uma equação de transporte adicional para q_j é necessário e esta equação irá dar origem a novos termos de segunda e terceira ordem que precisam ser modelado.

Uma abordagem mais detalhada sobre a modelagem destes termos da equação do transporte das tensões de Reynolds e suas hipóteses simplificativas são descritas de forma mais específica em [32, 28].

Capítulo 4

Modelagem Numérica

Atualmente, o desenvolvimento dos computadores de alta velocidade, bem como sua capacidade de processamento e armazenamento, proporcionou um aumento significativo do emprego de técnicas numéricas para a solução de problemas complexos de engenharia [27]. Isso estimulou também um aumento do interesse de pesquisadores e usuários em simulações numéricas.

A utilização de simulação numérica para analisar escoamento de fluidos, transferência de calor e demais fenômenos associados é conhecida como Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) (a sigla usual é advinda do inglês: *Computational Fluid Dynamics*) [28]. A aplicação de modelos de CFD pressupõe vantagens, entre as quais se destacam: a redução significativa de tempo e de custos em novos projetos; capacidade de estudar sistemas onde análises experimentais são complexas; e o alto nível de detalhes nos resultados. Os softwares comerciais apresentam uma interface sofisticada aos usuários, facilitando a definição e a análise dos resultados. Por outro lado existe também as desvantagens, como a inibição do desenvolvimento de novos modelos. Em turbulência e radiação térmica em meios participantes, a necessidade do desenvolvimento de novos modelos é bastante comum.

As simulações numéricas são divididas em três etapas principais: o pré-processamento, a solução (processamento) e pós-processamento.

Pré-processamento: é a etapa onde são realizados a definição do pro-

blema físico, a imposição das condições de contorno do problema, a geometria de interesse (domínio computacional), e a discretização do domínio em subdomínios finitos (geração da malha).

Processamento: etapa de solução do problema. Para resolver numericamente as equações diferenciais parciais associadas, é bastante usual a utilização de métodos tradicionais, como: os Métodos de Diferenças Finitas (MDF) [35], os Métodos de Volumes Finitos (MVF) [28, 27] e os Métodos de Elementos Finitos (MEF) [36, 37], ou combinações desses [38].

Pós-processamento: é a apresentação dos resultados, é nesta etapa onde os pacotes CFD geralmente estão equipados com bastantes ferramentas gráficas que auxiliam a visualização dos resultados.

Este trabalho utiliza para a etapa de pré-processamento os softwares GAMBIT e FLUENT, sendo que este último também é utilizado para o processamento e o pós-processamento. Estes softwares possibilitam a solução numérica transiente do modelo matemático formulado para a determinação da distribuição de temperatura do ar que escoar nos trocadores de calor solo-ar e do solo no entorno dos dutos.

O GAMBIT permite a construção e discretização de modelos CFD e outras aplicações. Ele auxilia nas etapas de construção (geometria), discretização (geração da malha) e definição dos diferentes tipos de regiões do modelo [4].

O FLUENT é um software baseado no MVF, e permite a modelagem de escoamento de fluídos e de transferência de calor em domínios computacionais complexos, usando malhas estruturadas e/ou não estruturadas. Seu código é compatível com malhas do tipo bidimensionais (triângulos / quadriláteros / híbridas) e tridimensionais (tetraedros / hexaedros / pirâmides / híbridas) [4].

A escolha do MVF é motivada pelo fato que estes métodos satisfazem princípios de conservação em níveis discretos, isto é, as equações aproximadas representam a conservação de massa, quantidade de movimento e energia, em nível de volumes finitos. Isso evita o surgimento de fontes ou sumidouros dessas quantidades [27].

4.1 Métodos de Volumes Finitos

Para aproximar a solução analítica de equações diferenciais, diferentes métodos numéricos seguem a filosofia de substituir as derivadas existentes por expressões algébricas mais simples, resultantes, por exemplo, de teoremas de interpolação ou, em muitos casos, diretamente do teorema de Taylor [27, 35, 38, 39]. Com isso, usualmente, a solução passa a ser buscada em um número finito de pontos no domínio, o que conduz a sua discretização ou particionamento em malhas.

A Fig. 4.1 exemplifica a tarefa de um método numérico que transforma uma equação diferencial, definida no domínio D , em um sistema de equações algébricas. Quando os métodos são convergentes, o aumento no número de pontos discretos (refinamento da malha) conduz a uma melhoria da aproximação, porém, isso aumenta os esforços computacionais para a solução.

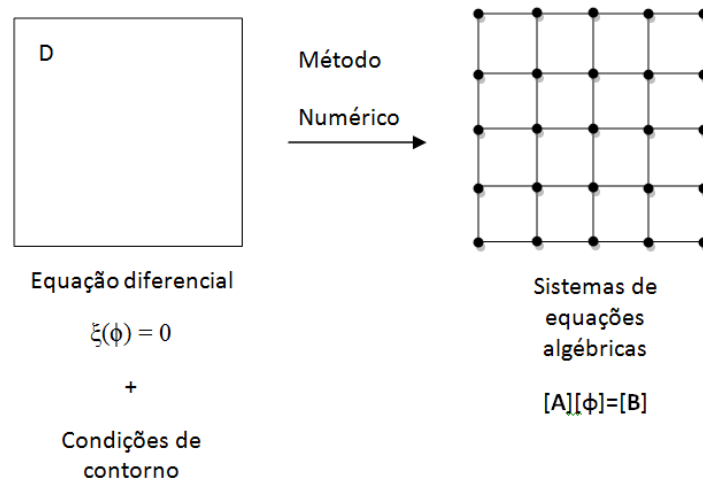


Figura 4.1: Método numérico

O MVF satisfaz a conservação de propriedades em nível de volumes elementares. Há duas maneiras de encontrar equações aproximadas no MVF. A primeira é a realização de balanços da propriedade em questão nos volumes elementares, ou volumes finitos, e a segunda é integrar sobre o volume elementar, no espaço e no tempo, as equações na forma conservativa [27].

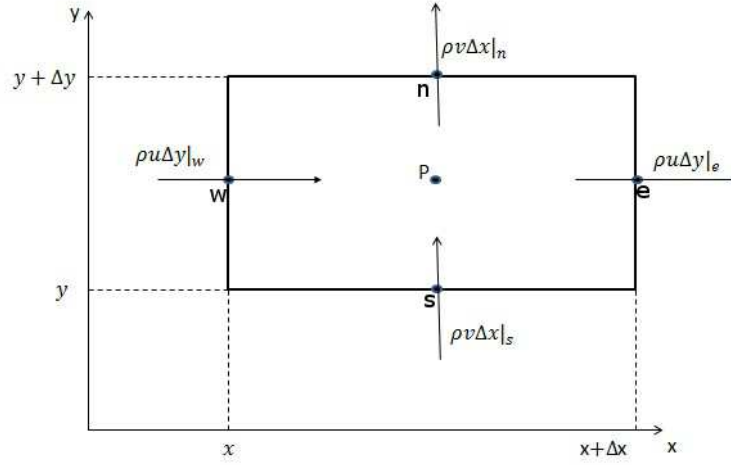


Figura 4.2: Volume elementar para balanço de conservação

Para ilustrar a conexão entre as equações aproximadas usando o MVF e as equações diferenciais na forma conservativa, considera-se o volume elementar bidimensional mostrado na Fig. 4.2. Neste volume elementar, o balanço de massa é dado por:

$$\dot{m}_e - \dot{m}_w + \dot{m}_n - \dot{m}_s = 0, \quad (4.1)$$

onde \dot{m} é a vazão mássica, e as letras minúsculas e , w , n e s representam as faces leste, oeste, norte e sul, respectivamente, do volume de controle na discretização numérica.

Em termos das velocidades, para o volume elementar no sistema cartesiano, tem-se:

$$\rho u \Delta y|_e - \rho u \Delta y|_w + \rho v \Delta x|_n - \rho v \Delta x|_s = 0, \quad (4.2)$$

onde ρ é a massa específica (kg/m^3), u e v representam as componentes horizontal e vertical da velocidade (m/s), respectivamente. As dimensões do volume são dadas por Δx e Δy .

Dividindo a Eq. (4.2) por $\Delta x \Delta y$, resulta em:

$$\frac{\rho u|_e - \rho u|_w}{\Delta x} + \frac{\rho v|_n - \rho v|_s}{\Delta y} = 0. \quad (4.3)$$

No limite, quando Δx e Δy tendem a zero, chega-se a forma diferencial

conservativa da conservação da massa, isto é:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (4.4)$$

Para obter a aproximação numérica da equação da conservação da massa infinitesimal, é preciso integrar a equação anterior no volume elementar mostrado na Fig. 4.2. Assim,

$$\int_w^e \int_s^n \left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \right] dx dy = 0, \quad (4.5)$$

isto é:

$$\int_s^n [\rho u|_e - \rho u|_w] dy + \int_w^e [\rho v|_n - \rho v|_s] dx = 0. \quad (4.6)$$

Considerando que o fluxo de massa avaliado no meio da face do volume de controle é representado pela média da variação na face, pode-se escrever

$$\rho u \Delta y|_e - \rho u \Delta y|_w + \rho v \Delta x|_n - \rho v \Delta x|_s = 0 \quad (4.7)$$

que é exatamente a mesma Eq. (4.2), obtida da realização do balanço de massa. Essa equação pode ser também escrita como:

$$\dot{m}_e - \dot{m}_w + \dot{m}_n - \dot{m}_s = 0 \quad (4.8)$$

A Eq. (4.2) pode servir como uma equação aproximada (discreta) para o volume P da Fig. 4.2. Portanto, pode-se observar que a integração na forma conservativa da equação diferencial é equivalente a fazer o balanço. Realizando o balanço, ou a integração, de todos os volumes elementares, obtém-se um sistema de equações algébricas, tendo uma equação para cada volume. A preferência em se obter a função aproximada integrando-se a equação diferencial vem do fato de que nem todos os balanços são tão fáceis de deduzir como foi o da conservação da massa.

A seguir, o método dos volumes finitos é mostrado usando o sistema de equações governantes do modelo descrito no Capítulo 3 que são as equações da conservação da massa Eq. (3.1), da quantidade de movimento Eq. (3.3) e energia Eq. (3.7).

Para simplificar a descrição da aplicação do modelo numérico no FLUENT, as equações de transporte de massa, quantidade de movimento e energia são apresentadas na forma geral [27, 25]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\bar{\varphi}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\bar{v}_i\bar{\varphi}) = \frac{\partial}{\partial x_i}(\Gamma^\varphi \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial x_i}) + S^\varphi \quad (4.9)$$

onde φ é o escalar que está sendo transportado, Γ^φ é o coeficiente de difusão e S^φ é o termo fonte ou sumidouro por unidade de volume. Os termos relacionados com o escalar φ são mostrados na Tabela 4.1 para cada equação de conservação.

Tabela 4.1: Valores usados na Eq. (4.9)

Equação da Conservação	φ	Γ^φ	S^φ
Massa	1	0	0
Quantidade de movimento	\bar{v}_i	μ_{eff}	$-\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} \delta_{ij} + \rho \bar{g} + \bar{F}$
Energia	h	k_{eff}	S_h

Desta forma a Eq. (4.9) representa a equação da conservação de massa quando $\varphi = 1$, $\Gamma^\varphi = 0$ e $S^\varphi = 0$. As equações da conservação da quantidade de movimento e energia seguem a Tab. 4.1.

Integrando ao longo do tempo as equações governantes de cada volume de controle (V_c), para um passo de tempo de Δt , a equação de transporte, Eq. (4.9), na forma integral é dada por:

$$\int_{V_c} \left(\int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t}(\rho\bar{\varphi}) dt \right) dV + \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_A \mathbf{n} \cdot (\rho\bar{u}\bar{\varphi}) dA \right) dt = \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma\nabla\bar{\varphi}) dA \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{V_c} S^\varphi dV dt,$$

onde \bar{u} é o vetor do campo de velocidades, \mathbf{n} é o vetor unitário normal à superfície do volume de controle V_c .

Discretizando a equação anterior para cada volume de controle, segundo [32], resulta em:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\bar{\varphi})V_c + \sum_f^{N_f} \rho_f u_i|_f \varphi_f A_f = \sum_f^{N_f} \Gamma_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \Big|_f n_{fi} A_f + S_\varphi V_c \quad (4.10)$$

onde N_f é o número de faces que compõem o volume de controle, φ_f é a variável obtida na face f , e $u_i|_f$ é o campo de velocidade na direção i obtida na face f , A_f é a área da face f e n_{fi} é o vetor unitário normal a face f . O primeiro termo do lado esquerdo da Eq. (4.10) representa o termo transiente, sendo necessário fazer algumas considerações quanto a evolução das variáveis das células (volumes) vizinhas em função do tempo. No presente trabalho foi empregado um esquema de avanço temporal implícito que será posteriormente apresentado.

A equação discretizada do transporte escalar, Eq. (4.10), é usada para obter as variáveis escalares desconhecidas φ no centro da célula P (φ_P) assim como os valores das incógnitas φ nas células vizinhas, φ_E , φ_W , φ_N e φ_S (para um domínio bidimensional). apesar da não linearidade desta equação com respeito as variáveis das células vizinhas, é possível escrevê-la na seguinte forma linear:

$$a_P \varphi_P = \sum_{nb} a_{nb} \varphi_{nb} + b \quad (4.11)$$

Na Eq. (4.11) o subíndice nb refere-se as células vizinhas, a_P é o coeficiente principal, a_{nb} são os coeficientes das células vizinhas (E, W, N e S) e b contabiliza o termo fonte e o produto entre os coeficientes e as variáveis escalares no ponto P no passo de tempo anterior. De acordo com [25] os coeficientes a_P , a_{nb} e b mudam conforme a função interpoladora usada (upwind, power-law, QUICK entre outros) e também pode variar de acordo com a linearização do termo fonte de cada equação.

4.2 Tratamento dos Termos Advectivos

Como é bem conhecido na literatura, escoamentos advectivo-dominantes possuem grandes instabilidades numéricas [27, 38] quando se adotam discretizações por diferenças finitas centrais no tratamento dos termos advectivos. As soluções frequentemente apresentam oscilações espúrias nos campos de velocidades, pressão e temperaturas. Estas oscilações podem ser reduzidas empregando um maior refinamento de malha. No entanto, não é possível empregar este tipo de refinamento a

problemas reais devido ao elevado esforço computacional [27, 25]. Em função disso, foram desenvolvidas técnicas para abordagem deste problema.

No MVF as oscilações numéricas geradas ocorrem devido à negatividade dos coeficientes dos termos advectivos das equações de conservação, que ocorre quando é utilizada uma discretização por diferenças finitas centrais (não satisfação do critério de Scarborough) [25]. Uma forma de evitar isso é através do emprego de outra aproximação para os termos advectivos nas faces dos volumes de controle [27].

No presente trabalho, foi usado o esquema de advecção upwind, nos termos advectivos. Neste esquema a direção do escoamento é levada em consideração para a realização do cálculo do valor de uma determinada variável (velocidade, temperatura) na face do volume finito. Além disso, a positividade dos coeficientes dos termos advectivos é sempre garantida, sendo geradas soluções numéricas ausentes de oscilações numéricas [25]. Outra vantagem da função de interpolação upwind é a simplicidade de sua aplicação em algoritmos de CFD.

No esquema de advecção upwind de primeira ordem, o valor de φ_f na interface é igual ao valor da célula que está a montante da face [25, 27]. Por exemplo, se a velocidade principal do escoamento ocorre na direção, conforme ilustra a Fig. 4.3 (Fonte: [25]), a variável φ_e (na face leste) será dada por:

$$\begin{aligned}\varphi_e &= \varphi_P \quad \text{se } F_e = (\rho v_1)_e > 0 \\ \varphi_e &= \varphi_E \quad \text{se } F_e = (\rho v_1)_e < 0\end{aligned}$$

Na face oeste:

$$\begin{aligned}\varphi_w &= \varphi_W \quad \text{se } F_e = (\rho v_1)_e > 0 \\ \varphi_w &= \varphi_P \quad \text{se } F_e = (\rho v_1)_e < 0\end{aligned}$$

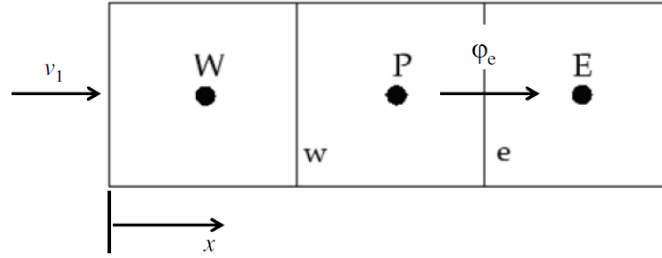


Figura 4.3: Obtenção de φ_f em uma face do volume de controle usando o esquema upwind

4.3 Discretização Temporal das Equações de Conservação

Para a análise de problemas transientes é necessário empregar algum esquema de integração no tempo, que podem ser classificados em implícitos, semi-implícitos e explícitos. Os esquemas implícitos são incondicionalmente estáveis e permitem um maior passo de tempo com relação aos demais. No entanto, para domínios de grande dimensão há uma grande dificuldade para o armazenamento na memória principal das matrizes completas do sistema, gerando um maior tempo de processamento para obtenção dos resultados da simulação [25, 40].

Por outro lado, os esquemas explícitos ocupam pouco espaço na memória central. Contudo, estes esquemas apresentam fortes restrições de estabilidade numérica, limitando o passo de tempo a ser adotado [25]. No presente estudo é usado o esquema de avanço temporal implícito.

Na formulação implícita, os valores das temperaturas que entram no cálculo do fluxo difusivo são tomados como médias dessas temperaturas no começo e no fim do intervalo de tempo. Segundo [27] o mais conhecido método dessa classe é o de Crank-Nicolson, em que a temperatura é tomada como média aritmética entre as temperaturas T_P^0 e T_P , como:

$$T_P^\theta = \theta T_P + (1 - \theta)T_P^0 \quad (4.12)$$

Basta observarmos $\theta \neq 0$ para que as equações fiquem acopladas, caracterizando a implicitude entre as mesmas.

Tomando $\theta = 0$, tem-se a formulação explícita, em que todas as temperaturas vizinhas a P são avaliadas no instante anterior e, portanto, já são conhecidas. É então possível explicitar a incógnita da equação T_P^θ em função de temperaturas vizinhas, todas conhecidas.

Como existe uma equação para cada ponto discreto e em cada uma dessas equações as temperaturas vizinhas são sempre no instante anterior, a formulação explícita dá origem a um conjunto de equações algébricas que podem ser resolvidas uma a uma, obtendo-se o valor da propriedade em cada ponto do espaço para cada nível de tempo. Como as equações, não são acopladas entre si, não há um sistema a resolver, somente um conjunto de equações. É importante mencionar que para esse caso, deve-se conhecer o valor da propriedade no começo e no fim do intervalo de tempo [27].

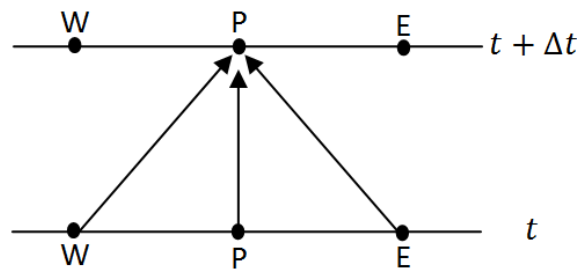


Figura 4.4: Conexões espacial e temporal do volume P - Explícita

Na formulação totalmente implícita, segundo Maliska [27], considera-se $\theta = 1$ todas as incógnitas estarão no mesmo nível de tempo, assim tem-se um sistema de equações algébricas a resolver. Se há interesse na solução transiente, então é importante resolver o problema com precisão a cada passo de tempo, ou seja, se um método iterativo está sendo utilizado, para a resolução do sistema, é necessário que os valores das incógnitas sejam iterados até que um critério de convergência seja satisfeito naquele passo de tempo.

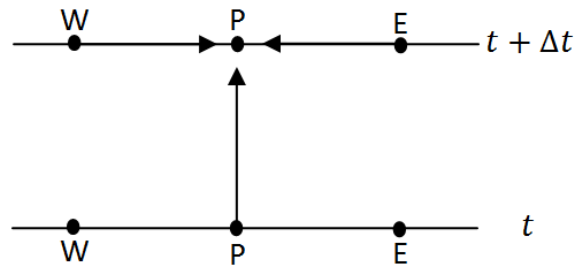


Figura 4.5: Conexões espacial e temporal do volume P - Totalmente implícito

Na formulação implícita, é admitido $0 < \theta < 1$, ou seja, será utilizada a função de interpolação no tempo representada pela Eq. (4.12), na qual será utilizado o valor da função no tempo atual e no tempo anterior, relacionadas pelos coeficientes θ e $1 - \theta$. Este tipo de solução também produzirá um sistema de equações algébricas.

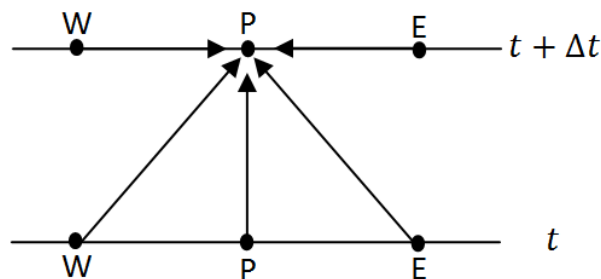


Figura 4.6: Conexões espacial e temporal do volume P - Implícita.

4.4 Acoplamento pressão-velocidade

No presente problema, para determinar as condições de troca de calor por convecção, resolvendo a equação da energia, o campo de velocidades não é conhecido e deve ser determinado simultaneamente com o campo de temperaturas. Assim, há dois problemas a serem resolvidos: o problema de mecânica dos fluidos e o de transferência de calor.

Os dois podem estar acoplados, como em problemas de convecção natural, ou quando as propriedades físicas variam com a temperatura; ou totalmente

desacoplados, quando a convecção forçada com propriedades físicas constantes for resolvida. Em qualquer dos casos muitas vezes o mais difícil a ser resolvido é o problema de mecânica dos fluidos, devido ao delicado acoplamento entre a pressão e a velocidade e as não linearidades presentes nas equações de conservação da quantidade de movimento linear, ou equação do movimento [27]. Outras vezes é a equação da energia que apresenta maior dificuldade de resolução por ser mais suscetível a fontes.

Como o acoplamento entre pressão e a velocidade causa dificuldades para solucionar o sistema de equações que descreve o escoamento, esta solução é obtida a partir de uma condição adicional, de acordo com o estabelecido em um campo de velocidades, que satisfaça e reformule a equação da continuidade.

O Fluent possui cinco algoritmos de acoplamento pressão-velocidade: SIMPLE, SIMPLEC, PISO, Coupled e Fractional Step. Todos utilizam o modelo de solução segregado para o sistema de equações, que devem ser resolvidos, com exceção do Coupled, que utiliza o modelo de solução acoplado [4].

Neste trabalho é utilizado o modelo Coupled, pois é um modelo robusto; tem um desempenho superior comparado a algoritmos de solução segregados; é indicado para escoamentos transientes quando a qualidade da malha é baixa ou quando são empregados grandes passos de tempo [4].

Conforme Maliska [27], a diferença entre esses métodos é que o solver acoplado resolve todas as incógnitas simultaneamente e para isso cria uma única matriz envolvendo todos os coeficientes, em contraposição ao solver segregado que resolve os sistemas lineares um a um, atualizando os coeficientes.

O solver acoplado começa com um passo de inicialização onde o software lê as condições iniciais e de contorno do problema (UDF's) na sequência que é executado o loop da solução (ver Fig. 4.7). Quando o loop de iteração da solução começa, o FLUENT resolve as equações governantes de continuidade, quantidade de movimento, e (onde apropriado) da energia, simultaneamente, como um conjunto, ou vetor, de equações. A pressão é obtida através da equação de estado.

O próximo passo é resolver as equações da turbulência, atualizar as propriedades e checar a convergência testando os resíduos definidos. Caso a solução convirja, o loop termina e passa para o próximo passo de tempo. Caso não ocorra a convergência o loop reinicia (ver Fig. 4.7). Neste estudo, as soluções foram consideradas convergidas quando os residuais para a massa, momento e energia entre duas iterações consecutivas foram inferiores a 10^{-6} .

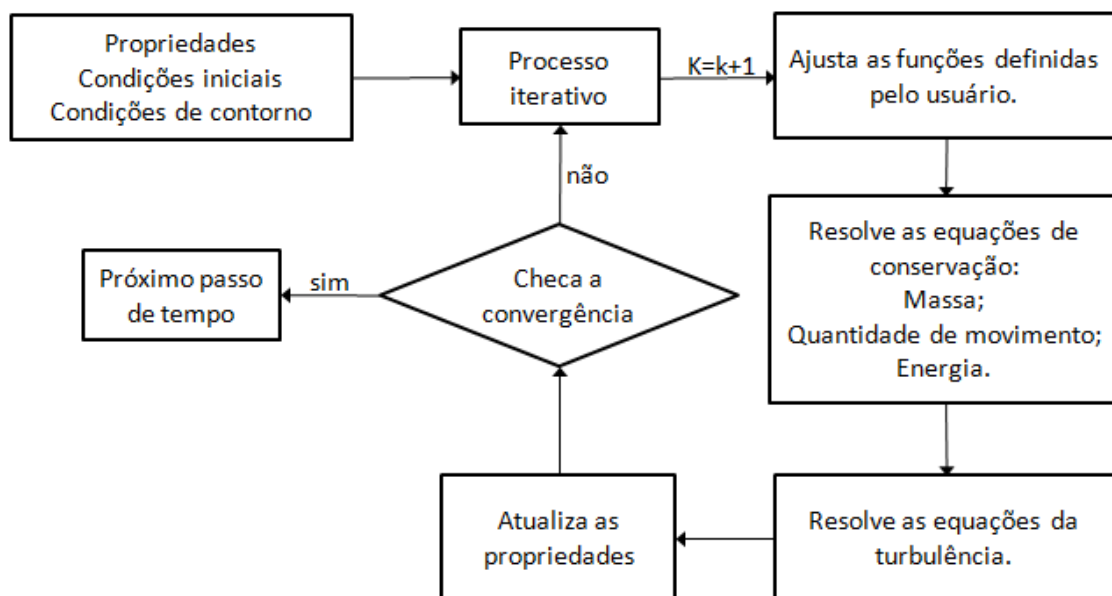


Figura 4.7: Procedimento para a solução do solver acoplado

Capítulo 5

Resultados

Neste capítulo são apresentados, discutidos, verificados e validados os modelos computacionais, bidimensionais e tridimensionais, desenvolvidos nesta pesquisa, para a análise do comportamento de TCSA. Além disso, inicialmente, o comportamento térmico do solo foi estudado numericamente, também através de modelos bidimensionais e tridimensionais, verificados e validados. Por fim, um estudo de caso avaliando a influência da profundidade de instalação de um TCSA foi realizado, mostrando a potencialidade dos modelos computacionais desenvolvidos.

Para todos os casos a seguir descritos o domínio computacional, construído para possibilitar a simulação numérica, foi desenvolvido no software Gambit. Para as etapas de processamento e pós-processamento foi utilizado no software Fluent.

5.1 Solo 2D

Para o domínio computacional foi criada uma malha bidimensional com o intuito de representar uma “plano” de solo possibilitando a análise do campo de temperaturas de acordo com a profundidade. O pressuposto é que os efeitos tridimensionais da distribuição do campo de temperatura no solo são mínimos. Em função disso, assumiu-se uma hipótese de bidimensionalidade do domínio. O domínio foi feito por um corte no solo, com área de $480m^2$, configurando a aresta superior

como sendo a superfície do solo (ver Fig. 5.1).

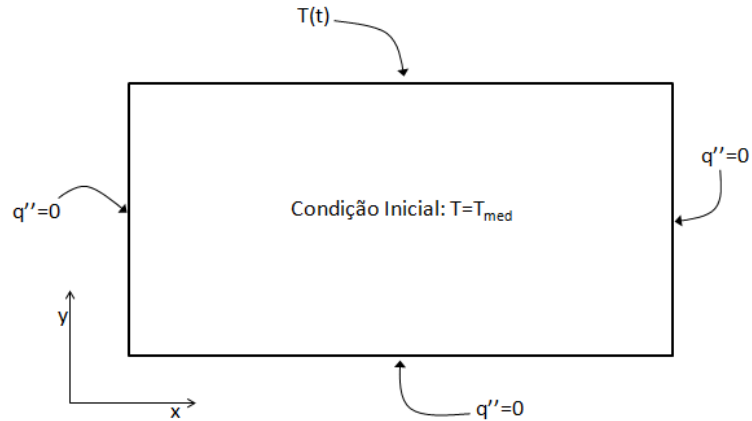


Figura 5.1: Domínio computacional

Considerou-se um solo argiloso e a discretização do modelo, foram usados volumes finitos quadriláteros. A malha utilizada para as simulações dividiu o solo em 7680 volumes finitos. Esta foi escolhida após um teste de independência de malha com precisão de 10^{-4} , comparando-se a temperatura do solo numa profundidade de 2m ao final de 2 anos, este teste será relatado posteriormente. Todas as simulações apresentadas neste trabalho consideram o intervalo de tempo de 2 anos, pois o 1º ano de simulação serve para a temperatura do solo estabilizar, no 2º ano de simulação são feitas as análises necessárias.

As condições de contorno foram: na superfície do solo foi adotado uma função periódica da temperatura que varia no tempo e nas outras arestas considerou-se $q'' = 0$. Para a condição inicial adotou-se a temperatura média do solo. As propriedades dos materiais podem ser visualizada na Tab. 5.1, estes valores foram obtidos no trabalho [4].

Tabela 5.1: Propriedades dos materiais

Componente	ρ (kg/m^3)	k (W/mK)	C_p (J/kgK)
solo	1.800	2,1	1.780

No Fluent, as condições de contorno podem ser definidas como constantes ou

como funções definidas pelo usuário. No primeiro caso, as informações são diretas, ou seja, insere-se, um por vez, os valores das condições de contorno para cada ponto, ou linha, ou superfície da fronteira. No segundo caso, é necessário criar uma UDF (*user defined functions*), ou seja, é preciso gerar um algoritmo em linguagem C com as funções definidas pelo usuário que representam as variações temporais das condições de contorno. Esta UDF deve ser incluída no Fluent. Para todos os modelos computacionais desenvolvidos nesta pesquisa, estas duas maneiras de imposição das condições de contorno foram empregadas.

Neste primeiro estudo foi definido uma função de periodicidade anual para variações de temperatura na superfície do solo. Esta função foi obtida de curvas ajustadas estatisticamente dos registros experimentais, de meia em meia hora, obtidos no estudo [4], através de técnicas de regressão não lineares, usando o método de mínimos quadrados. Esta metodologia é detalhada no Anexo I. A UDF utilizada encontra-se no Anexo II. A Eq. (5.1) descreve a temperatura da superfície do solo obtida através da metodologia encontrada no Anexo I. É importante destacar que a UDF é definida sempre a temperatura em K e o tempo em s , na Eq. (5.1) a temperatura esta em $^{\circ}C$ e o tempo em *dias*.

$$T = 18,7 + 6,28 * \text{sen}(0,0172t + 26,24). \quad (5.1)$$

Por simplicidade, o gradiente de temperatura foi desprezado nas arestas laterais do solo. A profundidade do domínio computacional foi definida com dimensão de 15m, o que é suficiente para que o solo não sofra variações significativas de temperatura, em decorrência da radiação solar incidente em sua superfície [4]. Sendo assim, as laterais e o fundo do domínio foram considerados isolados termicamente.

Como condição inicial do problema, foi usada, para todo o domínio, a temperatura média anual do solo, igual a $291,7K$ (aproximadamente $18,7^{\circ}C$). Como momento inicial da simulação, foi considerada a hora zero do dia primeiro de janeiro de 2007, como foi feito em [4]. Foram adotados ainda, na etapa de processamento do problema, um passo de tempo de $3600s$ (uma hora) e um máximo de 200 iterações, em laços de convergência, por passo de tempo.

Na etapa de processamento, o problema em estudo foi resolvido no Fluent, um estudo de refinamento de malha foi feito para as soluções obtidas pelos dois softwares utilizados nesse trabalho Gambit e Fluent. A geometria desenvolvida foi em 2D e pode ser observada na Fig. 5.2, onde o solo analisado tem profundidade de $15m$ e comprimento de $32m$. Nas condições de contorno, a temperatura superior do solo (“solo_sup”) é conhecida.

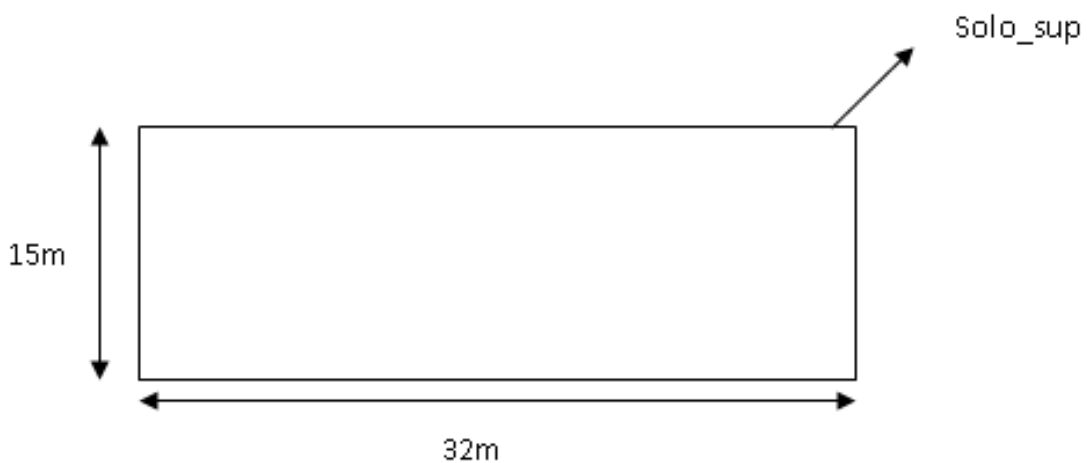


Figura 5.2: Geometria do Solo

O tamanho de malha apropriado foi determinada por refinamentos sucessivos, aumentando o número de elementos a partir do tamanho da malha atual para o tamanho da malha seguinte, até satisfazer o seguinte critério:

$$\left| \frac{T^j - T^{j+1}}{T^j} \right| \leq 1,5 \times 10^{-4} \quad (5.2)$$

onde T^j representa a temperatura numa profundidade de $2m$ no tempo de 2 anos, T^{j+1} significa a temperatura na mesma profundidade e mesmo espaço de tempo com uma malha mais refinada.

A Tabela 5.2 mostra os resultados, comparando as temperaturas na mesma profundidade das malhas com tamanho do intervalo de $0.5m$, $0.25m$ e $0.125m$.

Aqui, pode-se observar que a malha com tamanho do intervalo de $0,25m$ e 7680 elementos satisfaz o critério estabelecido, sendo assim foi utilizada nas simulações.

Tabela 5.2: Estudo de independência de malhas

Número de elementos	Tempo (s)	T^j	$\left \frac{T^j - T^{j+1}}{T^j} \right $
1920	$6,3072 \times 10^7$	292,6566	—
7680	$6,3072 \times 10^7$	292,6022	$1,85883 \times 10^{-4}$
30720	$6,3072 \times 10^7$	292,6384	$1,23717 \times 10^{-4}$

5.1.1 Verificação e Validação do modelo computacional 2D para o solo

Para verificação e validação do modelo 2D foram comparados os resultados numéricos obtidos com a solução analítica e dados experimentais, estes últimos encontrados na pesquisa de [4]. Na sequência do texto se descreve o uso da solução analítica obtida para a equação da difusão do calor no solo, Eq. (2.46), ajustada aos parâmetros do presente estudo, com a finalidade de traçar o perfil típico da temperatura no solo e verificar a simulação numérica.

Neste estudo, utiliza-se a equação proposta da seguinte forma:

$$T(z, t) = T_0 + 6,3e^{(-z\sqrt{\frac{w}{2\alpha}})} \text{sen} \left(w(t + D) - z\sqrt{\frac{w}{2\alpha}} \right), \quad (5.3)$$

onde T_0 é a temperatura média do solo, α é a difusividade térmica igual a $0,057m^2/dia$, w no modelo anual é igual a $\frac{2\pi}{365}$, t representa o tempo, z é a profundidade do solo e D o número de dias para que a temperatura na superfície do solo, primeiramente, iguale-se a temperatura média (65 dias).

A variação da temperatura no solo de Viamão foi monitorada no experimento em seis profundidades $0,05m$, $0,50m$, $1,00m$, $2,00m$ e $3,00m$. A temperatura média do solo nessas profundidades foi de $18,7^\circ C$.

A Figura 5.3 mostra a distribuição da temperatura do solo com a profundidade ao longo do ano. Pode-se notar que os resultados analíticos são muito similares aos resultados numéricos com uma diferença máxima em torno de $0,1\%$. À medida que a profundidade aumenta, pode-se observar também que a temperatura tende a temperatura média anual do solo de $18,7^\circ C$, como foi constatado experimentalmente

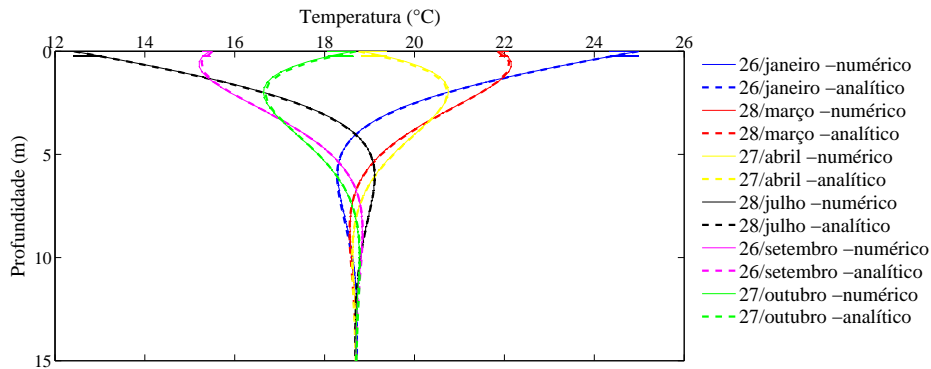


Figura 5.3: Distribuição da temperatura do solo com a profundidade ao longo do ano, dado pela solução analítica e solução numérica.

em [4].

No ano de 2007, na superfície do solo de Viamão ($z = 0$), de acordo com [4], a temperatura média mínima foi de $13,5^{\circ}\text{C}$, ocorrendo no dia 28 de julho. Já a temperatura média máxima foi de $26,1^{\circ}\text{C}$, ocorrendo no dia 26 de janeiro. Por essa razão, estas datas foram escolhidas para fazer o estudo de validação do modelo proposto. É importante salientar que na simulação numérica em [4] foi usado na superfície do solo a equação ajustada dos registros obtidos para a profundidade de 5cm , com temperatura média de $18,6^{\circ}\text{C}$.

Nas Figuras 5.4 e 5.5, pode-se visualizar novamente a estreita concordância entre as soluções numéricas e analíticas. Comparando os resultados numéricos e experimentais nota-se uma mesma tendência com um desvio inferior a 14%. O comportamento destas soluções são semelhantes aos dados experimentais até a profundidade de 3m (a profundidade máxima que elas foram medidas no solo).

As diferenças nas temperaturas dos resultados analíticos e numéricos comparados com os dados experimentais foram inferiores a 3°C . Este fato se justifica pela a difusividade térmica e umidade do solo adotados serem constantes com a profundidade. Também pela dificuldade de obter os registros nas diferentes profundidades e precisão dos equipamentos. É importante notar que as soluções analítica e numérica levam em conta o solo sem a presença de dutos, enquanto as medições

experimentais foram feitas no solo com a presença dos dutos. Isto é um fator que influencia na diferença dos resultados.

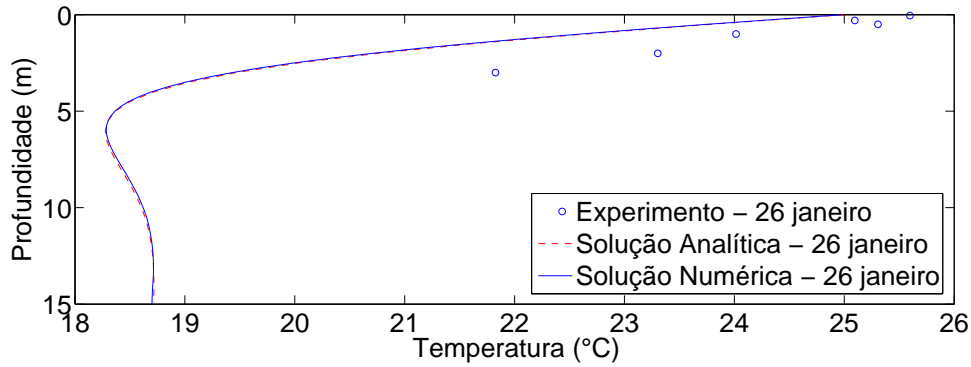


Figura 5.4: Distribuição de Temperatura com a Profundidade - 26 janeiro

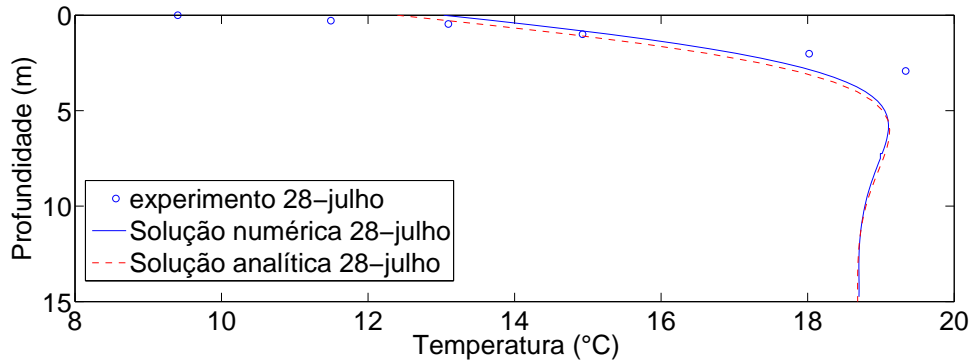


Figura 5.5: Distribuição de Temperatura com a Profundidade - 28 julho

5.1.2 Comportamento Térmico do Solo

A simulação numérica descrita anteriormente foi utilizada para analisar a variação térmica do solo, ainda sem a presença dos dutos. As Figuras 5.6 e 5.7 ilustram a distribuição de temperaturas no solo obtidas para um dia de verão e um dia de inverno, respectivamente.

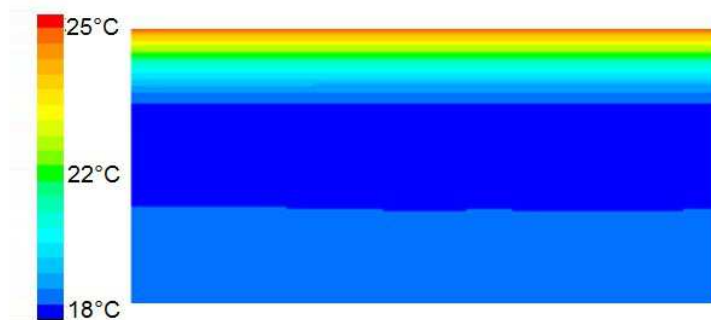


Figura 5.6: Topologia do campo de temperatura - 26 de Janeiro.

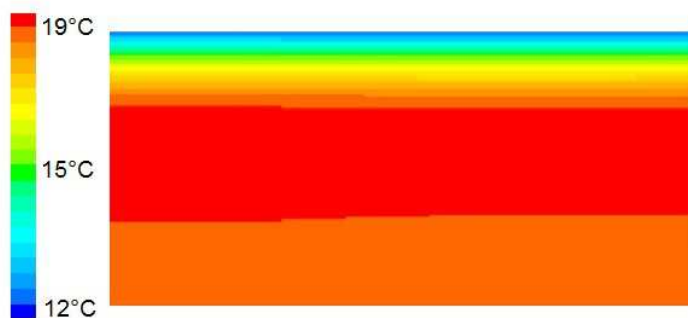


Figura 5.7: Topologia do campo de temperatura - 28 de Julho.

Na Figura 5.6, pode-se observar que a temperatura na superfície é mais elevada que nas camadas inferiores. O valor predito para esta temperatura, na superfície, de $25\text{ }^{\circ}\text{C}$, é compatível com a condição de contorno definida na Eq. (5.1).

A temperatura diminui com a profundidade, até certo ponto; após isso, ela mantém-se constante, com valor próximo a $18,7\text{ }^{\circ}\text{C}$. Isto é compatível com a condição de contorno, proposta anteriormente, ou seja, considerar o fundo do terreno como isolado termicamente.

Os resultados em um dia de inverno são mostrados na Fig. 5.7, correspondentes a simulação numérica da distribuição da temperatura no solo, para o dia 28 de julho de 2007. Também, coerentemente com comportamento esperado, a superfície do solo mostrou uma temperatura menor que a temperatura das camadas inferiores. O valor predito para esta temperatura, na superfície, de $12,6\text{ }^{\circ}\text{C}$, é também

compatível com a condição de contorno definida na Eq. (5.1).

A temperatura aumenta com a profundidade, até certo ponto; após isso, ela mantém-se constante, com valor próximo a $18,7^{\circ}\text{C}$. Novamente, isto é compatível com a suposição de que as variações do gradiente no fundo do terreno sejam desprezíveis.

Os resultados numéricos para a temperatura do solo para diferentes profundidades, ao longo do tempo, são representados na Fig. 5.8 (profundidades de 0 a 5m) e Fig. 5.9 (profundidades de 6 a 12m). Pode-se notar que a medida que a profundidade aumenta as oscilações senoidais da temperatura são suavizadas, ou seja, a amplitude diminui e tende a zero. Estes gráficos também mostram que o solo tem potencial de arrefecimento durante os meses de dezembro e janeiro. De junho a agosto, o solo tem potencial de aquecimento. Para estas situações extremas os trocadores de calor solo-ar têm maior contribuição para o aquecimento ou resfriamento do ar ambiente de edificações.

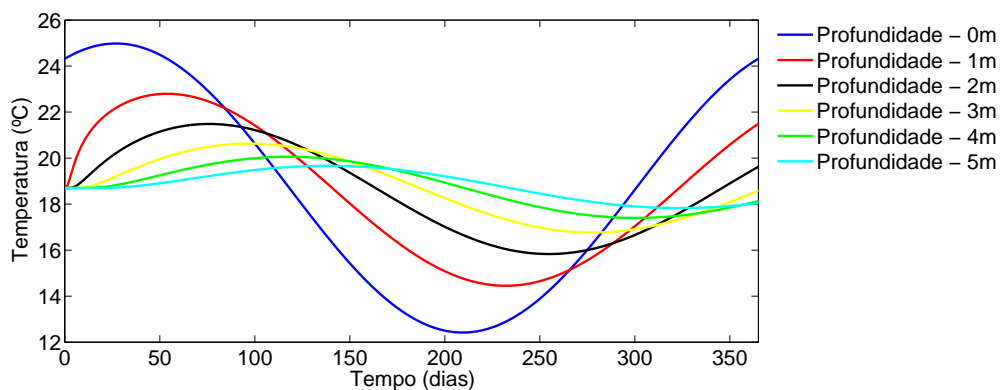


Figura 5.8: Temperatura do solo em diferentes profundidades (0-5m) ao longo do ano.

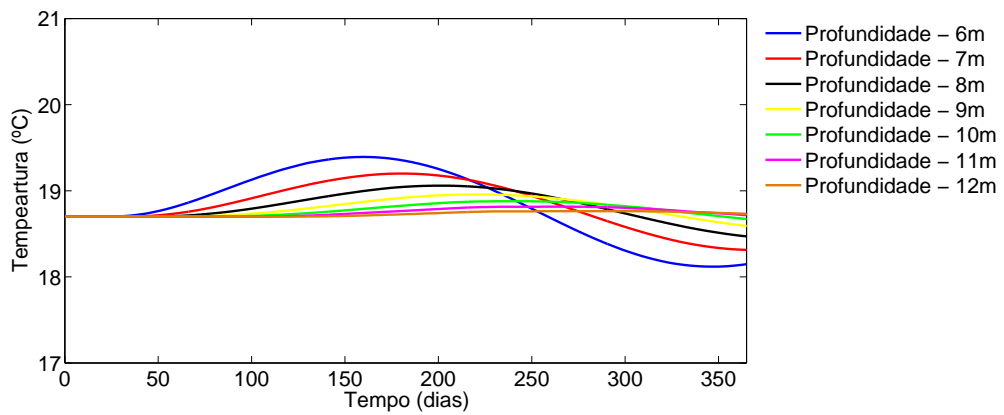


Figura 5.9: Temperatura do solo em diferentes profundidades (6-12m) ao longo do ano.

5.2 Solo 3D

Para o modelo computacional 3D do solo abrangeu um corte no solo, com volume de $1932,75m^3$, configurando a face superior como sendo a superfície do solo (ver Fig. 5.10).

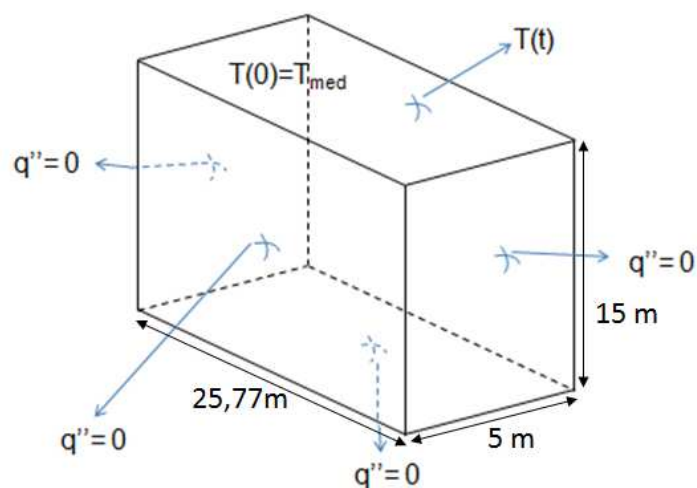


Figura 5.10: Domínio computacional do solo 3D

Ainda no GAMBIT, o material utilizado no domínio computacional foi identificado com o tipo “solid”. Para a discretização do modelo, foram usados volumes

finitos hexaedros, totalizando um conjunto de 182988 volumes.

Assim como no estudo anterior, na etapa de pré-processamento, ainda no GAMBIT, foram identificados e definidos os tipos de condições de contorno, só que agora nas faces do domínio ao invés das arestas como havia sido feito anteriormente.

Após a malha ser exportada para o software FLUENT, para complementação do pré-processamento e solução do problema, foram informadas ao software as mesmas propriedades dos materiais utilizadas no modelo do solo 2D que podem ser visualizadas na Tab. 5.1. Assim como no modelo do solo 2D utilizou-se uma curva para descrever a temperatura na superfície do solo.

Neste segundo estudo também foi definido a mesma função de periodicidade anual, para variações de temperatura do solo, em sua superfície utilizada no modelo do solo 2D. Assim foi inserida no Fluent a mesma UDF mostrada na Fig. 8.1.

É importante salientar que as laterais e o fundo do domínio também foram considerados isolados termicamente. Como condição inicial do problema, foi usada, para todo o domínio, a temperatura média anual do solo, igual a 291,7 K (ou, 18,7 °C). A simulação foi iniciada, considerando a hora zero do dia primeiro de janeiro de 2007, como foi feito em [4]. Foram adotados ainda, na etapa de processamento do problema, um passo de tempo de 3600 s e um máximo de 200 iterações por passo para os laços de convergência.

Na etapa de processamento, o problema em estudo foi resolvido no Fluent, usando as informações anteriores para a solução da equação da conservação de energia.

5.2.1 Verificação e Validação do modelo computacional 3D para o solo

Para validação do modelo do solo 3D, os resultados numéricos obtidos foram comparados com os resultados numéricos obtidos no modelo do solo 2D já comparado anteriormente com os dados experimentais e a solução analítica.

A Figura 5.11 mostra a distribuição da temperatura do solo com a profun-

didade ao longo do ano. Pode-se notar a semelhança entre estes resultados com aqueles obtidos previamente, dados na Figura 5.3. Comparando com a solução analítica, obtém-se diferenças máximas inferiores a 0,1%. À medida que a profundidade aumenta, pode-se observar também que a temperatura tende a temperatura média anual do solo de $18,7^{\circ}C$ como foi constatado previamente.

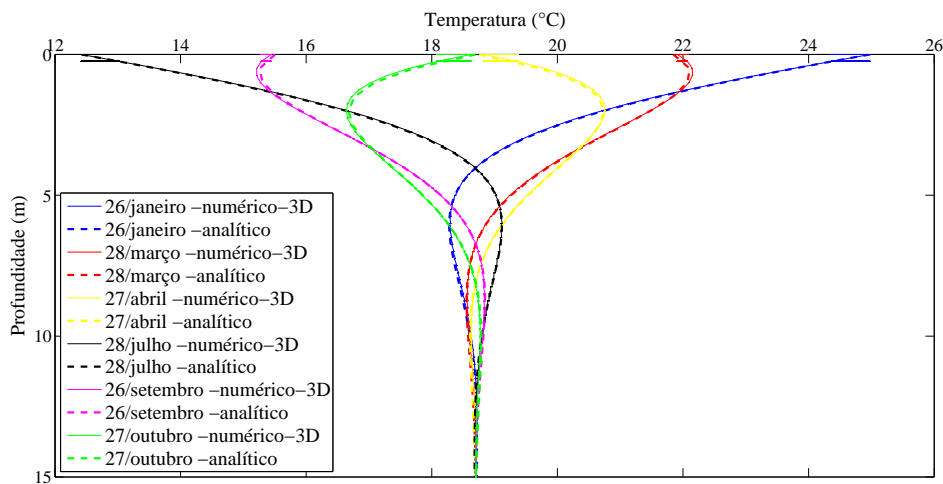


Figura 5.11: Distribuição da temperatura do solo com a profundidade ao longo do ano, dado pela solução numérica tridimensional e analítico.

5.2.2 Comportamento Térmico do Solo 3D

A simulação numérica descrita anteriormente foi utilizada para analisar a variação térmica do solo, ainda sem a presença dos dutos. As Figuras 5.12 e 5.13 ilustram a distribuição de temperaturas no solo obtidas para um dia de verão e um dia de inverno, respectivamente.

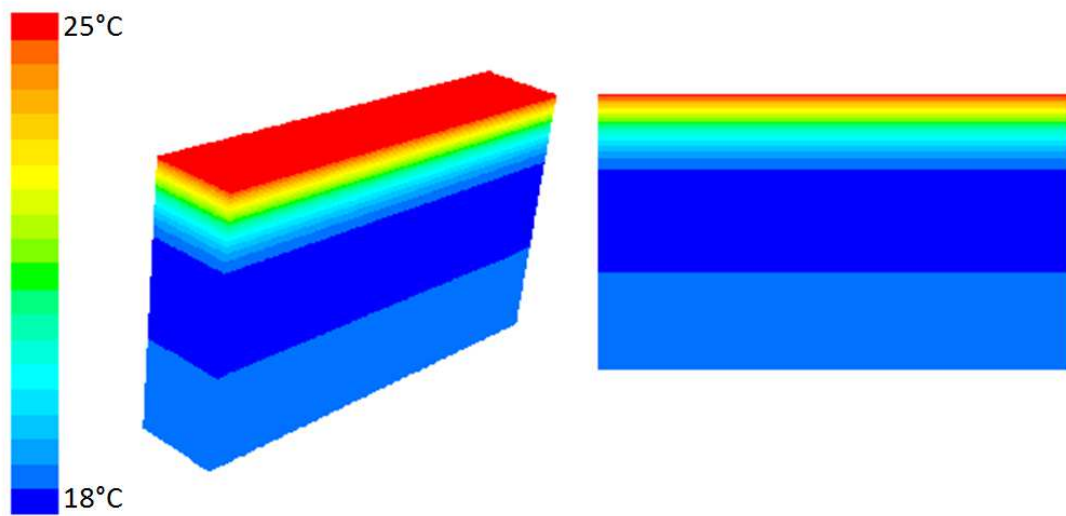


Figura 5.12: Topologia do campo de temperatura do solo 3D em um dia típico de verão.

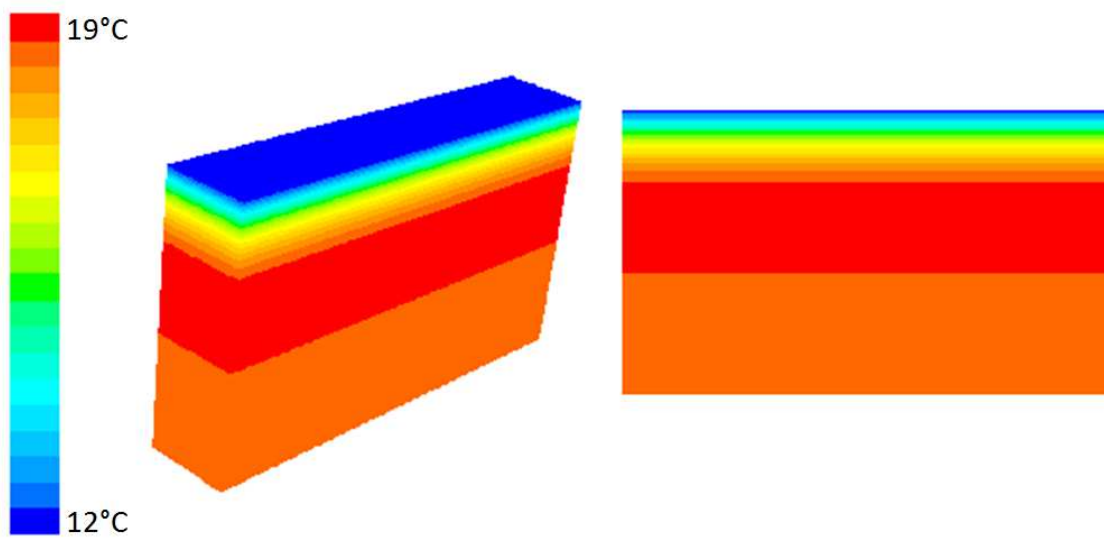


Figura 5.13: Topologia do campo de temperatura do solo 3D em um dia típico de inverno.

Tabela 5.3: Condição de contorno na superfície do solo

Elemento	Tipo	UDF - Temperatura (°C)
superfície do solo	wall	$T = 18,7 + 6.28 * \text{sen}(0.0172t + 26,24)$
$t = \text{tempo} - (s)$		

Na Figura 5.12, pode-se observar que a temperatura na superfície é mais elevada que nas camadas inferiores. O valor predito para esta temperatura, na superfície, de 25 °C, é compatível com a condição de contorno definida na Tab. 5.3. Para facilitar a visualização dos perfis de temperatura, foi feito um corte horizontal no centro do terreno.

A temperatura diminui com a profundidade, até certo ponto; após isso, ela mantém-se constante, com valor próximo a 18,7°C, o que condiz com a suposição de que o gradiente de temperatura no fundo do terreno pode ser desprezado.

Os resultados em um dia de inverno são mostrados na Fig. 5.13, correspondente a simulação numérica da distribuição da temperatura no solo, para um dia típico de inverno. Seguindo o regime térmico esperado, a superfície do solo mostrou uma temperatura menor que a temperatura das camadas inferiores. O valor predito para esta temperatura, na superfície, de 12,6 °C, é compatível com a condição de contorno definida na Tab. 5.3. Mais uma vez, a temperatura aumenta com a profundidade, atingindo um valor limite de 18,7 °C.

Os resultados numéricos para a temperatura do solo para diferentes profundidades, ao longo do tempo, são comparados com o modelo bidimensional do solo nas Fig. 5.14 e 5.15. Observa-se que a diferença dos resultados para as temperaturas dos modelos 3D e 2D são desprezíveis.

À medida que a profundidade aumenta, pode-se notar também que as oscilações da temperatura são suavizadas, ou seja, a amplitude diminui e tende a zero. Novamente, estes gráficos mostram que o solo tem potencial de resfriamento, durante os meses de dezembro e janeiro, e de aquecimento, nos meses de junho e agosto.

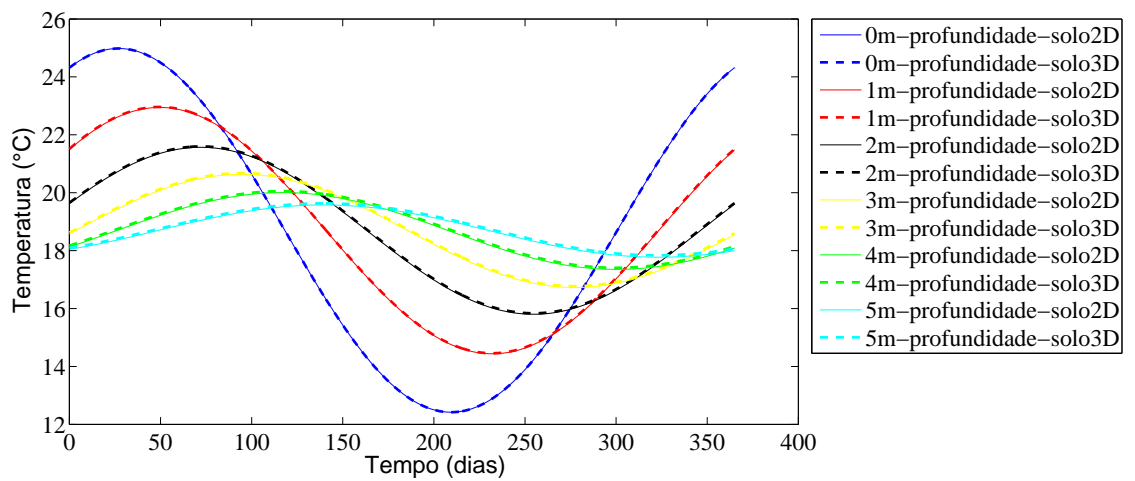


Figura 5.14: Temperaturas do solo2D e 3D em diferentes profundidades (0 a 5m) ao longo do ano.

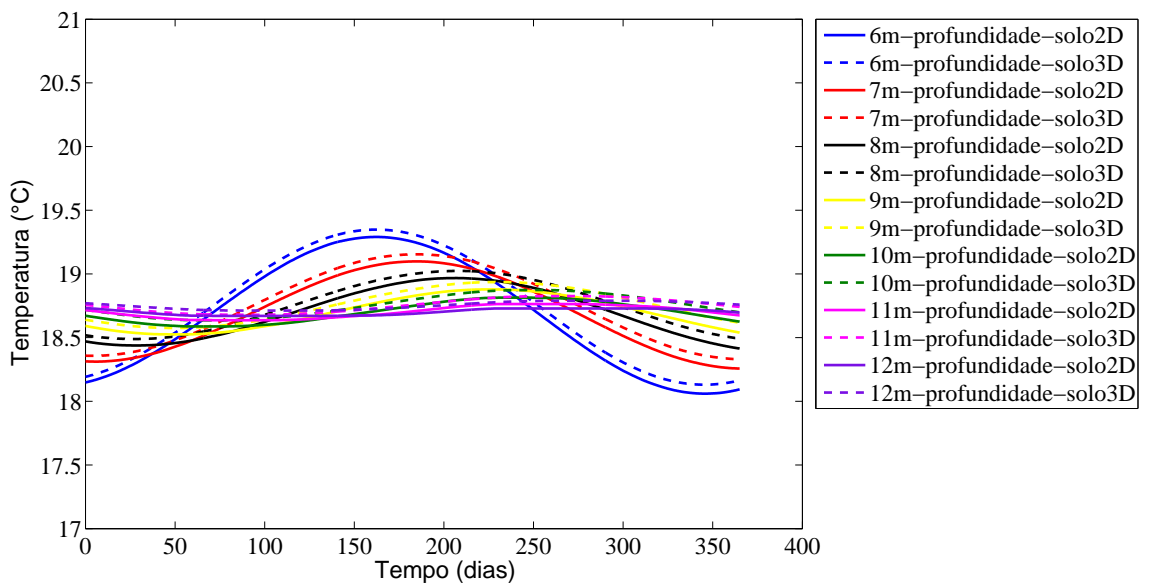


Figura 5.15: Temperaturas do solo 2D e 3D em diferentes profundidades (6 a 12m) ao longo do ano.

5.3 Modelos 3D de Trocadores de calor solo-ar

Nesta seção, para analisar e comparar diferentes modelos computacionais de trocadores de calor solo-ar, são apresentados dois modelos tridimensionais. Primeiramente será apresentado o modelo 3D simplificado do modelo computacional

apresentado em [4]. No segundo momento será apresentado o modelo 3D reduzido, o qual reduz ainda mais o modelo de [4].

5.3.1 Modelo 3D Simplificado

Para reproduzir o comportamento térmico e fluidodinâmico do TCSA, um domínio computacional formado por uma porção de solo na qual um duto está inserido foi discretizado como mostra a Fig. 5.16.

Neste trabalho, não foi considerada a espessura das paredes do duto devido às diferenças na ordem de grandeza das dimensões envolvidas que levam a dificuldades na geração de malhas. Outro fato que justifica esta simplificação do modelo é que a resistência térmica do material do duto é muito pequena com relação a resistência térmica do escoamento dentro do duto, bem como do material do solo. Dessa forma, não há uma grande contribuição desse material para o processo de transferência de calor. Maiores considerações sobre esta hipótese simplificativa podem ser vistas nos trabalhos [4, 5].

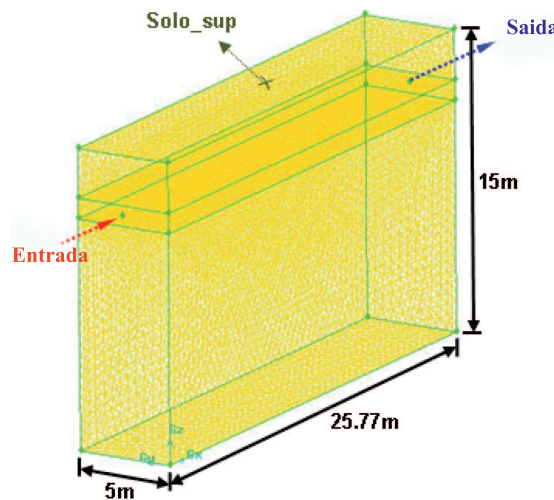


Figura 5.16: Domínio computacional discretizado.

Diferentemente do trabalho [4], que possuía um solo com uma geometria complexa (ver Fig. 5.17), nessa pesquisa foi utilizado um domínio computacional simplificado, representando apenas uma região onde o duto enterrado tem uma

configuração retilínea, facilitando sua discretização e reduzindo os custos computacionais. Escolheu-se um domínio abrangendo um volume de $1932,75m^3$, onde a face superior (solo_sup) foi utilizada para representar a superfície do solo (ver Fig. 5.16) o comprimento do domínio (25,77 m) foi adotado por ser o mesmo comprimento existente na parte representada do domínio de [4].

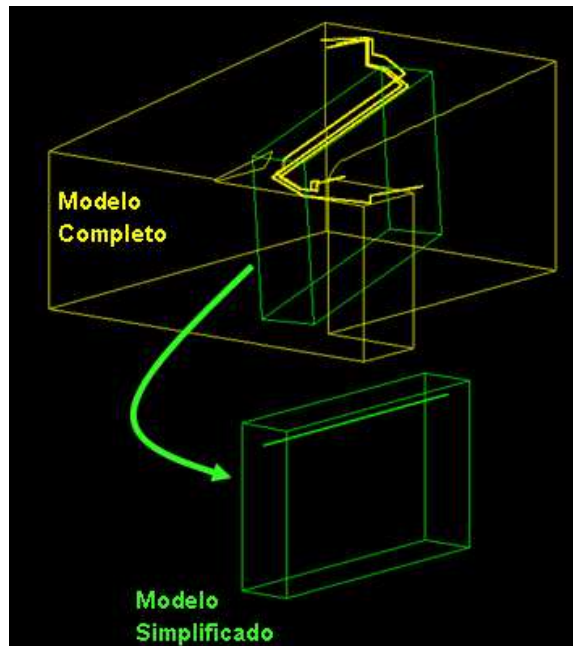


Figura 5.17: Domínio computacional simplificado

Foram identificados e definidos os tipos de condições de contorno (ver Fig. 5.16) na entrada, velocidade de $3,3m/s$ e uma função que descreve a temperatura do ar, na saída, pressão livre e na superfície do solo, uma curva que descreve a temperatura do solo na superfície ao longo do ano. Além disso, nas demais superfícies do solo, uma condição do tipo wall também foi definida.

As propriedades dos materiais (massa específica “ ρ ”, condutividade térmica “ k ” e calor específico “ c_p ”) podem ser visualizada na Tab. 5.4. Estes valores foram obtidos em estudos anteriores da literatura [4] e utilizado no presente modelo.

Os resultados apresentados neste trabalho foram obtidos com uma malha particionada em 552016 volumes finitos tetraédricos, sendo 114254 no duto e 437762 no solo, há um grande refinamento na região do duto, pois os gradientes de velocidade

des e temperaturas são muito elevados nesta região. Para a discretização no tempo, foi adotado um passo de tempo de 3600s (uma hora), e o máximo de 200 iterações de convergência para cada passo.

Tabela 5.4: Propriedades dos materiais

Componente	ρ (kg/m^3)	k (W/mK)	c_p (J/kgK)
solo	1800	2.1	1780
ar	1.16	0.0242	1010

Nesta pesquisa, as variações de temperatura da superfície do solo e a temperatura na entrada do duto, ao longo do ano, foram modeladas por funções periódicas. O método dos mínimos quadrados (Anexo I) foi utilizado para definir as funções de ajuste de dados experimentais retirados do trabalho [4]. Tais funções foram inseridas no FLUENT na forma de Funções Definidas pelo Usuário (UDF's) para representar as condições de contorno de temperatura na superfície do solo e da temperatura do ar na entrada do duto.

Para representar as temperaturas na entrada do duto foram usadas as seguintes funções:

$$T_v(t) = 20.49 + 5.66\text{sen}((1.78 \times 10^{-2}t) - 5.30), \quad (5.4)$$

$$T_p(t) = 23.18 + 6.92\text{sen}((1.72 \times 10^{-2}t) + 26.42). \quad (5.5)$$

A primeira serviu para uma etapa de validação e a segunda para o estudo da profundidade do duto. Na Fig. 5.18, é mostrado um gráfico da função $T_v(t)$ e dos dados experimentais obtidos em [4]. Como se vê também na figura, a correlação entre a UDF e os dados é de 0,8692. A temperatura da superfície do solo foi descrita apenas pela função:

$$T_s(t) = 18.70 + 6.28\text{sen}((1.72 \times 10^{-2}t) + 26.24). \quad (5.6)$$

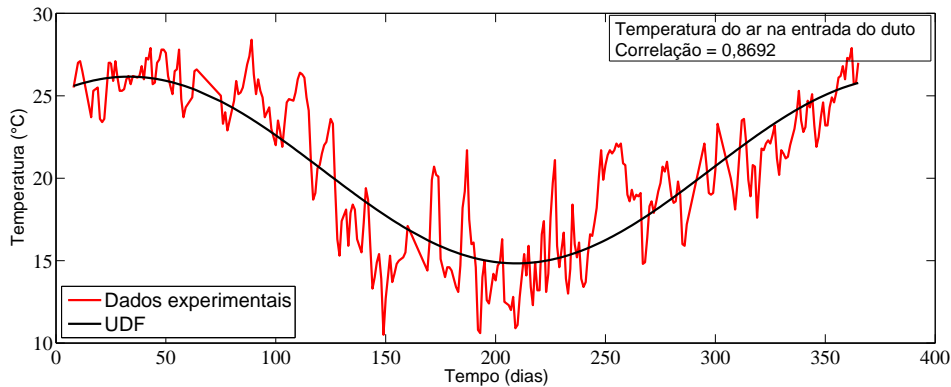


Figura 5.18: Gráfico da temperatura do ar na entrada usado para validar o modelo.

No que diz respeito às demais condições de contorno, os lados e o fundo do domínio foram considerados isolados termicamente. A porção de solo considerada no domínio computacional foi construída com uma profundidade de $15m$. Nesta profundidade, as variações de temperatura do solo, devido a incidência da radiação solar, não são mais significativas, diferentemente do que acontece nas camadas mais superficiais, onde variações consideráveis de temperatura ocorrem ao longo do tempo.

Quanto às condições iniciais, assumiu-se que o domínio estava inicialmente a $18,7^{\circ}C$, que é a temperatura média anual do solo. Adotou-se uma velocidade de entrada do ar de $3,3m/s$, pressão livre na saída do ar, e um duto com diâmetro de $110mm$. Como foi feito em [4], as simulações foram iniciados na hora zero do dia primeiro de janeiro de 2007.

5.3.1.1 Verificação e Validação do modelo 3D Simplificado

Para verificar e validar este modelo computacional, suas soluções numéricas foram comparadas, respectivamente, com os resultados numéricos e experimentais apresentados em [4]. Para isso, simulou-se o duto enterrado a uma profundidade de $1,6m$ em relação à superfície do solo. Observou-se uma boa concordância entre os resultados como pode se ver na Fig. 5.19. Houve uma diferença máxima de $3^{\circ}C$ em relação aos dados experimentais (cerca de 11%), e de $1^{\circ}C$ em relação a solução

numérica (cerca de 4%) de [4].

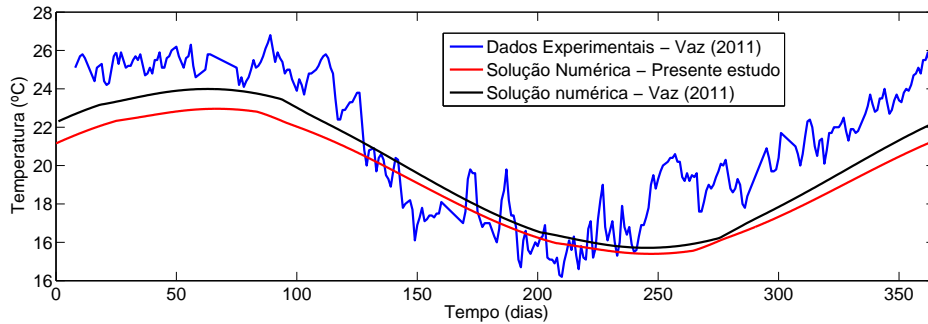


Figura 5.19: Comparação do modelo 3D simplificado com os resultados apresentados na literatura

O modelo desenvolvido neste trabalho é constituído por apenas 1 duto, enquanto no trabalho [4] foram usados três tubos próximos entre si que afetam o comportamento térmico do duto em estudo. Apesar destas diferenças, é possível considerar verificado e validado o modelo computacional desenvolvido, permitindo assim que esta metodologia numérica seja utilizada para prever o comportamento térmico de trocadores de calor solo-ar.

5.3.1.2 Comportamento térmico do trocadores de calor solo-ar modelo 3D simplificado

Estudos bibliográficos permitem concluir que a eficiência do sistema de trocadores de calor solo-ar depende das características do duto (material, diâmetro), da configuração do sistema (distância entre eixos, comprimento, inclinação, profundidade e velocidade da circulação do fluido) e das características do solo (difusividade térmica, umidade e tipo de cobertura) [4, 13, 9, 12, 14, 41, 5].

É importante destacar que o domínio computacional abordado em [4] era muito complexo, dificultando a avaliação de parâmetros específicos, como a profundidade do duto. Este trabalho faz o estudo num domínio mais simples permitindo a avaliação destes parâmetros. Os resultados obtidos neste trabalho corroboram para uma recomendação teórica sobre a melhor profundidade onde o duto poderia ser

enterrado em um problema real.

Para este estudo foi analisada a influência da profundidade do duto na troca térmica que acontece entre o solo e o ar em escoamento no dispositivo. Devido a variação da temperatura do solo em relação à profundidade, quanto mais profundo o duto estiver enterrado maior será seu potencial de resfriamento ou aquecimento.

Neste estudo foram analisadas sete profundidades diferentes (0, 0,5m, 1m, 2m, 3m, 4m, 5m e 6m) e o ar insuflado no trocador de calor foi sempre o mesmo, com variação anual de temperatura definida pela Eq. (5.5). Avaliou-se a variação da temperatura na saída do duto, conforme mostra a Fig. 5.20.

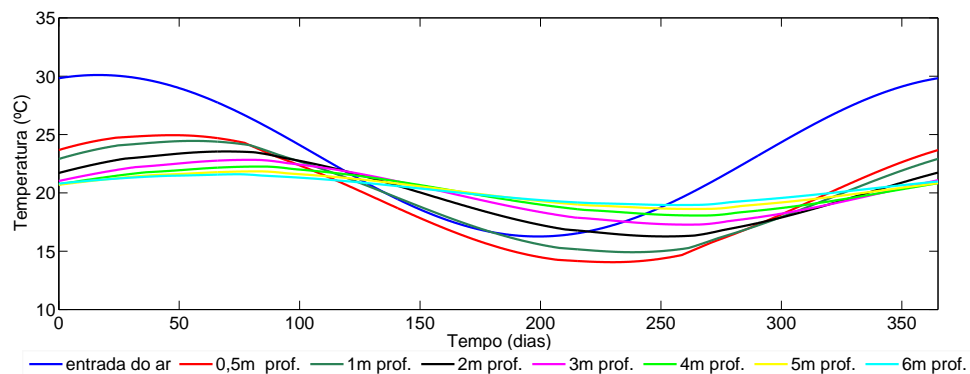


Figura 5.20: Comparação das temperaturas de saída do ar em diferentes profundidades - modelo 3D simplificado.

Na Figura 5.20 pode-se observar que o duto enterrado a 0,5m de profundidade mostrou grande capacidade de resfriamento, mas não para aquecimento. Este fato pode ser devido a influência da superfície do solo. Pode-se observar ainda que o potencial térmico para aquecimento cresce com o aumento da profundidade. Contudo, tanto para aquecimento quanto para resfriamento, este potencial estabiliza a partir de 3m de profundidade, não havendo um ganho significativo em enterrar o duto em maiores profundidades.

A maior variação de temperatura, com o duto enterrado a 0,5m, foi de 6,4°C. Para o duto enterrado a 3m, a variação aumenta para 9°C e apresenta uma capacidade de aquecimento em torno de 3°C.

A topologia do campo de temperatura num dia de verão pode ser observado

na Fig. 5.21 que mostra o duto a 3 m de profundidade com o ar externo sendo insuflado no trocador. É importante destacar que o perfil de temperatura apresentado corresponde a valores médios diários, calculados com condições de contorno também admitidas com valores médios diários ao longo de um ciclo anual.

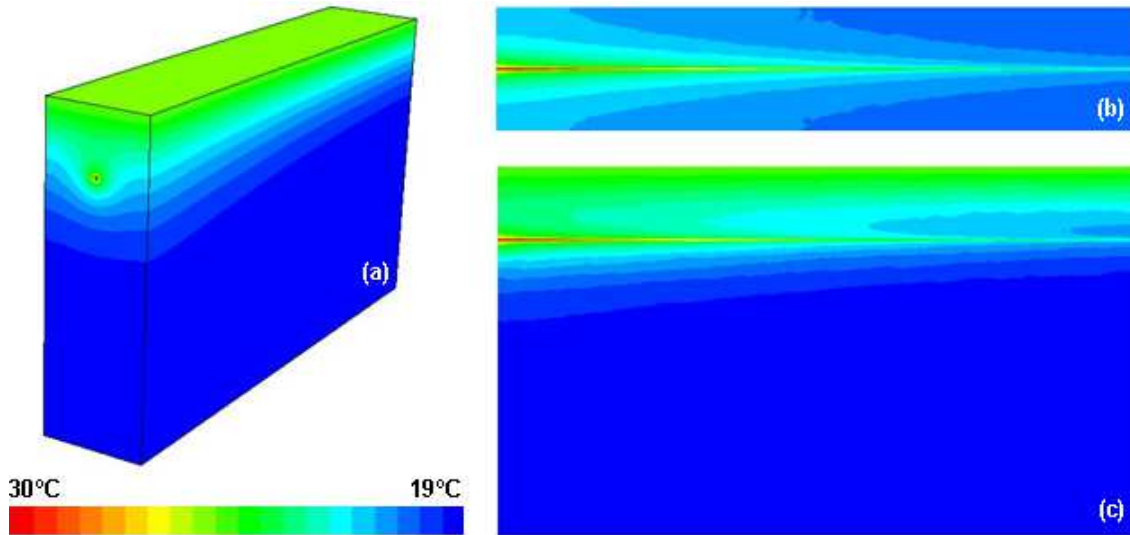


Figura 5.21: Perfil de temperatura (verão) - modelo 3D simplificado.

Esta topologia foi escolhida pelo fato de possuir uma profundidade que na prática ainda é possível de ser obtida. Além disso, a 3m a troca térmica entre o solo e o ar do duto pode ser considerada satisfatória, pois a temperatura de saída do ar ao longo do ano tem pequena variação em torno da temperatura média do solo (que é uma temperatura agradável de se ter no interior da edificação).

Na Fig. 5.21 (a), é possível observar a distribuição da temperatura no solo. Pode-se ver também que a temperatura na entrada de ar do duto está em torno de 30°C , de acordo com a condição de contorno. À medida que o ar troca calor com o solo, ao passar ao longo do duto, sua temperatura diminui e estabiliza em um valor próximo a temperatura do solo que é em torno de 18°C .

As Fig. 5.21 (b) e (c) mostram duas seções transversais do solo, passando exatamente no centro do duto. Para facilitar a visualização dos perfis de temperatura, foi feito um corte vertical (Fig. 5.21 (b)) e um horizontal (Fig. 5.21 (c)). A temperatura das camadas do solo, por onde passam os dutos, é localmente afetada,

como mostra as Fig. 5.21 (b) e 5.21 (c).

Coerentemente, a variação de temperatura é maior na região próxima à entrada do ar aquecido no duto. Isto se reduz na região de saída do ar, onde a temperatura deste entra em equilíbrio com a do solo.

A topologia do campo de temperatura num dia de inverno pode ser observada na Fig. 5.22. Neste caso, pode-se observar o solo a uma temperatura mais elevada que o ar insuflado. As Fig. 5.22 (b) e 5.22 (c) mostram também que a temperatura das camadas do solo, por onde passam os dutos, é localmente afetada. Como anteriormente, a variação de temperatura é maior na região próxima a entrada do ar.

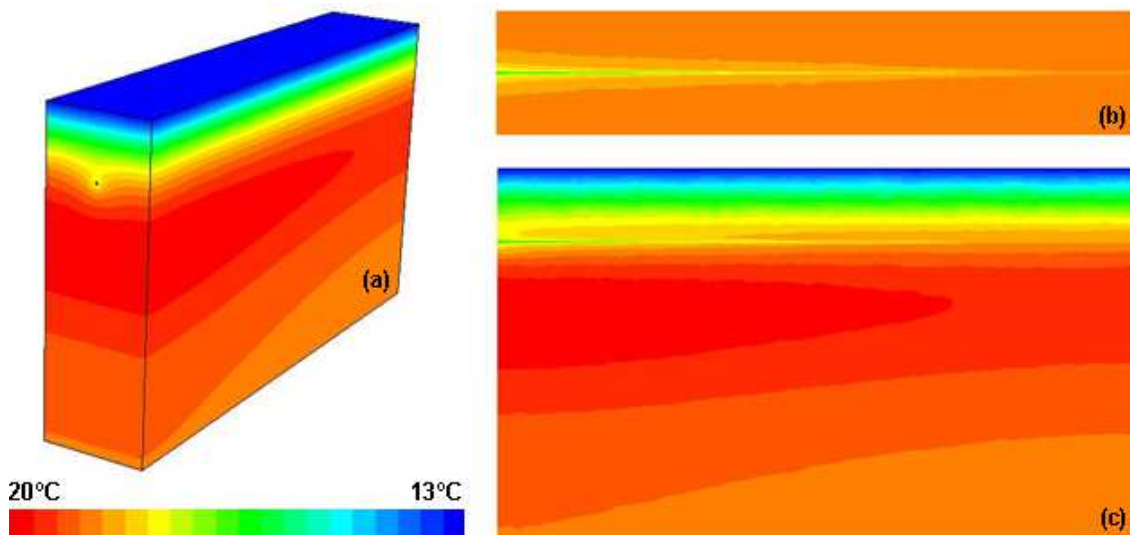


Figura 5.22: Perfil de temperatura (inverno) - modelo 3D simplificado.

O comportamento da entrada de ar frio, que flui e troca de calor com o solo quente pode ser observado de um modo mais representado nas Figs. 5.22 (b) e 5.22 (c). Neste caso, o ar que sai do trocador de calor solo-ar está em equilíbrio térmico com o solo, tirando o máximo do potencial térmico armazenada no solo, o que representa um aumento de cerca de $3^{\circ}C$ na temperatura do ar.

É importante mencionar que as topologias para as variações de temperatura mostradas nas Figs. 5.21 e 5.22 correspondem a valores médios diários, avaliados com média de condições de contorno diárias durante um ciclo anual.

Um aspecto importante que merece ser tomado em consideração diz respeito ao potencial térmico do trocador de calor solo-ar. A determinação desse potencial vai indicar as melhores colocações em que o dispositivo deve ser instalado, bem como, os períodos de maior contribuição desta energia para aquecimento e refrigeração de ambientes de edifícios.

No presente trabalho, é obtida uma recomendação teórica do potencial de aquecimento e refrigeração para várias profundidades: 1 m, 3 m e 5 m para cada mês de um ano (ver Figs. 5.23-5.25, respectivamente). Seguindo o procedimento usado em [4], o potencial térmico foi avaliado por meio da diferença entre a temperatura média mensal do ar na saída do trocador de calor solo-ar e o ar ambiente externo.

A Figura 5.23 mostra o potencial térmico para uma profundidade de 1 metro. Os resultados mostram um potencial de resfriamento satisfatório, especialmente para os meses de janeiro, novembro e dezembro, onde são alcançados potenciais em torno de 6°C . Por outro lado, o potencial de aquecimento térmico é relativamente baixo. Como consequência, os resultados não recomendam a instalação de um trocador de calor solo-ar nesta profundidade para fins de aquecimento.

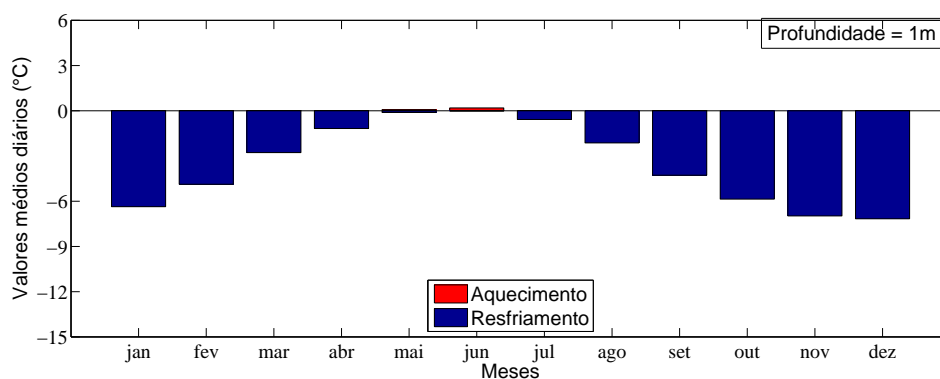


Figura 5.23: Potencial térmico do trocador de calor solo-ar para uma profundidade de 1 metro.

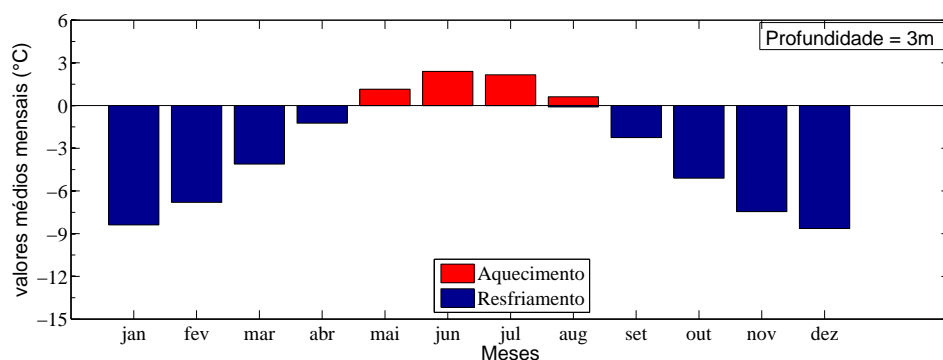


Figura 5.24: Potencial térmico do trocador de calor solo-ar para uma profundidade de 3 metros.

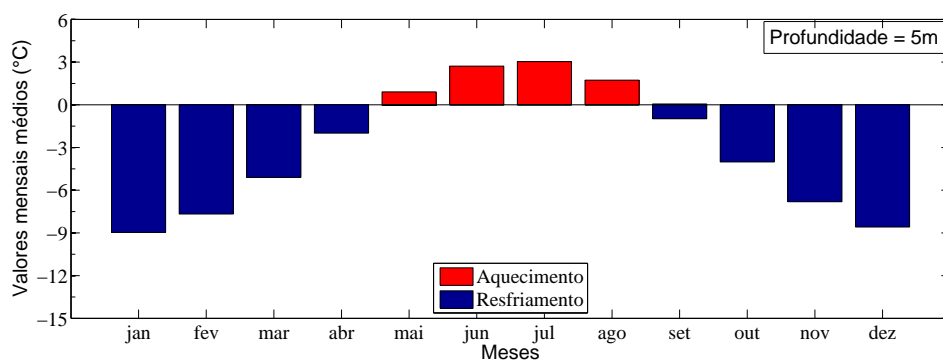


Figura 5.25: Potencial térmica do trocador de calor solo-ar para uma profundidade de 5 metro.

Para uma instalação com a profundidade de 3,0 m, tal como pode ser observado na Fig. 5.24, o potencial de arrefecimento tem uma melhoria em comparação com os resultados da Fig. 5.23, bem como o potencial de aquecimento térmico. Nos meses de junho e julho, atinge-se um potencial de aquecimento térmico de $2^{\circ}C$.

Na Figura 5.25, a mesma tendência foi observada, isto é, o aumento da profundidade de montagem aumenta o potencial térmico para arrefecimento e de aquecimento do trocador de calor solo-ar. No entanto, este aumento não é tão intenso. Este comportamento está em conformidade com o que foi observado na Fig. 5.20 e confirmou os resultados anteriores da literatura em [3].

5.3.2 Modelo 3D reduzido

O objetivo deste modelo foi reduzir os custos computacionais, facilitar a montagem da malha e permitir futuros casos de otimização, para isso foi construído um modelo tridimensional de modo a representar apenas uma parte do modelo 3D simplificado, conforme a Fig. 5.26.

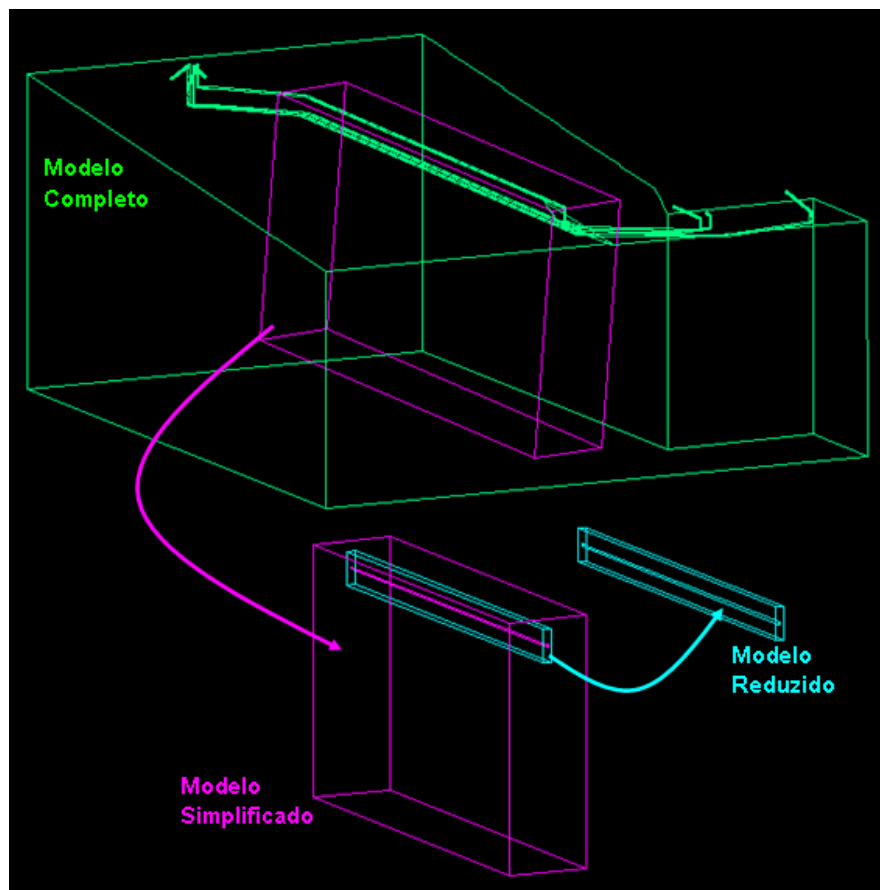


Figura 5.26: Domínios computacionais dos modelo 3D

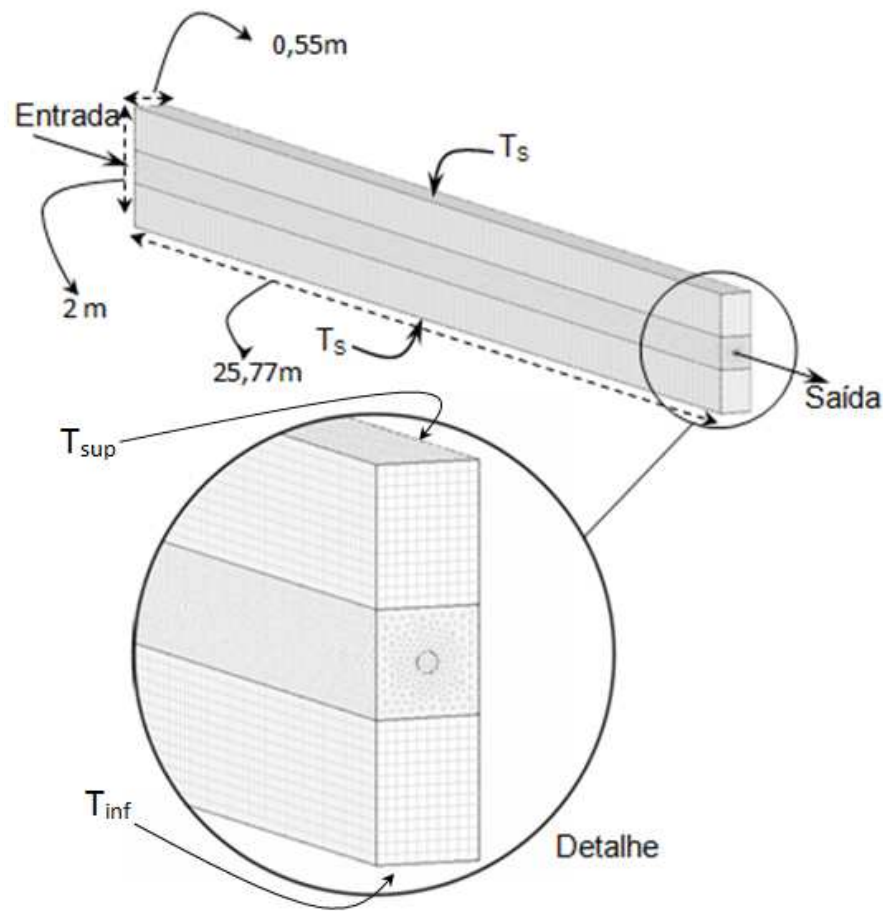


Figura 5.27: Domínio computacional (modelo 3D reduzido)

Para o modelo reduzido utilizou-se um domínio computacional tridimensional utilizando apenas uma “fatia fina” de espessura de $0,55m$ do solo com um volume de $28,35m^3$, onde a face superior e a inferior (T_s) foram utilizadas como condição de contorno do modelo (ver Fig. 5.27). Novamente, pelas razões expostas anteriormente, a espessura das paredes do duto não foram consideradas.

Ainda no GAMBIT, os materiais utilizados nos domínios computacionais, foram identificados com o tipo “solid” para o solo e com o tipo “fluid” para o ar dentro do duto, também foram identificados e definidos os tipos de condições de contorno (ver Fig. 5.27) na entrada (velocity inlet) na saída (pressure outlet) e na superfície do solo (wall). Além disso, nas demais superfícies do solo, uma condição do tipo wall também foi definida.

Para que se possa comparar os modelos 3D reduzido e simplificado utiliza-se

as mesmas propriedades dos materiais (densidade “ ρ ”, condutividade térmica “ k ” e calor específico “ c_p ”) que podem ser visualizadas na Tab.5.4, estes valores foram obtidos em estudos anteriores da literatura [4] e introduzidos no FLUENT.

Os resultados apresentados no modelo reduzido foram obtidos com uma malha particionada em 641937 volumes finitos tetraédricos e hexaedros, destes 106837 no duto e 535100 no solo. Para a discretização no tempo, foi adotado um passo de tempo de 3600s (uma hora), e o máximo de 200 iterações de convergência para cada passo.

A obtenção das condições de contorno do modelo reduzido foi retirado do modelo bidimensional do solo (ver Fig. 5.28) e colocado monitores ao longo da profundidade do solo para coletar informações das temperaturas do solo ao longo do tempo.

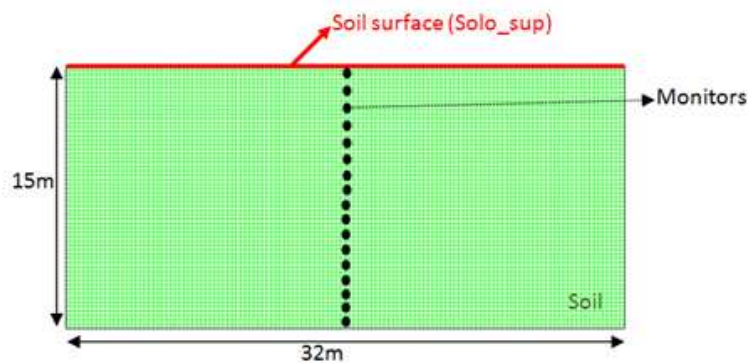


Figura 5.28: Monitores no domínio computacional do solo 2D

Com as temperaturas obtidas nos monitores foi possível chegar, através dos métodos dos mínimos quadrados e Newton, as UDF's que descrevem as temperaturas nas faces do contorno do modelo (T_s), conforme mostra Fig. 5.26. No que diz respeito às demais condições de contorno, os lados do domínio foram considerados isolados termicamente.

Quanto às condições iniciais, assumiu-se que o domínio estava inicialmente a $18,7^\circ\text{C}$, que é a temperatura média anual do solo. Adotou-se uma velocidade de entrada do ar de $3,3\text{m/s}$, pressão livre na saída do ar, e um duto com diâmetro de

110mm. Mais uma vez, as simulações foram iniciadas às 00:00 horas do dia primeiro de janeiro de 2007 e os resultados comparados com dados experimentais de [4].

5.3.2.1 Verificação e Validação do modelo 3D Reduzido

Para verificar e validar o modelo computacional, as soluções numéricas foram comparadas com os resultados experimentais e numéricos apresentados em [4]. Para isso, simulou-se o duto enterrado a uma profundidade de 1.6m em relação à superfície do solo, que representa o trecho reto do domínio de [4].

As condições de contorno utilizadas para a validação do modelo 3D reduzido são dadas pela equações:

$$T_v(t) = 20,49 + 5,66\text{sen}((1,78 \times 10^{-2}t) - 5,30), \quad (5.7)$$

$$T_{s_{sup}}(t) = 18,70 - 4,8887\text{sen}((1,73 \times 10^{-2}t) - 2,313), \quad (5.8)$$

$$T_{s_{inf}}(t) = 18,70 + 2,25\text{sen}((1,74 \times 10^{-2}t) + 0,01557). \quad (5.9)$$

A Eq. (5.7) representa a temperatura do ar na entrada do duto. As equações Eq.(5.8) e Eq.(5.9) representam a temperaturas do solo nas faces superior e inferior, respectivamente. Os gráficos comparando as UDF's do solo nas profundidade de 0,6m (*Solo_{sup}*) e 2,6m (*Solo_{inf}*) podem ser visualizados nas Figs. 5.29 e Fig.5.30, respectivamente, o gráfico da UDF do ar na entrada do duto já foi mostrado na Fig. 5.19

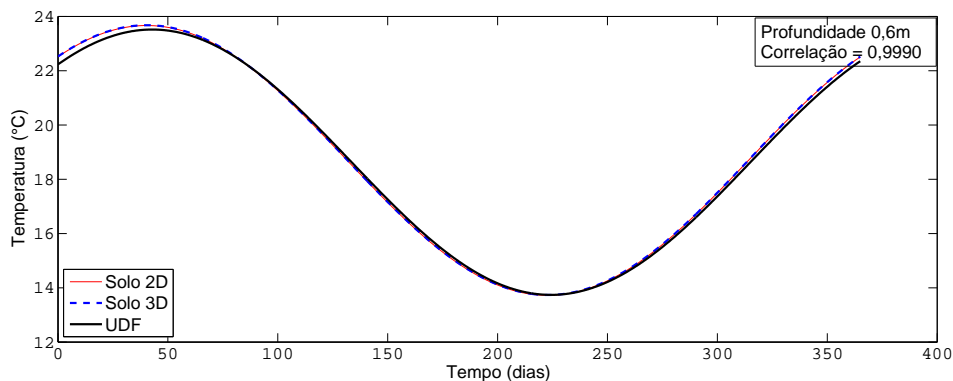


Figura 5.29: Gráfico da UDF da temperatura do solo na profundidade de 0,6m.

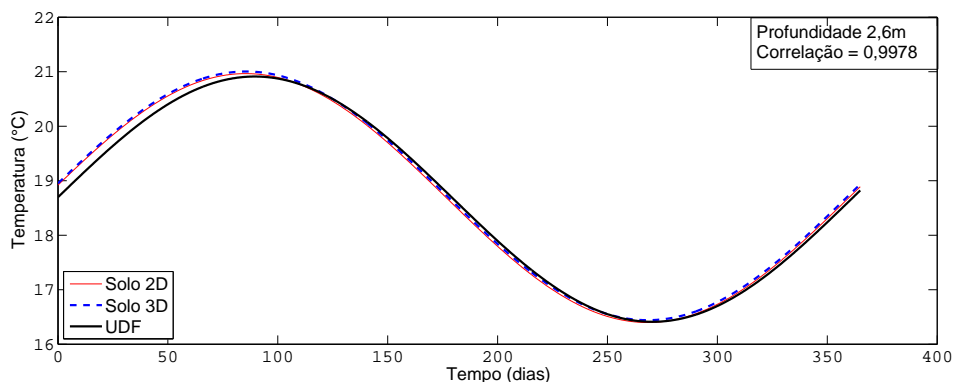


Figura 5.30: Gráfico da UDF da temperatura do solo na profundidade de 2,6m.

Observou-se uma boa concordância entre os resultados como pode se ver na Fig. 5.31. Entre os resultados do modelo 3D simplificado e reduzido, houve uma diferença máxima de 3°C em relação aos dados experimentais (cerca de 11%), e de 1°C em relação a solução numérica (cerca de 4%) de [4]. Entretanto o modelo 3D reduzido possui uma melhor concordância com os resultados de [4].

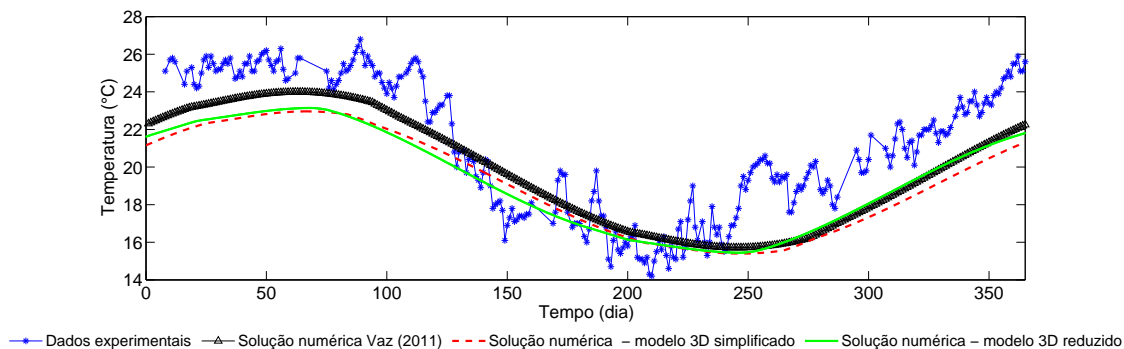


Figura 5.31: Comparação dos modelos com o resultado experimentais da literatura

Os modelos desenvolvidos neste trabalho utilizam apenas um duto, enquanto no trabalho [5], adota-se três tubos próximos entre si que afetam o comportamento térmico do duto em estudo. Apesar destas pequenas diferenças, é possível considerar verificado e validado o modelo computacional desenvolvido, permitindo assim que esta metodologia numérica seja utilizada para prever o comportamento térmico de trocadores de calor solo-ar.

5.3.2.2 Comparação do tempo de simulação entre os dois modelos 3D

É importante destacar que a busca por domínios computacionais mais simples é de extrema importância, para a avaliação dos parâmetros que permitem uma maior eficiência do sistema de trocadores de calor solo-ar. Dentre estes parâmetros estão a distância entre dutos, o comprimento dos dutos, a inclinação dos dutos, a profundidade de instalação dos dutos e a velocidade de escoamento do fluido no interior dos dutos. Este trabalho faz o estudo de domínios mais simples permitindo a avaliação destes parâmetros.

Observa-se na Tab. 5.5 que o modelo 3D reduzido leva cerca de 60% do tempo de simulação do modelo 3D simplificado, possui também uma malha muito mais refinada permitindo uma estimativa mais adequada dos gradientes de velocidade e temperatura. Esse fato ocorre devido a maior facilidade de convergência do modelo reduzido.

Tabela 5.5: Comparação dos modelos

Modelo	Número de Volumes finitos	Tipo de elemento	Tempo de processamento
Modelo 3D simplificado	555134	Tetraedros	13h e 30 min
Modelo 3D reduzido	641937	Tetraedros e hexaedros	8h

5.3.2.3 Comportamento térmico dos trocadores de calor solo-ar comparando os modelos 3D

As topologias do campo de temperatura, num mesmo dia de verão, dos modelos simplificado e reduzido podem ser observadas nas Figs. 5.32 e 5.33, respectivamente. Os dutos estão posicionados na mesma profundidade, 1,6m, permitindo uma melhor comparação entre os modelos. É importante destacar que os perfis de temperatura apresentados correspondem a valores médios diários, calculados com

condições de contorno também admitidas com valores médios diários ao longo de um ciclo anual.

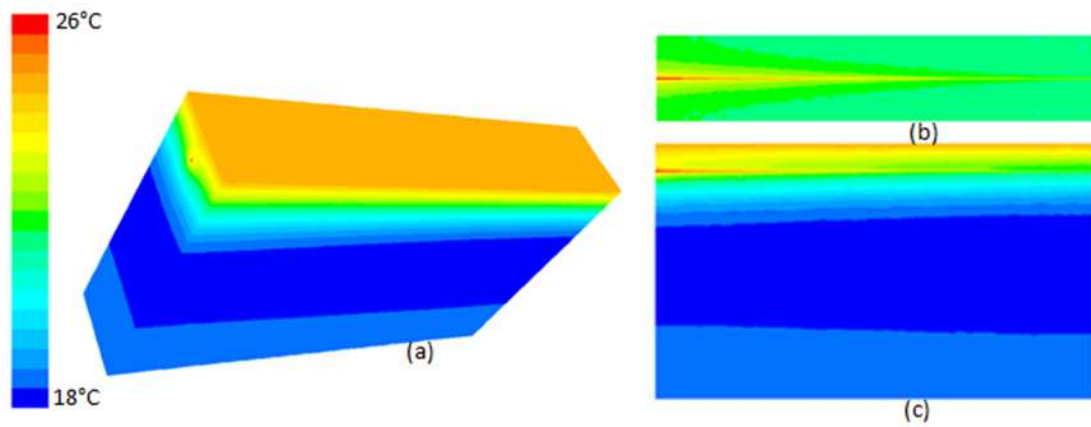


Figura 5.32: Perfil de temperatura do modelo 3D simplificado

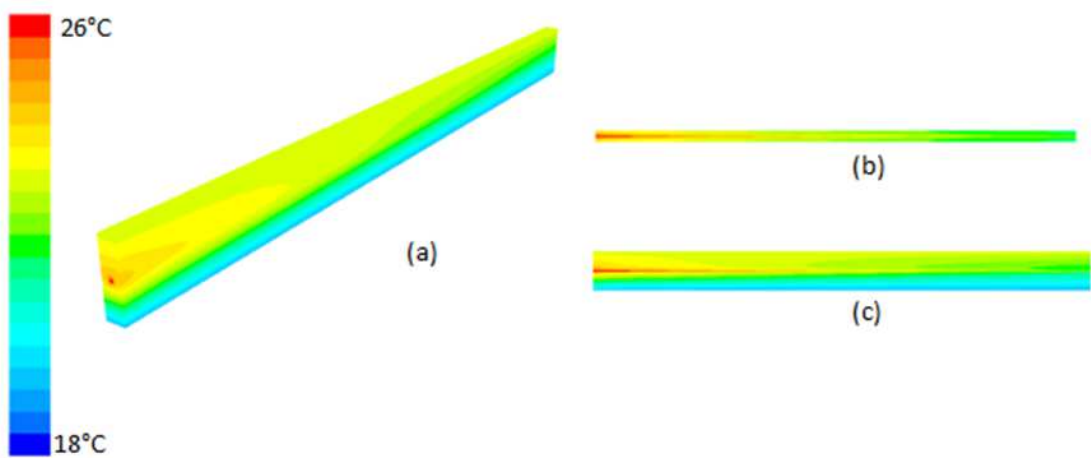


Figura 5.33: Perfil de temperatura do modelo 3D reduzido

Nas Figs. 5.32 (a) e 5.33 (a) é possível observar a distribuição da temperatura no solo. Pode-se ver também que a temperatura na entrada de ar do duto está em torno de 26°C, de acordo com a condição de contorno. À medida que o ar troca calor com o solo, ao passar ao longo do duto, sua temperatura diminui e estabiliza em um valor próximo a temperatura do solo.

As Figs. 5.32 e 5.33 (b) e (c) mostram duas seções transversais do solo, passando exatamente no centro do duto. Para facilitar a visualização dos perfis de temperatura, foi feito um corte vertical (Fig.5.32(b) e Fig.5.33 (b)) e um horizontal (Fig. 5.32(c) e Fig.5.33 (c)). A temperatura das camadas do solo, por onde passam os dutos, é localmente afetada, como mostra as Fig. 5.32 (b), Fig.5.33 (b), Fig.5.32 (c) e Fig.5.33(c). Podemos notar, ainda, que o modelo 3D reduzido representa parte do domínio do modelo 3D simplificado, e que o comportamento do ar dentro do duto mantém-se muito próximo ao simplificado.

Coerentemente, a variação de temperatura é maior na região próxima à entrada do ar aquecido no duto. Isto se reduz na região de saída do ar, onde a temperatura deste entra em equilíbrio com a do solo.

5.3.2.4 Variação da profundidade da instalação do duto no modelo 3D reduzido

Para este estudo foi analisada a influência da profundidade do duto na troca térmica que acontece entre o solo e o ar em escoamento no equipamento. Devido a variação da temperatura do solo em relação à profundidade, quanto mais profundo o duto estiver enterrado maior será a capacidade calorífica e maior também seu potencial de resfriamento ou aquecimento.

Neste estudo foram analisadas 5 profundidades diferentes (1m, 2m, 3m, 4m e 5m) e o ar insuflado no trocador de calor foi sempre o mesmo, com variação anual de temperatura definida pela Eq. (5.5) também usada no modelo 3D. Avaliou-se a variação da temperatura na saída do duto, conforme mostra Fig. 5.34.

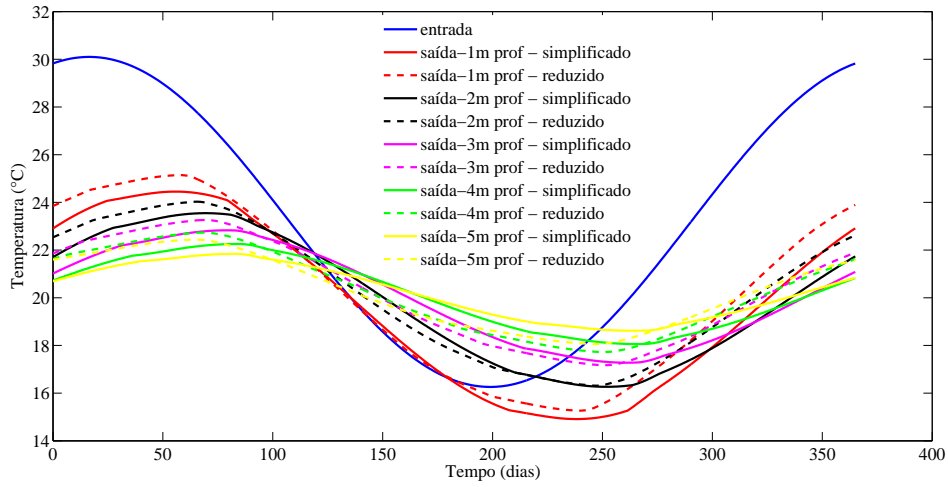


Figura 5.34: Comparação da profundidade - modelo 3D reduzido.

Observou-se na Fig. 5.34 o mesmo comportamento entre os modelos reduzido e simplificado nas diferentes profundidades. Pode-se observar, assim como no modelo 3D simplificado, que o potencial térmico para aquecimento cresce com o aumento da profundidade. Contudo, tanto para aquecimento quanto para resfriamento, este potencial estabiliza a partir de $3m$ de profundidade, não havendo um ganho significativo em enterrar o duto em maiores profundidades. Para o duto enterrado a $3m$, a maior variação de temperatura foi em torno de $9^{\circ}C$ e apresenta uma capacidade de aquecimento em torno de $3^{\circ}C$.

As funções que descrevem as temperaturas nas faces do contorno do modelo (T_s), conforme mostra Fig. 5.27, são dadas pelas Eq. ((5.6)) encontradas no trabalho [4] que descreve a temperatura da superfície do solo ao longo do ano. E para as profundidades de 1m, 2m, 3m, 4m, 5m e 6m, são dadas pelas Eqs. ((5.10)), ((5.11)), ((5.12)), ((5.13)), ((5.14)) e ((5.15)), respectivamente que descrevem a temperatura do solo ao longo do ano e seus gráficos podem ser visualizados nas Figs. 5.35 a 5.41.

$$s_{1m}(t) = 18,70 + 4,16sen((1,73 \times 10^{-2}t) + 0,6392) \quad (5.10)$$

$$s_{2m}(t) = 18,70 + 2,83sen((1,74 \times 10^{-2}t) + 0,2243) \quad (5.11)$$

$$s_{3m}(t) = 18,70 + 1,9385sen((1,73 \times 10^{-2}t) - 0,114) \quad (5.12)$$

$$s_{4m}(t) = 18,70 + 1,3209sen((1,73 \times 10^{-2}t) - 0,398) \quad (5.13)$$

$$s_{5m}(t) = 18,70 + 0,8933sen((1,73 \times 10^{-2}t) - 0,6544) \quad (5.14)$$

$$s_{6m}(t) = 18,70 - 0,5975sen((1,73 \times 10^{-2}t) - 4,0568) \quad (5.15)$$

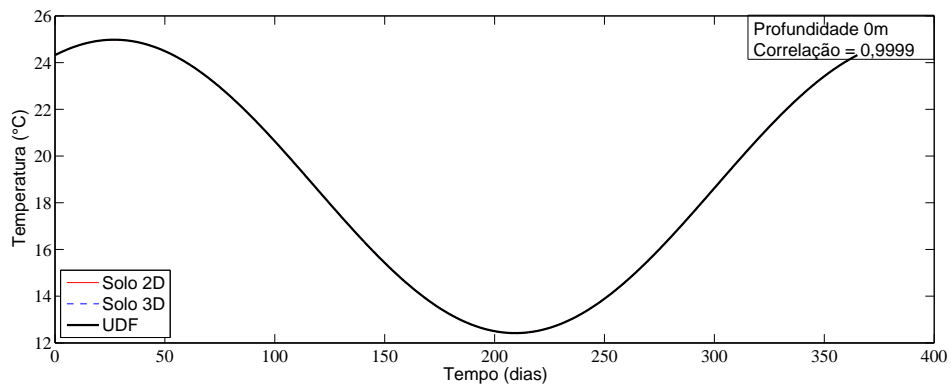


Figura 5.35: Gráfico da UDF da temperatura do solo na profundidade de 0m.

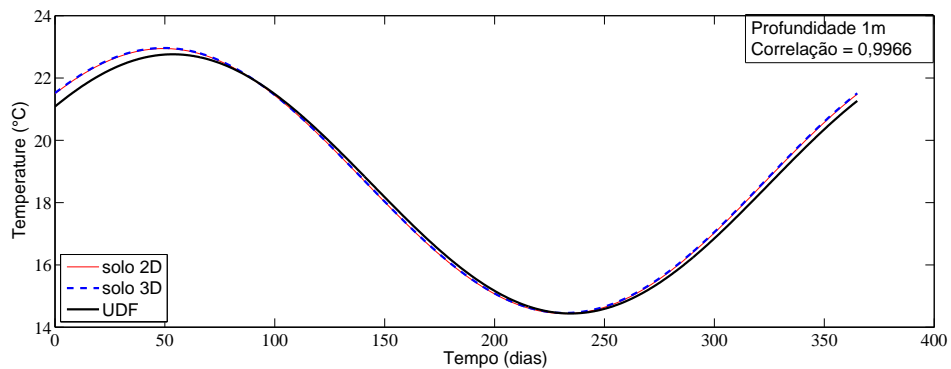


Figura 5.36: Gráfico da UDF da temperatura do solo na profundidade de 1m.

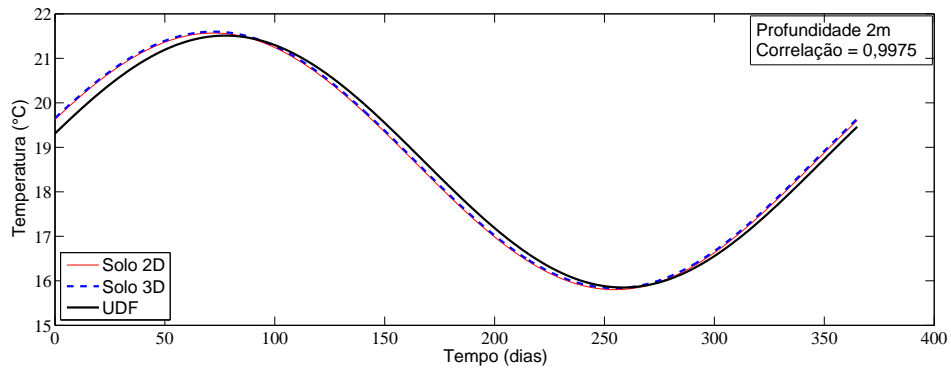


Figura 5.37: Gráfico da UDF da temperatura do solo na profundidade de 2m.

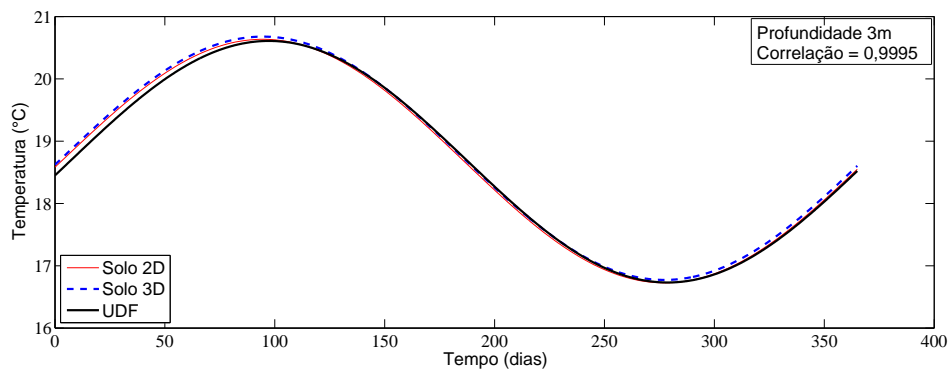


Figura 5.38: Gráfico da UDF da temperatura do solo na profundidade de 3m.

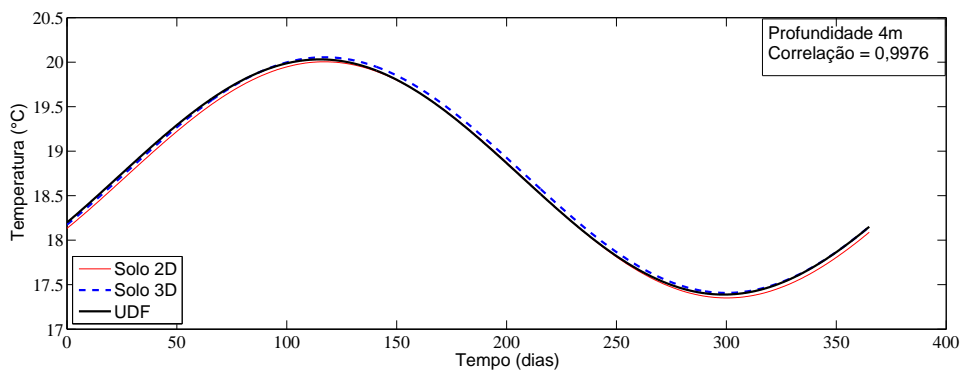


Figura 5.39: Gráfico da UDF da temperatura do solo na profundidade de 4m.

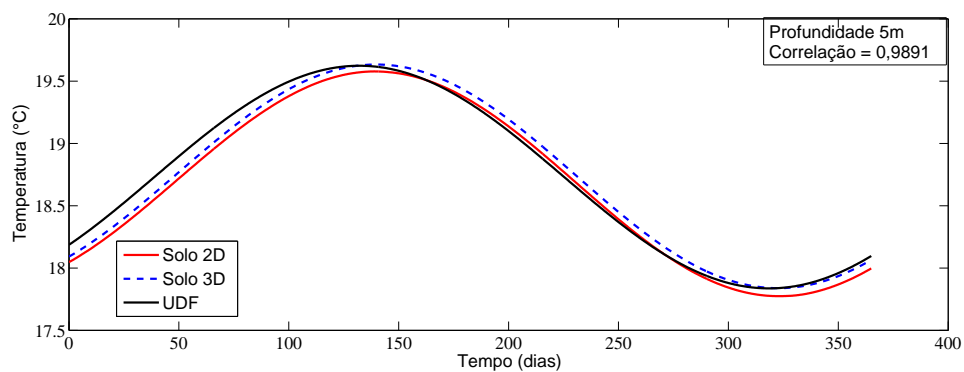


Figura 5.40: Gráfico da UDF da temperatura do solo na profundidade de 5m.

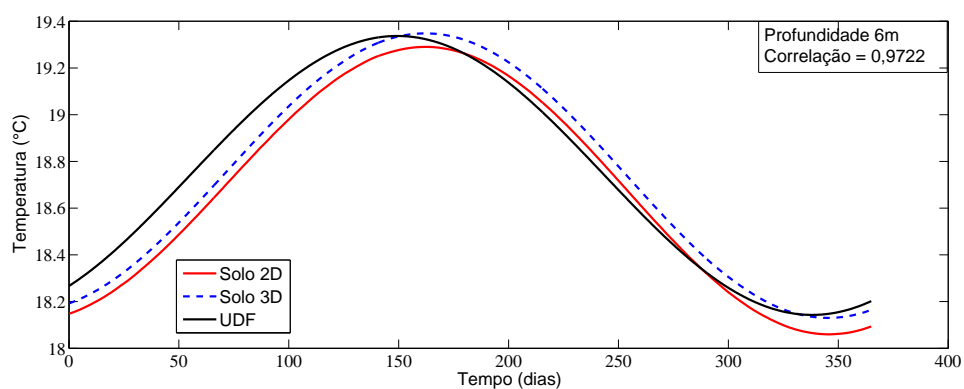


Figura 5.41: Gráfico da UDF da temperatura do solo na profundidade de 6m.

Pode-se observar nas Figs.5.42 a 5.46 uma forte concordância com o modelo 3D simplificado. Com uma diferença máxima inferior a 1°C. Isso mostra que a hipótese simplificativa é consistente.

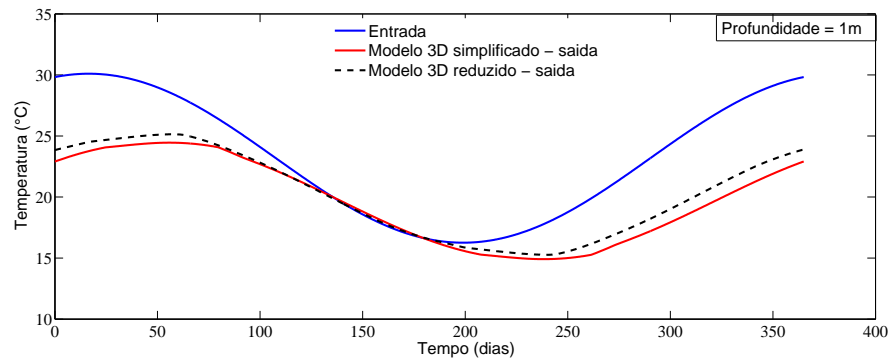


Figura 5.42: Comparação entre o modelo 3D simplificado e o modelo 3D reduzido na profundidade de 1m.

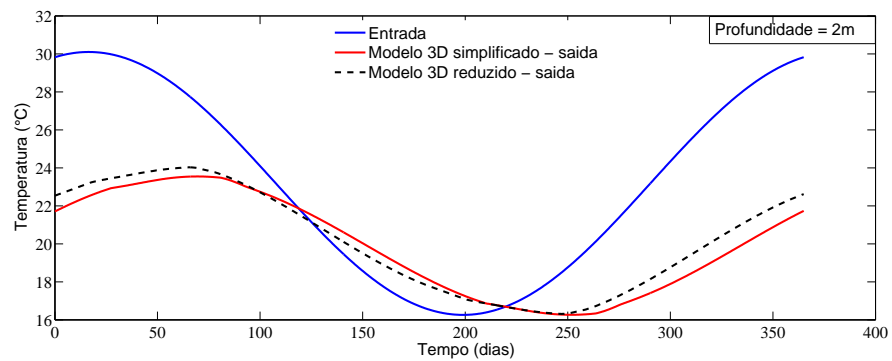


Figura 5.43: Comparação entre o modelo 3D simplificado e o modelo 3D reduzido na profundidade de 2m.

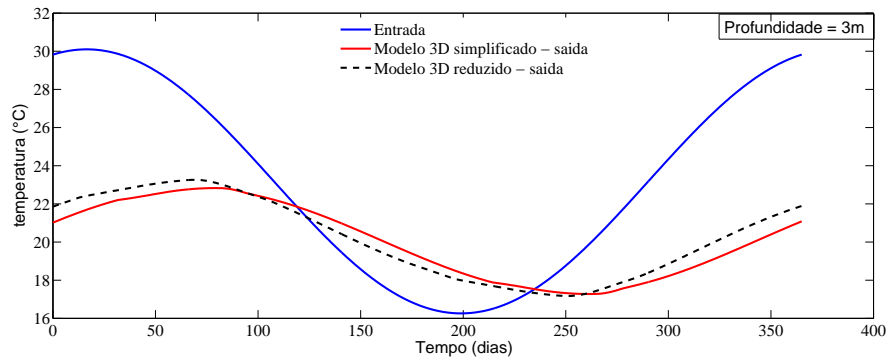


Figura 5.44: Comparação entre o modelo 3D simplificado e o modelo 3D reduzido na profundidade de 3m.

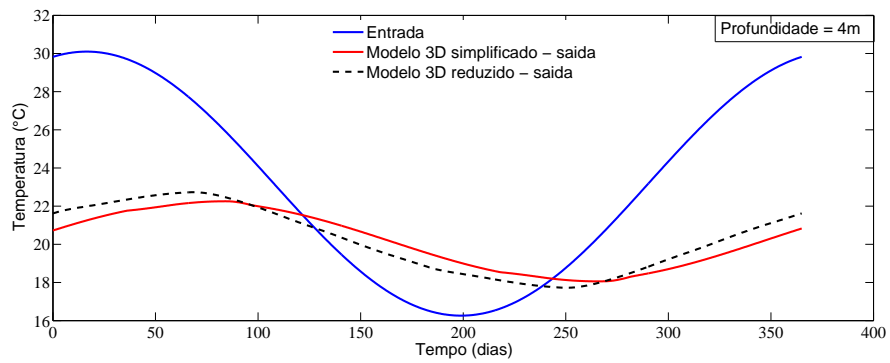


Figura 5.45: Comparação entre o modelo 3D simplificado e o modelo 3D reduzido na profundidade de 4m.

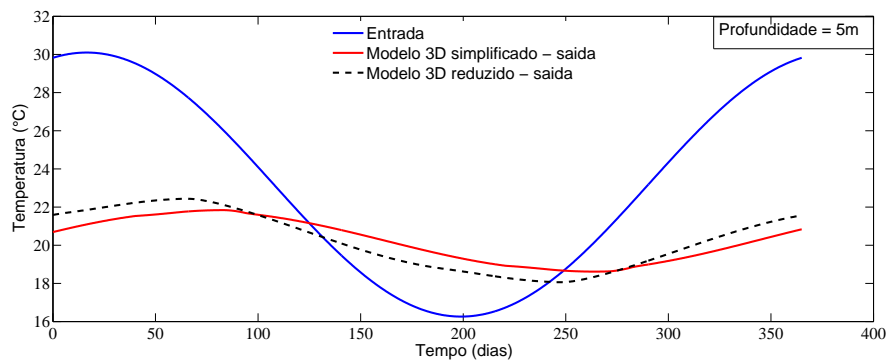


Figura 5.46: Comparação entre o modelo 3D simplificado e o modelo 3D reduzido na profundidade de 5m.

Um aspecto importante que merece ser tomado em consideração diz respeito ao potencial térmico do trocador de calor solo-ar do modelo 3D reduzido. A determinação desse potencial vai verificar se as recomendações do modelo reduzido são as mesmas do modelo simplificado e da literatura.

No presente trabalho, é obtida uma recomendação teórica do potencial de aquecimento e refrigeração para várias profundidades: 1m, 3m e 5m para cada mês de um ano, Figs. 5.47-5.49, respectivamente. Este potencial térmico foi avaliada por meio da diferença entre a temperatura média mensal do ar na saída do trocador de calor solo-ar e o ar ambiente externo.

A Figura 5.47 mostra o potencial térmico para uma profundidade de 1 metro. Os resultados mostram um potencial de resfriamento satisfatório, especialmente para os meses de janeiro, novembro e dezembro, onde se atinge potenciais de $6^{\circ}C$. Contudo, o potencial de aquecimento térmico é relativamente baixo. Como consequência, os resultados indicam que, para fins de aquecimento, a instalação de um trocador de calor solo-ar para esta profundidade não é recomendada.

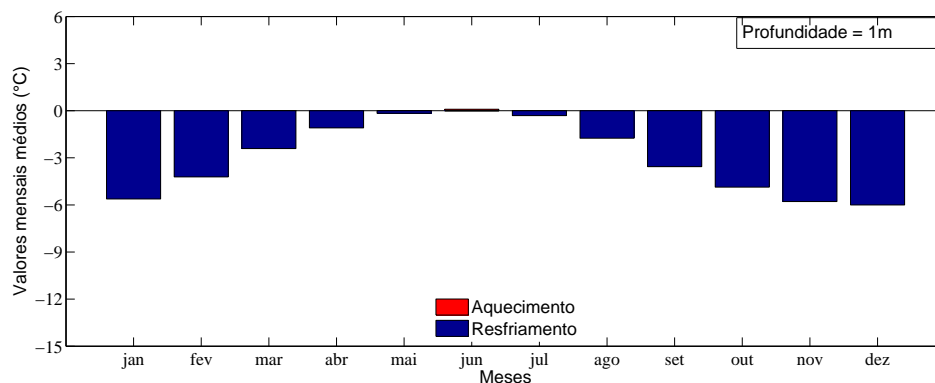


Figura 5.47: Potencial térmico do trocador de calor solo-ar do modelo 3D reduzido para uma profundidade de 1 metro.

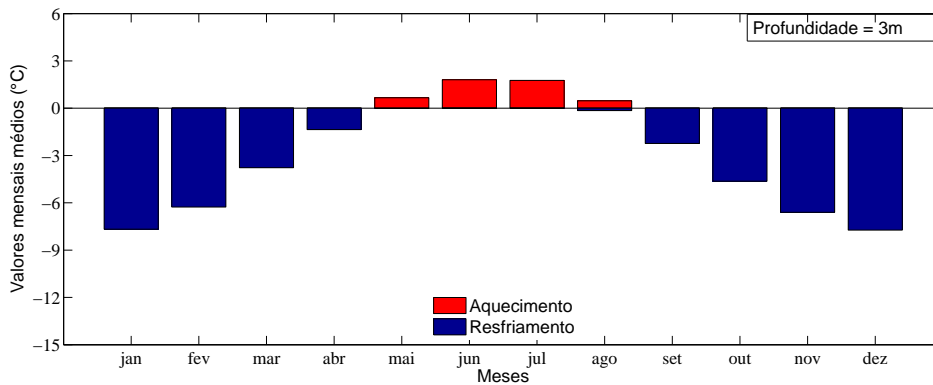


Figura 5.48: Potencial térmico do trocador de calor solo-ar do modelo 3D reduzido para uma profundidade de 3 metros.

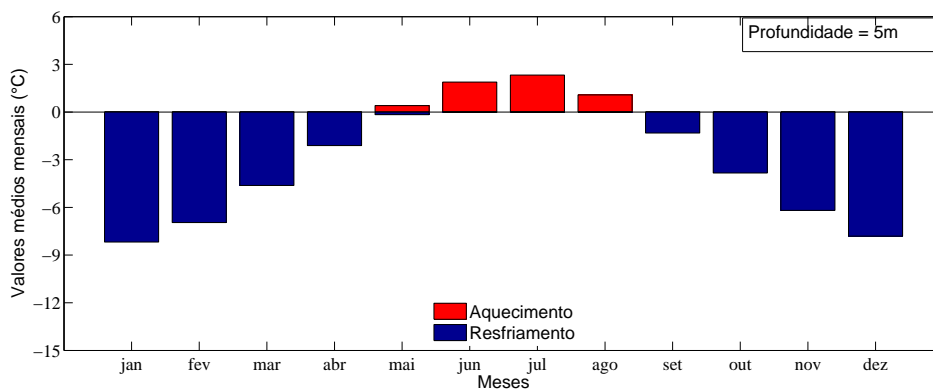


Figura 5.49: Potencial térmico do trocador de calor solo-ar do modelo 3D reduzido para uma profundidade de 5 metros.

Este estudo de caso mostra a aplicabilidade do modelo reduzido nos estudos numéricos que envolvem TCSA. As principais vantagens deste novo modelo são a redução significativa do esforço computacional e em tempo de processamento, o que permite o uso de malhas mais refinadas, se necessário.

Essa diferença é evidente quando o modelo simplificado e o modelo reduzido são comparados. Considerando-se um dos casos estudados, para o modelo simplificado a malha tem 555134 células utilizadas, sendo necessário um tempo de processamento de aproximadamente 14,0h(50400s). Para o mesmo problema, utilizando uma malha mais refinada com 641937 células o modelo reduzido necessita de

apenas $8.0h(28800s)$ para fornecer a solução.

Esta diferença representa uma redução de $43,0\%$ no tempo de processamento sem perda de precisão. Além disso, no estudo de caso desenvolvido, uma outra vantagem que pode ser destacada está relacionada com a construção do domínio computacional: no modelo simplificado é necessário a construção de um novo modelo computacional para cada profundidade estudada. Pelo contrário, para o modelo Reduzido o domínio computacional foi mantido constante para todas as instalações de profundidade, sendo necessário apenas uma mudança nas condições de contorno das superfícies do solo.

Certamente, estas vantagens permitirão a empregabilidade do modelo reduzido para futuros estudos de otimização geométrica de TCSA. Como desvantagem, é possível mencionar a necessidade de ter conhecimento dessas variações transientes de temperatura no solo, mas estas funções podem ser facilmente obtidas através de uma simulação numérica anterior ou por meio analítico.

5.4 Modelo 2D de Trocadores de calor solo-ar

Para reduzir custos computacionais, foram estudados também modelos 2D para a simulação de trocadores de calor solo-ar. Foram criadas malhas bidimensionais com o intuito de representar apenas o fluxo de ar no duto de modo que fosse possível analisar o campo de temperatura no seu interior em função da profundidade.

O domínio abrangeu uma área de $2,8347m^2$, conforme a Fig. 5.50. As condições de contorno foram impostas diretamente nas arestas superior ($solo_{sup}$) e inferior ($solo_{inf}$), utilizando os valores da temperatura do solo na mesma profundidade, calculados através do modelo do solo 2D sem o duto.

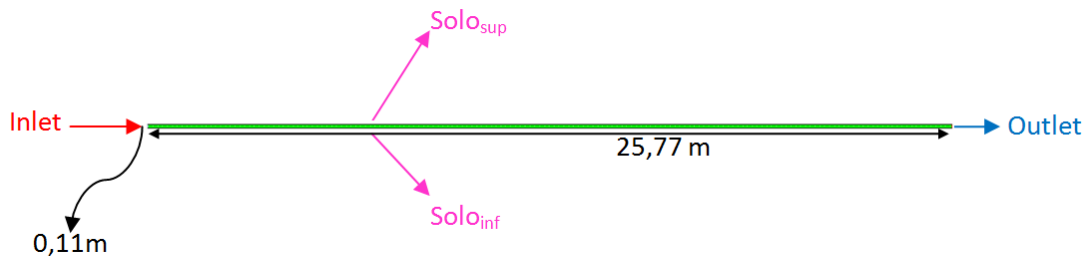


Figura 5.50: Modelo Duto 2D

Para comparar o modelo 2D com os modelos 3D reduzido e simplificado utiliza-se as mesmas propriedades dos materiais (massa específica “ ρ ”, condutividade térmica “ k ” e calor específico “ c ”) dadas na Tab.5.4.

Os resultados apresentados no modelo reduzido foram obtidos com uma malha particionada em 46850 volumes finitos quadrilateros. Para a discretização no tempo, foi adotado um passo de tempo de 3600s (uma hora), e o máximo de 200 iterações de convergência para cada passo.

As condições de contorno do modelo Duto 2D foram obtidas através do modelo bidimensional do solo (ver Fig. 5.28), sendo colocados monitores ao longo da profundidade do solo para coletar informações das temperaturas ao longo do tempo.

Com as temperaturas obtidas nos monitores foi possível chegar, através dos métodos dos mínimos quadrados e Newton, as curvas que descrevem as temperaturas nas arestas do contorno do modelo ($solo_{sup}$ / $solo_{inf}$), conforme mostra Fig. 5.50.

Quanto às condições iniciais, assumiu-se que o domínio estava inicialmente a $18,7^{\circ}\text{C}$, que é a temperatura média anual do solo. Adotou-se uma velocidade de entrada do ar de $3,3\text{m/s}$ e temperatura do ar externo (inlet), pressão livre na saída do ar (outlet), e um duto com diâmetro de 110mm . Como foi feito em [4], as simulações foram iniciados às 00:00 horas do dia primeiro de janeiro de 2007 e os resultados comparados com dados experimentais e numéricos de [4] e com os demais modelos descritos neste trabalho.

Também foi feito um estudo de refinamento de malha. O tamanho de malha

apropriado foi determinada por refinamentos sucessivos, aumentando o número de elementos a partir do tamanho da malha atual para o tamanho da malha seguinte, até satisfazer o seguinte critério:

$$\left| \frac{T^j - T^{j+1}}{T^j} \right| \leq 1,5 \times 10^{-4}, \quad (5.16)$$

onde T^j representa a temperatura numa profundidade de $2m$ no tempo de 2 anos, T^{j+1} significa a temperatura na mesma profundidade e mesmo espaço de tempo com uma malha mais refinada.

A Tabela 5.6 mostra os resultados, comparando as temperaturas na mesma profundidade das malhas com “tamanho de aresta” de $11.10^{-3}m$, $55.10^{-4}m$, $275.10^{-5}m$ e $1375.10^{-6}m$. Dos resultados obtidos, foi escolhida a malha com 46850 elementos para ser utilizada nas simulações.

Tabela 5.6: Estudo de independência de malhas

Número de elementos	Tempo (s)	T^j	$\left \frac{T^j - T^{j+1}}{T^j} \right $
11715	$6,3072 \times 10^7$	292,88315	—
23430	$6,3072 \times 10^7$	294,98236	$7,1673 \times 10^{-3}$
46850	$6,3072 \times 10^7$	292,92639	$6,6968 \times 10^{-3}$
187420	$6,3072 \times 10^7$	292,9289	$1,1958 \times 10^{-4}$

5.4.1 Verificação e Validação do Modelo 2D de Trocador de Calor Solo-Ar

Para verificar e validar o modelo computacional, as soluções numéricas foram comparadas com os resultados anteriores e os resultados experimentais e numéricos apresentados em [4]. Para isso, simulou-se o duto enterrado a uma profundidade de $1,6m$ em relação à superfície do solo.

As condições de contorno utilizadas para a verificação e validação do modelo Duto 2D são dadas pela equação:

$$T_v(t) = 20,49 + 5,66 \text{sen}((1,78 \times 10^{-2}t) - 5,30), \quad (5.17)$$

para a temperatura do ar na entrada do duto e pela equação:

$$T_s(t) = 18,70 + 3,2954sen((1,73 \times 10^{-2}t) - 5,8998) \quad (5.18)$$

para temperatura do solo nas arestas superior e inferior do solo. Os gráficos comparando as UDF do solo nas profundidade de 1,6m podem ser visualizados na Fig. 5.51.

O gráfico da UDF do ar na entrada do duto já foi mostrado na Fig.5.19

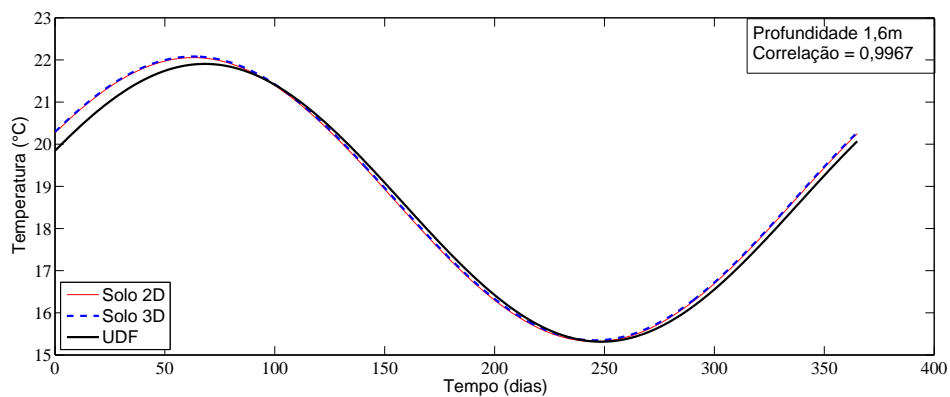


Figura 5.51: Gráfico da UDF da temperatura do solo na profundidade de 1,6m.

Observou-se uma boa concordância entre os resultados como pode se ver na Fig. 5.52. Nos modelos 3D simplificado e reduzido houve uma diferença máxima em torno de 3°C em relação aos dados experimentais (cerca de 11%), e de 1°C em relação a solução numérica (cerca de 4%) de [4]. Entretanto o modelo 3D reduzido possui uma melhor concordância com os resultados de [4].

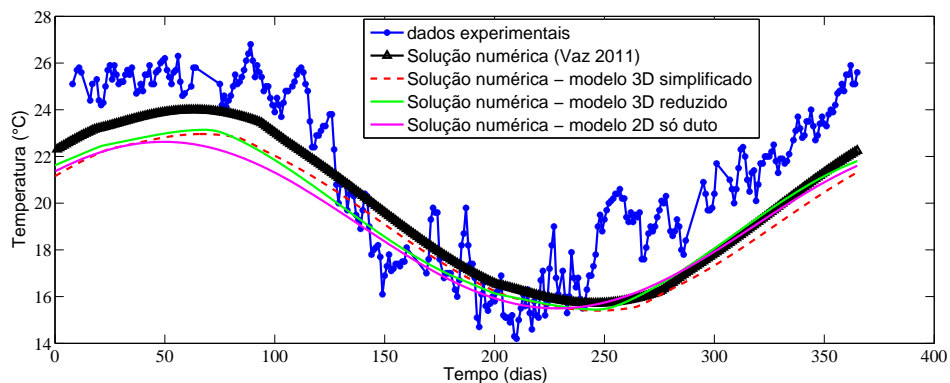


Figura 5.52: Comparação dos modelos 3D e 2D

Pode-se notar uma boa concordância do modelo 2D com os demais modelos desenvolvidos neste trabalho e no trabalho [4]. Assim é possível considerar verificado e validado o modelo computacional descrito, permitindo que esta metodologia numérica seja utilizada para prever o comportamento térmico de trocadores de calor solo-ar.

5.4.2 Comparação do tempo de simulação entre os modelos 3D e 2D

É importante destacar novamente que o domínio computacional de [4] era muito complexo, dificultando a avaliação de parâmetros específicos. Este trabalho faz o estudo de domínios mais simples permitindo a avaliação destes parâmetros.

Observa-se na Tab. 5.7 que o modelo Duto 2D leva cerca de 31% do tempo de simulação do modelo 3D simplificado e cerca de 53% do tempo de simulação do modelo 3D reduzido, permitindo uma estimativa rápida e adequada dos gradientes de velocidade e temperatura.

Tabela 5.7: Comparação dos modelos

Modelo	Número de Volumes finitos	Tipo de elemento	Tempo de processamento
Modelo 3D simplificado	555134	Tetraedros	13h e 30 min
Modelo 3D reduzido	641937	Tetraedros e hexaedros	8h
Modelo Duto 2D	46850	quadriláteros	4h e 15min

5.4.3 Comportamento térmico dos trocadores de calor solo-ar comparando os modelos 3D e 2D

As topologias do campo de temperatura num dia de verão podem ser observadas na Fig. 5.53 que mostra o duto a 1,6m de profundidade com o ar sendo

insuflado no trocador de calor solo-ar utilizado para a validação do modelo. É possível observar que a temperatura na entrada de ar do duto (ponto P1) está em torno de 26°C, de acordo com a condição de contorno.

À medida que o ar troca calor com o solo, ao passar ao longo do duto (pontos P2, P3, P4, P5, P6 e P7), sua temperatura diminui e estabiliza em um valor próximo a temperatura do solo. Podemos notar, ainda, que o modelo Duto 2D representa parte do domínio do modelo 3D reduzido Fig.5.33, e que o comportamento do ar dentro do duto se mantém similar.

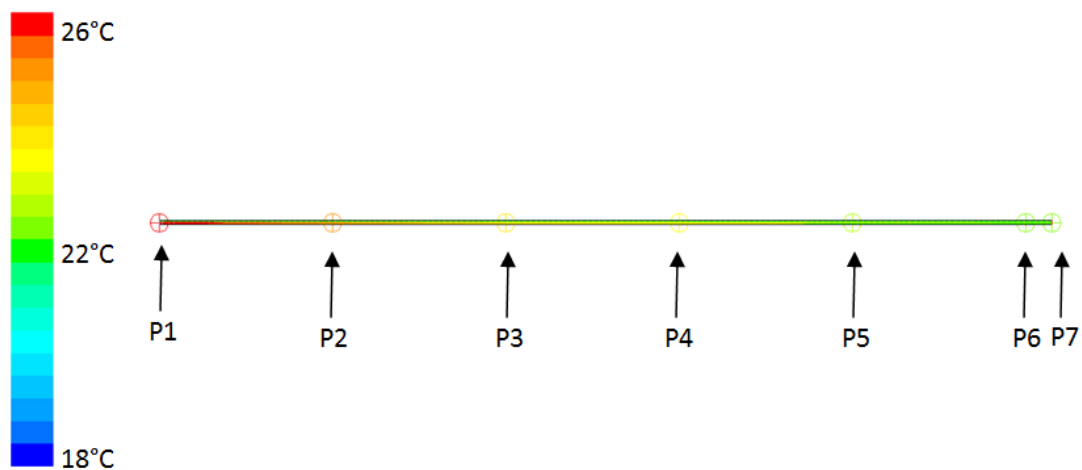


Figura 5.53: Perfil de temperatura do modelo Duto 2D

5.4.4 Variação da profundidade da instalação do duto no modelo Duto 2D

Para este estudo foi analisada a influência da profundidade do duto na troca térmica que acontece entre o solo e o ar em escoamento no dispositivo.

Neste estudo, como nos estudos anteriores deste trabalho, foram analisadas as mesmas cinco profundidades (1m, 2m, 3m, 4m e 5m) e o ar insuflado no trocador de calor foi sempre o mesmo, com variação anual de temperatura definida pela Eq. (5.5). Avaliou-se a variação da temperatura na saída do duto, conforme mostra Fig. 5.54.

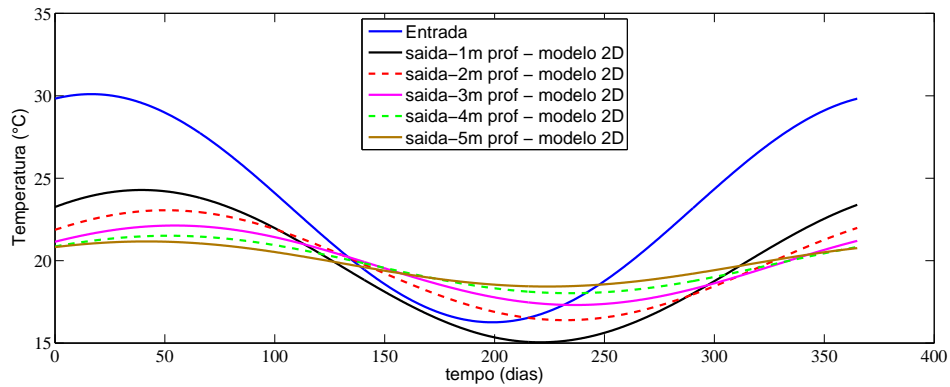


Figura 5.54: Comparação da profundidade - modelo 2D

Observou-se na Fig. 5.54 o mesmo comportamento que ocorre nas Fig. 5.20 e Fig. 5.34. Pode-se observar, assim como ocorre nos modelos 3D, que o potencial térmico para aquecimento cresce com o aumento da profundidade. Contudo, tanto para aquecimento quanto para resfriamento, este potencial se estabiliza a partir de $3m$ de profundidade, não havendo um ganho significativo em enterrar o duto em maiores profundidades. Para o duto enterrado a $3m$, a maior variação de temperatura foi em torno de $9^{\circ}C$ e apresenta uma capacidade de aquecimento em torno de $3^{\circ}C$.

As UDF que descrevem as temperaturas nas arestas do contorno do modelo ($solo_{sup}$ / $solo_{inf}$), conforme mostra Fig. 5.50 para as profundidades de 1m, 2m, 3m, 4m, 5m e 6m, são dadas pelas equações (5.10), (5.11),(5.12),(5.13),(5.14) e (5.15), respectivamente, que descrevem a temperatura do solo ao longo do ano e seus gráficos podem ser visualizados nas Figs. 5.35 a 5.41.

Pode-se observar nas Figs. 5.55 a 5.59, com o duto instalado até $3m$, uma forte concordância com os modelos 3D simplificado e 3D reduzido, com uma diferença máxima menor que $1^{\circ}C$. Para as profundidade de 4m e 5m, a diferença máxima foi em torno de $2^{\circ}C$, este fato é devido o solo absorver mais energia em profundidades maiores e esta inércia não é considerada no modelo 2D. Isto evidencia que o modelo 2D não é indicado para profundidades maiores de 3 m.

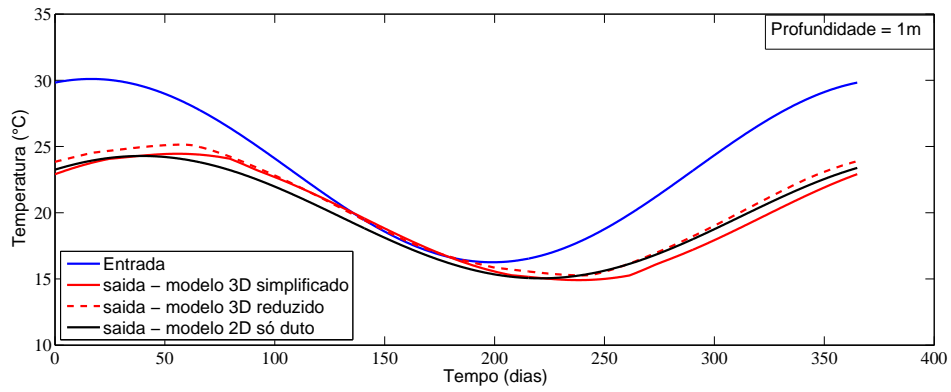


Figura 5.55: Comparação entre os modelos 3D e 2D - profundidade a 1m

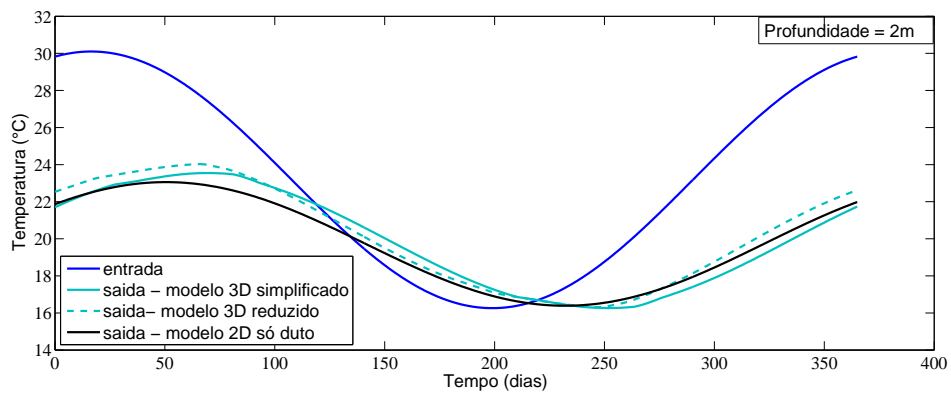


Figura 5.56: Comparação entre os modelos 3D e 2D - profundidade a 2m

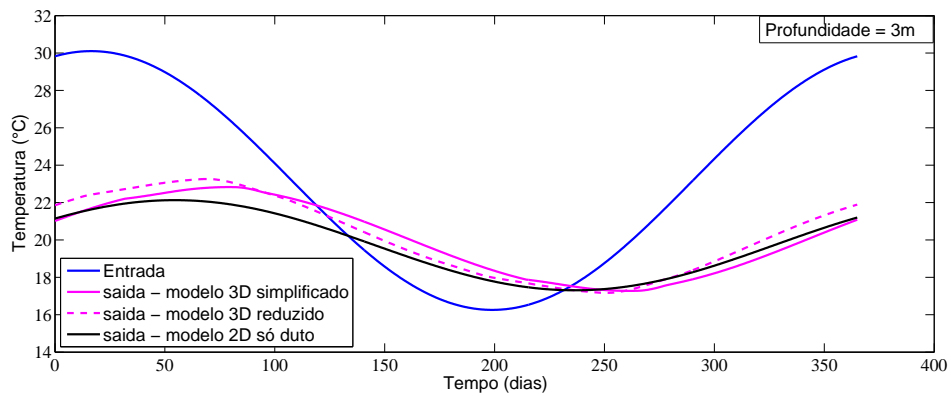


Figura 5.57: Comparação entre os modelos 3D e 2D - profundidade a 3m

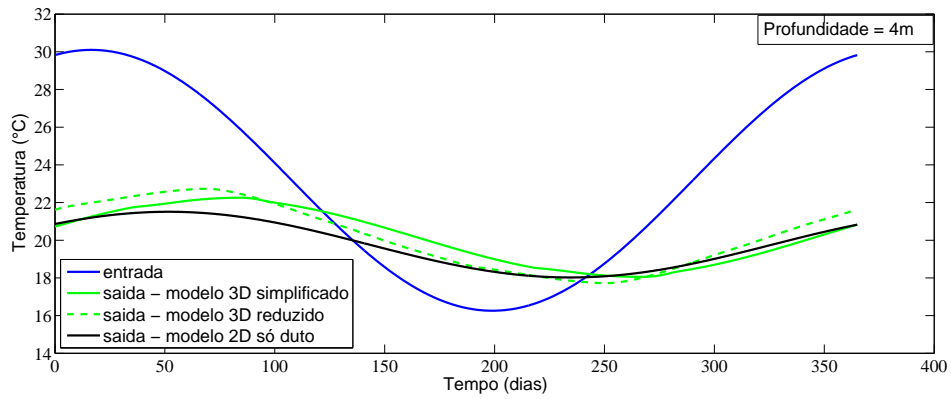


Figura 5.58: Comparação entre os modelos 3D e 2D - profundidade a 4m

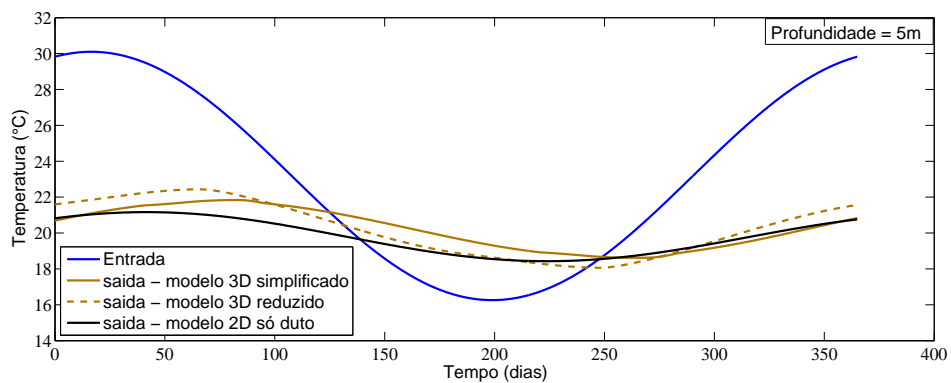


Figura 5.59: Comparação entre os modelos 3D e 2D - profundidade a 5m

Capítulo 6

Conclusões e propostas de continuidade

O uso da ciência e da tecnologia para reduzir o consumo de energia convencional é uma necessidade global. Neste sentido, a utilização de trocadores de calor solo-ar para aquecimento e arrefecimento do ambiente construído surge como uma alternativa para diminuir o consumo de energia convencional em condicionamento térmico do ar ambiente.

No presente trabalho foi realizado um estudo numérico da distribuição de calor no solo e de diferentes modelos de trocadores de calor solo-ar. Estes resultados foram confrontados com resultados experimentais, analíticos e numéricos presentes na literatura.

Os resultados numéricos mostraram que o emprego de um domínio bidimensional é uma alternativa viável e acurada para reduzir custos computacionais na previsão do comportamento térmico do solo. Os resultados também mostraram uma excelente concordância entre as previsões numéricas e analíticas durante todo o ano em estudo com um desvio inferior a 0,01%. As previsões numéricas também foram confrontadas com resultados experimentais, obtendo-se uma concordância qualitativamente satisfatória, apresentando diferenças máximas inferiores a 14%.

Uma vez que o modelo numérico representa adequadamente a solução analítica,

estima-se que as diferenças com os dados experimentais estão relacionadas com a própria presença dos trocadores de calor no local onde os dados foram coletados. Outra observação importante foi a de que os resultados numéricos obtidos aqui para o comportamento térmico do solo, em função da profundidade foram concordantes com as observações anteriores apresentados nos estudos de [4, 5].

Este trabalho contribuiu para a análise de modelos computacionais mais rápidos e eficientes que proporcionam o estudo do potencial de uso de trocadores de calor solo-ar. A partir dos resultados numéricos obtidos via simulações computacionais de dois modelos tridimensionais e um modelo bidimensional, baseados em único duto, foi possível avaliar o comportamento anual do campo de temperatura no solo e do ar no interior do duto.

Constatou-se que é possível analisar parâmetros de trocadores de calor solo ar simulando apenas parte do solo, considerando como condições de contorno as temperaturas médias anuais do solo, através de um modelo computacional 2D. Mostrou-se uma grande redução do custo computacional em relação ao modelo 3D reduzido, com uma redução de aproximadamente 60% do tempo de simulação do modelo 3D simplificado. Este modelo possui uma malha mais refinada na região do duto, permitindo uma estimativa mais adequada dos gradientes de velocidade e temperatura.

Observa-se que o modelo Duto 2D leva cerca de 31% do tempo de simulação do modelo 3D simplificado e cerca de 53% do tempo de simulação do modelo 3D reduzido, permitindo uma estimativa rápida e adequada dos gradientes de velocidade e temperatura.

Este trabalho contribui para a análise do potencial térmico de trocadores de calor solo ar com relação à profundidade de aterramento dos dutos. A partir dos resultados numéricos obtidos via simulações computacionais de um modelo tridimensional, baseado em único duto, foi possível avaliar o comportamento anual do campo de temperatura no solo e no interior do duto.

Constatou-se que o potencial de resfriamento e aquecimento do ar aumenta com a profundidade de instalação dos dutos. Porém, a partir de 3m de profundi-

dade, a temperatura de saída do ar teve um comportamento com pouca variação, podendo ser considerado constante (estável), não havendo ganho significativo em fazer escavações mais profundas. Para o resfriamento do ar, em particular, os resultados apontam que até mesmo dutos enterrados a pequenas profundidades podem ser eficazes.

Para finalizar, são sugeridas algumas propostas de continuidade para o presente trabalho, aplicando o método Constructal Design [42] aliado à modelagem computacional. São elas:

- avaliar a influência de parâmetros construtivos de trocadores de calor solo-ar, como por exemplo: diâmetro do duto, comprimento do duto, configuração do duto e profundidade de instalação;
- avaliar a influência de parâmetros operacionais de trocadores de calor solo-ar, como por exemplo: a velocidade de escoamento do ar;
- avaliar o desempenho de trocadores de calor solo-ar formados por arranjos de dois, três e quatro dutos;
- avaliar o real ganho econômico em energia ao utilizar trocadores de calor solo-ar.

Referências Bibliográficas

- [1] P. Peduzzi, “Demanda de energia no brasil crescerá 78% entre 2009 e 2035,” Dezembro 2011. <http://agenciabrasil.ebc.com.br/noticia/2011-12-02/demanda-de-energia-no-brasil-crescera-78-entre-2009-e-2035-diz-diretora-da-aie>.
- [2] P. Hollmuller, J. Carlo, M. Ordenes, F. Westphal, and R. Lamberts, “Potential of buried pipes systems and derived techniques for passive cooling of buildings in brazilian climates,” tech. rep., Edited by CUEPE, Université de Genève, Switzerland, 2006.
- [3] P. Hollmuller and B. Lachal, “Cooling and preheating with buried pipe systems: monitoring, simulation and economic aspects,” *Energy and Buildings*, no. 33, pp. 509–518, 2001.
- [4] J. Vaz, *Estudo experimental e numérico sobre o uso do solo como reservatório de energia para o aquecimento e resfriamento de ambientes edificados*. PhD thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, RS, Brasil, 2011.
- [5] J. Vaz, M. A. Sattler, E. D. dos Santos, and L. A. Isoldi, “Experimental and numerical analysis of an earth-air heat exchanger,” *Energy and Buildings*, 2011.
- [6] G. A. Florides, S. Kalogirou, V. Messaritis, I. Panayides, G. P. Z. Zomeni, A. Lizides, E. Sophocleous, and K. Koutsoumpas, “The geothermal characteristics of the ground and the potential of using ground coupled heat pump in cyprus,” *Energy*, vol. 36, pp. 5027–5036, 2011.

- [7] C. P. Jacovides, G. Mihalakakou, T. M. Santamouris, and J. O. Lewis, “On the ground temperature profile for passive cooling applications in buildings,” *Solar Energy*, vol. 48, no. 3, pp. 167–175, 1996.
- [8] G. Mihalakakou, M. Santamouris, D. Asimakopoulos, and N. F. Papanikolaou, “Impact of ground cover on the efficiencies of earth-to-air heat exchangers,” *Applied Energy*, vol. 48, pp. 19–32, 1994.
- [9] G. Mihalakakou, M. Santamouris, D. Asimakopoulos, and N. F. Papanikolaou, “Modelling the thermal performance of earth-to-air heat exchangers,” *Solar Energy*, vol. 53, no. 3, pp. 301–305, 1994.
- [10] M. Santamouris, G. Mihalakakou, A. Argiriou, and D. N. Asimakopoulos, “On the performance of buildings coupled with earth to air heat exchangers,” *Solar Energy*, vol. 54, no. 6, pp. 375–380, 1995.
- [11] G. Mihalakakou, M. Santamouris, M. O. Lewis, and D. Asimakopoulos, “On the application of the energy balance equation to predict ground temperature profiles,” *Solar Energy*, vol. 60, pp. 181–190, 1997.
- [12] H. Wu, S. Wang, and D. Zhu, “Modelling and evaluation of cooling capacity of earth-air-pipe systems,” *Energy Conversion and Management*, vol. 48, pp. 1462–1471, 2007.
- [13] M. Cucumo, S. Cucumo, L. Montoro, and A. Vulcano, “A one-dimensional transient analytical model for earth-to-air heat exchangers, taking into account condensation phenomena and thermal perturbation from the upper free surface as well as around the buried pipes,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 51, pp. 506–516, 2008.
- [14] M. D. Paepe and A. A. Janssens, “Thermo-hydraulic design of earth-air heat exchangers,” *Energy and Buildings*, vol. 35, pp. 389–397, 2011.

- [15] A. Trzaski and B. Zawada, “The influence of environmental and geometrical factors on air-ground tube heat exchanger energy efficiency,” *Building and Environment*, vol. 46, pp. 1436–1444, 2011.
- [16] D. V. Reenen, “Modelling the performance of underground heat exchangers and storage systems,” Master’s thesis, Chalmers University Of Technology, Göteborg, Sweden, 2011.
- [17] H. Su, X.-B. Liu, L. Ji, and J.-Y. Mu, “A numerical model of a deeply buried air-earth-tunnel heat exchanger,” *Energy and Buildings*, 2012.
- [18] R. Brum, L. A. Rocha, J. Vaz, E. D. Santos, and L. Isoldi, “Development of simplified numerical model for evaluation of the influence of soil-air heat exchanger installation depth over its thermal potential,” *International Journal Of Advanced Renewable Energy Research*, vol. 1, no. 9, pp. 505–514, 2012.
- [19] L. A. Rocha, S. Lorente, and R. A. Adrian Bejan and, “Constructal design of underground heat sources or sinks for the annual cycle,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, no. 55, pp. 7832–7837, 2012.
- [20] R. Misra, V. Bansal, G. D. Agrawal, J. Mathur, and T. K. Aseri, “Cfd analysis based parametric study of derating factor for earth air tunnel heat exchanger,” *Applied Energy*, no. 103, pp. 266–277, 2013.
- [21] V. Bansal, R. Misra, G. D. Agarwal, and J. Mathur, “Transient effect of soil thermal conductivity and duration of operation on performance of earth air tunnel heat exchanger,” *Applied Energy*, no. 103, pp. 1–11, 2013.
- [22] J. M. Mimoso, *Transmissão de Calor: Bases teóricas para aplicação à Térmica de Edifícios*. Lisboa: LNEC, 1987.
- [23] F. P. Incropera, D. P. Dewitt, T. L. Bergman, and A. S. Lavine, *Fundamentos de Transferência de Calor e Massa*. LTC - Livros Técnicos e científicos Editorial Ltda, 6 ed., 2008.

- [24] A. Bejan, *Convection Heat Transfer*. Durham, USA: John Wiley, 2004.
- [25] E. D. dos Santos, *Análise numérica de escoamentos turbulentos não reativos com transferência de calor por convecção e radiação térmica em meios participantes*. PhD thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, RS, Brasil, 2011.
- [26] R. Siegel and J. R. Howell, *Thermal Radiation Heat Transfer*. New York, USA: Taylor & Francis, 4th edition ed., 2002.
- [27] C. R. Maliska, *Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacionais*. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2 ed., 2010.
- [28] H. K. Versteeg and W. Malalasekera, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*. England: Pearson Education Limited, second edition ed., 2007.
- [29] M. Lesieur, O. Métais, and P. Comte, *Large-eddy simulations of turbulence*. New York, USA: Cambridge University Press, 2005.
- [30] D. C. Wilcox, *Turbulence modeling for CFD*. La Canada, USA: DCW Industries, 2002.
- [31] S. B. Pope, *Turbulent Flows*. New York, USA: Cambridge University Press, 2008.
- [32] ANSYS, “Guia do usuário do fluent,” tech. rep., version 6.3.16, 2007.
- [33] F. S. Lien and M. A. Leschziner, “Assessment of turbulent transport models including non-linear rng eddy-viscosity formulation and second-moment closure,” *Computers and Fluids*, vol. 8, no. 23, pp. 983–1004, 1994.
- [34] T. G. C.G. Spexiale, S. Sarkar, “Modeling the pressure-strain correlation of turbulence: an invariant dynamical systems approach,” *Journal of Fluid Mechanics*, no. 227, pp. 245–272, 1991.

- [35] C. F. Gerald, *Applied Numerical Analysis*. USA: Addison-Wesley, second edition ed., 1980.
- [36] E. Becker, G. Carey, and J. Oden, *Finite elements: an introduction, volume I*. USA: Prentice-Hall, 1981.
- [37] T. J. R. Hughes, *The finite element method - linear static and dynamic finite element analysis*. USA: Dover publications, 2000.
- [38] H. G. Roos, M. Stynes, and L. Tobisca, *Numerical methods for singularly perturbed differential equations: convection diffusion and flow problems*. USA: Springer-Verlag, 1996.
- [39] R. L. Burden and J. D. Faires, *Análise Numérica*. São Paulo, Brasil: Pioneira Thomson Learning, 2003.
- [40] P. M. Gresho and R. L. Sani, *Incompressible Flow and the Finite Element Method. Advection-diffusion and Isothermal Laminar Flow*. Sussex, UK: John Wiley & Sons Ltda, 1999.
- [41] M. S. Todorov, “Bps, energy efficiency and renewable energy sources for buildings greening and zero energy cities planning,” *Energy Buildings*, 2012.
- [42] A. Bejan and S. Lorente, *Design with Constructal Theory*. Hoboken: John Wiley, 2008.
- [43] J. Stewart, *Cálculo Volume II*. São Paulo, Brasil: Pioneira Thomson Learning, 5 ed., 2006.
- [44] R. G. Bartle, *The Elements of Real Analysis*. New York, USA: John Wiley & Sons, 2 ed., 1976.
- [45] J. Stewart, *Cálculo Volume I*. São Paulo, Brasil: Pioneira Thomson Learning, 5 ed., 2006.

- [46] S. J. Chapman, *Programação Em Matlab Para Engenheiros*. São Paulo, Brasil: CENGAGE LEARNING, 2 ed., 2011.
- [47] B. D. Reddy, *Introductory Functional Analysis*. New York, USA: Springer, 1998.

Anexo I

I. 1. O Método de Newton

Dado um campo vetorial não-linear

$$\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} f(x, y, z) \\ g(x, y, z) \\ h(x, y, z) \end{pmatrix},$$

cujas funções componentes f , g e h são diferenciáveis no ponto $\vec{x}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$, então pode-se aproximar \vec{F} , nas vizinhanças desse ponto [43, 44], pelo campo vetorial linear:

$$\vec{L}(x, y, z) = \begin{pmatrix} f(\vec{x}_0) + f_x(\vec{x}_0)(x - x_0) + f_y(\vec{x}_0)(y - y_0) + f_z(\vec{x}_0)(z - z_0) \\ g(\vec{x}_0) + g_x(\vec{x}_0)(x - x_0) + g_y(\vec{x}_0)(y - y_0) + g_z(\vec{x}_0)(z - z_0) \\ h(\vec{x}_0) + h_x(\vec{x}_0)(x - x_0) + h_y(\vec{x}_0)(y - y_0) + h_z(\vec{x}_0)(z - z_0) \end{pmatrix}.$$

Assim, uma maneira de aproximar as soluções da equação $\vec{F}(x, y, z) = \vec{0}$ (que forma um sistema não linear) é resolvendo a equação $\vec{L}(x, y, z) = \vec{0}$ (que forma um sistema linear), isto é:

$$\begin{aligned} f(x_0, y_0, z_0) + f_x(x_0, y_0, z_0)(x - x_0) + f_y(x_0, y_0, z_0)(y - y_0) + f_z(x_0, y_0, z_0)(z - z_0) &= 0 \\ g(x_0, y_0, z_0) + g_x(x_0, y_0, z_0)(x - x_0) + g_y(x_0, y_0, z_0)(y - y_0) + g_z(x_0, y_0, z_0)(z - z_0) &= 0 \\ h(x_0, y_0, z_0) + h_x(x_0, y_0, z_0)(x - x_0) + h_y(x_0, y_0, z_0)(y - y_0) + h_z(x_0, y_0, z_0)(z - z_0) &= 0 \end{aligned}$$

Isto resulta no sistema:

$$\begin{aligned} f_x(\vec{x}_0) x + f_y(\vec{x}_0) y + f_z(\vec{x}_0) z &= f_x(\vec{x}_0)x_0 + f_y(\vec{x}_0) y_0 + f_z(\vec{x}_0) z_0 - f(\vec{x}_0) \\ g_x(\vec{x}_0) x + g_y(\vec{x}_0) y + g_z(\vec{x}_0) z &= g_x(\vec{x}_0)x_0 + g_y(\vec{x}_0) y_0 + g_z(\vec{x}_0) z_0 - g(\vec{x}_0) \\ h_x(\vec{x}_0) x + h_y(\vec{x}_0) y + h_z(\vec{x}_0) z &= h_x(\vec{x}_0)x_0 + h_y(\vec{x}_0) y_0 + h_z(\vec{x}_0) z_0 - h(\vec{x}_0) \end{aligned}$$

que pode ser escrito matricialmente como:

$$\begin{pmatrix} f_x(\vec{x}_0) & f_y(\vec{x}_0) & f_z(\vec{x}_0) \\ g_x(\vec{x}_0) & g_y(\vec{x}_0) & g_z(\vec{x}_0) \\ h_x(\vec{x}_0) & h_y(\vec{x}_0) & h_z(\vec{x}_0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_x(\vec{x}_0) & f_y(\vec{x}_0) & f_z(\vec{x}_0) \\ g_x(\vec{x}_0) & g_y(\vec{x}_0) & g_z(\vec{x}_0) \\ h_x(\vec{x}_0) & h_y(\vec{x}_0) & h_z(\vec{x}_0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} f(\vec{x}_0) \\ g(\vec{x}_0) \\ h(\vec{x}_0) \end{pmatrix}$$

A matriz de derivadas parciais que se repete nos lados esquerdo e direito da equação acima é chamada de matriz jacobiana (J) do campo vetorial \vec{F} . Vetorialmente, a equação anterior pode ser escrita mais compactamente, isto é:

$$J(x_0, y_0, z_0) \vec{x} = J(x_0, y_0, z_0) \vec{x}_0 - \vec{F}(x_0, y_0, z_0).$$

Assim, quando se deseja achar um valor aproximado da raiz \vec{x}_r de um campo vetorial \vec{F} , isto pode ser feito iterativamente escolhendo uma aproximação inicial (“valor intuitivo”) \vec{x}_0 e calculando aproximações sucessivas através da resolução do sistema de equações lineares:

$$J(\vec{x}_k) \vec{x}_{k+1} = J(\vec{x}_k) \vec{x}_k - \vec{F}(\vec{x}_k), \quad (7.1)$$

com $k = 0, 1, 2, \dots$. Esta técnica de resolução é chamada de Método de Newton [39, 35].

Observação 1: De fato, para reduzir custos computacionais com cálculos de produtos matriz-vetor, pode-se introduzir a variável $\vec{y} = \vec{x}_{k+1} - \vec{x}_k$ e o algoritmo do método de Newton passa a ter duas etapas:

- (1) Determinar \vec{y} em $J(\vec{x}_k) \vec{y} = -\vec{F}(\vec{x}_k)$
- (2) Calcular $\vec{x}_{k+1} = \vec{x}_k + \vec{y}$.

Observação 2: Quando o campo vetorial \vec{F} trata-se mais simplesmente de uma função de uma variável real $f = f(x)$, então a matriz jacobiana reduz-se a derivada $f'(x)$. Nesse caso, a raiz de f pode ser obtida iterativamente pela equação:

$$f'(x_k) x_{k+1} = f'(x_k) x_k - f(x_k).$$

Naturalmente, quando $f'(x_k) \neq 0$, o método de Newton pode ser escrito na forma:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}, \quad (7.2)$$

que é a fórmula usual apresentada em livros de Cálculo Numérico e mesmo de Cálculo [45].

Observação 3: Sob certas condições o método de Newton tanto pode convergir “relativamente rápido” como pode divergir. Pode-se notar que isso depende da aproximação inicial utilizada e dos valores das derivadas. Uma introdução a este tema pode ser encontrado em [39]. Deve-se ressaltar, porém, que para todos os casos testados nessa dissertação o método convergiu “rapidamente” em menos de 5 iterações.

I. 2. O Método dos Mínimos Quadrados Discreto

Em muitas ocasiões, como ocorre nessa dissertação, dispõe-se de um conjunto de dados $\{x_i, y_i\}$ relativos a medidas y_i observadas em determinados intervalos discretos x_i de um determinado fenômeno. Para obter uma função representativa desses dados, geralmente, não convém fazer uma interpolação, até mesmo porque os instrumentos de medida estão sujeitos a erros.

Uma alternativa é ajustar uma função f aos dados de modo que se minimize discretamente as diferenças entre os valores de y_i e $f(x_i)$, como na Figura 7.1. Uma filosofia particularmente popular consiste em minimizar a soma dos quadrados desses erros, o que conduz ao Método dos Mínimos Quadrados Discretos.

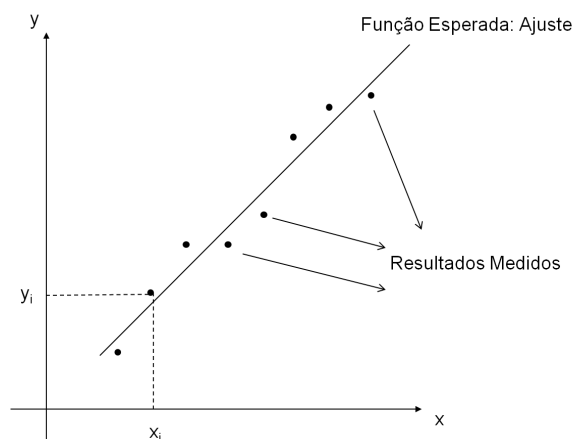


Figura 7.1: Um exemplo de ajuste de curvas

Como se vê no Capítulo 5, as condições de contorno dos problemas foram representadas por funções trigonométrica do tipo $f(x) = A \text{Sin}(Bx + C) + D$, onde A, B, C e D são constantes reais a determinar. Decidiu-se por escolher esse tipo de função por seu caráter periódico e por se assemelhar as soluções analíticas simplificadas do problema [22].

Assim, usando o método de mínimos quadrados, as constantes supracitadas são escolhidas de modo a minimizar a função erro:

$$\text{Erro} = \text{Erro}(A, B, C, D) = \sum_{i=1}^N [f(x_i) - y_i]^2 = \sum_{i=1}^N [A \text{Sin}(Bx_i + C) + D - y_i]^2,$$

onde N é o número de dados medidos.

Como se demonstra no Anexo I. 4, o valor mínimo dessa função ocorre no ponto (A, B, C, D) onde o gradiente da função erro se iguala a zero, isto é:

$$\nabla \text{Erro}(A, B, C, D) = (\text{Erro}_A, \text{Erro}_B, \text{Erro}_C, \text{Erro}_D)^T = \vec{0}.$$

Logo, a anulação das derivadas parciais gera o sistema de equações não linear:

$$\begin{aligned} \text{Erro}_A &= 2 \sum_{i=1}^N [A \text{Sin}(Bx_i + C) + D - y_i] \text{Sin}(Bx_i + C) = 0, \\ \text{Erro}_B &= 2 \sum_{i=1}^N [A \text{Sin}(Bx_i + C) + D - y_i] A \text{Cos}(Bx_i + C) x_i = 0, \\ \text{Erro}_C &= 2 \sum_{i=1}^N [A \text{Sin}(Bx_i + C) + D - y_i] A \text{Cos}(Bx_i + C) = 0, \\ \text{Erro}_D &= 2 \sum_{i=1}^N [A \text{Sin}(Bx_i + C) + D - y_i] = 0. \end{aligned} \quad (7.3)$$

Para resolver esse sistema, nessa dissertação adotou-se o método de Newton. Ao invés de prosseguir apresentando as dezesseis derivadas parciais necessárias para o cálculo da matriz jacobiana associada a esse sistema, além das suas simplificações, apresenta-se a seguir o código utilizado. Este foi implementado na linguagem de programação do Matlab [46].

I. 3. Código Utilizado Comentado

```
%Observações: No matlab textos à direita do símbolo % são comentários
% A função sum() calcula somatórios
```

```

% Se uma sequencia de operações ficar tão grande que não caiba em uma linha
% ela pode ser continuada na próxima linha usando o comando três pontos (...)
% Um sistema  $Ax = b$  pode ser resolvido com o comando  $x = A \setminus b$ 

% ..... ENTRADA DOS DADOS .....
% Chute inicial para os coeficientes da senoide
a = 0; b = 0; c = 0; d = 0;
Tol = 1e - 5; Nmax = 10 % Tolerância e número máximo de iterações

% Preenchimento dos intervalos de tempo e valores de temperatura
% Este dados estavam disponíveis em arquivos textos.
% Uma maneira de recuperá-los para preencher os vetores x1 e y1
% é usando comandos de leitura de arquivos do matlab, como, por exemplo:

addpath('C:\Ruth'); % fornece ao matlab a pasta onde está o arquivo
[x1,y1] = textread('arquivo.txt', '%f %f',10); % lê, por exemplo,
% dez (10) entradas (x1,y1) do arquivo em ponto flutuante ('%f').

%.....CÁLCULO DOS COEFICIENTES .....
cont = 1; % contador de iterações
while (cont < Nmax)
% calcula a matriz jacobiana
jac = [sum(sin(b * x1 + c). ^ 2), ...
sum(x1. * cos(b * x1 + c). * (2 * a * sin(b * x1 + c) + d - y1)), ...
sum(cos(b * x1 + c). * (2 * a * sin(b * x1 + c) + d - y1)), sum(sin(b * x1 + c)); ...
%fim da primeira linha da matriz
sum(x1. * sin(b * x1 + c). * cos(b * x1 + c)), ...
sum(x1.^2. * (a * (cos(b*x1+c)).^2 - (a * sin(b*x1+c) + d - y1). * sin(b*x1+c))), ...
sum(x1. * (a * (cos(b*x1+c)).^2 - (a * sin(b*x1+c) + d - y1). * sin(b*x1+c))), ...

```

```

sum(x1.*cos(b*x1+c));...
%fim da segunda linha da matriz
sum(sin(b*x1+c).*cos(b*x1+c)),...
sum(x1.*(a*(cos(b*x1+c)).^2-(a*sin(b*x1+c)+d-y1).*sin(b*x1+c))),...
sum((a*(cos(b*x1+c)).^2-(a*sin(b*x1+c)+d-y1).*sin(b*x1+c))),...
sum(cos(b*x1+c));...
%fim da terceira linha da matriz
sum(sin(b*x1+c)),sum(a*cos(b*x1+c).*x1),sum(a*cos(b*x1+c)),size(x1,1)];
%fim da quarta linha da matriz

% Calcula o campo vetorial
F = [sum((a*sin(b*x1+c)+d-y1).*sin(b*x1+c));...
sum((a*sin(b*x1+c)+d-y1).*cos(b*x1+c).*x1);...
sum((a*sin(b*x1+c)+d-y1).*cos(b*x1+c));sum((a*sin(b*x1+c)+d-y1))];

% Resolução do Sistema Linear: jac y = -F
y = jac\(-F);

if ( max(abs(y)) < tol ) % Teste de convergência

    break; % pode parar
else

    cont = cont + 1;

    a = a + y(1); b = b + y(2); c = c + y(3); d = d + y(4)
end % fim do se

end % fim do loop while

```

I. 4. Demonstração Resultado de Minimização

Seja a função erro $E : R^4 \rightarrow R$, definida por

$$E = E(A, B, C, D) = \sum_{i=1}^N [A \operatorname{Sin}(B x_i + C) + D - y_i]^2,$$

onde x_i, y_i e N são números reais dados. Como essa função é quadrática, sabe-se que $E(A, B, C, D) \geq 0 \quad \forall (A, B, C, D)^T \in R^4$. Portanto, essa função possui um valor mínimo em algum ponto $\vec{x}_m = (A_m, B_m, C_m, D_m)^T \in R^4$.

Seja a função real $f(\varepsilon) = E(\vec{x}_m + \varepsilon \vec{y})$, onde $\vec{y} = (a, b, c, d)^T$ é um vetor arbitrário no R^4 . O mínimo de F ocorre quando $\varepsilon = 0$, visto que $F(0) = E(\vec{x}_m)$. Além disso, como F é uma função real diferenciável, pelo Teorema de Fermat [43, 47], seu mínimo ocorre quando

$$\left. \frac{dF(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} = \left. \frac{dE(\vec{x}_m + \varepsilon \vec{y})}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} = 0.$$

Expandindo os termos, é preciso calcular:

$$\left. \frac{d}{d\varepsilon} \left\{ \sum_{i=1}^N [(A_m + \varepsilon a) \operatorname{Sin}[(B_m + \varepsilon b) x_i + (C_m + \varepsilon c)] + D_m + \varepsilon d - y_i]^2 \right\} \right|_{\varepsilon=0} = 0.$$

Calculando a derivada, obtém-se:

$$\sum_{i=1}^N 2 \left\{ (A_m + \varepsilon a) \operatorname{Sin}[(B_m + \varepsilon b) x_i + (C_m + \varepsilon c)] + D_m + \varepsilon d - y_i \right\} \cdot \left\{ a \operatorname{Sin}[(B_m + \varepsilon b) x_i + (C_m + \varepsilon c)] + (A_m + \varepsilon a) \operatorname{Cos}[(B_m + \varepsilon b) x_i + (C_m + \varepsilon c)](b x_i + c) + d \right\}.$$

Recalculando a expressão anterior com $\varepsilon = 0$ e igualando-a zero, chega-se a

$$\sum_{i=1}^N 2 [A_m \operatorname{Sin}(B_m x_i + C_m) + D_m - y_i] \cdot [a \operatorname{Sin}(B_m x_i + C_m) + A_m \operatorname{Cos}(B_m x_i + C_m)(b x_i + c) + d] = 0.$$

Em notação vetorial, o lado esquerdo da equação acima pode ser escrita como um produto escalar:

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N 2 [A_m \operatorname{Sin}(B_m x_i + C_m) + D_m - y_i] \operatorname{Sin}(B_m x_i + C_m) \\ \sum_{i=1}^N 2 [A_m \operatorname{Sin}(B_m x_i + C_m) + D_m - y_i] A_m \operatorname{Cos}(B_m x_i + C_m) x_i \\ \sum_{i=1}^N 2 [A_m \operatorname{Sin}(B_m x_i + C_m) + D_m - y_i] A_m \operatorname{Cos}(B_m x_i + C_m) \\ \sum_{i=1}^N 2 [A_m \operatorname{Sin}(B_m x_i + C_m) + D_m - y_i] \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = 0,$$

De fato, ainda mais compactamente, o lado esquerdo da equação acima pode ser escrito como um produto escalar entre o vetor \vec{y} e o gradiente da função erro em \vec{x}_m , isto é:

$$\nabla E(A_m, B_m, C_m, D_m) \cdot \vec{y} = 0$$

Como essa equação deve ser válida para qualquer vetor \vec{y} (que é escolhido arbitrariamente), demonstra-se que a função erro possui um valor mínimo no ponto \vec{x}_m onde seu gradiente se anula.

Anexo II

No software Fluent, para simular a variação da temperatura na superfície do solo, nos modelos computacionais bi e tri-dimensionais, foi adotada a Função Definida pelo Usuário (User Defined Function - UDF) apresentada na Fig. 8.1.

```
/* This UDF file creates a time dependent boundary condition
for temperature*/
/* I used it to include time dependent temperature boundary
condidion (T(t))*/

#include "udf.h"

DEFINE_PROFILE(BC_ground, thread, position)
{
    face_t f;
    real t = CURRENT_TIME;
    real T0 = 291.70;
    real theta = 6.28;
    real omega = 199.24e-9;

    begin_f_loop(f, thread)
    {
        F_PROFILE(f, thread, position) = T0 + theta*sin((omega*t)+
(26.24));
    }
    end_f_loop(f, thread)
};
```

Figura 8.1: UDF da variação da temperatura na superfície do solo