

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

ESTUDO NUMÉRICO E AVALIAÇÃO GEOMÉTRICA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR
POR CONVECÇÃO MISTA EM UMA CAVIDADE DIRIGIDA COM DUAS ALETAS
INSERIDAS

por

Priscila Martta Rodrigues

Dissertação para obtenção do Título de
Mestre em Modelagem Computacional

Rio Grande, novembro, 2018

ESTUDO NUMÉRICO E AVALIAÇÃO GEOMÉTRICA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR
POR CONVECÇÃO MISTA EM UMA CAVIDADE DIRIGIDA COM DUAS ALETAS
INSERIDAS

Por

Priscila Martta Rodrigues

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional (PPGMC),
da Universidade Federal do Rio Grande (FURG), como parte dos requisitos necessários para a
obtenção do Título de

Mestre em Modelagem Computacional.

Área de concentração: Mecânica Computacional.

Orientador: Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos

Coorientador: Prof. Dr. Liércio André Isoldi

Examinadores da banca:

Prof. Dr. Emanuel Da Silva Diaz Estrada FURG

Prof. Dr. Mateus das Neves Gomes IFPR

Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha UNISINOS

Prof. Dr. Wiliam Correa Marques

Coordenador do PPGMC.

Rio Grande, novembro de 2018.

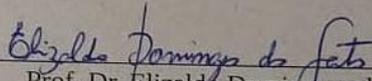
Priscila Martta Rodrigues

“Estudo numérico e avaliação geométrica da transferência de calor por convecção mista em uma cavidade dirigida com duas aletas inseridas”

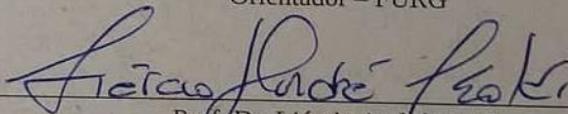
Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal do Rio Grande - FURG, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre. Área concentração: Modelagem Computacional.

Aprovado em

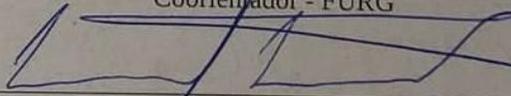
BANCA EXAMINADORA



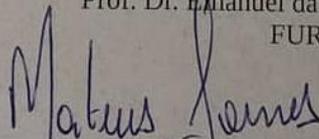
Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos
Orientador - FURG



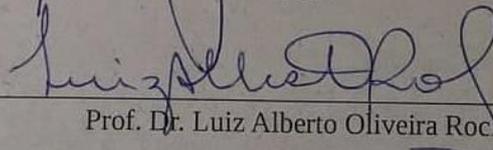
Prof. Dr. Liércio André Isoldi
Coorientador - FURG



Prof. Dr. Emanuel da Silva Diaz Estrada
FURG



Prof. Dr. Mateus das Neves Gomes
IFPR



Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha
UNISINOS

Rio Grande - RS
2018

Ficha catalográfica

R696e Rodrigues, Priscila Maratta.

Estudo numérico e avaliação geométrica da transferência de calor por convecção mista em uma cavidade dirigida com duas aletas inseridas / Priscila Maratta Rodrigues. – 2018.

87f.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, Rio Grande/RS, 2018.

Orientador: Dr. Elizaldo Domingues dos Santos.

Coorientador: Dr. Liércio André Isoldi.

1. Aleta 2. Cavidade dirigida 3. Convecção mista 4. Design construtal I. Santos, Elizaldo Domingues dos II. Isoldi, Liércio André III. Título.

CDU 004.414.23:53

Catálogo na Fonte: Bibliotecária Vanessa Ceiglinski Nunes CRB 10/2174

Dedico esse trabalho aos meus pais, irmão e namorado que sempre me apoiaram e incentivaram, e principalmente por não permitirem que eu desistisse nos momentos de dificuldade.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus por ter colocado pessoas maravilhosas em minha vida.

Agradeço ao meu pai Ocimar, à minha mãe Vanderléa e ao meu irmão Douglas pelo amor incondicional, carinho, incentivo, suporte, pelos ensinamentos de vida e esforços realizados para eu finalizar essa dissertação.

Agradeço ao meu namorado Cícero por ser um ouvinte dedicado as minhas dúvidas, desânimos, inquietações e sucessos, pelo apoio, pelas palavras de conforto, pela confiança e valorização do meu trabalho, pela ajuda nos momentos difíceis e pelo incentivo para continuar atrás dos meus objetivos.

Agradeço aos meus amigos Assis e Magda pelo apoio e incentivo na conclusão deste trabalho.

Agradeço ao João Pedro Escobar, Elenice e Victoria pelo apoio e palavras de incentivo.

Agradeço à minha saudosa avó Wilca “*in memoriam*” pelos ensinamentos e momentos partilhados.

Agradeço ao meu orientador, professor Elizaldo Domingues dos Santos, por me aceitar como sua orientanda, por ser este excelente professor, pela amizade, por sua conduta exemplar e incentivadora. E por reconhecer meu trabalho.

Agradeço ao meu coorientador, professor Liércio André Isoldi, pelas contribuições realizadas.

Agradeço aos membros da banca, professores Luiz Alberto Oliveira Rocha, Mateus das Neves Gomes e Emanuel Da Silva Diaz Estrada pelas sugestões e críticas apresentadas.

Agradeço aos meus colegas e amigos que direta ou indiretamente contribuíram para a conclusão deste trabalho.

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional pelo suporte prestado.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

Agradeço à Universidade Federal do Rio Grande (FURG) por toda a estrutura disponibilizada para a realização deste estudo.

RESUMO

No presente trabalho é realizado um estudo numérico e uma avaliação geométrica de um escoamento com transferência de calor por convecção mista. O objetivo é a avaliação geométrica através da aplicação do Design Construtal e do método de busca exaustiva. É investigado o comportamento de uma cavidade dirigida com estratificação estável submetida a um escoamento incompressível, laminar e bidimensional. A cavidade possui duas aletas retangulares inseridas na superfície inferior. São investigadas a influência da geometria de cada aleta sobre o número de Nusselt das mesmas. Nesse estudo, foram avaliados diferentes números de Richardson (0.1 e 1.0), e o número de Reynolds e de Prandtl foram mantidos constantes, sendo igual a 400 e 6.0, respectivamente. O problema é submetido a três restrições geométricas: área total da cavidade e a área das aletas e três graus de liberdade: a razão entre altura e comprimento da cavidade (H/L) e a razão entre altura e comprimento de cada aleta (H_1/L_1 e H_2/L_2), sendo ϕ_1 e ϕ_2 dados por A_1/A_T e A_2/A_T , respectivamente. A malha foi construída com o software de código aberto GMSH 16.0. O processamento foi realizado no software FLUENT[®], o qual consiste em solucionar numericamente as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia, através do Método dos Volumes Finitos (MVF). Foram criados três pontos de monitoramento dos campos transientes de velocidades e temperaturas e os resultados obtidos com o modelo numérico empregados foram comparados com a literatura. Os resultados apresentaram boa concordância entre as simulações numéricas e os dados experimentais. Com relação a avaliação geométrica da cavidade com duas aletas inseridas, observou-se que para $Ri = 0.1$, o melhor caso possui a razão $(H_1/L_1)_{oo} = 0.3$, $(H_2/L_2)_o = 0.5$, $\phi_1 = 0.07$ e $\phi_2 = 0.03$, encontrando-se $Nu_{H,mm} = 3.3508$. Para $Ri = 1.0$, a melhor configuração encontrada foi $(H_1/L_1)_{oo} = 3.0$, $(H_2/L_2)_o = 10.0$, $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$, encontrando-se $Nu_{H,mm} = 2.4879$. Comparando o melhor e o pior caso tem-se um ganho de 190.82%. Os resultados encontrados ressaltam a importância da avaliação geométrica para fins de recomendação teórica sobre as configurações geométricas que conduzem ao melhor desempenho térmico.

Palavras-chaves: Aleta, Cavidade Dirigida, Convecção Mista, Design Construtal.

ABSTRACT

In this work, a numerical study and a geometric evaluation of a flow with heat transfer by mixed convection are carried out. The objective is the geometric evaluation through the application of the Construtal Design and the exhaustive search method. The behavior of a lid-driven cavity with stable stratification subjected to an incompressible, laminar and two-dimensional flow is investigated. The cavity has two rectangular fins inserted in the lower surface. The influence of the geometry of each fin on the Nusselt number of the fins is investigated. In this study, different Richardson numbers (0.1 and 1.0) were evaluated, and the Reynolds and Prandtl numbers were kept constant, being equal to 400 and 6.0, respectively. The problem is subjected to three geometric constraints: the area of the cavity, two fin areas; and three degrees of freedom: the ratio between height and cavity length (H/L) and the ratio between height and length of each fin (H_1/L_1 and H_2/L_2), being ϕ_1 e ϕ_2 given by A_1/A_T and A_2/A_T , respectively. In the preprocessing stage, a computational mesh based on rectangular volumes is generated using the GMSH 16.0 software, in which the domain is discretized in finite rectangular volumes. The conservation equations of mass, momentum and energy are tackled with Finite Volume Method (FVM) through the use of commercial software FLUENT. Three monitoring points of the transient velocity and temperature fields were created and the results obtained with the numerical model employed were compared with the literature. It was observed that for $Ri = 0.1$, the best case has the ratio $(H_1/L_1)_{oo} = 0.3$, $(H_2/L_2)_o = 0.5$, $\phi_1 = 0.03 = 0.07$ e $\phi_2 = 0.03$, with $Nu_{H,mm} = 3.3508$. For $Ri = 1.0$, a the best configuration found was $(H_1/L_1)_{oo} = 3.0$, $(H_2/L_2)_o = 10.0$, $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$, with $Nu_{H,mm} = 2.4879$. Comparing the best and the worst case, a gain of 190.82 % on the value of Nusselt was observed. The results found highlight the importance of the geometric evaluation for the purpose of theoretical recommendation on the geometric configurations that lead to the best thermal performance.

Keywords: Fin, Lid-driven cavity, Mixed convection, Constructal Design.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	19
1.1. Motivação.....	19
1.2. Estado da arte.....	21
1.3. Objetivos	26
1.3.1. Objetivo Geral	26
1.3.2. Objetivos Específicos	27
1.4. Delineamento do texto	27
2. MODELAGEM MATEMÁTICA.....	29
2.1. Descrição do Problema	29
2.2. Avaliação Geométrica com o Design Construtal.....	32
2.3. Modelagem Matemática do Problema	34
3. MODELAGEM NUMÉRICA	36
3.1. O Método de Volumes Finitos (MVF).....	37
3.1.1. Discretização Espacial dos Termos Convectivos	39
3.1.2. Esquema de Advecção <i>Upwind</i>	40
3.1.3. Acoplamento Pressão-Velocidade	41
3.2. Procedimentos numéricos	42
4. VERIFICAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO.....	43
4.1. Verificação e Validação	43
4.2. Teste da Solução Independente da Malha.....	45
5. RESULTADOS E DISCUSSÕES	51
5.1. Avaliação geométrica para $\phi_1 = 0.03$, $\phi_2 = 0.07$ e $Ri = 0.1$	51
5.2. Avaliação geométrica para $\phi_1 = 0.05$, $\phi_2 = 0.05$ e $Ri = 0.1$	55
5.3. Avaliação geométrica para $\phi_1 = 0.07$, $\phi_2 = 0.03$ e $Ri = 0.1$	59
5.4. Avaliação geométrica para $\phi_1 = 0.03$, $\phi_2 = 0.07$ e $Ri = 1.0$	63
5.5. Avaliação geométrica para $\phi_1 = 0.05$, $\phi_2 = 0.05$ e $Ri = 1.0$	67
5.6. Avaliação geométrica para $\phi_1 = 0.07$, $\phi_2 = 0.03$ e $Ri = 1.0$	71
5.7. Avaliação da influência de ϕ_1 e ϕ_2 para $Ri = 0.1$ e 1.0	75
6. CONCLUSÕES	80
6.1. Proposta de Continuidade	81
7. REFERÊNCIAS.....	82

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Coletor solar plano (adaptado de STINE & HARRIGAN, 1985)	20
Figura 2.1. Domínio Computacional do problema estudado.	29
Figura 2.2. Fluxograma do método Design Construtal.	33
Figura 2.3. Esquema ilustrando o processo de otimização realizado aplicando o método Design Construtal com mecanismo de busca exaustiva.	34
Figura 3.1. Volume de controle empregado em MVF para um domínio bidimensional (Adaptado de Patankar (1980)).....	38
Figura 3.2. Volume de controle utilizado para ilustrar a discretização de uma equação (ANSYS, 2011).	41
Figura 4.1. Domínio do fluxo da cavidade simulado em Dos Santos et al. (2011).	43
Figura 4.2. Malha empregada no presente trabalho.	45
Figura 4.3. Malha empregada no estudo numérico.	47
Figura 4.4. Campos transiente para escoamento com $Re = 400$, $Pr = 6.0$ e $Ri = 0.1$ no ponto 1 ($X^* = 0.5$, $Y^* = 0.27$): (a) campo de velocidade; (b) campo de temperatura.....	48
Figura 4.5. Campos transiente para escoamento com $Re = 400$, $Pr = 6.0$ e $Ri = 0.1$ no ponto 2 ($X^* = 0.5$, $Y^* = 0.48$): (a) campo de velocidade; (b) campo de temperatura.....	49
Figura 4.6. Campos transiente para escoamento com $Re = 400$, $Pr = 6.0$ e $Ri = 0.1$ no ponto 3 ($X^* = 0.5$, $Y^* = 0.93$): (a) campo de velocidade; (b) campo de temperatura.....	49
Figura 4.7. Campo de temperaturas para o escoamento a $Re = 400$, $Pr = 6.0$, $Ri = 0.1$ e $Gr = 16000$ em tempo adimensional $t_{adm} = 1.4$: (a) presente trabalho; (b) Dos Santos et al., 2011; (c) Ji et al., 2007.....	50
Figura 5.1. Efeito da razão H_1/L_1 sobre o número de Nusselt para $\phi_1 = 0.03$, $\phi_2 = 0.07$, $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$ e $Pr = 6.0$	52
Figura 5.2. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$ e $H_2/L_2 = 0.3$: (a) $(H_1/L_1)_{oo} = 1.0$ $Nu_{H,mm} = 3.0724$; (b) $H_1/L_1 = 10.0$ $Nu_H = 2.8383$	53
Figura 5.3. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$ e $H_2/L_2 = 7.0$: (a) $(H_1/L_1)_o = 3.0$, $Nu_{H,m} = 2.2030$; (b) $H_1/L_1 = 10.0$, $Nu_H = 2.0615$	53
Figura 5.4. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$ e $H_2/L_2 = 10.0$: (a) $(H_1/L_1)_o = 3.0$, $Nu_{H,m} = 2.8814$; (b) $H_1/L_1 = 10.0$, $Nu_H = 2.6411$	54
Figura 5.5. Efeito da razão H_2/L_2 sobre o $Nu_{H,m}$ e as respectivas geometrias ótimas $(H_1/L_1)_o$ para $\phi_1 = 0.03$, $\phi_2 = 0.07$, $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$ e $Pr = 6.0$	55

Figura 5.6. Efeito da razão H_1/L_1 sobre o número de Nusselt para $\phi_1 = 0.05$, $\phi_2 = 0.05$, $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$ e $Pr = 6.0$.	56
Figura 5.7. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.05$ e $\phi_2 = 0.05$ e $H_2/L_2 = 0.3$: (a) $(H_1/L_1)_{oo} = 0.3$, $Nu_{H,mm} = 3.0277$; (b) $H_1/L_1 = 5.0$, $Nu_H = 2.7491$.	57
Figura 5.8. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.05$ e $\phi_2 = 0.05$ e $H_2/L_2 = 3.0$: (a) $(H_1/L_1)_o = 10.0$, $Nu_{H,m} = 2.7618$ (b) $H_1/L_1 = 1.0$, $Nu_H = 2.4085$.	57
Figura 5.9. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.05$ e $\phi_2 = 0.05$ e $H_2/L_2 = 10.0$: (a) $(H_1/L_1)_o = 10.0$, $Nu_{H,m} = 2.2274$; (b) $H_1/L_1 = 5.0$, $Nu_H = 1.9681$.	58
Figura 5.10. Efeito da razão H_2/L_2 sobre o $Nu_{H,m}$ e as respectivas geometrias ótimas $(H_1/L_1)_o$ para $\phi_1 = 0.05$, $\phi_2 = 0.05$, $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$ e $Pr = 6.0$.	59
Figura 5.11. Efeito da razão H_1/L_1 sobre o número de Nusselt para $\phi_1 = 0.07$, $\phi_2 = 0.03$, $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$ e $Pr = 6.0$.	60
Figura 5.12. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.07$ e $\phi_2 = 0.03$ e $H_2/L_2 = 0.5$: (a) $(H_1/L_1)_{oo} = 0.3$, $Nu_{H,mm} = 3.3509$; (b) $H_1/L_1 = 3.0$, $Nu_H = 2.6066$.	61
Figura 5.13. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.07$ e $\phi_2 = 0.03$ e $H_2/L_2 = 5.0$: (a) $(H_1/L_1)_o = 10.0$, $Nu_{H,m} = 3.0052$; (b) $H_1/L_1 = 0.5$, $Nu_H = 2.2609$.	62
Figura 5.14. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.07$ e $\phi_2 = 0.03$ e $H_2/L_2 = 10.0$: (a) $(H_1/L_1)_o = 10.0$, $Nu_{H,m} = 2.5833$; (b) $H_1/L_1 = 3.0$, $Nu_H = 1.9766$.	62
Figura 5.15. Efeito da razão H_2/L_2 sobre o $Nu_{H,m}$ e as respectivas geometrias ótimas $(H_1/L_1)_o$ para $\phi_1 = 0.07$, $\phi_2 = 0.03$, $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$ e $Pr = 6.0$.	63
Figura 5.16. Efeito da razão H_1/L_1 sobre o número de Nusselt para $\phi_1 = 0.03$, $\phi_2 = 0.07$, $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$ e $Pr = 6.0$.	64
Figura 5.17. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$ e $H_2/L_2 = 0.3$: (a) $(H_1/L_1)_o = 10.0$, $Nu_{H,m} = 1.6295$; (b) $H_1/L_1 = 0.3$, $Nu_H = 1.4129$.	65
Figura 5.18. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$ e $H_2/L_2 = 3.0$: (a) $(H_1/L_1)_o = 0.7$, $Nu_{H,m} = 1.6105$; (b) $H_1/L_1 = 10.0$, $Nu_H = 1.5398$.	65
Figura 5.19. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$ e $H_2/L_2 = 10.0$: (a) $(H_1/L_1)_o = 3.0$, $Nu_{H,mm} = 2.4879$; (b) $H_1/L_1 = 10.0$, $Nu_H = 2.3503$.	66
Figura 5.20. Efeito da razão H_2/L_2 sobre o $Nu_{H,m}$ e as respectivas geometrias ótimas $(H_1/L_1)_o$ para $\phi_1 = 0.03$, $\phi_2 = 0.07$, $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$ e $Pr = 6.0$.	67
Figura 5.21. Efeito da razão H_1/L_1 sobre o número de Nusselt para $\phi_1 = 0.05$, $\phi_2 = 0.05$, $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$ e $Pr = 6.0$.	68

Figura 5.22. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.05$ e $\phi_2 = 0.05$ e $H_2/L_2 = 0.3$: (a) $(H_1/L_1)_o = 10.0$, $Nu_{H,m} = 1.9507$; (b) $H_1/L_1 = 0.5$, $Nu_H = 1.4094$	69
Figura 5.23. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.05$ e $\phi_2 = 0.05$ e $H_2/L_2 = 3.0$: (a) $(H_1/L_1)_o = 10.0$, $Nu_{H,m} = 1.7867$ (b) $H_1/L_1 = 0.3$, $Nu_H = 1.1522$	69
Figura 5.24. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.05$ e $\phi_2 = 0.05$ e $H_2/L_2 = 7.0$: (a) $(H_1/L_1)_o = 10.0$, $Nu_{H,mm} = 1.9556$; (b) $H_1/L_1 = 0.5$, $Nu_H = 1.7405$	70
Figura 5.25. Efeito da razão H_2/L_2 sobre o $Nu_{H,m}$ e as respectivas geometrias ótimas $(H_1/L_1)_o$ para $\phi_1 = 0.05$, $\phi_2 = 0.05$, $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$ e $Pr = 6.0$	71
Figura 5.26. Efeito da razão H_1/L_1 sobre o número de Nusselt para $\phi_1 = 0.07$, $\phi_2 = 0.03$, $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$ e $Pr = 6.0$	72
Figura 5.27. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.07$ e $\phi_2 = 0.03$ e $H_2/L_2 = 0.3$: (a) $(H_1/L_1)_{oo} = 10.0$, $Nu_{H,mm} = 2.4865$; (b) $H_1/L_1 = 1.0$, $Nu_H = 1.4565$	73
Figura 5.28. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.07$ e $\phi_2 = 0.03$ e $H_2/L_2 = 3.0$: (a) $(H_1/L_1)_o = 10.0$, $Nu_{H,m} = 2.3294$; (b) $H_1/L_1 = 0.5$, $Nu_H = 1.3511$	73
Figura 5.29. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.07$ e $\phi_2 = 0.03$ e $H_2/L_2 = 10.0$: (a) $(H_1/L_1)_o = 10.0$, $Nu_{H,m} = 2.1950$; (b) $H_1/L_1 = 0.5$, $Nu_H = 1.5938$	74
Figura 5.30. Efeito da razão H_2/L_2 sobre o $Nu_{H,m}$ e as respectivas geometrias ótimas $(H_1/L_1)_o$ para $\phi_1 = 0.07$, $\phi_2 = 0.03$, $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$ e $Pr = 6.0$	75
Figura 5.31. Comparação entre ϕ_1 e ϕ_2 para $Ri = 0.1$	76
Figura 5.32. Campos de temperatura para $Ri = 0.1$. (a) $\phi_1 = 0.03$, $\phi_2 = 0.07$, $H_2/L_2 = 0.3$, $(H_1/L_1)_o = 1.0$ e $Nu_{H,m} = 3.0724$; (b) $\phi_1 = 0.05$, $\phi_2 = 0.05$, $H_2/L_2 = 0.3$, $(H_1/L_1)_o = 0.3$ e $Nu_{H,m} = 3.0277$; (c) $\phi_1 = 0.07$, $\phi_2 = 0.03$, $(H_2/L_2)_o = 0.5$, $(H_1/L_1)_{oo} = 0.3$ e $Nu_{H,mm} = 3.3508$	77
Figura 5.33. Comparação entre ϕ_1 e ϕ_2 para $Ri = 1.0$	78
Figura 5.34. Campos de temperatura para $Ri = 1.0$. (a) $\phi_1 = 0.03$, $\phi_2 = 0.07$, $(H_2/L_2)_o = 10.0$, $(H_1/L_1)_{oo} = 3.0$ e $Nu_{H,mm} = 2.4879$; (b) $\phi_1 = 0.05$, $\phi_2 = 0.05$, $H_2/L_2 = 10.0$, $(H_1/L_1)_o = 7.0$ e $Nu_{H,m} = 1.9555$; (c) $\phi_1 = 0.07$, $\phi_2 = 0.03$, $H_2/L_2 = 0.3$, $(H_1/L_1)_o = 10.0$ e $Nu_{H,m} = 2.4864$	79

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1. Teste de independência de malha.....	46
Tabela 4.2. Parâmetros e propriedades termofísicas aplicados nas simulações.....	47

LISTA DE SÍMBOLOS

A_1	Área da aleta 1 [m ²]
A_2	Área da aleta 2 [m ²]
a_p	Coefficiente principal
a_{nb}	Coefficientes lineares das células vizinhas
a_f	Vetor do campo de velocidades na face f
A_f	Área da face f [m ²]
A_T	Área total da cavidade [m ²]
b	Termo fonte
C_p	Calor específico [J.kg ⁻¹ .K ⁻¹]
Da	Número de Darcy
Da	Magnitude do elemento de área da superfície de controle
E	Face leste
g	Aceleração da gravidade na direção y [m.s ⁻²]
Gr_H	Número de Grashof [$Gr_H = g.\beta.(T-T_\infty)H^3 . \nu^{-2}$]
h	Coefficiente de transferência de calor por convecção [W.m ⁻² K ⁻¹]
H	Altura da cavidade [m]
H_1	Altura da aleta [m]
H_2	Altura da aleta [m]
Ha	Número de Hartmann [$B.L.(\sigma.\mu^{-1})^{1/2}$]
k	Condutividade térmica do fluido [W.m ⁻¹ .K ⁻¹]
L	Comprimento da cavidade [m]
L_1	Comprimento da aleta esquerda [m]
L_2	Comprimento da aleta direita [m]
N	Face norte
\mathbf{n}	Vetor unitário normal à superfície do volume de controle
n^*	Coordenada espacial adimensional normal a superfície
nf	Número de faces que compõem o volume de controle
\mathbf{n}_f	Vetor unitário normal a face f .
Nu_H	Número de Nusselt [$Nu_H = h.H.k^{-1}$]
P	Pressão estática do fluido [N.m ⁻²]
Pr	Número de Prandtl [$Pr = \nu.\alpha^{-1}$]

\mathbf{r}	Vetor deslocamento do centroide da face do volume de controle ao centroide do volume de controle a montante [-]
Ra_H	Número de Rayleigh [$Ra_H = Gr_H.Pr$]
Re_H	Número de Reynolds [$Re_H = \rho.v.H.\mu^{-1}$]
Ri	Número de Richardson [$Ri = Gr_H.Re_H^{-2}$]
S	Face sul
S	Deslizamento Parcial
$S\varphi$	Termo fonte ou sumidouro por unidade de volume [$W.m^{-3}$]
T	Temperatura nas aletas [K]
T_i	Temperatura da superfície inferior [K]
T_s	Temperatura da superfície superior [K]
T_∞	Temperatura de referência [K]
T^*	Temperatura adimensional [$T^* = T-T_i.(T_s-T_i)^{-1}$]
u	Componente da velocidade na direção x [$m.s^{-1}$]
\mathbf{u}	Vetor do campo de velocidades
v	Componente da velocidade na direção y [$m.s^{-1}$]
v_i	Velocidade na direção i [$m.s^{-1}$]
v	Velocidade do escoamento [$m.s^{-1}$]
x	Coordenada espacial na direção x [m]
y	Coordenada espacial na direção y [m]
W	Face oeste

Símbolos gregos

α	Difusividade térmica [$m^2.s^{-1}$]
β	Coefficiente de expansão térmica do fluido [K^{-1}]
Γ	Coefficiente de difusão
μ	Viscosidade dinâmica do fluido [$kg.m^{-1}.s^{-1}$]
ν	Viscosidade cinemática do fluido [$m^2.s^{-1}$]
ρ	Massa específica do fluido [$kg.m^3$]
φ	Quantidade escalar sendo transportada [-]
$\bar{\varphi}_f$	Média aritmética dos valores de dos centros dos volumes de controle vizinhos à face
φ_f	Variável obtida na face f

φ_m	Valor da propriedade
ϕ_T	Soma das frações de área ϕ_1 e ϕ_2
ϕ_1	Fração de área da aleta 1, $[A_1.(A_T)^{-1}]$
ϕ_2	Fração de área da aleta 2, $[A_2.(A_T)^{-1}]$
$\nabla\varphi$	Gradiente no volume de controle

Sub índices

co	Centroide do volume de controle
c1	Centroide do volume de controle vizinho
nb	Células vizinhas
m	Uma vez maximizada
mm	Duas vezes maximizada
o	Uma vez otimizada
oo	Duas vezes otimizada

LISTA DE ABREVIATURAS

CFD	Dinâmica dos Fluidos Computacional
MDF	Método de Diferenças Finitas
MEF	Método de Elementos Finitos
MLB	Método de Lattice Boltzmann
MSR	Metodologia de Superfície de Resposta
MVF	Método de Volumes Finitos
QUICK	<i>Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinetics</i>
SIMPLE	<i>Semi Implicit Linked Equations</i>
SIMPLEC	<i>Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Consistent</i>
SIMPLER	<i>Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Revised</i>
VC	Volume de controle

1. INTRODUÇÃO

1.1. Motivação

Com o estudo da transferência de calor e de escoamento de fluidos é possível contribuir para o desenvolvimento de equipamentos cada vez mais sofisticados e eficientes como, por exemplo, os trocadores de calor que podem ser empregados em usinas elétricas, usinas de processamento químico, refrigeradores domésticos, aquecimento e condicionamento de ar em prédios, radiadores de automóveis, entre outros (Çengel e Ghajar, 2012). Desta forma, um dos campos mais estudados em engenharia é a transferência de calor por convecção, ou simplesmente convecção, que é o estudo de processos de transporte de calor efetuados pelo escoamento de fluidos. De acordo com Incropera et al. (2014), existem muitas aplicações relacionadas à convecção, entre elas, trocadores de calor, sistemas de aquecimento solar, resfriamento de componentes eletrônicos, entre outros.

A transferência de calor por convecção ocorre quando existe contato entre um fluido em movimento e uma superfície com diferentes temperaturas. A convecção pode ser classificada de acordo com a natureza do escoamento do fluido em forçada (quando o escoamento é causado por meios externos), natural (quando o escoamento do fluido é induzido por forças de empuxo, que são originadas a partir de diferenças de massas específicas causadas por variações de temperatura do fluido) e mista que é a combinação da convecção natural e forçada (Kays e Crawford, 1993).

São exemplos de convecção forçada e convecção natural, respectivamente, processos de calor por convecção quando há movimentação forçada de fluido através de bombas hidráulicas ou ventiladores e pela movimentação natural dos ventos (Bejan e Kraus, 2003). Também pode haver o fenômeno da convecção mista, que ocorre, por exemplo, em um ambiente com circulação de ar devido a uma diferença de temperatura entre as paredes e o ar e com circulação forçada.

No caso de transferência de calor, vários estudos têm sido realizados para obter o comportamento térmico de convecção forçada (Iwatsu e Hyun, 1995) e convecção mista (Cheng e Liu, 2010; Dos Santos et al., 2011).

Entre os estudos relacionados à convecção de calor, escoamento de fluido em cavidades representam vários problemas de engenharia e o escoamento em cavidade dirigida vem sendo um problema bastante discutido e estudado na área de dinâmica dos fluidos computacionais. As cavidades representam vários problemas ideais de engenharia e têm grande importância, pois podem ser vistos em espaços entre aletas de trocadores de calor, sistemas de energia solar, espaços entre componentes eletrônicos em circuitos integrados, motores elétricos, entre outros. Com isso, estudos vêm sendo realizados para melhorar o entendimento sobre o comportamento dos escoamentos.

No âmbito dos coletores solares as pesquisas vêm se direcionando, em sua maioria, a uma maneira de obter energia térmica a um custo razoável e evitar maiores danos ao meio ambiente. Os coletores solares possuem diversas características construtivas e um funcionamento simples. O fluido de trabalho escoar no interior dos tubos e é distribuído pelas ramificações que percorrem o coletor até sair por sua extremidade, recebendo energia térmica da radiação solar ao qual está submetido. Os tubos que percorrem o coletor estão ligados a aletas com superfícies absorvedoras que conduzem calor até os tubos, como é possível observar na Fig. 1.1.

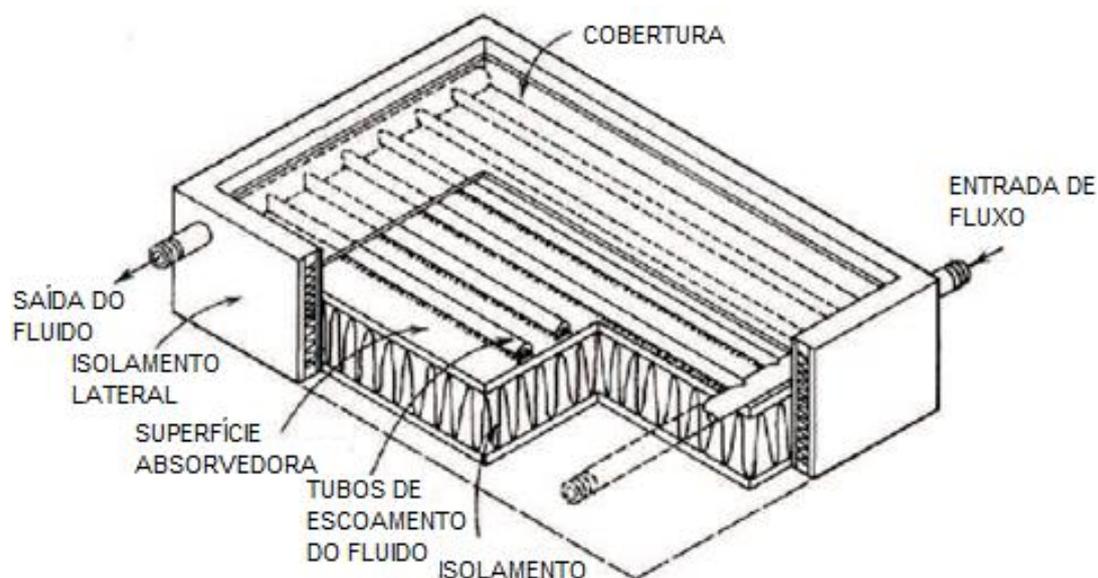


Figura 1.1. Coletor solar plano (adaptado de STINE & HARRIGAN, 1985).

Visto que o processo de transferência de calor está presente no dia-a-dia, o interesse de analisar problemas convectivos vem crescendo à medida que tem-se a necessidade de prever e compreender como o fluido se comporta no sistema e como o seu design pode influenciar o comportamento dos sistemas. Devido a importância da convecção e de sua geometria em problemas convectivos é relevante realizar uma avaliação geométrica.

O Design Construtal é um método de avaliação geométrica baseado no princípio de objetivos e restrições empregado para avaliar o design do escoamento de um sistema (Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2008; Bejan e Zane, 2012). Por sua vez, a busca exaustiva é um método de otimização que consiste em testar todas as possibilidades dentro de um espaço de busca. Sendo assim, utiliza-se o mecanismo de busca exaustiva associado ao Design Construtal para a otimização de problemas.

Desta forma, o Design Construtal é utilizado neste trabalho para realizar a análise de um problema com convecção mista, bidimensional e regime laminar com o mecanismo de busca

exaustiva associado ao Design Construtal, com o intuito de obter a geometria ótima, ou seja, a que maximizou o número de Nusselt.

O objetivo deste trabalho é realizar um estudo teórico em uma cavidade dirigida. Para este fim, serão realizadas simulações numéricas, utilizando o método dos volumes finitos (MVF), buscando a máxima transferência de calor em um escoamento por convecção mista dentro de uma cavidade retangular dirigida com duas aletas inseridas na parte inferior, bem como avaliar o número de Nusselt utilizando o Design Construtal.

1.2. Estado da arte

Nos últimos anos tem crescido o interesse pela transferência de calor em sistemas aletados com o intuito de otimizar geometrias complexas. Nesse sentido, a presente seção visa apresentar alguns dos trabalhos mais relevantes envolvendo estes tópicos.

Entre os estudos relacionados à convecção de calor, a otimização de aletas é um assunto importante para a transferência de calor em muitas aplicações de engenharia (Lorenzini e Rocha, 2006), por exemplo, para minimizar a resistência térmica global, sistemas para armazenamento de energia solar, componentes eletrônicos em circuitos integrados, trocadores de calor, cabeçotes de motocicletas, condensadores e evaporadores, radiadores de carro.

Ghia et al. (1982) investigaram escoamentos isotérmicos e turbulentos em uma cavidade quadrada, a função de vorticidade das equações de Navier-Stokes bidimensionais e incompressíveis foram utilizadas para estudar a eficácia do método de *multigrid*. Foram analisados números de Reynolds (Re) variando de 100 até 10000. A partir da análise do problema foram obtidos perfis de velocidades e identificados padrões de escoamento que são usados até hoje em diversos estudos numéricos, principalmente os relacionados ao desenvolvimento de metodologias de avaliação numérica de escoamentos laminares e turbulentos internos.

Moallemi e Jang (1992) investigaram numericamente a transferência de calor em uma cavidade quadrada com tampa deslizante sob condições de escoamento bidimensional e laminar. Os autores investigaram os efeitos da variação do número de Prandtl ($0.01 < Pr < 50$) para diversos números de Richardson ($0.01 \leq Ri \leq 10.0$) e Reynolds ($100 \leq Re \leq 2200$). As equações governantes adimensionais foram discretizadas utilizando o método de volumes finitos com o esquema *power-law*. Os autores utilizaram o algoritmo SIMPLER com o método de relaxamento de inércia para acelerar a convergência. Os campos de temperatura mostraram a forte influência do número de Prandtl. A influência do empuxo no escoamento e na transferência de calor na cavidade foram mais

pronunciadas para os valores mais altos de Pr . Considerando números de Re e Gr são mantidos constantes.

Segundo Iwatsu et al. (1993), escoamentos de fluidos viscosos contidos em cavidades retangulares, com uma de suas paredes deslizantes e velocidade constante, constitui um problema atraente para investigações numéricas. Nesse sentido, Prasad e Koseff (1996) analisaram a transferência de calor por convecção mista de um escoamento com recirculação em uma cavidade dirigida retangular. Foram analisadas a razão do número de Grashof (Gr) pelo Re ao quadrado variando de 0.1 a 1000. Percebeu-se que as forças de empuxo desestabilizaram a camada limite. Além disso, também têm sido investigadas cavidades dirigidas com superfície deslizantes apresentando outras formas de seção transversal que levam em consideração as aletas ou obstáculos inseridos no domínio da cavidade circular, retangular e triangular (Cheng e Chen, 2005; Öztop et al., 2009; Sun et al., 2011).

Os autores Cheng e Chen (2005) avaliaram o comportamento transitório de um escoamento periódico induzido pelo empuxo em diferentes cavidades dirigidas com diferentes formas de seção transversal. Foi utilizado o MVF para discretizar as equações governantes. Para todos os nove casos investigados o Re e o Gr foram fixados em 100 e 5×10^5 , respectivamente. Os resultados mostraram que o padrão de escoamento depende significativamente das condições geométricas.

Cheng e Liu (2010) investigaram a transferência de calor em uma cavidade quadrada com uma placa deslizante e com estratificação instável (parede inferior com temperatura maior que a parede superior) para $10 \leq Re \leq 2200$, $100 \leq Gr \leq 4.84 \times 10^6$, $0.01 \leq Pr \leq 50$ e $0.01 \leq Ri \leq 100$. Adotou-se uma solução numérica que resolve sequencialmente as equações de escoamento, vorticidade e temperatura. Para as equações governantes adotou-se o método iterativo *pseudo time*. Os resultados mostraram uma queda no Nu para Re pequenos devido a mudança do mecanismo de transferência de calor.

Dos Santos et al. (2011) apresentaram um estudo numérico com transferência de calor por convecção mista em regime transiente para escoamentos laminares e turbulentos em cavidade, analisando a influência do tipo de estratificação (estável/instável). As simulações foram baseadas na solução do Método de Elementos Finitos (MEF) para as equações de conservação. Foram analisados Re variando de 400 a 10000 e o número de Richardson (Ri) variando de 0.1 a 0.44. A metodologia captou de forma satisfatória o comportamento dinâmico e térmico dos escoamentos laminares e turbulentos. Os resultados para escoamentos turbulentos no regime permanente obtiveram desvios máximos de 5% quando comparados com dados experimentais.

Islam et al. (2012) investigaram numericamente as características da convecção mista em uma cavidade quadrada com um bloqueio quadrado aquecido isotermicamente em seu interior. Foram

analisados vários tamanhos de bloqueio e posicionamentos distintos dentro da cavidade. Para Ri variando de 0.01 a 100.0, $Pr = 0.71$ e $Re = 100$. As equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia foram resolvidas através do MVF e do código comercial CFD FLUENT. Os resultados mostraram que para qualquer tamanho de bloqueio em qualquer local da cavidade o Nu não varia significativamente, até que o Ri se aproxime de 1 (convecção forçada dominante). Quando o Ri é maior que 1 a convecção natural é dominante e o Nu aumenta com o Ri , além disso, o tamanho do bloqueio gera grande influência no Nu .

Ismael et al. (2014) abordaram o estudo numérico de uma cavidade quadrada cheia de água orientada por uma tampa com escoamento laminar e convecção mista. Os autores utilizaram o Método das Diferenças Finitas (MDF) com o emprego do esquema *upwind* para tratamento dos termos convectivos para a solução das equações de conservação da quantidade de movimento e conservação da energia. Os parâmetros analisados foram o de deslizamento parcial entre as duas paredes (S) variando de 0 até ∞ , Ri variando de 0.01 até 100 e a direção das paredes móveis superior e inferior. Concluiu-se com este estudo que existem valores críticos para o parâmetro de deslizamento parcial em que a convecção é negligenciada.

Os autores Yapici e Obut (2015) realizaram um estudo numérico para um escoamento laminar, no qual a transferência de calor se dá pela convecção mista em uma cavidade quadrada bidimensional com uma tampa dirigida aquecida. Foram investigados casos com $Ri = 0.01, 1.0$ e 10.0 , o efeito do número de ondulações, a amplitude no campo térmico e a transferência de calor para uma parede inferior aquecida da cavidade. A parede inferior caracterizada por formas de onda retangulares, triangulares e senoidais e a parede superior arrefecida da cavidade desliza a uma velocidade constante, as paredes verticais são adiabáticas e mantidas estacionárias. Para a resolução das equações governantes do problema os autores utilizaram o Método de Volumes Finitos (MVF). Para o caso da onda retangular e baixo Ri a melhoria é mais intensa e o aumento da transferência de calor geralmente é observado com a modificação da parede aquecida.

Rabbi et al. (2016) analisaram a convecção mista em uma cavidade para duas configurações de aquecedor geométrico diferentes, sendo um triangular e o outro semicircular, sob um campo magnético aplicado externamente. Os autores utilizaram para a solução numérica das equações governantes o MEF. Analisou-se $0.1 \leq Ri \leq 10.0$, $100 \leq Re \leq 500$, o número de Hartmann (razão entre a força eletromagnética e as forças viscosas) $0 \leq Ha \leq 100$ e a fração de volume sólido (ϕ) no intervalo $0 \leq \phi \leq 0.15$ do ferro fluido. Observou-se que para os Ri mais elevados obtiveram aumento na taxa de transferência de calor e para Ha altos obteve-se uma diminuição na taxa de transferência de calor. Os resultados apresentaram para a cavidade semicircular, alto Ri e baixo Ha uma melhora significativa (mais de 30%) na taxa de transferência de calor.

Burgos et al. (2016) utilizaram o Método de Lattice Boltzmann (MLB) para estudar a transferência de calor por convecção mista em um escoamento laminar, bidimensional, no regime permanente e transiente de um canal com uma cavidade quadrada aberta e uma parede inferior aquecida. Para a verificação dos resultados foram feitas comparações entre o MLB e as soluções obtidas através do método de volumes finitos (com o *software* ANSYS-FLUENT). Concluiu-se que para $50 \leq Re \leq 1000$ e $0.01 \leq Ri \leq 10.0$ estudados as comparações realizadas entre o MLB e o ANSYS-FLUENT mostraram resultados concordantes para temperatura, velocidade e Nu . Os autores observaram que para $Ri \leq 0.01$ o efeito da força de empuxo é insignificante para todos os valores de Re analisados. Para $Ri = 1.0, 10.0$ os efeitos de empuxo são importantes e se combinados com $Re \geq 200$ provoca o desenvolvimento de vórtice secundário e estratificação do escoamento.

Os autores Yang et al. (2017) investigaram experimentalmente e numericamente a transferência de calor em uma cavidade vertical aberta com convecção mista turbulenta. Para os experimentos foram utilizados nitrogênio líquido como fonte fria e placas de aquecimento eletrônicas como fonte de calor, a cavidade analisada possui tamanho interno de $1\text{m} \times 1\text{m} \times 1.2\text{m}$. Foram obtidos os campos de velocidade e temperatura por anemometria de fio a quente, velocimetria de imagem de partículas e sensores de temperatura locais para $4.6 \times 10^4 \leq Re \leq 5.9 \times 10^4$ e $Gr \leq 1.8 \times 10^{13}$. Para a simulação numérica foram usados três modelos de turbulência RANS de duas equações, modelo RNG $k-\varepsilon$, modelo L-B Low Re $k-\varepsilon$ e SST $k-\omega$ com as mesmas condições de contorno que as empregadas no estudo experimental. Os resultados observados mostraram que o modelo Low Re $k-\varepsilon$ foi o mais preciso na resolução de problemas de convecção mista em cavidades verticais em grandes escalas com forte força de empuxo.

Hatami et al. (2017) estudaram a transferência de calor de nanofluidos por convecção mista no regime permanente e laminar em uma cavidade porosa com forma de T e como a forma e as dimensões da cavidade em T podem ter efeitos na eficiência de transferência de calor e no número de Nu . Foi aplicada uma nova Metodologia de Superfície de Resposta (MSR) para a otimização visando reduzir o tempo e custo de simulação. Após este procedimento foi encontrada a geometria ideal da cavidade em forma de T. Foram avaliados os efeitos do número de Darcy (Da), Re e Ri sobre o Nu . Também foram investigados o efeito de diferentes nanopartículas (Al_2O_3 , Cu e TiO_2) e sua fração volumétrica sobre o número de Nusselt (Nu). Os autores utilizaram o MEF e o MSR, sendo o primeiro para discretizar as equações diferenciais e o segundo uma técnica estatística visando a redução nos custos e tempo no processo de otimização. Ao aplicar estes dois métodos os autores identificaram uma geometria ideal para os casos investigados.

Gangawane e Manikandan (2017) analisaram numericamente a transferência de calor por convecção mista em um escoamento bidimensional em regime permanente e laminar para fluidos

newtonianos em uma cavidade quadrada que contém blocos triangulares aquecidos, na qual a parede superior é móvel e as demais são estacionárias. Foram analisados os $Re = 1, 100$ e 1000 , $Pr = 1, 50$ e 100 e $Gr = 0, 1000, 10000, 100000$. O MVF é utilizado para resolver o problema através do *software* FLUENT. Observou-se que o aumento da força de inércia aumenta a taxa de transferência de calor para Re variando entre 80 e 200.

O Design Construtal pode ser utilizado para avaliar o design do escoamento de um sistema, sendo este um método baseado em objetivos e restrições (Bejan, 2000). Estudos resolvendo o problema de difusão tratando a transferência de calor por convecção como uma condição de contorno da superfície da cavidade ou aleta foram realizados para aletas e cavidades em forma de C (Rocha et al., 2010), T e Y (Lorenzini et al., 2009), assim como para arranjos complexos de cavidades e aletas (Lorenzini et al., 2012).

Como pode ser observado pelos trabalhos citados, o Design Construtal vem colaborando ao longo dos anos na busca de melhores geometrias para sistemas de escoamentos para diversas finalidades como busca pelo desempenho global máximo minimizando a resistência térmica global. Apesar disso, poucos trabalhos relacionados ao Design Construtal têm sido empregados no estudo de cavidades dirigidas. Alguns desses trabalhos estão descritos logo abaixo.

Aldrighi et al. (2016) realizaram um estudo numérico em um escoamento laminar com convecção forçada em uma cavidade dirigida com uma aleta retangular inserida em diferentes superfícies da cavidade. Os autores utilizaram o MVF para a solução numérica das equações de conservação de massa, conservação da quantidade de movimento e conservação de energia. Foram investigados o efeito da geometria da aleta sobre o número de Nusselt (Nu) para os seguintes $Re = 10, 50, 100, 200, 500$ e 1000 , mantendo o número de Prandtl fixo ($Pr = 0.71$). Conclui-se que a geometria da aleta tem grande influência sobre o Nu para todos os Re avaliados.

Lorenzini et al. (2016) analisaram numericamente um escoamento laminar com convecção mista em uma cavidade dirigida com uma aleta inserida na superfície inferior. O problema abordado apresentava duas restrições que eram a razão entre as áreas da aleta e cavidade mantida fixa e a razão da aleta (H_1/L_1) variando de $0.1 \leq H_1/L_1 \leq 10.0$. Os autores utilizaram o número de Prandtl fixo igual a 0.71. Foram investigados a influência da geometria da aleta sobre o número de Nusselt.

Recentemente, Selimefendigil e Öztop (2018) realizaram o estudo numérico da transferência de calor em uma cavidade dirigida quadrada preenchida com nanofluido CuO-água. Uma tampa móvel inserida na parede vertical da cavidade e uma aleta flexível foi fixada na parede superior sob a influência de um campo magnético inclinado. A parede esquerda da cavidade é mais fria que a direita, e se move na direção positiva de y com velocidade constante. Para a solução das equações governantes utilizou-se o MEF e o método Lagrangiano – Euleriano arbitrário foi utilizado para

descrever o movimento do escoamento dentro da cavidade para a aleta flexível no modelo de interação fluido – estrutura. Foram investigados a influência do Ri entre 0.01 e 100, Ha entre 0 e 50, o ângulo de inclinação do campo magnético entre 0 e 90%, fração volumétrica de nanopartículas entre 0 e 0.05 e o módulo de Young da flexibilidade da aleta entre 250 e 5000. Conclui-se que a presença da aleta flexível afeta o campo de fluxo e as características térmicas da cavidade. A transferência de calor local e média aumentam conforme o Ri .

Razera et al. (2018) realizaram um estudo de otimização geométrica utilizando o Design Construtal para maximizar a taxa de transferência de calor. Foi investigado o comportamento de uma aleta de forma semi-elíptica variando suas dimensões em uma cavidade dirigida com placa infinita e convecção mista. Foi estudado um escoamento incompressível, bidimensional, laminar e no regime permanente. Os autores utilizaram o MVF para a solução numérica das equações de conservação de massa, conservação da quantidade de movimento e conservação de energia. Foram investigados diferentes $Re_H = 10, 10^2$ e 10^3 e números de Rayleigh ($Ra_H = 10^3, 10^4, 10^5$ e 10^6), mantendo $Pr = 0.71$. Os resultados apresentaram configurações ótimas com ganho de 40% na taxa de transferência de calor em relação a outras geometrias. Conclui-se também que as geometrias ótimas são influenciadas pelos Re_H e Ra_H .

Apesar dos diversos estudos na área de cavidades e diversas aplicações no âmbito do Design Construtal, é possível observar que a avaliação geométrica da transferência de calor por convecção mista com estratificação estável de duas aletas variando concomitantemente não foi explorada na literatura. Dessa forma, o presente trabalho busca avaliar o efeito da geometria de duas aletas retangulares inseridas em cavidades dirigidas sobre a transferência de calor entre as aletas e o escoamento circundante através do método Design Construtal.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho é a avaliação geométrica através da aplicação do Design Construtal e do método de busca exaustiva. A finalidade deste trabalho é realizar a otimização de duas aletas retangulares inseridas na parte inferior de uma cavidade retangular submetida à escoamento no regime laminar, bidimensional com transferência de calor por convecção mista e estratificação estável. Para todos os casos são considerados $Re_H = 400$ e $Pr = 6.0$. Sendo assim, a proposta consiste em avaliar quais geometrias conduzem a maximização do número de Nusselt entre as aletas e o fluido circundante.

1.3.2. Objetivos Específicos

Este trabalho tem como objetivos específicos:

- Verificar e validar o modelo numérico para avaliação de escoamentos internos com convecção mista em cavidades dirigidas;
- Avaliar o efeito da razão H_1/L_1 (razão entre altura e largura da aleta mais próxima à superfície lateral esquerda da cavidade) sobre o número de Nusselt entre as aletas e o escoamento circundante dentro da cavidade;
- Avaliar o efeito da razão H_2/L_2 (razão entre a altura e largura da aleta mais próxima à superfície lateral direita da cavidade) sobre o número de Nusselt uma vez maximizado entre as aletas e o escoamento circundante dentro da cavidade e sobre a razão H_1/L_1 uma vez otimizada, $(H_1/L_1)_o$;
- Avaliar o efeito da área da aleta 1 (ϕ_1) sobre o número de Nusselt duas vezes e uma vez otimizadas, $(H_1/L_1)_{oo}$ e $(H_2/L_2)_o$;
- Avaliar o efeito da área da aleta 2 (ϕ_2) sobre o número de Nusselt duas vezes e uma vez otimizadas, $(H_1/L_1)_{oo}$ e $(H_2/L_2)_o$;
- Avaliar o efeito dos números de Richardson sobre as configurações geométricas que conduzem ao melhor desempenho térmico, bem como, sobre o efeito das razões geométricas no escoamento na cavidade;
- Avaliar a influência das diferentes geometrias no comportamento térmico do escoamento.

1.4. Delineamento do texto

O primeiro capítulo aborda a motivação para o presente trabalho e o estado da arte. Fazem parte deste capítulo também os objetivos específicos e geral.

O segundo capítulo aborda a descrição do problema, a modelagem matemática, a metodologia de avaliação geométrica e os parâmetros numéricos utilizados no presente estudo realizado.

O terceiro capítulo apresenta a modelagem numérica do problema e os procedimentos numéricos.

No quarto capítulo serão apresentados os resultados de verificação do modelo numérico empregado, bem como estudos de independência de malha empregados no problema.

No capítulo 5 são apresentados os resultados e discussões referentes a avaliação geométrica das duas aletas retangulares inseridas na cavidade para os dois diferentes números de Richardson investigados no trabalho.

O capítulo 6 apresenta as conclusões e as propostas de continuidade.

O capítulo 7 apresenta as referências utilizadas ao longo deste trabalho.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA

2.1. Descrição do Problema

O problema abordado é uma cavidade dirigida bidimensional com duas aletas inseridas na parte inferior submetidas a um escoamento em regime laminar e com convecção mista. O problema leva em consideração a estratificação estável, ou seja, é a prescrição da temperatura mais alta na superfície superior. A avaliação geométrica realizada consiste em um princípio de restrições e objetivos. Para este problema foram definidas três restrições que são a área da cavidade e a área das duas aletas (A_1 e A_2). As aletas são inseridas com o propósito de trocar calor com o escoamento dentro da cavidade. O problema consiste em analisar a troca térmica das duas aletas inseridas na cavidade quadrada de dimensões. O fluido está inicialmente em repouso, e o escoamento é originado pelo deslocamento da superfície superior, conforme pode ser observado na Fig. 2.1.

A superfície superior da cavidade (placa infinita) está a uma temperatura $T_s = 301$ K, enquanto a temperatura das duas aletas está a uma temperatura $T_i = 300$ K. As superfícies laterais e inferiores da cavidade são isoladas termicamente, possuem a condição de não-deslizamento e impermeabilidade (velocidades adimensionais nulas nas direções $u^* = v^* = w^* = 0$). A velocidade da placa infinita é dada pela velocidade de referência para o cálculo do número de Reynolds.

O número de Reynolds é mantido constante e é definido com base na velocidade de deslocamento e na altura da cavidade. Será avaliado $Re_H = 400$, $Pr = 6.0$ e diferentes números de Richardson para diferentes ϕ_1 (razão entre A_1 sobre a A_T) e ϕ_2 (razão entre A_2 sobre a A_T). Como o escoamento é laminar, o problema será considerado bidimensional e a terceira dimensão (z) perpendicular ao plano não será resolvida.

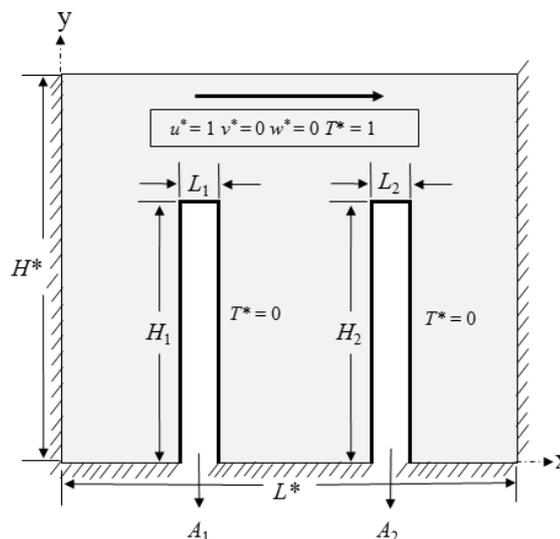


Figura 2.1. Domínio Computacional do problema estudado.

É investigado dois números de Richardson iguais a 0.1 e 1.0. O Ri igual a 0.1 se refere a convecção mista forçada dominante. A convecção mista é a combinação da convecção forçada e da convecção natural. A convecção forçada se deve ao movimento da placa superior. Já a convecção natural se deve a força de empuxo causada pela diferença de temperatura ao longo do domínio da cavidade.

As equações do problema são adimensionais. Desta forma são definidas como:

$$x^*, y^*, H^*, L^*, H_1^*, L_1^*, H_2^*, L_2^* = \frac{x, y, H, L, H_1, L_1, H_2, L_2}{A^{1/2}} \quad (2.1)$$

Conforme mencionado anteriormente, o problema é submetido a três restrições de área. A primeira restrição é a área total da cavidade que é igual a altura da cavidade vezes o comprimento. Como se tem uma equação e duas incógnitas para a área total é necessário usar um grau de liberdade definido.

A área total da cavidade e as variáveis H e L em função do grau de liberdade na cavidade são respectivamente dadas por:

$$A_T = HL \quad (2.2)$$

$$H^* = \frac{H}{A^{1/2}} \quad (2.3)$$

$$L^* = \frac{L}{A^{1/2}} \quad (2.4)$$

A segunda restrição é a área da aleta que é dada pelo produto entre a altura e o comprimento da aleta. Assim tem-se para a aleta duas variáveis e uma equação, sendo assim novamente é necessário definir um novo grau de liberdade.

As equações das restrições e variáveis adimensionais dão dadas por:

$$A_1 = H_1 L_1 \quad (2.5)$$

A restrição de área da aleta esquerda pode ser apresentada na sua forma adimensional através da fração de área:

$$\phi_1 = \frac{A_1}{A_T} \quad (2.6)$$

A partir de ϕ_1 é possível determinar L_1 , dado por:

$$L_1^* = \frac{L_1}{A^{1/2}} \quad (2.7)$$

$$H_1^* = \frac{H_1}{A^{1/2}} \quad (2.8)$$

A terceira restrição é a área da outra aleta. De maneira análoga para a segunda aleta, tem-se:

$$A_2 = H_2 L_2 \quad (2.9)$$

A restrição de área da aleta direita pode ser apresentada na sua forma adimensional através da fração de área:

$$\phi_2 = \frac{A_2}{A_T} \quad (2.10)$$

E de forma similar a eq. (2.7), é possível determinar o comprimento e altura da aleta 2:

$$L_2^* = \frac{L_2}{A^{1/2}} \quad (2.11)$$

$$H_2^* = \frac{H_2}{A^{1/2}} \quad (2.12)$$

A fração de área ocupada pelas duas aletas é dada por:

$$\phi_T = \phi_1 + \phi_2 \quad (2.13)$$

Neste trabalho serão avaliados ϕ_1 e ϕ_2 variando concomitantemente, mantendo o ϕ_T igual a 0.1.

2.2. Avaliação Geométrica com o Design Construtal

O Design Construtal baseia-se em um princípio físico denominado por Bejan (1996) como Lei Construtal, sendo este utilizado para explicar a geração e a evolução do design (configuração, forma, estrutura) de sistemas inanimados e animados (Bejan e Lorente, 2008; Bejan e Lorente, 2011). A Teoria Construtal é a visualização de que a geração das configurações em sistemas de fluxo é um fenômeno físico que pode ser baseado em um princípio físico (Lei Construtal). A Lei Construtal, por sua vez, determina que para um sistema de fluxo de dimensões finitas persistirem no tempo (sobreviver), sua configuração deve evoluir de forma a facilitar o acesso das correntes que fluem através do sistema (Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2008; Bejan e Zane, 2012).

O Design Construtal é uma técnica de avaliação geométrica através da aplicação de restrições e objetivos em geometrias pertencentes à sistemas de escoamento de dimensões finitas, que vem sendo utilizado para explicar de uma maneira determinista que os designs existentes na natureza não são resultado do acaso (Bejan 2000, Bejan e Lorente 2008 e Bejan e Zane 2012). Eles surgem naturalmente, de forma espontânea, porque melhoram o acesso ao escoamento no tempo. Diversos exemplos podem ser vistos na literatura, como o projeto do movimento humano e dos animais (Bejan e Lorente, 2011), desenho urbano, trânsito, transporte, economia, evolução da tecnologia (Bejan e Lorente, 2008) e vários problemas na área de engenharia como projeto de eletrônica, células de combustível, turbinas, energia das ondas, mecânico de materiais, refrigeração e problemas de transferência de calor (Biserni et al. 2004; Rocha et al. 2013; Lorenzini et al. 2014; Estrada et al. 2015; Xie et al. 2015; Helbig et al. 2016; Rodrigues et al. 2015; Dos Santos et al. 2014; Vieira et al. 2017).

Segundo Bello- Ochende et al. (2007), a metodologia proposta pela Teoria Construtal é identificar a direção geral de evolução das geometrias quando sujeitas a restrições. Desta forma, a configuração da geometria é a incógnita, e é livre para mudar dentro dos limites impostos pelas restrições globais.

Para a avaliação geométrica do problema utilizou-se o método de avaliação geométrica denominado Design Construtal. A Figura 2.2 ilustra o fluxograma do método Design Construtal baseado em restrições e objetivos, cujo processo de otimização é dividido em 8 principais etapas.

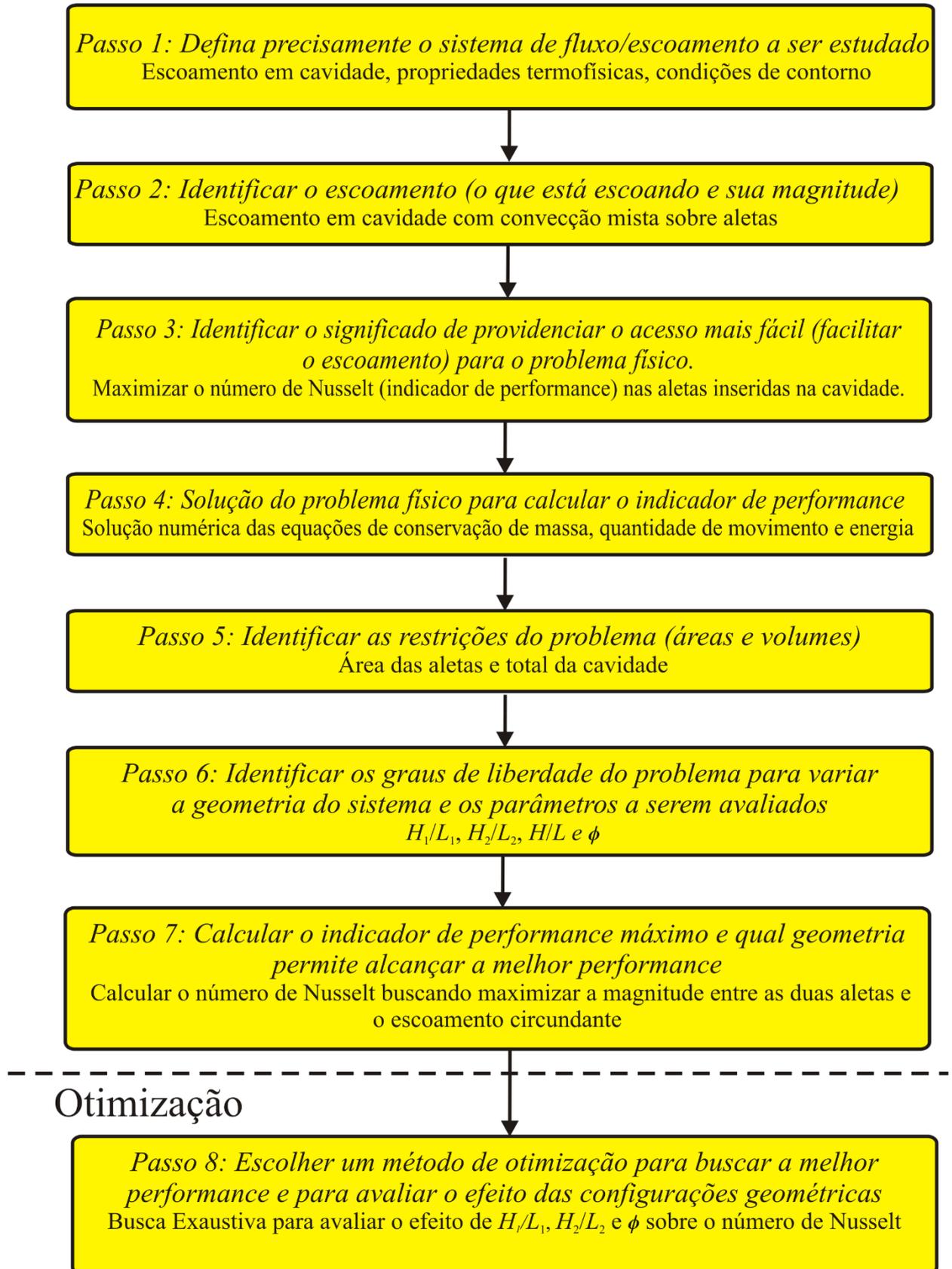


Figura 2.2. Fluxograma do método Design Construtal.

A Figura 2.3 ilustra o processo de otimização geométrica através do método denominado busca exaustiva associado ao Design Construtal, no qual o diagrama de árvore representa o conjunto de simulações que serão abordadas no projeto. Neste trabalho o ϕ_r será mantido fixo e constante igual a 0.1, e os valores de ϕ_1 e ϕ_2 irão variar buscando maximizar a taxa de transferência de calor no sistema. Além disso, H_1/L_1 e H_2/L_2 também serão analisados.

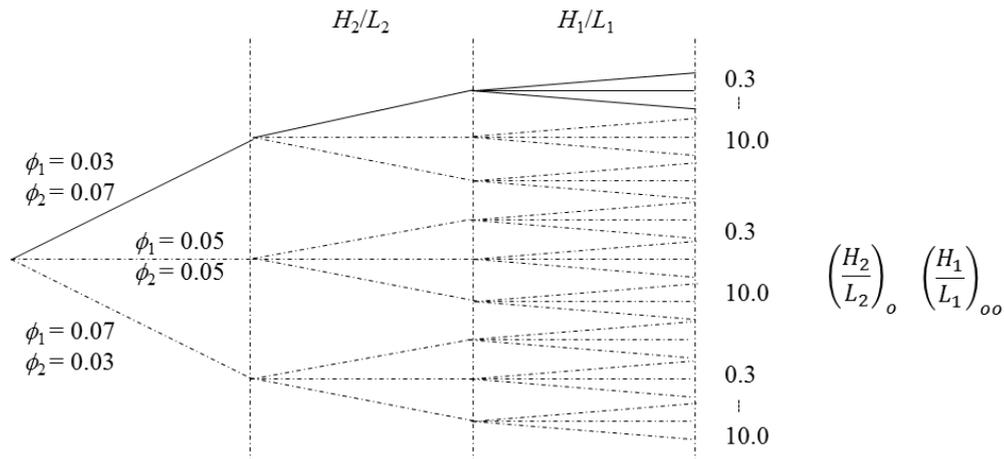


Figura 2.3. Esquema ilustrando o processo de otimização realizado aplicando o método Design Construtal com mecanismo de busca exaustiva.

O processo de otimização é realizado em duas etapas no presente estudo. No primeiro nível de otimização, o grau de liberdade H_1/L_1 é variado enquanto mantém-se uma razão H_2/L_2 fixa. Os valores de ϕ_1 e ϕ_2 também são mantidos constantes. A maior magnitude do número de Nusselt encontrada é o Nu_H uma vez maximizado ($Nu_{H,m}$). A geometria ótima correspondente é a razão (H_1/L_1) uma vez otimizada, $(H_1/L_1)_o$. No segundo nível de otimização, o primeiro nível é repetido para diferentes razões de H_2/L_2 . A partir desse novo conjunto de simulações, a maior magnitude de Nu_H obtida é o número de Nusselt duas vezes maximizado, $Nu_{H,mm}$ e as geometrias ótimas correspondentes são $(H_1/L_1)_{oo}$ e $(H_2/L_2)_o$. Os valores de H_2/L_2 e H_1/L_1 serão analisados, variando de 0.3 à 10.0. Foram realizadas 486 simulações com a finalidade de maximizar a taxa de transferência de calor no sistema.

2.3. Modelagem Matemática do Problema

Para as simulações realizadas, em um primeiro momento é resolvida apenas a equação da energia para o problema de difusão de calor no fluido, de forma a obter o campo de temperaturas estratificado entre as superfícies fria e aquecida. Esse tipo de solução foi necessário para poder comparar com a solução transiente proposta na literatura para o escoamento em cavidade sem aletas. O campo de temperaturas resultante é usado como condição inicial para o problema convectivo.

Posteriormente, é resolvido o problema de convecção mista no regime transiente até a solução alcançar o regime permanente, onde os resultados para o número de Nusselt médios no tempo passam a ser coletados.

Para o escoamento sujeito a convecção mista em regime laminar resolvem-se as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia para escoamentos incompressíveis.

A equação de conservação de massa é dada por (Bejan, 2004):

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.14)$$

onde u e v são as componentes da velocidade nas direções x e y [m/s] e x e y são as coordenadas espaciais [m].

A conservação da quantidade de movimento pode ser descrito nas direções x e y , respectivamente por (Bejan, 2004):

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial P}{\partial x} - \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (2.15)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial P}{\partial y} - \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho g \beta (T - T_\infty) = 0 \quad (2.16)$$

onde t é o tempo (s), ρ é a massa específica do fluido em uma temperatura de referência [kg/m^3], P é a pressão estática do fluido [N/m^2], μ é a viscosidade dinâmica do fluido [kg/ms], g é aceleração da gravidade na direção y [m/s^2], β é o coeficiente de expansão térmica [$1/\text{K}$], T é a temperatura nas aletas [K] e o T_∞ é a temperatura de referência [K].

A equação da conservação da energia é dada por (Bejan, 2004):

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) - k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (2.17)$$

onde C_p é o calor específico à pressão constante [J/kg.K].

3. MODELAGEM NUMÉRICA

O presente trabalho visa realizar um estudo numérico de um problema de convecção mista através de ferramentas computacionais. A dinâmica dos fluidos computacional (do inglês: *Computational Fluid Dynamics- CFD*) é a área da computação científica que estuda métodos computacionais para simulação de fenômenos que envolvem fluidos em movimento com ou sem transferência de calor (Fortuna, 2000). A CFD tem sido muito utilizada em problemas de engenharia, visto que com ela é possível analisar sistemas de escoamento de fluido, transferência de calor e fenômenos associados por meio de simulação baseada em um ambiente computacional utilizando métodos e modelos matemáticos estabelecidos. Logo, através da simulação é possível recriar o problema com todas as suas características, térmicas, físicas, químicas, e qualquer parâmetro conhecido pode ser ajustado e inserido na simulação (Versteeg e Malalasekera, 2007; Maliska, 2004).

Segundo Patankar (1980), para a obtenção da solução numérica de um problema deve-se expressar suas leis matematicamente. Sendo assim, o CFD é uma ferramenta muito relevante principalmente na área de engenharia, pois com ela é possível reduzir o número de experimentos realizados em laboratório diminuindo assim custos e tempo de realização dos mesmos. Alguns exemplos de aplicações são: aerodinâmica de aviões e veículos, hidrodinâmica de navios, motores de combustão interna, turbinas a gás, turbomáquinas, resfriamento de equipamentos, processos químicos, engenharia marítima, hidrologia e oceanologia, meteorologia e na biomedicina (Versteeg e Malalasekera, 2007).

Os programas comerciais CFD possuem interfaces de usuário onde é possível inserir parâmetros e analisar resultados. A estrutura dos códigos CFD é baseada em algoritmos numéricos, os quais são capazes de resolver problemas de escoamento de fluido.

Segundo Versteeg e Malalasekera (2007), para a solução de problemas através de simulações numéricas todos os programas devem executar três etapas principais: pré-processamento, processamento e pós-processamento.

O pré-processamento é a etapa onde se define a geometria, o domínio computacional, a geração da malha, as propriedades, o modelo físico que será utilizado e as condições de contorno do problema a ser estudado. No presente trabalho o pré-processamento é realizado no *software* livre GMSH, no qual é realizada a geração do domínio computacional e são impostas as condições de contorno nas fronteiras.

O processamento representa a resolução do problema realizada pelo software. No presente trabalho é utilizado o código CFD do software FLUENT[®], no qual são resolvidas as equações de

conservação de massa, conservação de quantidade de movimento e conservação de energia. Nesta etapa ocorre a aproximação do fluxo de cada variável através de funções simples (Patankar, 1980).

Segundo Maliska (2004), para problemas de transferência de calor por convecção existem três métodos tradicionais para a solução numérica das equações diferenciais, a saber: o MDF, o MEF e o MVF. Esses métodos se diferenciam pela maneira como as variáveis de interesse são tratadas e pelo processo de discretização. O software FLUENT[®] utilizado é baseado no MVF que é um método bastante aplicado em problemas de mecânica dos fluidos e transferência de calor, visto que, todos os termos aproximados têm significado físico.

O pós-processamento também é realizado no software FLUENT[®]. Com ele é possível obter a solução do problema com o auxílio das ferramentas disponíveis no programa, através da análise de dados, gráficos, campos de temperatura, entre outros.

3.1. O Método de Volumes Finitos (MVF)

Alguns passos são realizados ao se aplicar o MVF, dentre eles, identificar o domínio ou os limites da região onde ocorre o fenômeno investigado, dividir ou discretizar o domínio avaliado em pequenas partes ou volumes e integrar a equação diferencial em cada volume. Sendo assim, o MVF parte da forma integral das equações de conservação e aplica a mesma em todos os volumes de controle finitos do domínio.

Versteeg e Malalasekera (2004), com o intuito de simplificar a apresentação do modelo numérico, definiram na forma geral as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia para escoamentos incompressíveis, transientes e com transferência de calor por convecção, conforme a seguinte expressão:

$$\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\mathbf{u}\varphi) = \text{div}(\Gamma \cdot \text{grad}\varphi) + S\varphi \quad (3.1)$$

no qual: φ é o escalar que está sendo transportado, \mathbf{u} é o vetor do campo de velocidades, Γ é o coeficiente de difusão e $S\varphi$ é o termo fonte ou sumidouro por unidade de volume (W/m^3).

Integrando-se as equações governantes da Eq. (3.1) sobre cada volume de controle (VC) e ao longo de um intervalo de tempo finito Δt , usando o Teorema de Gauss, Eq. (3.1), na forma integral é dada por Versteeg e Malalasekera (2004):

$$\int_{VC} \int_t^{t+\Delta t} \left(\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial x} \right) dv + \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_A \mathbf{n} \cdot (\rho\mathbf{u}\varphi) dA \right) dt = \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{grad}\varphi) dA \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} S_\varphi dv dt \quad (3.2)$$

onde \mathbf{u} é o vetor do campo de velocidades, \mathbf{n} é o vetor unitário normal à superfície do volume de controle e dA é a magnitude do elemento de área da superfície de controle. A Eq. (3.2) é empregada para cada volume de controle do domínio computacional. Um exemplo de um volume de controle bidimensional é apresentado na Fig. 3.1.

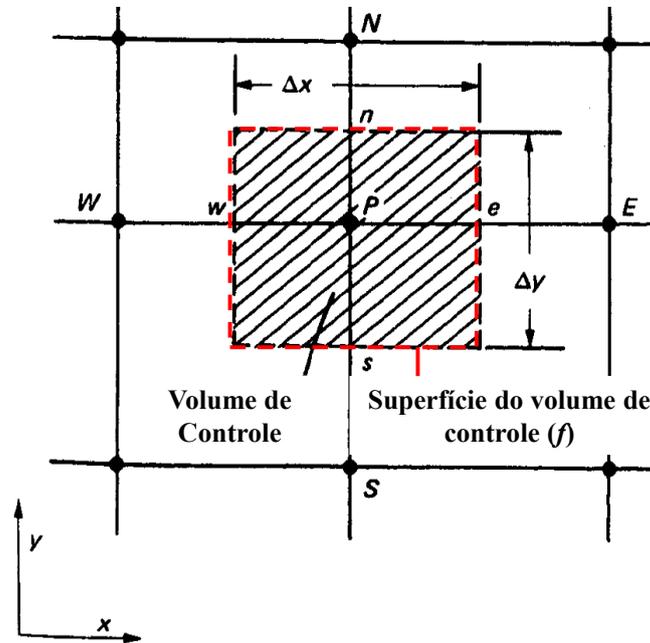


Figura 3.1. Volume de controle empregado em MVF para um domínio bidimensional (Adaptado de Patankar (1980)).

A discretização da Eq. (3.2) para um volume de controle qualquer envolvendo suas faces é dada por (FLUENT, 2011):

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} V + \sum_f^{n_f} \mathbf{n}_f (\rho_f a_f \phi_f A_f) = \sum_f^{n_f} \mathbf{n}_f (\Gamma_\phi \nabla \phi_f A_f) + S_\phi V \quad (3.3)$$

no qual n_f é o número de faces que compõem o volume de controle, ϕ_f é a variável obtida na face f , a_f é o vetor do campo de velocidades na face f , A_f é a área da face f e \mathbf{n}_f é o vetor unitário normal a face f . A linha vermelha tracejada representa as faces do volume de controle bidimensional. É possível observar que na Figura 3.1, que f pode representar qualquer uma das faces: leste (E), oeste (W), norte (N) ou sul (S). O primeiro termo do lado esquerdo da Eq. (3.3) representa o termo transiente, sendo necessário fazer alguma consideração quanto à evolução das variáveis das células vizinhas em função do tempo.

A Eq. (3.3) discretizada do transporte escalar, é usada para obter as variáveis escalares desconhecidas ϕ no centro da célula P (ϕ_P) assim como os valores das incógnitas nas células vizinhas, ϕ_E , ϕ_W , ϕ_N e ϕ_S (no caso de um domínio bidimensional). É possível escrevê-la na seguinte forma linear, visto que a equação apresenta não linearidade com respeito às variáveis das células vizinhas:

$$a_P \phi_P = \sum_{nb} n_f (a_{nb} \phi_{nb}) + b \quad (3.4)$$

no qual o subíndice nb refere-se às células vizinhas, a_P é o coeficiente principal, a_{nb} são os coeficientes lineares das células vizinhas (E, W, N e S), e b contabiliza o termo fonte e o produto entre o coeficiente e a variável escalar no ponto P no passo de tempo anterior. Segundo Savicki (2007) os coeficientes a_P , a_{nb} e b mudam de acordo com a função de interpolação usada (*upwind*, *power-law*, QUICK, entre outros) e também pode variar de acordo com a linearização do termo fonte de cada equação.

3.1.1. Discretização Espacial dos Termos Convectivos

Na discretização espacial dos termos convectivos para problemas de convecção, o MVF apresenta dificuldade no cálculo das propriedades transportadas pelas faces dos volumes e os fluxos convectivos sobre estes contornos. Segundo Versteeg e Malalasekera (1995) existe uma necessidade de aplicação de esquemas de discretização especiais para problemas convectivos-difusivos, visto que na advecção exerce influência somente na direção do escoamento e na difusão ocorre a distribuição das quantidades transportadas em todas as direções.

A discretização através das diferenças finitas centrais com relação à estabilidade dos métodos para escoamentos advectivo-dominantes apresenta oscilações alteradas nos campos de temperaturas, velocidades e pressão. Uma maneira de reduzir estas oscilações é empregar um maior refinamento de malha. Segundo Maliska (2004), devido ao elevado esforço computacional que o refinamento de malha causa nem sempre é possível empregar um maior refinamento a problemas reais, em função disso, foram desenvolvidas técnicas para a abordagem deste problema.

No presente trabalho a discretização espacial dos termos advectivos de todas as simulações foram realizadas com o esquema *upwind* de segunda ordem, no qual a direção do escoamento é levada em consideração para a realização do cálculo do valor de uma propriedade variável (velocidade, temperatura) na face do volume finito. No entanto, é necessário destacar que este esquema pode conduzir a resultados inadequados para discretização de primeira ordem (falsa difusão) Maliska (2004); Versteeg e Malalasekera (1995).

3.1.2. Esquema de Advecção *Upwind*

Segundo Versteeg e Malalasekera (1995), no esquema de advecção *upwind* de primeira ordem o valor de uma propriedade em uma face de um volume é igual ao valor do nó do volume anterior. Conforme a seguinte expressão:

$$\varphi_f = \varphi_m \quad (3.5)$$

no qual φ_m é o valor da propriedade φ no volume de controle anterior.

Para se obter uma maior precisão o esquema *upwind* de segunda ordem é utilizado, esta precisão é obtida interpolando φ_f através de uma expansão de Taylor da solução φ em torno do volume central. No FLUENT[®], o valor de φ_f é dado pela seguinte expressão:

$$\varphi_f = \varphi + \nabla\varphi \mathbf{r} \quad (3.6)$$

Na Eq. (3.6) \mathbf{r} é o vetor deslocamento do centroide da face do volume de controle ao centroide do volume de controle a montante, φ e $\nabla\varphi$ são os valores da célula central e seu gradiente no volume de controle que está a montante da face relativa a direção do escoamento.

Através do teorema de Green-Gauss, é estabelecido o gradiente $\nabla\varphi$ em cada volume de controle que é descrito na seguinte forma discretizada:

$$(\nabla\varphi)_{co} = \frac{1}{V_{vc}} \sum_f \overline{\varphi}_f \overrightarrow{A}_f \quad (3.7)$$

no qual o sub-índice *co* refere-se ao centroide do volume de controle (Fig. 3.7), $\overline{\varphi}_f$ é definido como a média aritmética dos valores de φ_f dos centros dos volumes de controle vizinhos à face (Fig. 3.2) e o vetor \overrightarrow{A}_f é a área na face. O valor na face, $\overline{\varphi}_f$, é dado por:

$$\overline{\varphi}_f = \frac{\varphi_{co} + \varphi_{c1}}{2} \quad (3.8)$$

no qual o sub-índice *c1* se refere ao centroide do volume de controle vizinho, como pode ser visto na Fig. 3.2.

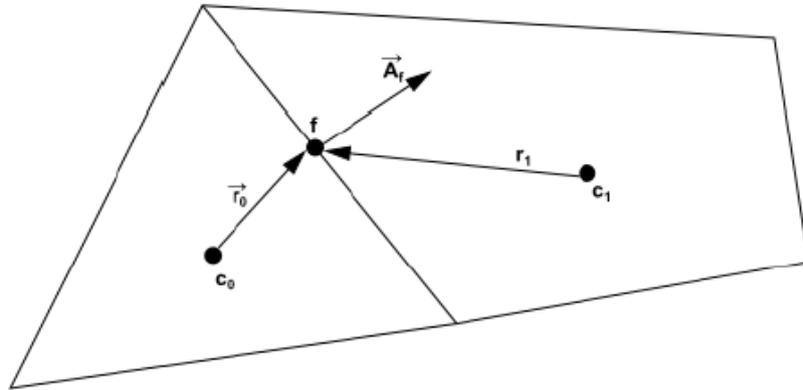


Figura 3.2. Volume de controle utilizado para ilustrar a discretização de uma equação (ANSYS, 2011).

3.1.3. Acoplamento Pressão-Velocidade

Para escoamentos convectivos utilizando o MVF o campo de velocidades é calculado resolvendo as equações de Navier-Stokes. A solução correta de um problema de transporte de quantidade de movimento só será satisfatória quando o campo de pressões posto nas equações de Navier-Stokes gerar velocidades que obedeçam a equação da continuidade. Visto que o escoamento pode ser compressível ou incompressível, a forma de acoplamento adequado varia.

Na solução de escoamentos incompressíveis a pressão não aparece como uma variável primária na equação de conservação de massa, gerando um grande esforço para a solução de problemas no acoplamento entre a pressão e a velocidade. Dificuldades numéricas associadas à simulação de escoamentos incompressíveis têm sido relatadas na literatura, independente da metodologia empregada (MEF, MDF ou MVF) Kawahara e Hirano (1983).

O método mais conhecido de acoplamento pressão-velocidade é o SIMPLE (do inglês: *Semi Implicit Linked Equations*) desenvolvido por Patankar e Spalding (1972). Posteriormente, foram criados métodos derivados do SIMPLE como o SIMPLER (SIMPLE-Revisado), SIMPLEC (SIMPLE-Consistente), o PISO Patankar (1980); Versteeg e Malalasekera (1995) e o Coupled que usa o solver acoplado baseado em pressão, enquanto os demais usam o algoritmo segregado baseado em pressão (FLUENT, 2011). No presente trabalho para abordagem deste problema é empregado o algoritmo SIMPLEC (do inglês: *Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Consistent*).

O método SIMPLEC requer a introdução do parâmetro de relaxamento nas equações de momento, este método iterativo trata a velocidade e a pressão de maneira separada e sequencial, ou seja, método de tentativa e erro.

Ambos os métodos SIMPLE e SIMPLEC são apropriados para a solução de problemas de escoamentos de fluido incompressíveis para os quais o fator predominante que rege a solução é o custo do acoplamento pressão-velocidade (Van Doormaal e Raithby, 1984).

3.2. Procedimentos numéricos

Para todas as simulações as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia foram resolvidas através de um código comercial de dinâmica dos fluidos computacional (CFD – do inglês: *Computational Fluid Dynamics*) baseado no método dos volumes finitos (FLUENT, 2011). Foi considerada também uma discretização temporal implícita de segunda ordem. Além disso, o acoplamento pressão velocidade foi realizado com o método SIMPLEC. Os fatores de subrelaxação impostos nas equações de conservação de massa, conservação da quantidade de movimento e conservação de energia foram 0.3, 0.7 e 1, respectivamente.

No que se refere à convergência da solução numérica, no *software* FLUENT (FLUENT, 2011) o resíduo normalizado da equação do transporte é definido através da seguinte expressão:

$$R = \frac{\sum_{células} \left[\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_p \phi_p \right]}{\sum_{células} [a_p \phi_p]} \quad (3.9)$$

Na Eq. (3.9) $\sum_{células}$ significa que o valor entre colchetes está sendo somado para todos os volumes de controle.

Neste estudo, as soluções foram consideradas convergidas quando os resíduos para a equação da conservação de massa, quantidade de movimento nas direções x e y foram menores que 10^{-6} e para a equação de conservação de energia inferiores a 10^{-8} .

Todas as simulações foram realizadas usando um computador com processador Intel i7 de 3.30 GHz e 16 GB de memória RAM. O tempo de processamento de cada simulação em regime transiente foi entre 2 e 3 horas para simular um tempo físico de $t = 2.0$ s.

4. VERIFICAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

4.1. Verificação e Validação

Para garantir que o modelo matemático está bem implementado, foi realizado a verificação e validação de um problema semelhante ao do problema proposto. Para isto foram realizados estudos de refinamento de malha visando diminuir os erros de simulação. A verificação foi realizada através do *software* FLUENT®, no qual foram realizadas simulações de um escoamento com convecção mista.

A Figura 4.1 mostra o problema estudado, no qual Ji et al. (2007) e Dos Santos et al. (2011) analisaram um escoamento com convecção mista, regime transiente e bidimensional de uma cavidade quadrada com dimensões adimensionais iguais a $L^* = 1$ e $H^* = 1$. A cavidade é submetida a um escoamento gerado pelo deslocamento contínuo de uma placa infinita (superfície superior), conforme ilustrado na Fig. 4.1. As demais superfícies apresentam condições de impermeabilidade (velocidades nulas) e não-deslizamento. O problema possui estratificação estável. O aquecimento do escoamento é dado pela imposição de uma temperatura adimensional $T^* = 1$ na superfície superior e $T^* = 0$ na superfície inferior. As superfícies laterais são consideradas adiabáticas, ou seja, possuem fluxo prescrito nulo. A solução das equações de conservação realizadas por Dos Santos et al. (2011) foram baseadas no MEF e foram investigados os comportamentos de diferentes Re e Ri .

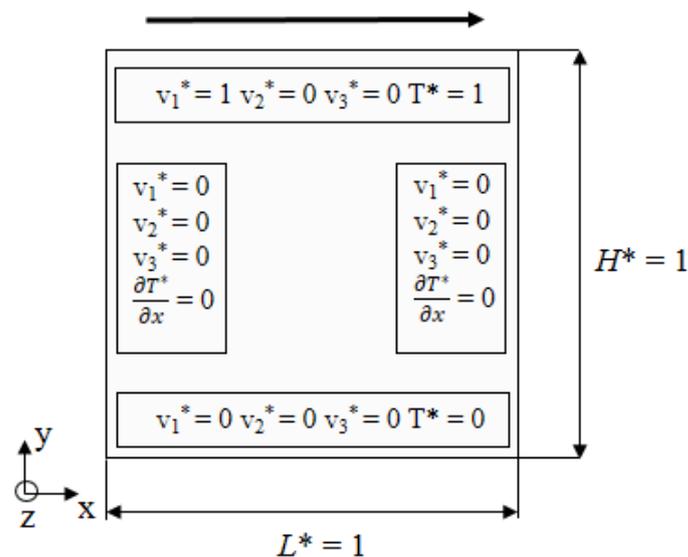


Figura 4.1. Domínio do fluxo da cavidade simulado em Dos Santos et al. (2011).

A velocidade da placa infinita é determinada a partir do número de Reynolds. O número de Reynolds é dado por:

$$Re_H = \frac{\rho v H}{\mu} \quad (4.1)$$

onde ρ é a massa específica do fluido [kg/m^3], v é a velocidade do escoamento [m/s], H é o comprimento característico [m] e μ é a viscosidade dinâmica [kg/ms].

A temperatura adimensional é dada por:

$$T^* = \frac{T - T_i}{T_s - T_i} \quad (4.2)$$

A velocidade adimensional é dada por:

$$v_i^* = \frac{v_i}{v} \quad (4.3)$$

onde v_i é a velocidade na direção i [m/s].

O tempo adimensional para os resultados transientes é dado por:

$$t_{adm} = \frac{t V_{max}}{H} \quad (4.4)$$

onde t é o tempo [s], V_{max} e H é a altura da cavidade [m].

Para realizar a validação e verificação do problema, primeiramente, realizou-se o teste da solução independente da malha. O valor de comparação utilizado para o teste da solução independente da malha foi o adimensional Nu no regime permanente.

O número de Nusselt é dado por:

$$Nu_H = \frac{hH}{k} \quad (4.5)$$

onde h é o coeficiente de transferência de calor por convecção [$\text{W/m}^2\text{K}$], H o comprimento característico do escoamento [m] e k é a condutividade térmica do fluido [W/m.K]. Numericamente, o cálculo do número de Nusselt é realizado através do gradiente de temperaturas na forma adimensional dada pela seguinte expressão:

$$Nu = \left. \frac{\partial T^*}{\partial n^*} \right|_{n^*=0} \quad (4.6)$$

onde T^* é a temperatura adimensional e n^* é a coordenada espacial adimensional normal a superfície.

4.2. Teste da Solução Independente da Malha

O teste da solução independente de malha é uma etapa importante em problemas de simulação, pois a malha deve ser refinada o suficiente visando obter uma solução onde as variáveis do problema (como campos de velocidade, temperatura) não sofram uma variação significativa com o refinamento de malha e que, ao mesmo tempo, não tenham um esforço computacional que inviabilize as simulações.

O refinamento de malha nas regiões de parede, neste caso, é recomendado para capturar os gradientes de velocidades e temperaturas na região das paredes.

Para obter a malha que melhor representa o sistema e que possui um menor custo computacional, deve-se realizar a análise em duas malhas com refinamentos diferentes e compará-las, caso o resultado não seja satisfatório repete-se o procedimento empregando outras malhas até atingir um critério de refinamento estabelecido.

Para a geração da malha foi utilizado o *software* GMSH 16.0, no qual é possível construir a geometria abordada. A Figura 4.2 representa uma das malhas empregadas no presente estudo, na qual é possível observar o refinamento da malha próximo as paredes.

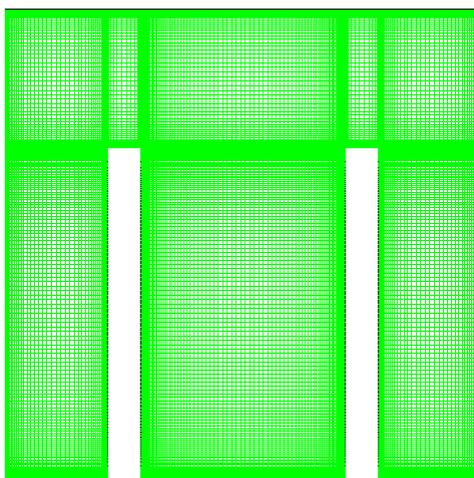


Figura 4.2. Malha empregada no presente trabalho.

Pode-se observar que na Tab. 4.1 a Malha 3 com 22801 volumes finitos atende de maneira satisfatória a necessidade deste trabalho, obedecendo o critério estabelecido na Eq. 4.7. Porém, como serão inseridas 2 aletas utiliza-se a Malha 4 com 40401 volumes finitos.

De acordo com os resultados obtidos na Tab. 4.1, obteve-se como critério de aceitação a seguinte condição, onde n é o número de Nusselt:

$$\left| \frac{(n^j - n^{j+1})}{n^j} \right| < 1 \times 10^{-5} \quad (4.7)$$

Tabela 4.1. Teste de independência de malha.

Malha	Nº de volumes	Nº de Nusselt	Diferença Rel.
1	2601	0.250039	1.199×10^{-4}
2	10201	0.250009	1.999×10^{-5}
3	22801	0.250004	$7,999 \times 10^{-6}$
4	40401	0.250002	-

A Figura 4.3 ilustra a malha empregada no presente estudo. Observa-se o refinamento da malha próximo às paredes da cavidade. O refinamento empregado nas regiões próximas a parede se deve a necessidade de capturar os gradientes de velocidades e temperaturas nessa região.

Com a finalidade de realizar uma análise quantitativa dos resultados foram inseridos três pontos de monitoramento. Realizou-se uma avaliação da variação da velocidade e temperatura no tempo, monitorando pontos de velocidade e temperatura, em pontos específicos, sendo estes comparados com o trabalho numérico realizado por Dos Santos et al. (2011) e com o trabalho experimental realizado por Ji et al. (2007). O primeiro ponto situado na posição $X^* = 0.5$ e $Y^* = 0.27$, o segundo ponto situado na posição $X^* = 0.5$ e $Y^* = 0.48$ e o terceiro ponto situado na posição $X^* = 0.5$ e $Y^* = 0.93$, conforme pode ser observado na Fig. 4.3. A finalidade desse processo foi verificar se o *software* e o modelo empregado são satisfatórios para a validação e verificação do modelo.

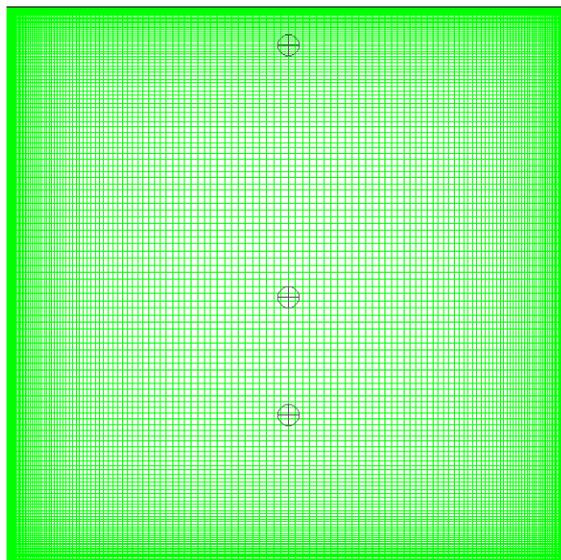


Figura 4.3. Malha empregada no estudo numérico.

Após a definição da malha ideal, obtida através do teste de independência de malha, as simulações são realizadas no *software* FLUENT[®]. Os dados utilizados podem ser vistos na Tab. 4.2.

Tabela 4.2. Parâmetros e propriedades termofísicas aplicados nas simulações.

Propriedade	Valor aplicado
Número de Reynolds – Re_H	400
Número de Prandtl – Pr	6.0
Número de Grashoff - Gr	16000/160000
Número de Richardson - Ri	0.1/1.0
Coefficiente de expansão térmica do fluido [K^{-1}]	4.0
Massa Específica [$kg.m^{-3}$]	1.0
Condutividade Térmica [$W.m^{-1}.K^{-1}$]	1.0
Calor Específico [$J.kg^{-1}.K^{-1}$]	120
Viscosidade [$kg.m^{-1}.s^{-1}$]	0.05
Temperatura Superfície Superior [K]	301
Temperatura Superfície Inferior [K]	300
Velocidade [$m.s^{-1}$]	20

Foram analisados ambos os valores de Ri , porém por questão de brevidade serão expostos no presente trabalho somente o $Ri = 0.1$.

Para a validação utilizou-se o trabalho experimental de Ji et al. (2007) e para a verificação do modelo utilizou-se o mesmo problema de Dos Santos et al. (2011), porém foi empregado o MVF através do *software* FLUENT®.

Na Figura 4.4 (a) e (b) pode ser observado graficamente os resultados da simulação realizada através do MVF para os campos transientes de temperatura e velocidade para o ponto 1 ($X^* = 0.5$ e $Y^* = 0.27$) localizado próximo a superfície inferior. Pode-se verificar que os campos transientes de velocidades e temperaturas simulados estão de acordo com os obtidos em Ji et al. (2007) e Dos Santos et al. (2011). Observa-se que no intervalo de tempo $8 \leq t^* \leq 18$ para Ji et al. (2007) o campo de temperatura apresenta um pequeno desvio. Apesar disso, os resultados são concordantes, pois mantém o comportamento próximo ao esperado.

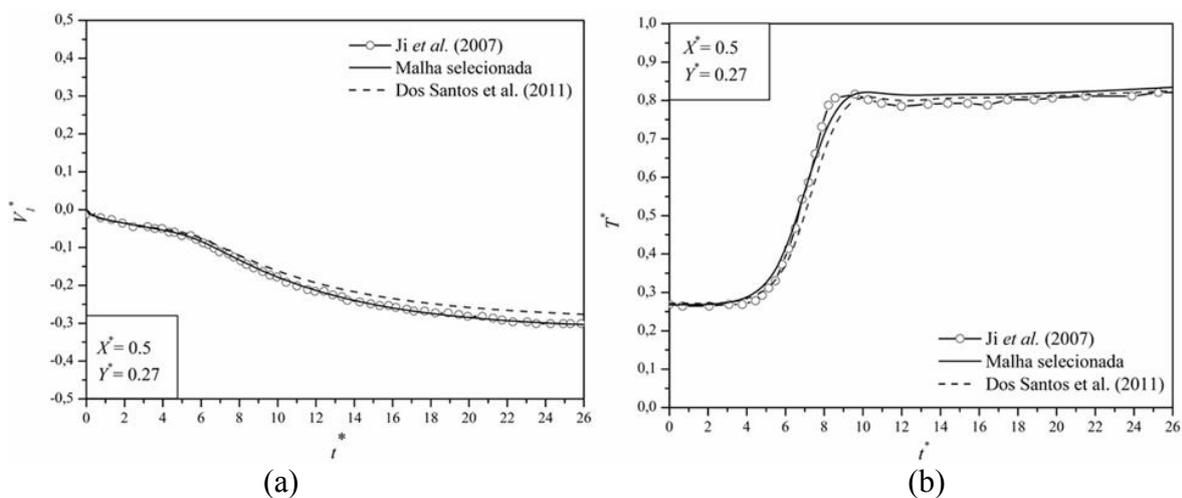


Figura 4.4. Campos transiente para escoamento com $Re = 400$, $Pr = 6.0$ e $Ri = 0.1$ no ponto 1 ($X^* = 0.5$, $Y^* = 0.27$): (a) campo de velocidade; (b) campo de temperatura.

A Figura 4.5 (a) e (b) mostra graficamente o resultado da simulação realizada onde se pode observar a comparação entre Ji et al. (2007) e Dos Santos et al. (2011) para os campos transientes de temperatura e velocidade para o ponto 2 ($X^* = 0.5$ e $Y^* = 0.48$) localizado próximo ao centro da cavidade. Conforme pode ser observado na Fig. 4.5 (a), os resultados apresentam concordância com os resultados de Dos Santos et al. (2011). Na Figura 4.5 (b) percebe-se que para $3 \leq t^* \leq 5$ o campo de temperatura apresenta o mesmo comportamento dos casos comparados. Mesmo em um intervalo onde ocorre uma abrupta mudança no campo de temperaturas (devido a incidência do vórtice principal a temperatura elevada), o presente modelo numérico foi capaz de estimar de forma satisfatória o comportamento do campo de temperaturas. As pequenas diferenças encontradas para os campos obtidos na literatura demonstram que o presente método está reproduzindo adequadamente esse tipo de escoamento.

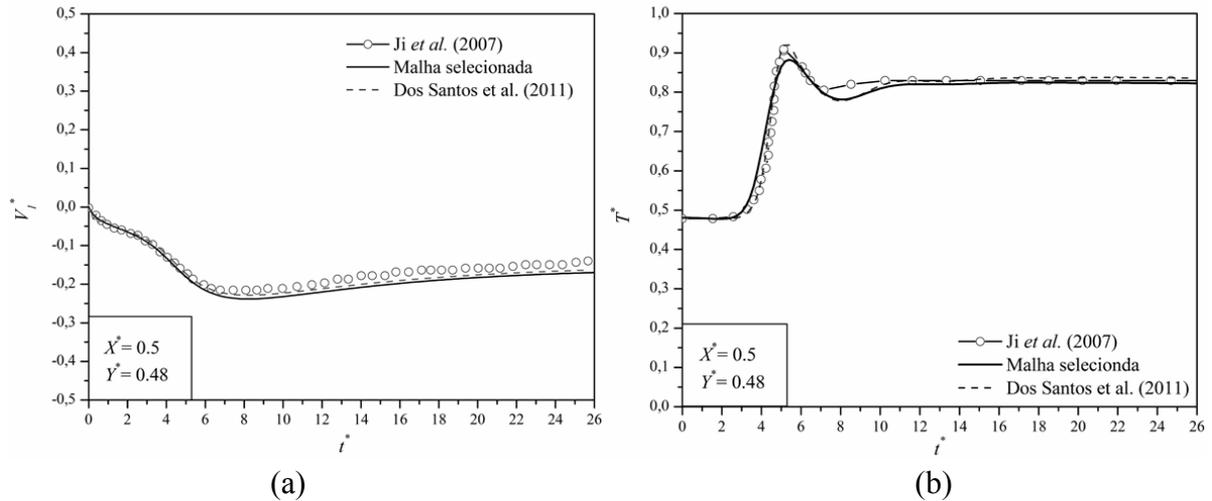


Figura 4.5. Campos transiente para escoamento com $Re = 400$, $Pr = 6.0$ e $Ri = 0.1$ no ponto 2 ($X^* = 0.5$, $Y^* = 0.48$): (a) campo de velocidade; (b) campo de temperatura.

Os campos de velocidade e temperatura no ponto 3 ($X^* = 0.5$ e $Y^* = 0.93$), localizado próximo a superfície superior, são mostrados na Fig. 4.6 (a) e (b), respectivamente. Conforme pode ser observado, o campo de velocidade representado na Fig. 4.6 (a) está de acordo com os resultados obtidos em Ji et al. (2007) e Dos Santos et al. (2011). O campo de temperatura representado na Fig. 4.6 (b) apresenta um resultado satisfatório. Pode-se observar que para $5 \leq t^* \leq 9$ tem-se um pequeno desvio, porém, o comportamento mantém-se como o esperado.

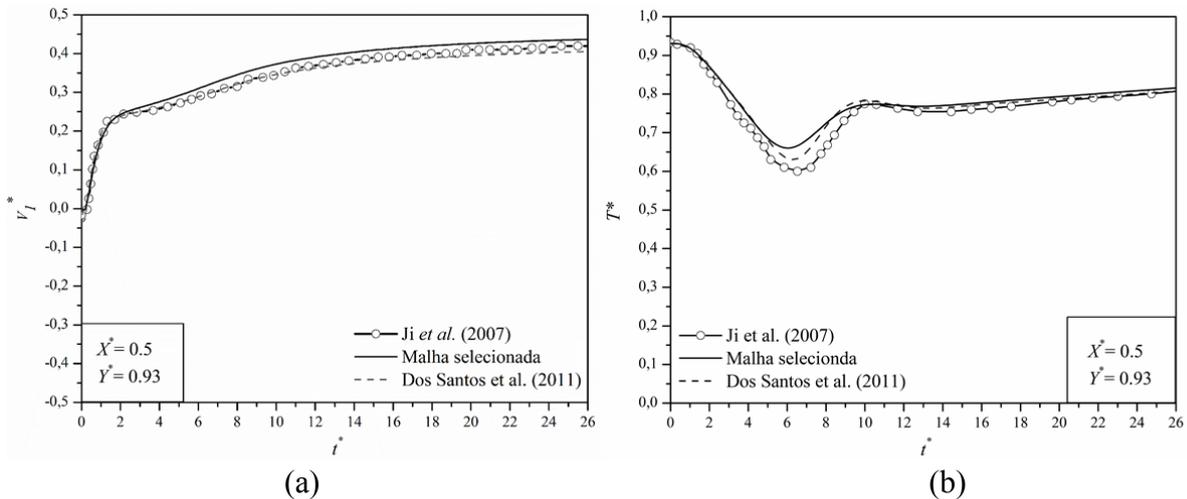


Figura 4.6. Campos transiente para escoamento com $Re = 400$, $Pr = 6.0$ e $Ri = 0.1$ no ponto 3 ($X^* = 0.5$, $Y^* = 0.93$): (a) campo de velocidade; (b) campo de temperatura.

A partir dos resultados obtidos das simulações apresentadas graficamente nas Figs. 4.4, 4.5 e 4.6 é possível verificar a consistência do método empregado para este problema.

A Figura 4.7 apresenta a comparação das topologias dos campos de temperaturas para um instante de tempo adimensional $t_{adm} = 1.4$. O resultado obtido no presente trabalho foi comparado com o resultado de Dos Santos et al. (2011) e Ji et al. (2007). Como pode ser observado, a topologia obtida na Fig. 4.7 (a) referente ao presente trabalho é muito semelhante as apresentadas na Fig. 4.7 (b) e (c) referente ao resultado obtido por Dos Santos et al. (2011) e Ji et al. (2007), respectivamente. Foram plotadas 10 linhas isotérmicas do campo de temperaturas para mostrar a semelhança do comportamento topológico.

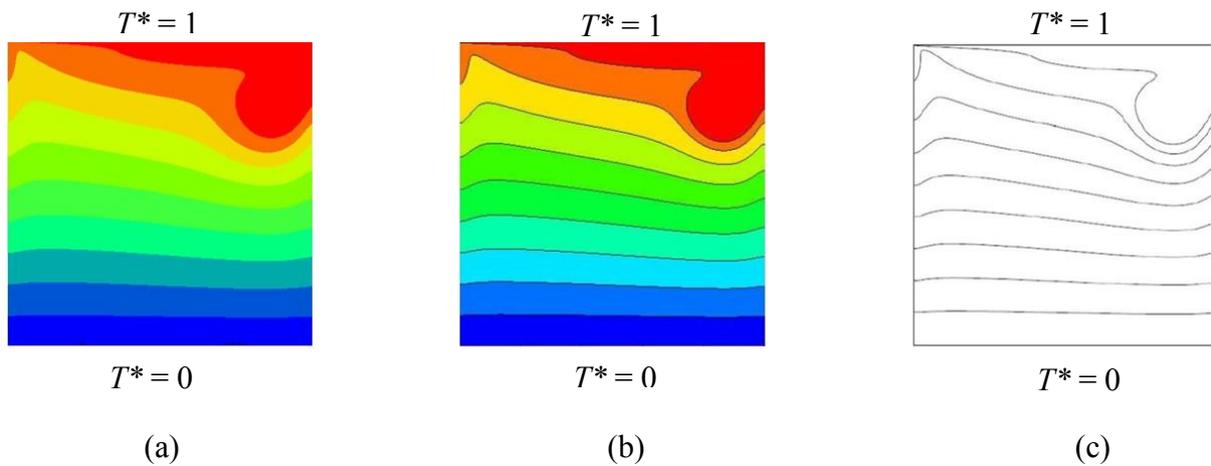


Figura 4.7. Campo de temperaturas para o escoamento a $Re = 400$, $Pr = 6.0$, $Ri = 0.1$ e $Gr = 16000$ em tempo adimensional $t_{adm} = 1.4$: (a) presente trabalho; (b) Dos Santos et al., 2011; (c) Ji et al., 2007.

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Serão apresentados nesta seção os resultados das simulações realizadas com as variações dos parâmetros propostos. Os resultados serão apresentados em oito seções. Primeiramente será mantido o $Ri = 0.1$ para o seguinte caso $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$, após serão apresentados os resultados de $\phi_1 = 0.05$ e $\phi_2 = 0.05$ e $\phi_1 = 0.07$ e $\phi_2 = 0.03$, e após será analisado igual a $Ri = 1.0$ para as mesmas razões de área das aletas e por fim, será realizada a comparação para cada valor de Ri .

5.1. Avaliação geométrica para $\phi_1 = 0.03$, $\phi_2 = 0.07$ e $Ri = 0.1$

Nesta seção os resultados serão abordados em dois aspectos: i) O estudo numérico, ou seja, será analisado o processo de otimização geométrica proposto e ii) o comportamento térmico (campo de temperaturas) em função dos graus de liberdade estudados.

Primeiramente, é investigado o efeito da razão H_1/L_1 sobre o número de Nusselt para diversas razões H_2/L_2 variando de 0.3 até 10.0. Para realizar esta avaliação 81 simulações foram realizadas.

A Figura 5.1 mostra o efeito da razão H_1/L_1 sobre o número de Nusselt (Nu_H) para o escoamento com $Re = 400$, $Ri = 0.1$, $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$, $H/L = 1.0$ e nove razões diferentes de H_2/L_2 . Para todos os casos o número de Prandtl foi mantido constante ($Pr = 6.0$).

Na Figura 5.1 é possível observar que a partir da razão $H_1/L_1 = 3.0$ as curvas têm comportamentos análogos, ou seja, decrescem à medida que as razões H_1/L_1 aumentam. Em outras palavras, para a maioria das curvas H_2/L_2 observa-se que o número de Nusselt uma vez maximizado ($Nu_{H,m}$) encontra-se em valores abaixo de $H_1/L_1 = 3.0$.

Observa-se, entretanto, que há uma exceção para $H_2/L_2 = 3.0$, pois à medida que as razões H_1/L_1 aumentam o Nu também cresce. Além disso, para a razão $H_2/L_2 = 5.0$ observa-se que o valor de $Nu_{H,m}$ é obtido para a menor razão de H_1/L_1 , sendo o único caso em que este comportamento foi observado.

Entre os casos analisados, é possível notar o caso que leva ao melhor desempenho, ou seja, o que conduz a maior troca térmica entre a aleta e o escoamento da cavidade para essa configuração são os $(H_2/L_2)_o = 0.3$ e $(H_1/L_1)_{oo} = 1.0$. O subscrito “o” significa uma vez otimizada a razão de H_2/L_2 . O subscrito “oo” significa duas vezes otimizada a razão de H_1/L_1 . Também é possível observar uma variação de aproximadamente 49% entre o melhor e o pior caso.

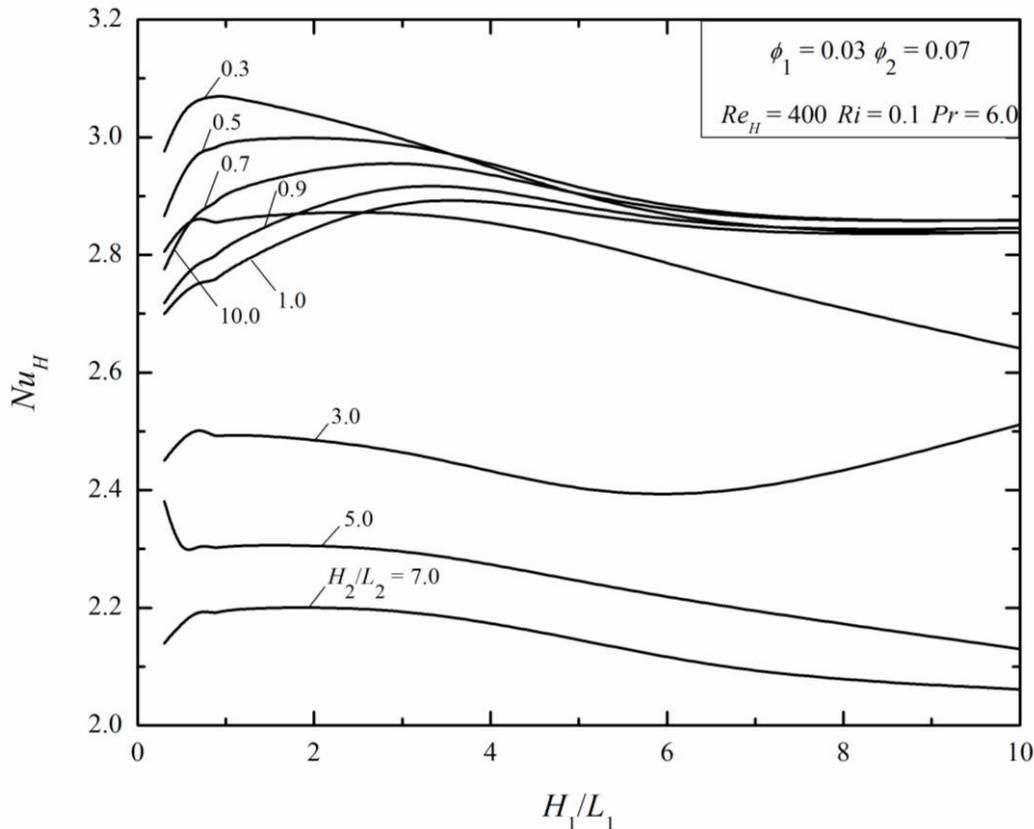


Figura 5.1. Efeito da razão H_1/L_1 sobre o número de Nusselt para $\phi_1 = 0.03$, $\phi_2 = 0.07$, $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$ e $Pr = 6.0$.

Nas Figuras 5.2, 5.3 e 5.4 estão apresentados os campos de temperatura para três razões diferentes de $H_2/L_2 = 0.3$, 7.0 e 10.0 . Estas foram escolhidas tendo em vista a menor e a maior razão, $H_2/L_2 = 0.3$ e 10.0 , bem como o pior caso, $H_2/L_2 = 7.0$. Para cada caso foram escolhidas duas razões de H_1/L_1 referentes a Fig. 5.1 que representam as razões para as geometrias ótimas (Figs. 5.2 – 5.4(a)) e as razões para as piores geometrias (Figs. 5.2 – 5.4(b)).

A Figura 5.2 apresenta os campos de temperatura para a razão $H_2/L_2 = 0.3$. Para o caso da Fig. 5.2(a), observa-se que o escoamento escoava livremente, ou seja, as aletas inseridas quase não influenciam o comportamento do escoamento. À medida em que a aleta 1 (esquerda) aumenta sua inserção na cavidade, Fig. 5.2(b), o escoamento começa a ser restringido, dificultando assim a troca térmica. Em outras palavras, a aleta 1 gera uma diferença considerável na formação do vórtice principal, visto que este fica mais suprimido para as maiores razões de H_1/L_1 . Isso afeta a troca térmica, especialmente na superfície lateral esquerda da aleta 1. Além disso, pela análise da avaliação geométrica, constatou-se que geometria ótima permitiu um ganho de aproximadamente 8% no valor de Nu_H para a mesma razão de H_2/L_2 .

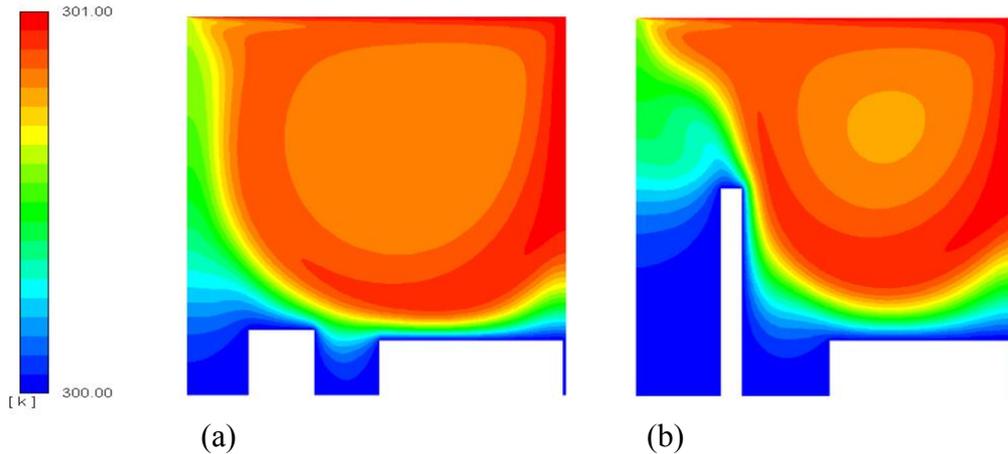


Figura 5.2. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$ e $H_2/L_2 = 0.3$: (a) $(H_1/L_1)_o = 1.0$ $Nu_{H,mm} = 3.0724$; (b) $H_1/L_1 = 10.0$ $Nu_H = 2.8383$.

As Figuras 5.3(a) – 5.3(b) mostram os campos de temperaturas para a razão $H_2/L_2 = 7.0$. Em comparação aos dois casos mostrados, nota-se que para a maior razão de H_1/L_1 (caso (b)), o vórtice principal tende a ficar suprimido, diminuindo a troca térmica na região inferior das duas aletas. Como o escoamento é gerado pela superfície superior deslizante, o vórtice principal se desloca da direita para o centro da cavidade. Dessa forma, valores mais elevados de H_2/L_2 restringem o vórtice principal, dificultando a troca de calor. Comparando com os campos de temperatura para os valores de $H_2/L_2 = 0.3$ (Fig. 5.2), observa-se que nas razões de H_2/L_2 maiores (Fig. 5.3) a aleta 1 praticamente não exerce influência no escoamento. Além disso, os resultados indicam que o aumento da razão H_2/L_2 impedem o crescimento do vórtice principal e a troca térmica com a aleta 1. Entre a melhor e a pior geometria apresentadas na Fig. 5.3 tem-se uma variação de quase 7% entre o melhor e o pior caso.

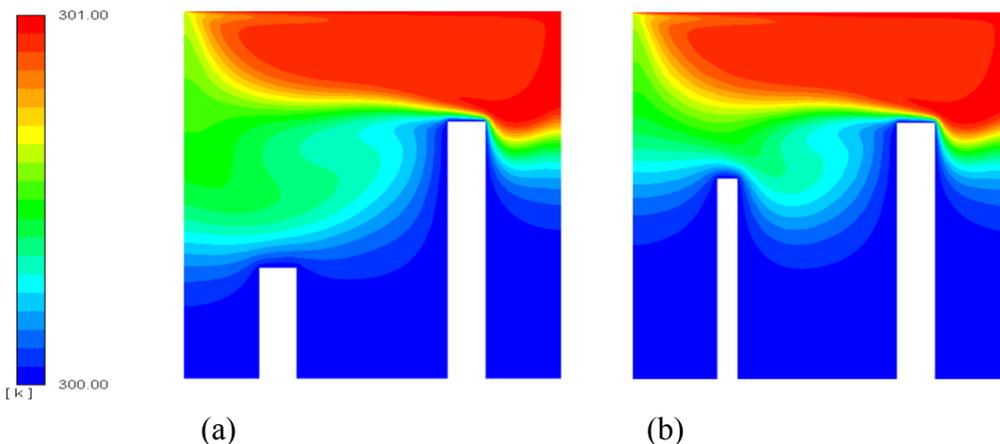


Figura 5.3. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$ e $H_2/L_2 = 7.0$: (a) $(H_1/L_1)_o = 3.0$, $Nu_{H,m} = 2.2030$; (b) $H_1/L_1 = 10.0$, $Nu_H = 2.0615$.

A Fig. 5.4 mostra os campos de temperatura para a razão $H_2/L_2 = 10.0$. A Figura 5.4(a) apresenta o melhor resultado, pois troca calor com mais facilidade, e observa-se uma variação de aproximadamente 9% comparando o melhor e o pior resultado. Comparando as Figs. 5.2 – 5.4, nota-

se que a maior restrição é causada pela aleta 2. Na Fig. 5.4 observa-se que no caso da Fig. 5.4(a) a aleta 1 exerce maior influência no número de Nusselt do que no caso da Fig. 5.4(b), ou seja, a aleta 1 com menor inserção na cavidade aumenta a transferência de calor. Isso se deve ao fato da aleta 2 atuar de maneira semelhante a uma superfície lateral, ou seja, o escoamento troca calor com mais facilidade.

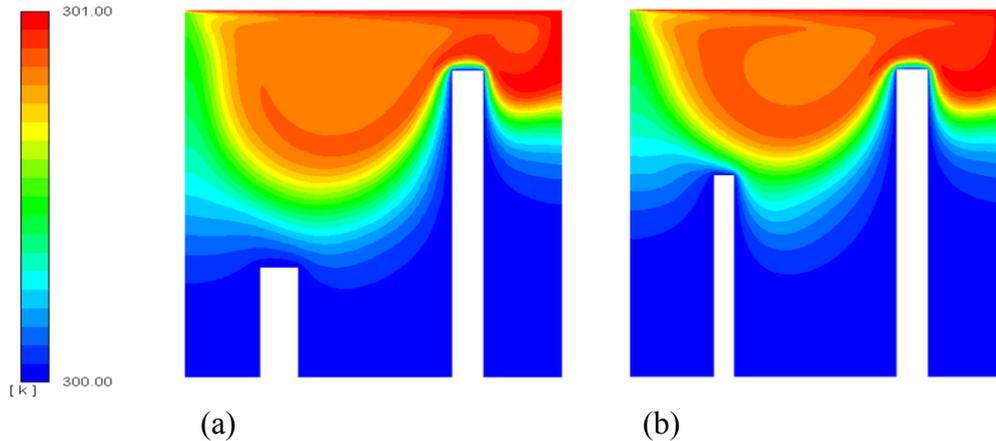


Figura 5.4. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$ e $H_2/L_2 = 10.0$: (a) $(H_1/L_1)_o = 3.0$, $Nu_{H,m} = 2.8814$; (b) $H_1/L_1 = 10.0$, $Nu_H = 2.6411$.

Tendo em vista os resultados acima, observa-se que a aleta 2 afeta consideravelmente os campos de temperatura. É interessante ressaltar que o aumento na altura da aleta 2 pode prejudicar o desempenho térmico do problema devido a restrição do vórtice principal em direção a região central da cavidade.

A Figura 5.5 apresenta o efeito de H_2/L_2 sobre o $Nu_{H,m}$ e $(H_1/L_1)_o$. Para a criação desta figura, foram utilizados os melhores resultados das curvas da razão H_2/L_2 referentes a Fig. 5.1, relacionando o efeito de H_2/L_2 sobre o $Nu_{H,m}$ e sobre as respectivas geometrias ótimas $(H_1/L_1)_o$.

Os resultados indicam que a razão $(H_1/L_1)_o$ é uma razão intermediária ($(H_1/L_1)_o = 1.0$) e a razão H_2/L_2 é mínima, $(H_2/L_2)_{oo} = 0.3$. Para as razões H_2/L_2 variando de 3.0 até 7.0 encontram-se os menores valores de $Nu_{H,m}$, sendo que a pior razão encontrada foi para $H_2/L_2 = 7.0$ ($Nu_{H,m} = 2.2030$). Com esses resultados temos uma variação de aproximadamente 39.5% comparando o melhor e o pior resultados de H_1/L_1 .

Para $H_2/L_2 = 10.0$, visto que a razão H_2/L_2 é tão grande, o escoamento acaba se comportando como se estivesse em uma cavidade com razão de aspecto diferente de $H/L = 1.0$ e a aleta direita se comporta como uma parede.

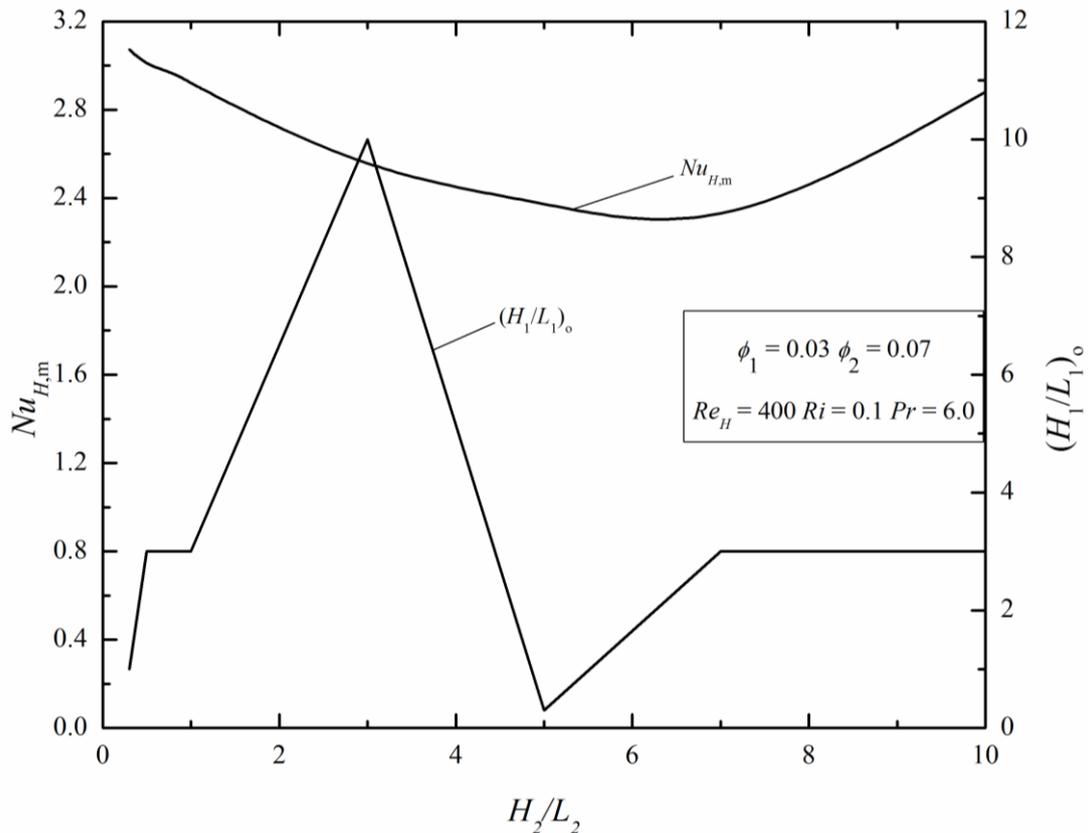


Figura 5.5. Efeito da razão H_2/L_2 sobre o $Nu_{H,m}$ e as respectivas geometrias ótimas $(H_1/L_1)_o$ para $\phi_1 = 0.03$, $\phi_2 = 0.07$, $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$ e $Pr = 6.0$.

5.2. Avaliação geométrica para $\phi_1 = 0.05$, $\phi_2 = 0.05$ e $Ri = 0.1$

A Figura 5.6 apresenta o efeito da razão H_1/L_1 sobre o número de Nu_H para o escoamento com $Re_H = 400$, $\phi_1 = 0.05$ e $\phi_2 = 0.05$, $H/L = 1.0$ e para nove razões diferentes de H_2/L_2 .

Conforme pode ser observado na Fig. 5.6, somente as razões $H_2/L_2 = 0.3$ e 0.5 apresentam os maiores Nu_H nas menores razões H_1/L_1 . Além disso, estas razões ($H_2/L_2 = 0.3$ e 0.5) exibem resultados semelhantes e comportamento análogo para razões H_1/L_1 maiores que 1.0.

Ainda com relação os resultados mostrados na Fig. 5.6, nota-se que as razões $H_2/L_2 = 0.9$ e 1.0 não apresentam um pico inicial no Nu_H . Porém, observa-se a presença do pico nas pequenas razões de H_1/L_1 . À medida em que as razões H_2/L_2 crescem a razão ótima se torna $H_1/L_1 = 10.0$.

Essa avaliação geométrica apresenta uma variação de aproximadamente 54%, quando comparados o melhor e o pior caso. Ainda é possível observar que a variação da razão H_2/L_2 possui uma grande influência sobre o efeito da razão H_1/L_1 sobre o número de Nusselt, Nu_H .

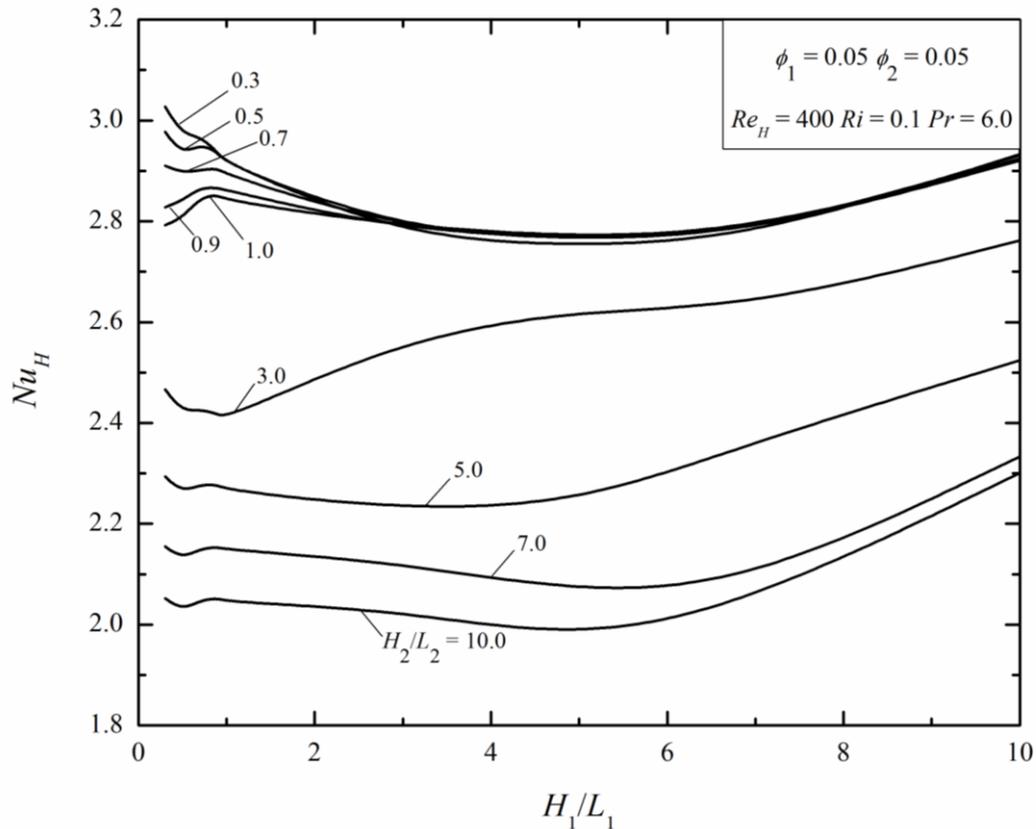


Figura 5.6. Efeito da razão H_1/L_1 sobre o número de Nusselt para $\phi_1 = 0.05$, $\phi_2 = 0.05$, $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$ e $Pr = 6.0$.

Nas Figs. 5.7, 5.8 e 5.9 estão apresentados os campos de temperatura para três razões diferentes de $H_2/L_2 = 0.3, 3.0$ e 10.0 . Estas foram escolhidas tendo em vista a menor e a maior razão ($H_2/L_2 = 0.3$ e 10.0), bem como uma razão intermediária ($H_2/L_2 = 3.0$). Para cada caso foram escolhidas duas razões de H_1/L_1 referentes a Fig. 5.6 que representam as razões ótimas, Fig. 5.7 – 5.9(a) e as razões que apresentam os piores resultados, Figs. 5.7 – 5.9(b).

A Fig. 5.7 apresenta a razão $H_2/L_2 = 0.3$. Para o caso da Fig. 5.7(a), observa-se que o escoamento escoava livremente, ou seja, as aletas inseridas quase não influenciavam o comportamento do escoamento. À medida em que a aleta 1 (esquerda) aumenta sua inserção na cavidade, caso da Fig. 5.7(b), o escoamento começa a ser restringido, dificultando assim a troca térmica. Quando $H_1/L_1 = 0.3$ tem-se um ganho de aproximadamente 10% no valor de Nu_H quando comparado a $H_1/L_1 = 5.0$.

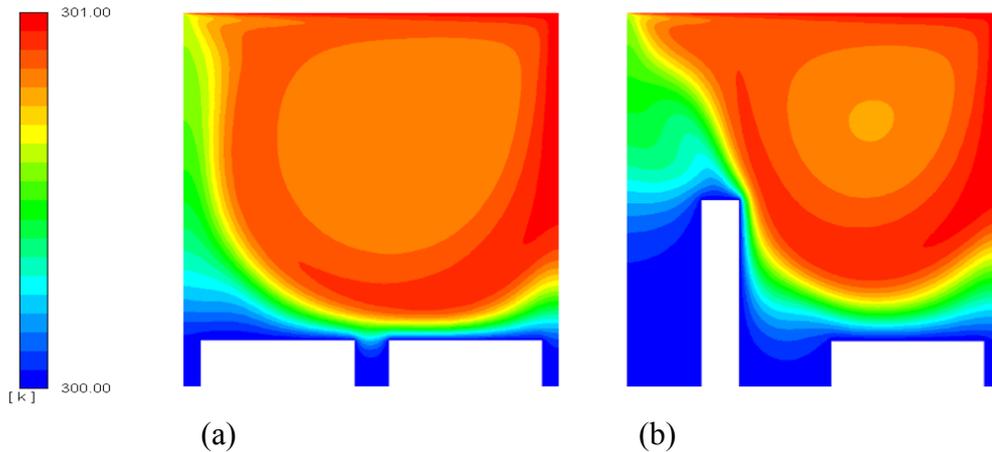


Figura 5.7. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.05$ e $\phi_2 = 0.05$ e $H_2/L_2 = 0.3$: (a) $(H_1/L_1)_{oo} = 0.3$, $Nu_{H,mm} = 3.0277$; (b) $H_1/L_1 = 5.0$, $Nu_H = 2.7491$.

A Fig. 5.8 apresenta a razão $H_2/L_2 = 3.0$. Novamente, para esta razão o melhor caso se encontra mostrado na Fig. 5.8 (a), com razão $H_1/L_1 = 10.0$. Como a aleta direita possui uma altura considerável, ela começa a restringir o escoamento. Porém, repara-se que a aleta esquerda, neste caso, colabora com a troca térmica devido a maior área de troca térmica da aleta 1.

Comparando com o campo de temperatura da Fig. 5.7(b), observa-se que no caso da Fig. 5.8(b), ainda que apresentando razão $H_1/L_1 = 1.0$, o aumento no comprimento da aleta 2 dificulta a troca térmica, o que pode ser visto pelo menor valor de Nu encontrado. Também nota-se que a razão $H_2/L_2 = 3.0$ causa uma maior influência no comportamento do escoamento. Isto se deve pelo fato de que o escoamento se desloca da direita para a esquerda, e acaba encontrando a aleta 2 como obstáculo, Fig. 5.8(a). Além disso, a aleta 1 se comporta como uma parede gerando um aumento na troca térmica. Para o caso da Fig. 5.8(b), ao passar pela aleta 2 o escoamento não encontra mais o mesmo obstáculo.

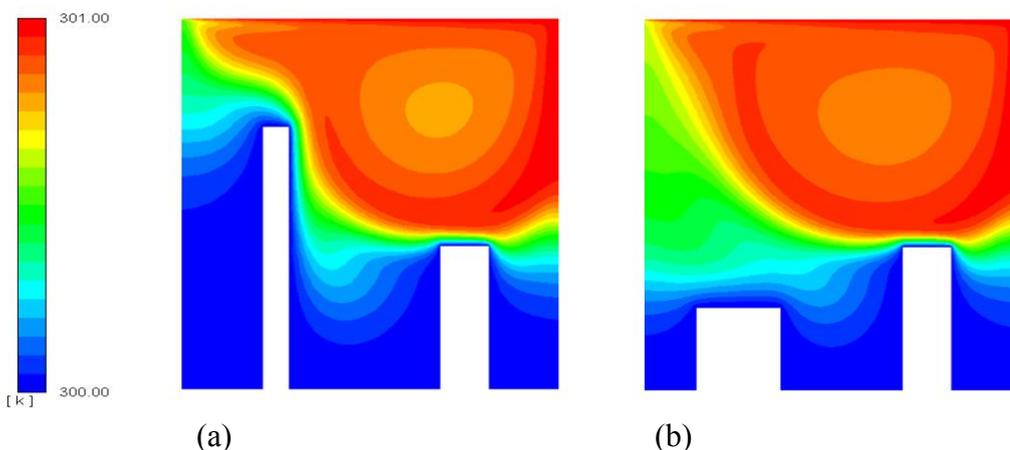


Figura 5.8. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.05$ e $\phi_2 = 0.05$ e $H_2/L_2 = 3.0$: (a) $(H_1/L_1)_o = 10.0$, $Nu_{H,m} = 2.7618$ (b) $H_1/L_1 = 1.0$, $Nu_H = 2.4085$.

A Fig. 5.9 apresenta a razão $H_2/L_2 = 10.0$. Nota-se que para o caso da Fig. 5.9(a), o aumento significativo nas duas alturas faz com que o escoamento fique suprimido na parte superior da

cavidade. Ainda para o caso da Fig. 5.9(a), percebe-se que o aumento da razão H_1/L_1 leva ao melhor desempenho. De maneira semelhante ao caso anterior, observa-se que para o caso da Fig. 5.9(b) o escoamento também fica suprimido na parte superior da cavidade. Contudo, como a aleta 1 possui menor inserção na cavidade, o escoamento aquecido quase não incide sobre a aleta, apresentando uma baixa troca térmica. Os resultados apresentam um ganho de aproximadamente 17% no valor de Nu_H quando comparados o melhor e o pior caso.

É importante destacar, sobretudo considerando o caso com a razão $H_2/L_2 = 10.0$, que nem sempre as maiores razões de H_1/L_1 apresentam os piores resultados. Além disso, observa-se, de maneira geral, que valores de largura maiores que o comprimento para as razões H_1/L_1 , apresentam os melhores resultados para o valor de Nu_H .

Comparando os campos de temperaturas das Figs. 5.7 – 5.9, percebe-se que o aumento da razão H_2/L_2 exerce uma grande influência no comportamento do escoamento, no sentido em que ocorre uma maior estagnação na parte inferior da cavidade (Figs 5.9 (a) - (b)).

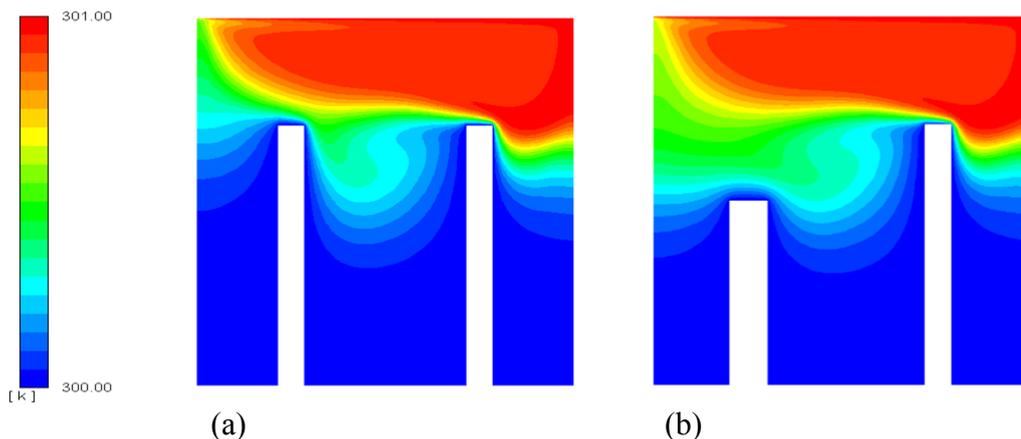


Figura 5.9. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.05$ e $\phi_2 = 0.05$ e $H_2/L_2 = 10.0$: (a) $(H_1/L_1)_o = 10.0$, $Nu_{H,m} = 2.2274$; (b) $H_1/L_1 = 5.0$, $Nu_H = 1.9681$.

A Figura 5.10 apresenta o efeito de H_2/L_2 sobre o $Nu_{H,m}$ e $(H_1/L_1)_o$. Observa-se um decréscimo do valor de $Nu_{H,m}$ conforme a razão H_2/L_2 aumenta. Para as razões H_2/L_2 maiores que 1.0, a razão $H_1/L_1 = 10.0$ se torna a razão ótima. Além disso, existe um ganho de aproximadamente 36% no valor do Nu_H quando comparadas as razões $(H_1/L_1)_o$. Para as menores razões de H_2/L_2 a melhor configuração geométrica é obtida para as menores razões de $(H_1/L_1)_o$, ou seja, quando as duas aletas possuem pouca penetração na cavidade. Conforme o H_2/L_2 aumenta, a melhor estratégia é também aumentar a razão $(H_1/L_1)_o$. Além disso, observa-se a existência de um degrau na função de $(H_1/L_1)_o$ quando H_2/L_2 varia aproximadamente 0.7.

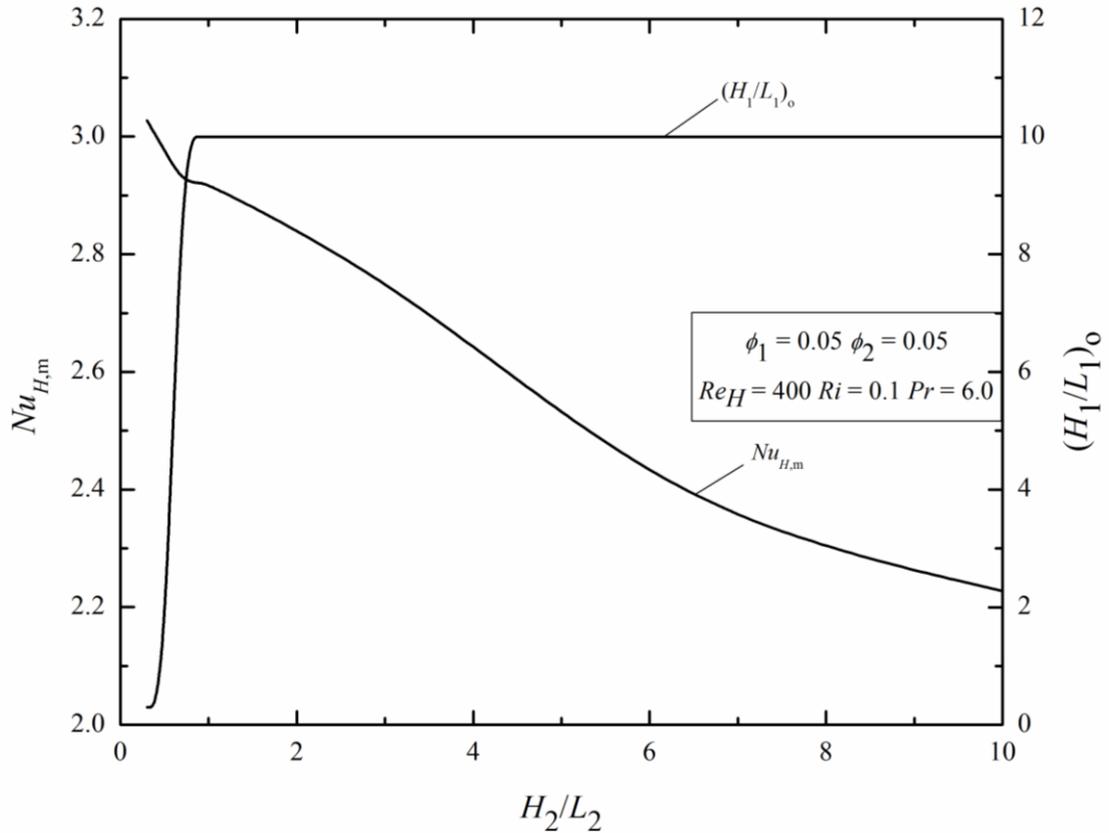


Figura 5.10. Efeito da razão H_2/L_2 sobre o $Nu_{H,m}$ e as respectivas geometrias ótimas $(H_1/L_1)_o$ para $\phi_1 = 0.05$, $\phi_2 = 0.05$, $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$ e $Pr = 6.0$.

5.3. Avaliação geométrica para $\phi_1 = 0.07$, $\phi_2 = 0.03$ e $Ri = 0.1$

A Figura 5.11 exibe o efeito da razão H_1/L_1 sobre o número de Nu_H para o escoamento com $Re_H = 400$, $\phi_1 = 0.07$ e $\phi_2 = 0.03$, $H/L = 1.0$ e para nove razões diferentes de H_2/L_2 .

Conforme pode ser observado na Fig. 5.11, as menores razões de $H_2/L_2 \leq 1.0$ revelaram resultados próximos. Outra observação importante é o fato de todas as razões H_2/L_2 apresentarem um pico na menor razão H_1/L_1 . Além disso, todas as curvas decrescem nos primeiros valores de H_1/L_1 , no entanto, retornam a crescer ao passo com o aumento desta razão. Ainda sobre a Fig. 5.11, a avaliação geométrica proporciona uma variação de aproximadamente 69.5%, quando comparados o melhor e o pior caso.

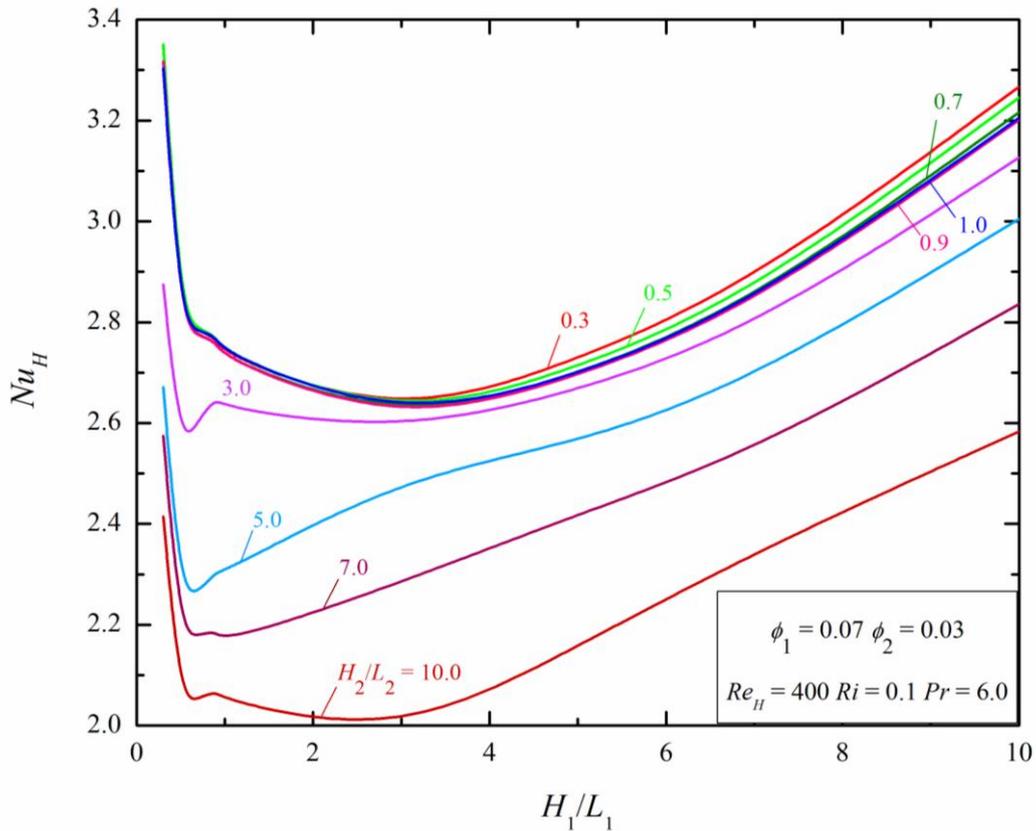


Figura 5.11. Efeito da razão H_1/L_1 sobre o número de Nusselt para $\phi_1 = 0.07$, $\phi_2 = 0.03$, $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$ e $Pr = 6.0$.

Nas Figs. 5.12, 5.13 e 5.14 estão apresentados os campos de temperatura para três razões diferentes de $H_2/L_2 = 0.5$, 5.0 e 10.0 . Estas foram escolhidas tendo em vista o melhor e o pior resultado, $H_2/L_2 = 0.5$ e 10.0 , bem como um caso intermediário, $H_2/L_2 = 5.0$. Para cada caso foram escolhidas duas razões que representam o melhor e o pior caso das razões H_1/L_1 referentes a Fig. 5.11 que representam as razões ótimas, Fig. 5.12 – 5.14(a) e as razões que apresentaram as piores configurações, Figs. 5.12 – 5.14(b).

A Fig. 5.12 apresenta a razão $H_2/L_2 = 0.5$. Para o caso da Fig. 5.12(a), a troca térmica é facilitada devido a pequena inserção de ambas aletas. Observa-se que as aletas inseridas exercem pouca influência no escoamento. Isso deve-se ao fato do escoamento ser originado pela superfície superior, se deslocando da direita para a esquerda. Como a aleta fica próxima da superfície inferior da cavidade o escoamento consegue escoar livremente dentro da cavidade. Quando o escoamento passa pela aleta direita em direção a esquerda encontra uma pequena diferença de altura o que não prejudica muito o movimento do escoamento. Conforme pode-se observar no caso da Fig. 5.12(b), à medida em que a aleta 1 (esquerda) aumenta a altura, o escoamento começa a ser restringido, pois ele encontra um obstáculo (aleta esquerda). A diferença de altura entre as aletas dificulta a troca térmica.

Os resultados mostram uma variação de aproximadamente 28.5%, quando comparados o melhor e o pior caso.

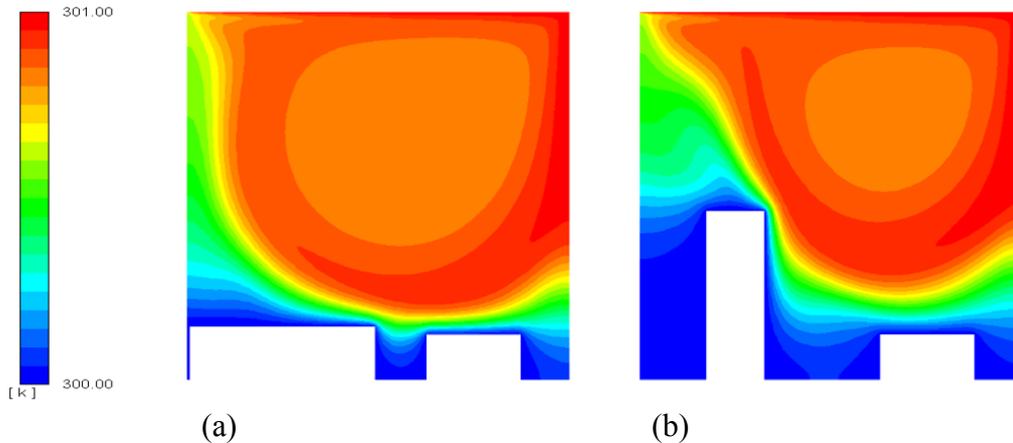


Figura 5.12. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.07$ e $\phi_2 = 0.03$ e $H_2/L_2 = 0.5$: (a) $(H_1/L_1)_{oo} = 0.3$, $Nu_{H,mm} = 3.3509$; (b) $H_1/L_1 = 3.0$, $Nu_H = 2.6066$.

A Fig. 5.13 apresenta os campos de temperatura para a razão $H_2/L_2 = 5.0$. O caso da Fig. 5.13(a) mostra a aleta 1 se comportando como uma parede, reduzindo a área onde o escoamento ocorre. Observa-se que toda a região localizada no lado esquerdo da aleta 1 não possui troca de calor.

Para o caso da Fig. 5.13(b), ao passar pela aleta 2 o escoamento não encontra mais obstáculo. Neste caso, a aleta 1 fica quase imperceptível ao escoamento. Porém, ainda assim o caso (a) oferece melhor resultado, devido ao fato da aleta 1 possuir maior área de troca térmica. Pode-se observar pelos campos de temperatura da Fig. 5.13(a) que a aleta 1 tem uma região grande (no lado direito) com gradiente de temperatura intenso. Enquanto isso, no caso da Fig. 5.13(b) apenas a parte de cima da aleta 1 está submetida a um gradiente de temperaturas (menos intenso que o observado para a Fig. 5.13(a)). Com a avaliação geométrica é possível obter uma variação de aproximadamente 33% no Nu_H quando comparados o melhor e o pior caso. Percebe-se ao comparar a Fig. 5.13 com a Fig. 5.12 que o aumento da aleta 2 dificulta a troca térmica, principalmente pelo fato de que o escoamento se desloca da direita para a esquerda. Encontrando a aleta 2 como obstáculo.

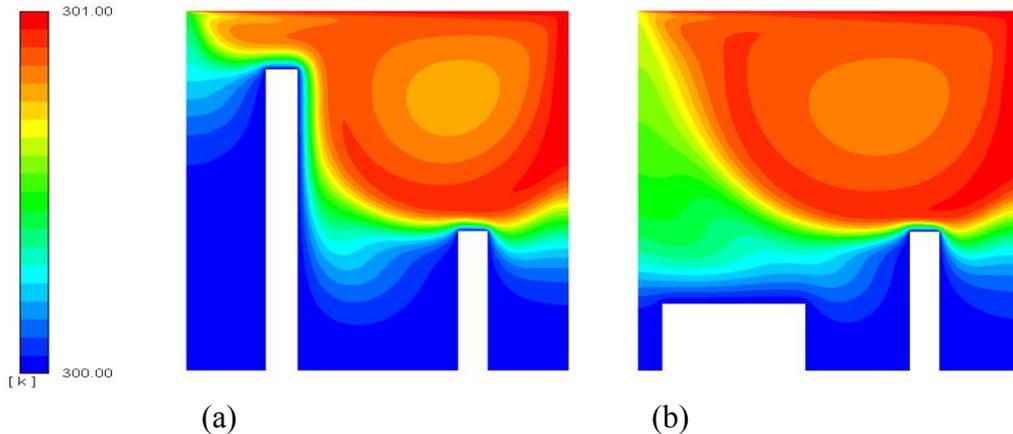


Figura 5.13. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.07$ e $\phi_2 = 0.03$ e $H_2/L_2 = 5.0$: (a) $(H_1/L_1)_o = 10.0$, $Nu_{H,m} = 3.0052$; (b) $H_1/L_1 = 0.5$, $Nu_H = 2.2609$.

A Fig. 5.14 apresenta a razão $H_2/L_2 = 10.0$. Para o caso da Fig. 5.14 (a), como a aleta 1 tem uma altura elevada ela acaba se comportando como uma parede. Para o caso da Fig. 5.14(b), apesar da aleta 1 ter uma razão H_1/L_1 relativamente pequena. A razão H_2/L_2 muito grande acaba comprometendo a troca térmica. A aleta 1 se comportando como parede apresenta um ganho de aproximadamente 31% quando comparada com o pior caso para H_2/L_2 mantido constante. Percebe-se ao comparar as Figs. 5.12 – 5.13, que quanto maior a inserção da aleta 2, maior é a dificuldade de realizar a troca térmica. Este comportamento se justifica pelo fato de que o escoamento se desloca da direita para a esquerda e acaba encontrando um obstáculo que dificulta o escoamento.

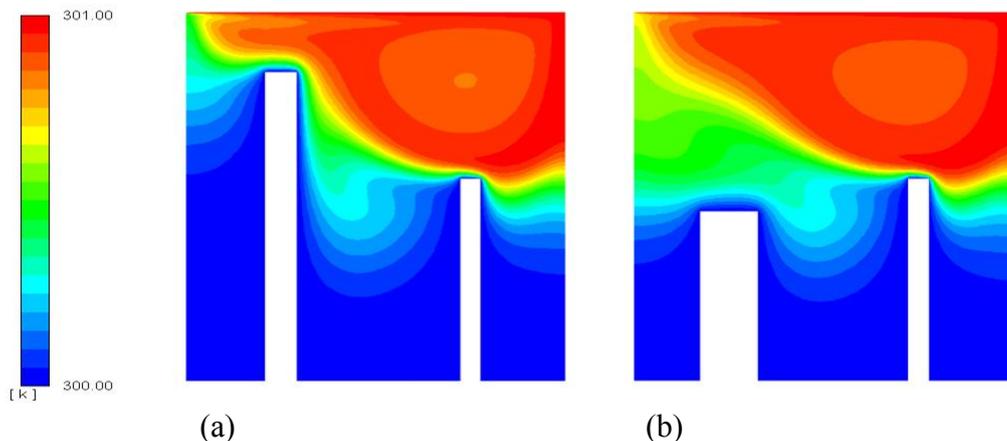


Figura 5.14. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.07$ e $\phi_2 = 0.03$ e $H_2/L_2 = 10.0$: (a) $(H_1/L_1)_o = 10.0$, $Nu_{H,m} = 2.5833$; (b) $H_1/L_1 = 3.0$, $Nu_H = 1.9766$.

A Figura 5.15 apresenta o efeito de H_2/L_2 sobre o $Nu_{H,m}$ e $(H_1/L_1)_o$. Percebe-se um decréscimo no valor de Nu_H à medida que a razão H_2/L_2 aumenta. Para as razões $H_2/L_2 \leq 1.0$, a melhor razão H_1/L_1 é igual a 0.3. Para valores de $H_2/L_2 \geq 1.0$, constatou-se que a razão ótima de H_1/L_1 manteve-se constante e igual a 10.0. Diferentemente do encontrado na Fig. 5.10, não existe mais um degrau, observa-se, neste caso, uma rampa no comportamento de $(H_1/L_1)_o$ em função de H_2/L_2 . Isso ocorre

porque a transição tornou-se mais suave do que a configuração com menor inserção da aleta 1 na cavidade para os casos com menores razões de H_2/L_2 . Para os casos com maior penetração da aleta 1 na cavidade observa-se uma razão constante de $(H_1/L_1)_o$ para as maiores razões de H_2/L_2 .

Comparando as razões ótimas de H_1/L_1 é possível obter uma variação de aproximadamente 30%.

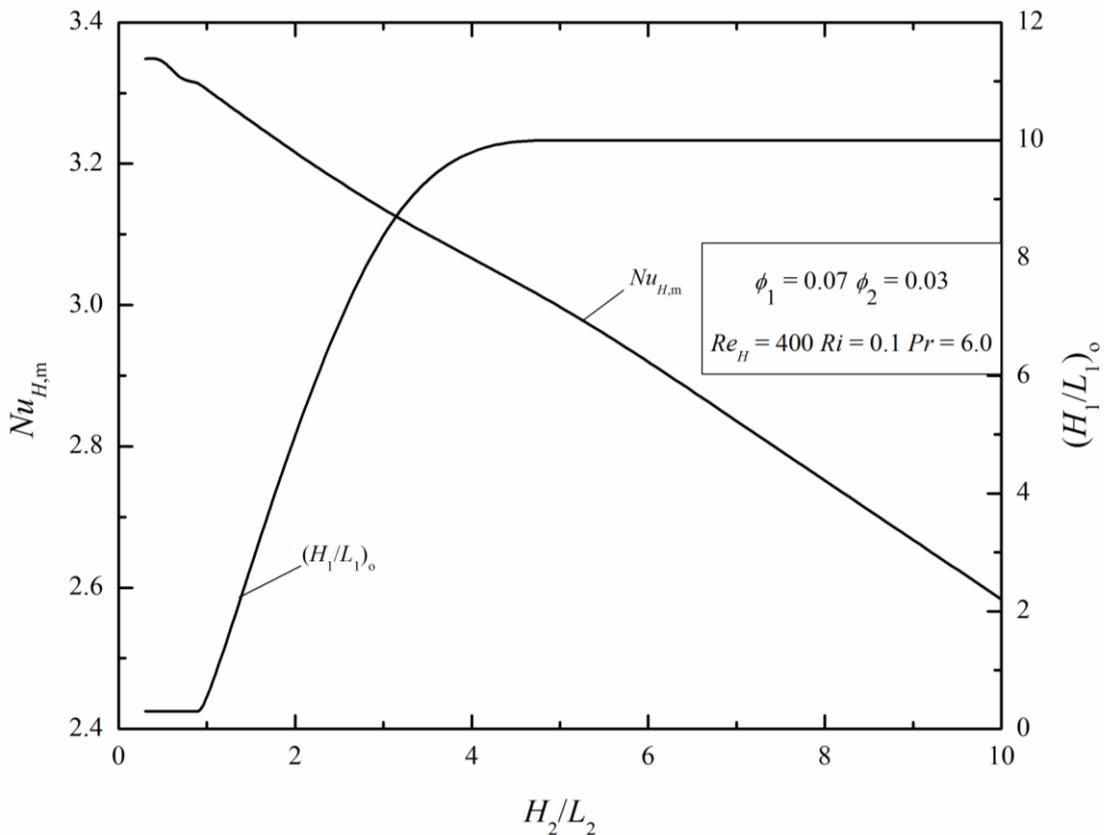


Figura 5.15. Efeito da razão H_2/L_2 sobre o $Nu_{H,m}$ e as respectivas geometrias ótimas $(H_1/L_1)_o$ para $\phi_1 = 0.07$, $\phi_2 = 0.03$, $Re_H = 400$, $Ri = 0.1$ e $Pr = 6.0$.

5.4. Avaliação geométrica para $\phi_1 = 0.03$, $\phi_2 = 0.07$ e $Ri = 1.0$

A Figura 5.16 mostra o efeito da razão H_1/L_1 sobre o número de Nusselt (Nu_H) para o escoamento com $Re_H = 400$, $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$, $H/L = 1.0$ e para nove razões diferentes de H_2/L_2 .

Conforme pode-se perceber na Fig. 5.16, para as razões $0.3 \leq H_2/L_2 \leq 1.0$ nota-se um aumento no valor do Nu_H com o aumento das razões H_1/L_1 . Notavelmente, as razões $H_2/L_2 \geq 3.0$ possuem comportamento diferente ao observado para as menores razões $H_2/L_2 \leq 3.0$. Para estas curvas, também constata-se que o Nu_H é menor nas maiores razões de H_1/L_1 .

A geometria ótima encontrada possui a razão $H_2/L_2 = 10.0$, $(H_1/L_1)_o = 3.0$ e $Nu_{H,mm} = 2.4879$. Ainda sobre a Fig. 5.16, obtêm-se uma variação de aproximadamente 76% no valor de Nu_H quando comparados o melhor e o pior caso.

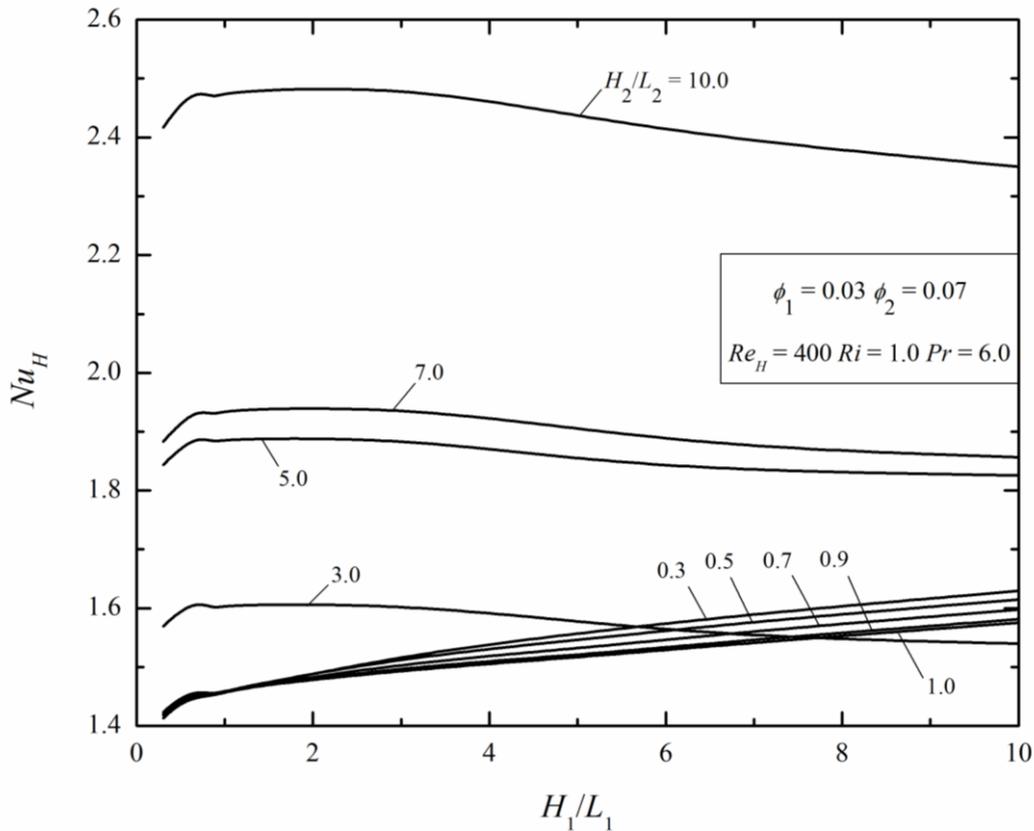


Figura 5.16. Efeito da razão H_1/L_1 sobre o número de Nusselt para $\phi_1 = 0.03$, $\phi_2 = 0.07$, $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$ e $Pr = 6.0$.

Nas Figs. 5.17, 5.18 e 5.19 estão apresentados os campos de temperatura para três razões diferentes de $H_2/L_2 = 0.3, 3.0$ e 10.0 . Estas foram escolhidas tendo em vista a menor e a maior razão ($H_2/L_2 = 0.3$ e 10.0), bem como uma razão intermediária ($H_2/L_2 = 3.0$). Para cada caso foram escolhidas duas razões distintas de H_1/L_1 referentes a Fig. 5.16 que representam as razões ótimas, Fig. 5.17(a) – 5.19(a) e as piores razões, Figs. 5.17(b) – 5.19(b).

A Fig. 5.17 apresenta os resultados obtidos para a razão $H_2/L_2 = 0.3$. Para os casos das Figs. 5.17(a) – 5.17(b) percebe-se que o aumento do valor do número de Richardson para o mesmo valor de Reynolds (400) acaba deslocando a circulação do escoamento para o canto superior da cavidade, tornando evidente o aumento da presença da convecção natural no presente problema. Além disso, percebe-se o efeito da condução na parte inferior da cavidade. Em oposição a isso, o deslocamento imposto pela superfície superior não vence o empuxo, tendendo a estagnar o escoamento.

A avaliação geométrica para a razão H_2/L_2 constante permite um ganho de aproximadamente 15% no valor de Nu_H , quando comparados o melhor e o pior caso.

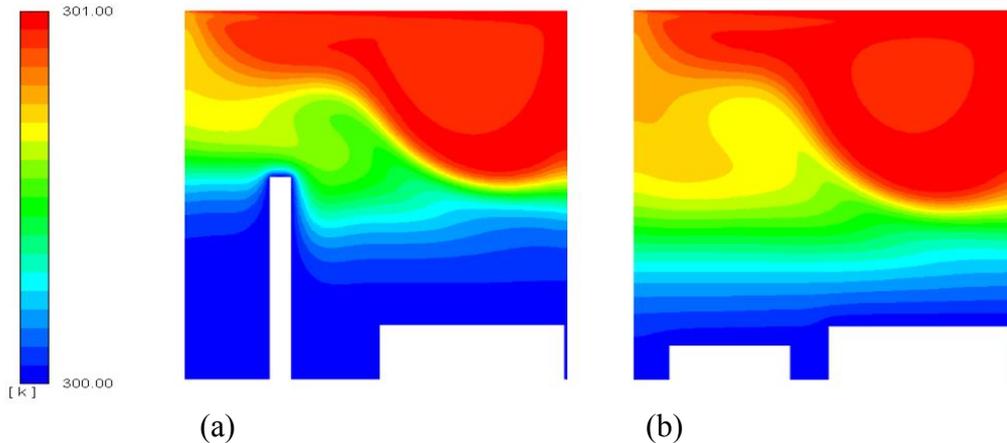


Figura 5.17. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$ e $H_2/L_2 = 0.3$: (a) $(H_1/L_1)_o = 10.0$, $Nu_{H,m} = 1.6295$; (b) $H_1/L_1 = 0.3$, $Nu_H = 1.4129$.

A Fig. 5.18 apresenta a razão $H_2/L_2 = 3.0$. Para a Fig. 5.18(a) observa-se o crescimento da convecção natural e das forças de empuxo devido a estratificação estável imposta. Nota-se um predomínio da condução na cavidade inferior, ao passo que há um predomínio da convecção na parte superior da cavidade. Isso acontece pela incidência do vórtice principal sobre a região das aletas. A Fig. 5.18(b) mostra uma estagnação maior na parte inferior da cavidade, sendo este mais condutivo. Esse comportamento se deve ao aumento do Richardson para o caso com estratificação estável, que suprime a penetração do vórtice aquecido nas regiões entre as aletas e entre aletas e paredes das cavidades. Comparando com a Fig. 5.17(a), percebe-se que a Fig. 5.18(a) – (b), possuem o comportamento do campo de temperatura bastante análogo. Já a Fig. 5.17(b) torna evidente que a aleta 2 possui grande influência no comportamento do escoamento. A avaliação geométrica neste caso permitiu um ganho de aproximadamente 4.5% no valor de Nu_H .

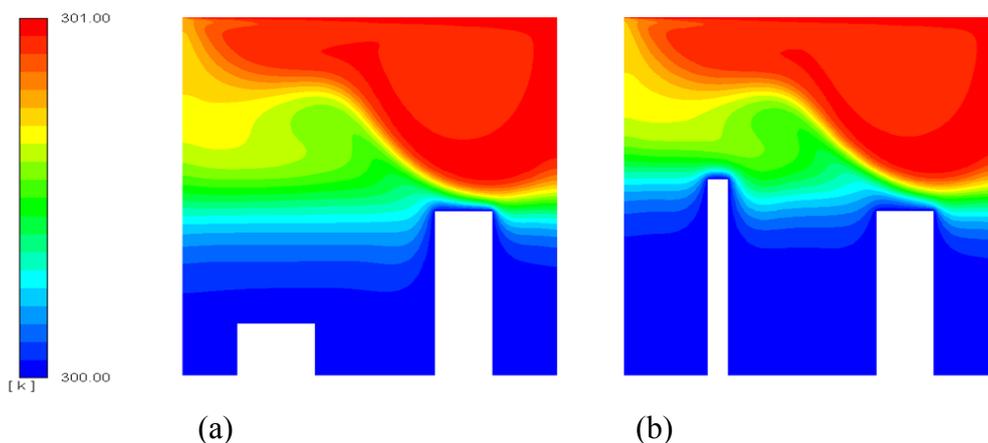


Figura 5.18. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$ e $H_2/L_2 = 3.0$: (a) $(H_1/L_1)_o = 0.7$, $Nu_{H,m} = 1.6105$; (b) $H_1/L_1 = 10.0$, $Nu_H = 1.5398$.

A Fig. 5.19 apresenta a razão $H_2/L_2 = 10.0$. Nas Figs. 5.19(a) – (b) percebe-se a estagnação do escoamento na parte superior da cavidade, ou seja, o fluido fica parado na parte inferior da cavidade. Observa-se o aparecimento de regiões de recirculação deslocadas para a região superior esquerda. A

distribuição do campo de temperatura muda ao longo da cavidade, podendo-se notar que existe uma estagnação do escoamento com fluido frio (mais denso) na parte inferior da cavidade. Dessa forma, a avaliação geométrica para a razão H_2/L_2 mantida fixa permite um ganho de aproximadamente 6%. Comparando a Fig. 5.19 com as Figs. 5.17 – 5.18, nota-se que o aumento da inserção da aleta 2 muda o comportamento do escoamento.

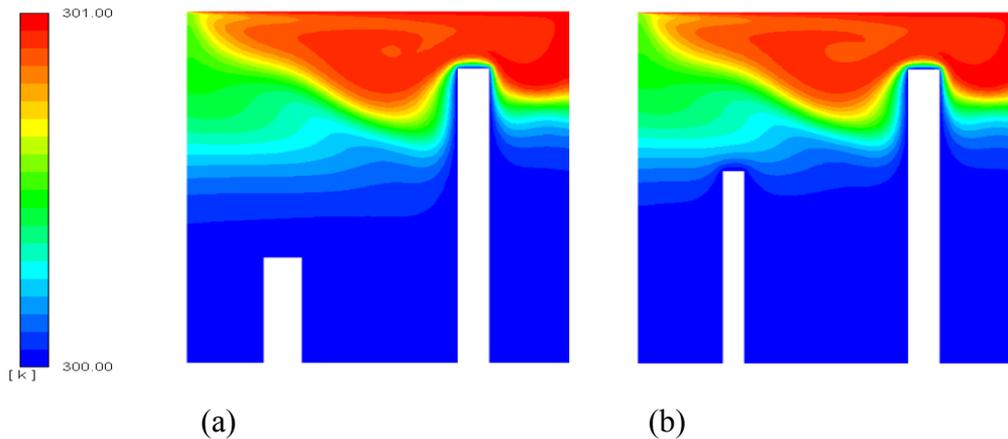


Figura 5.19. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$ e $H_2/L_2 = 10.0$: (a) $(H_1/L_1)_0 = 3.0$, $Nu_{H,mm} = 2.4879$; (b) $H_1/L_1 = 10.0$, $Nu_H = 2.3503$.

A Fig. 5.20 apresenta o efeito de H_2/L_2 sobre o $Nu_{H,m}$ e $(H_1/L_1)_0$. Constata-se que o Nu_H aumenta à medida que as razões H_2/L_2 aumentam.

Conforme visto na Fig. 5.20, para as menores razões de H_2/L_2 , $0.3 \leq H_2/L_2 \leq 1.0$, as razões $(H_1/L_1)_0$ são iguais a 10.0. Para as razões H_2/L_2 iguais a 3.0 e 5.0 as razões H_1/L_1 ótimas caem para $(H_1/L_1)_0 = 0.7$. Para $H_2/L_2 = 7.0$ e 10.0, a razão ótima $(H_1/L_1)_0$ sobe para 3.0. Observa-se uma rampa no comportamento de $(H_1/L_1)_0$ em função de H_2/L_2 , entre as razões $1.0 \leq H_2/L_2 \leq 3.0$, isso ocorre porque a transição ocorre de forma suave. Entre as razões $3.0 \leq H_2/L_2 \leq 5.0$, a razão $(H_1/L_1)_0$ é constante. Para as razões $5.0 \leq H_2/L_2 \leq 7.0$, observa-se uma nova rampa e entre as razões $7.0 \leq H_2/L_2 \leq 10.0$, a razão $(H_1/L_1)_0$ é novamente constante.

A avaliação geométrica permite um ganho de aproximadamente 58%, quando comparados o melhor e o pior caso para as razões ótimas de H_1/L_1 .

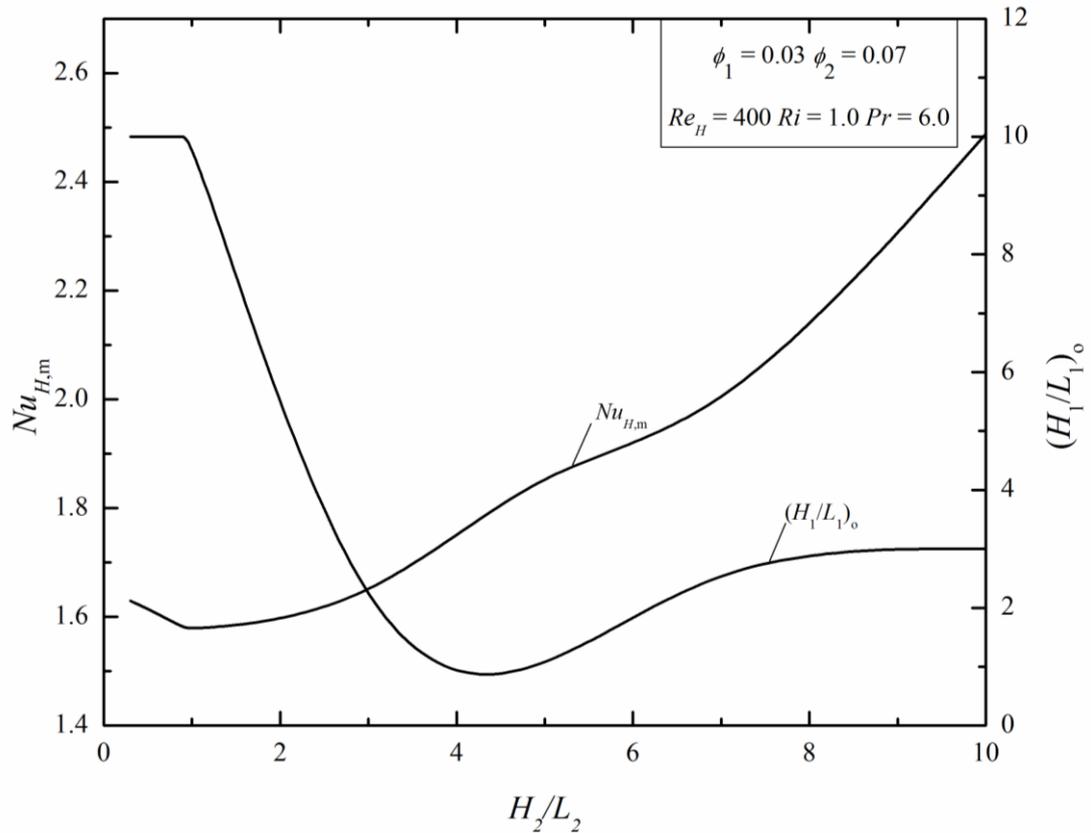


Figura 5.20. Efeito da razão H_2/L_2 sobre o $Nu_{H,m}$ e as respectivas geometrias ótimas $(H_1/L_1)_o$ para $\phi_1 = 0.03$, $\phi_2 = 0.07$, $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$ e $Pr = 6.0$.

5.5. Avaliação geométrica para $\phi_1 = 0.05$, $\phi_2 = 0.05$ e $Ri = 1.0$

A Figura 5.21 mostra o efeito da razão H_1/L_1 sobre o número de Nusselt (Nu_H) para o escoamento com $Re_H = 400$, $\phi_1 = 0.05$ e $\phi_2 = 0.05$, $H/L = 1.0$ e para nove razões diferentes de H_2/L_2 . Comparando o melhor e o pior caso, a avaliação geométrica permitiu um ganho de aproximadamente 70% no valor do Nu_H .

Conforme observado na Fig.5.21, as menores razões de H_2/L_2 possuem uma maior sensibilidade no valor do Nu_H . Além disso, ao passo que as razões H_1/L_1 aumentam o valor do Nu_H aumenta consideravelmente. Ainda com relação a Fig. 5.21, as maiores razões de H_2/L_2 não apresentam uma sensibilidade tão expressiva à medida em que a razão H_1/L_1 aumenta. O efeito da razão H_1/L_1 sobre o Nu_H é bastante diferente do que foi observado nos casos anteriores. O comportamento mais semelhante é observado para o caso anterior quando $H_2/L_2 \leq 1.0$. Nota-se que o melhor comportamento é obtido para as maiores razões de H_1/L_1 .

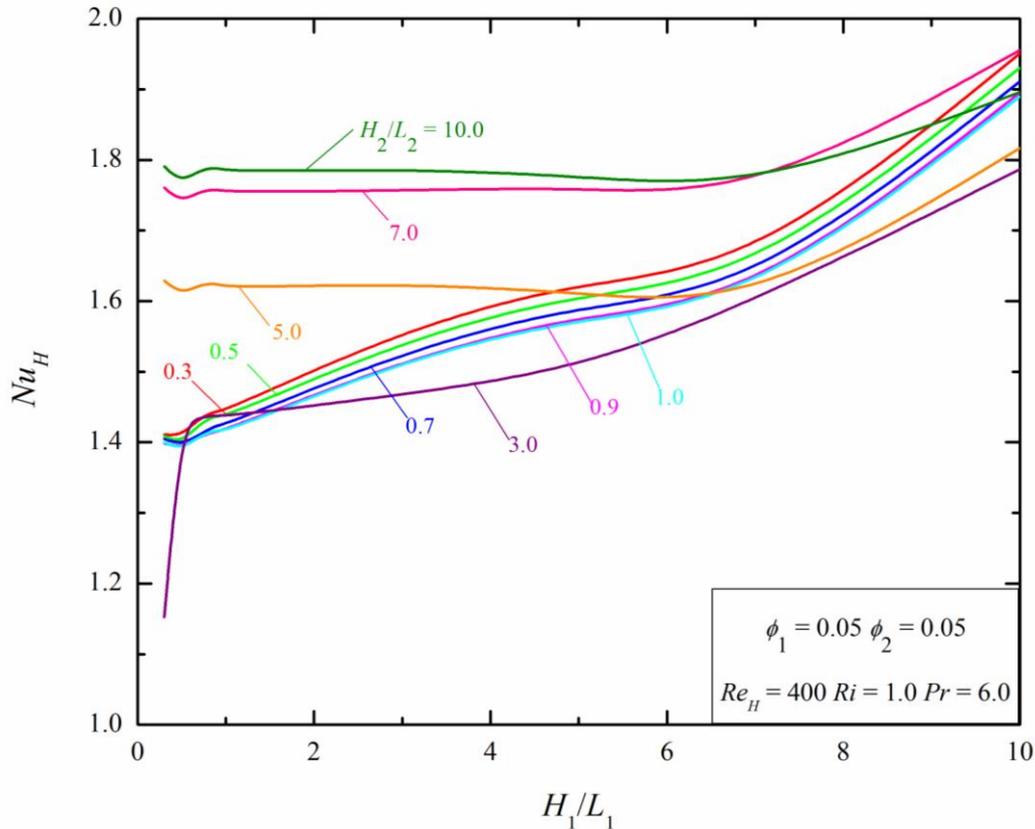


Figura 5.21. Efeito da razão H_1/L_1 sobre o número de Nusselt para $\phi_1 = 0.05$, $\phi_2 = 0.05$, $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$ e $Pr = 6.0$.

Nas Figs. 5.22, 5.23 e 5.24 estão apresentados os campos de temperatura para três razões diferentes de $H_2/L_2 = 0.3, 3.0$ e 7.0 . Estas foram escolhidas tendo em vista as razões mais significativas ($H_2/L_2 = 0.3$ e 7.0), bem como uma razão intermediária ($H_2/L_2 = 3.0$). Para cada caso foram escolhidas duas razões distintas de H_1/L_1 referentes a Fig. 5.21 que representam as razões ótimas, Fig. 5.22 – 5.24(a) e as piores razões, Figs. 5.22 – 5.24(b).

A Fig. 5.22 apresenta a razão $H_2/L_2 = 0.3$. Para os casos das Figs. 5.22(a) – 5.22(b) percebe-se que o aumento da razão H_1/L_1 leva ao melhor desempenho. Repara-se ainda na Fig. 5.22 que existe um vórtice que sofre uma deformação devido a presença da aleta esquerda. Este comportamento se deve ao fato de o problema utilizar estratificação estável, sendo assim, o vórtice principal fica restrito na região superior da cavidade. Dessa forma, o escoamento aquecido não consegue atingir a região inferior da cavidade, sendo necessário que as aletas tenham maior penetração na cavidade para realizar a troca térmica. Na Fig. 5.22(b) observa-se que a condução prevalece na parte inferior da cavidade. A avaliação geométrica permite um ganho de aproximadamente 38.5%, quando comparado o melhor e o pior casos para a razão $H_2/L_2 = 0.3$.

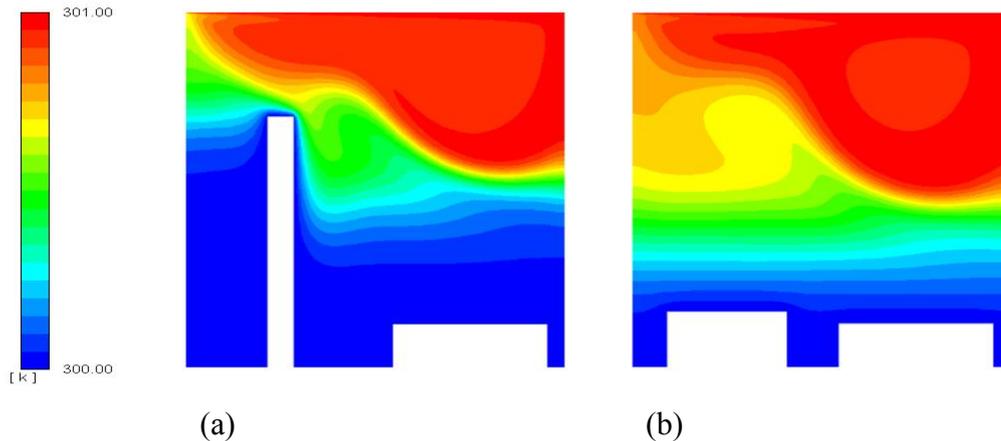


Figura 5.22. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.05$ e $\phi_2 = 0.05$ e $H_2/L_2 = 0.3$: (a) $(H_1/L_1)_o = 10.0$, $Nu_{H,m} = 1.9507$; (b) $H_1/L_1 = 0.5$, $Nu_H = 1.4094$.

A Fig. 5.23 apresenta a razão $H_2/L_2 = 3.0$. Para o caso da Fig. 5.23(a) percebe-se que o aumento da razão H_1/L_1 leva ao melhor desempenho. Esse resultado se deve ao fato da aleta 1 possuir maior área de troca térmica. Na Fig. 5.23(b) repara-se que a inserção da aleta 2 acaba restringindo o escoamento. A avaliação geométrica permite um ganho de aproximadamente 55%, quando comparado o melhor e o pior casos para a razão $H_2/L_2 = 3.0$.

Comparando a Fig. 5.22 com a Fig. 5.23, verifica-se que o comportamento do campo de temperatura é análogo. Visto que o escoamento é gerado pela superfície superior e se desloca da direita para a esquerda, repara-se que o aumento da inserção da aleta 2 acaba dificultando a troca térmica. O escoamento encontra a aleta 2 como um obstáculo para a passagem do escoamento. Percebe-se para os casos das Figs. 5.22 – 5.23(a) uma maior estagnação na parte inferior e lateral esquerda da cavidade, pois, conforme já mencionado, ocorre devido a aleta 1 se comportar como uma parede.

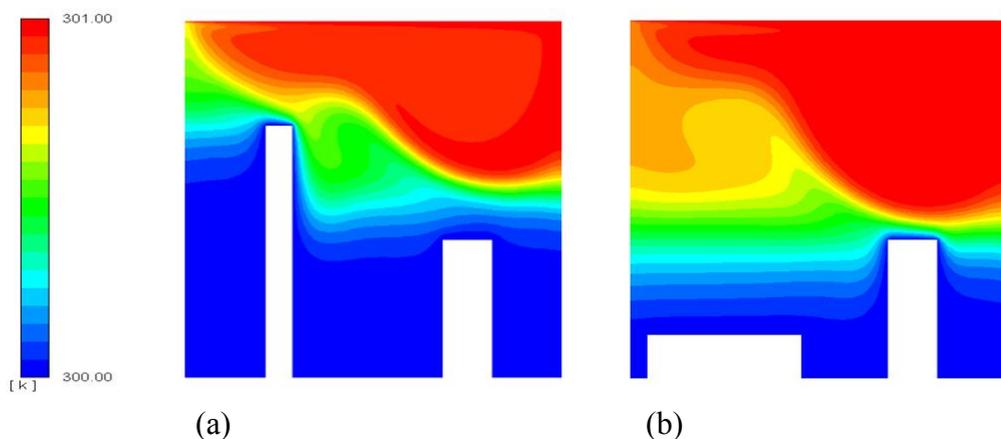


Figura 5.23. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.05$ e $\phi_2 = 0.05$ e $H_2/L_2 = 3.0$: (a) $(H_1/L_1)_o = 10.0$, $Nu_{H,m} = 1.7867$ (b) $H_1/L_1 = 0.3$, $Nu_H = 1.1522$.

A Fig. 5.24 apresenta a razão $H_2/L_2 = 7.0$. Para os casos das Figs. 5.24(a) - (b) percebe-se que o aumento da razão H_1/L_1 leva ao melhor desempenho. É possível verificar a estagnação do escoamento na parte inferior da cavidade. Além disso, a avaliação geométrica permite um ganho de aproximadamente 12.5%, quando comparado o melhor e o pior caso para $H_2/L_2 = 7.0$.

Comparando a Fig. 5.24 com as Figs. 5.22 – 5.23, é possível observar uma tendência relacionando o aumento da estagnação com maiores valores de Nu_H . Observa-se que quanto maior a estagnação do escoamento maior é o Nu_H .

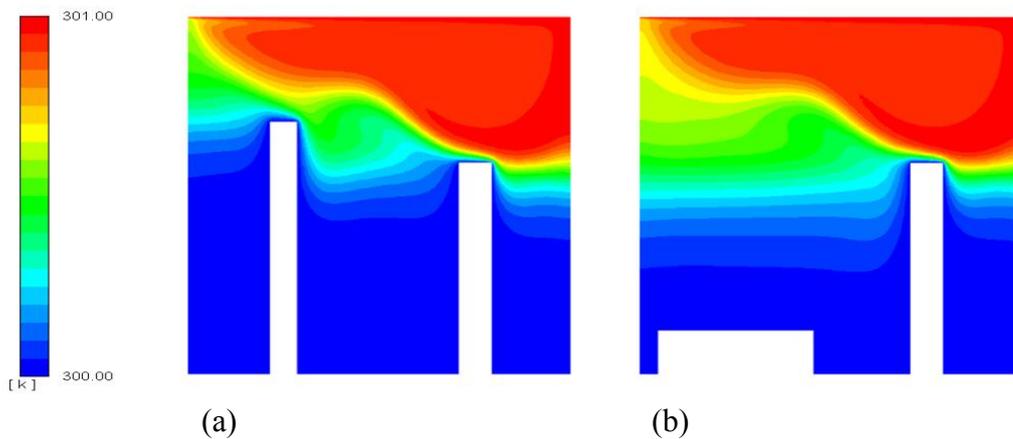


Figura 5.24. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.05$ e $\phi_2 = 0.05$ e $H_2/L_2 = 7.0$: (a) $(H_1/L_1)_o = 10.0$, $Nu_{H,m} = 1.9556$; (b) $(H_1/L_1)_o = 0.5$, $Nu_H = 1.7405$.

A Figura 5.25 apresenta o efeito de H_2/L_2 sobre o $Nu_{H,m}$ e $(H_1/L_1)_o$. A razão ótima nesta situação é para $(H_1/L_1)_o = 10.0$. Outra observação importante é o valor de Nu_H ser praticamente constante no intervalo de H_2/L_2 avaliado. O grande efeito de estratificação faz com que a sensibilidade de H_2/L_2 sobre $Nu_{H,m}$ seja muito pequena, bem como sobre as suas respectivas geometrias ótimas, $(H_1/L_1)_o$. Porém, a avaliação geométrica neste caso permitiu um ganho de aproximadamente 9.5% no valor de Nu_H , comparando as geometrias ótimas $(H_1/L_1)_o$.

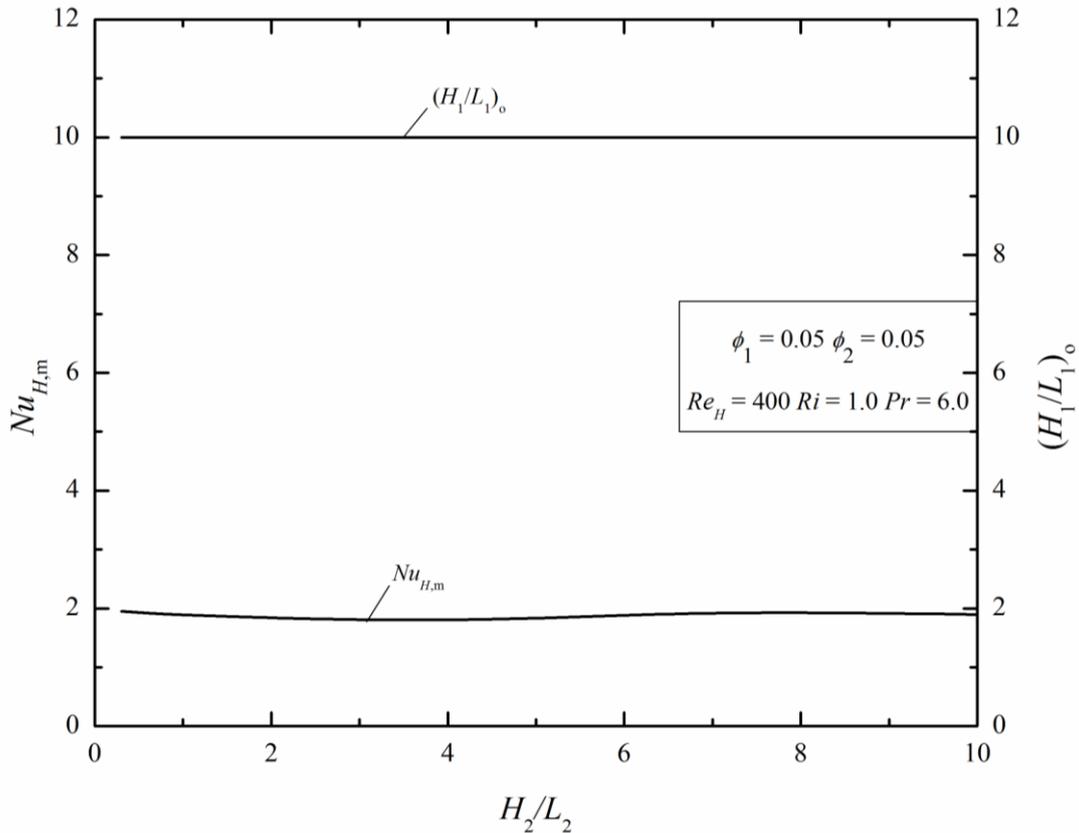


Figura 5.25. Efeito da razão H_2/L_2 sobre o $Nu_{H,m}$ e as respectivas geometrias ótimas $(H_1/L_1)_o$ para $\phi_1 = 0.05$, $\phi_2 = 0.05$, $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$ e $Pr = 6.0$.

5.6. Avaliação geométrica para $\phi_1 = 0.07$, $\phi_2 = 0.03$ e $Ri = 1.0$

A Figura 5.26 apresenta o efeito da razão H_1/L_1 sobre o número de Nusselt (Nu_H) para o escoamento com $Re_H = 400$, $\phi_1 = 0.07$ e $\phi_2 = 0.03$, $H/L = 1.0$ e para nove razões diferentes de H_2/L_2 .

Todas as razões H_2/L_2 apresentam comportamentos parecidos. Possuem um pico inicial, seguido de um vale e contínuo crescimento após aproximadamente $H_1/L_1 \geq 1.0$. É possível reparar que existe uma diferença considerável entre o Nu_H mínimo e o Nu_H máximo para todas as razões H_2/L_2 . A avaliação geométrica permite um ganho de aproximadamente 84%, comparando o melhor e o pior caso.

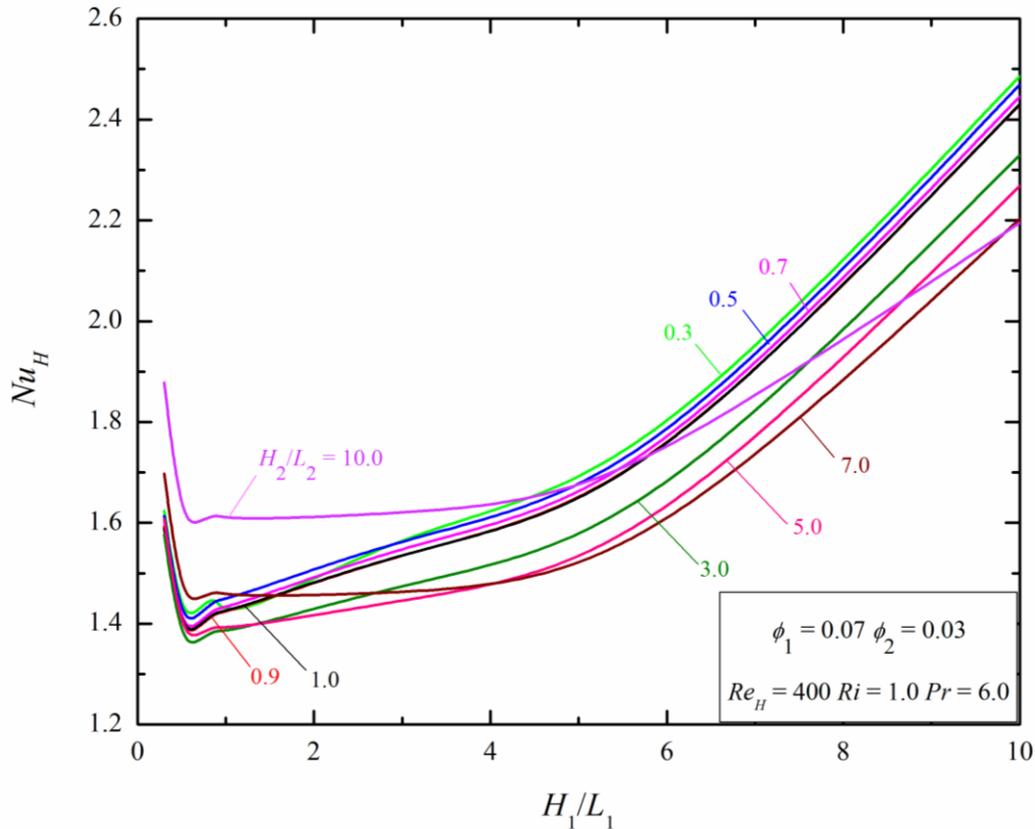


Figura 5.26. Efeito da razão H_1/L_1 sobre o número de Nusselt para $\phi_1 = 0.07$, $\phi_2 = 0.03$, $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$ e $Pr = 6.0$.

Nas Figs. 5.27, 5.28 e 5.29 estão apresentados os campos de temperatura para três razões diferentes de $H_2/L_2 = 0.3, 3.0$ e 10.0 . Estas foram escolhidas tendo em vista a menor e maior razão ($H_2/L_2 = 0.3$ e 10.0), bem como uma razão intermediária ($H_2/L_2 = 3.0$). Para cada caso foram escolhidas duas razões distintas de H_1/L_1 referentes a Fig. 5.26 que representam as razões ótimas inferiores, Fig. 5.27 – 5.29(a) e as piores razões, Figs. 5.27 – 5.29(b).

A Figura 5.27 apresenta a razão $H_2/L_2 = 0.3$. Para o caso da Fig. 5.27(a) percebe-se que o aumento da razão H_1/L_1 leva ao melhor desempenho. Observa-se que existem dois vórtices, um rotativo no sentido anti-horário gerado pela convecção natural e outro no sentido horário devido a convecção forçada localizado próximo a parede superior. Já na Fig.5.27(b) o vórtice fica suprimido pelo fato da aleta 1 se comportar como uma parede lateral esquerda. Os resultados mostram uma diferença significativa no Nu_H , visto que foi observado um ganho de aproximadamente 71% no valor do Nu_H , quando comparados o melhor e o pior caso.

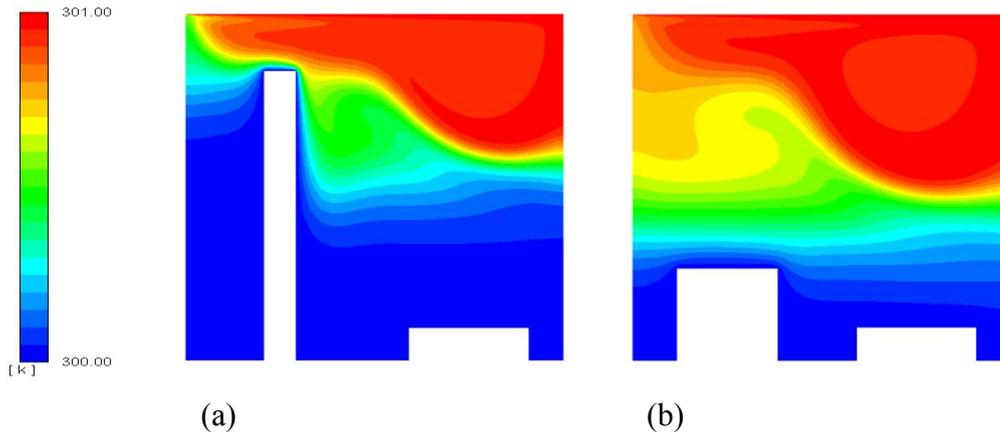


Figura 5.27. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.07$ e $\phi_2 = 0.03$ e $H_2/L_2 = 0.3$: (a) $(H_1/L_1)_{oo} = 10.0$, $Nu_{H,mm} = 2.4865$; (b) $H_1/L_1 = 1.0$, $Nu_H = 1.4565$.

A Fig. 5.28 apresenta a razão $H_2/L_2 = 3.0$. Para os casos das Figs. 5.28(a) – 5.28(b) percebe-se que o aumento da razão H_1/L_1 leva a um aumento significativo no valor de Nu_H . Nesse sentido, foi observado um ganho de aproximadamente 72.5%, quando comparados o melhor e o pior caso. Este resultado se deve ao fato da aleta 1 (esquerda) se comportar como uma parede.

De maneira semelhante, nota-se ainda na Fig. 5.28(b), que existem dois vórtices, um rotativo no sentido anti-horário gerado pela convecção natural e outro no sentido horário devido a convecção forçada localizado próximo a parede superior. Isto se deve, pelo fato da penetração da aleta 1 na cavidade não ser grande. Por outro lado, no caso mostrado na Fig.5.28(a) o vórtice fica suprimido pelo fato da aleta 1 se comportar como uma parede lateral esquerda.

Comparando a Fig. 5.28 com a Fig. 5.27, verifica-se que os campos de temperaturas são parecidos. Além disso, observa-se que o aumento da inserção da aleta 2 prejudica a troca térmica, visto que há uma diminuição no valor de Nu_H .

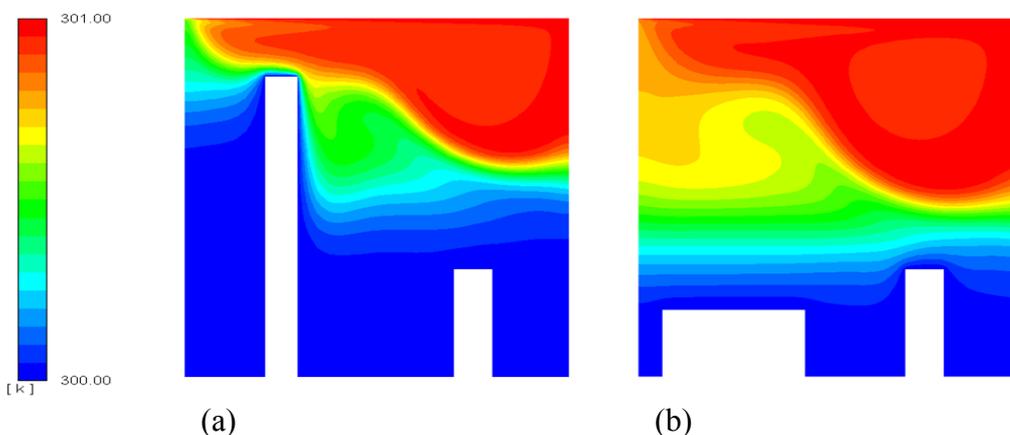


Figura 5.28. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.07$ e $\phi_2 = 0.03$ e $H_2/L_2 = 3.0$: (a) $(H_1/L_1)_o = 10.0$, $Nu_{H,m} = 2.3294$; (b) $H_1/L_1 = 0.5$, $Nu_H = 1.3511$.

A Fig. 5.29 apresenta a os resultados obtidos para a razão $H_2/L_2 = 10.0$. Para os casos das Figs. 5.29(a) – 5.29(b) percebe-se que o aumento da razão H_1/L_1 leva a um aumento no Nu_H significativo de aproximadamente 38% para a razão $H_2/L_2 = 10.0$. De maneira similar os demais casos, isto se deve ao fato da aleta 1 (esquerda) se comportar como uma parede.

Conforme observado na Fig. 5.29(b), pelo fato da penetração da aleta 1 na cavidade não ser grande, existem dois vórtices, um rotativo no sentido anti-horário gerado pela convecção natural e outro no sentido horário devido a convecção forçada localizado próximo a parede superior. Já na Fig.5.29(a), nota-se que um dos vórtices fica suprimido entre as aletas, pelo fato de que ambas possuem uma maior penetração na cavidade. Também observa-se uma grande estagnação do escoamento na região inferior da cavidade.

Comparando a Fig. 5.29 com as Figs. 5.27 – 5.28, percebe-se que os campos de temperatura apresentam comportamentos similares para os casos (a) e (b), respectivamente. Para as Figs. 5.27 – 5.29(a), verifica-se uma maior estagnação na parte inferior e esquerda da cavidade. Já para as Figs. 5.27 – 5.29(b) a estagnação se encontra mais evidente na superfície inferior da cavidade.

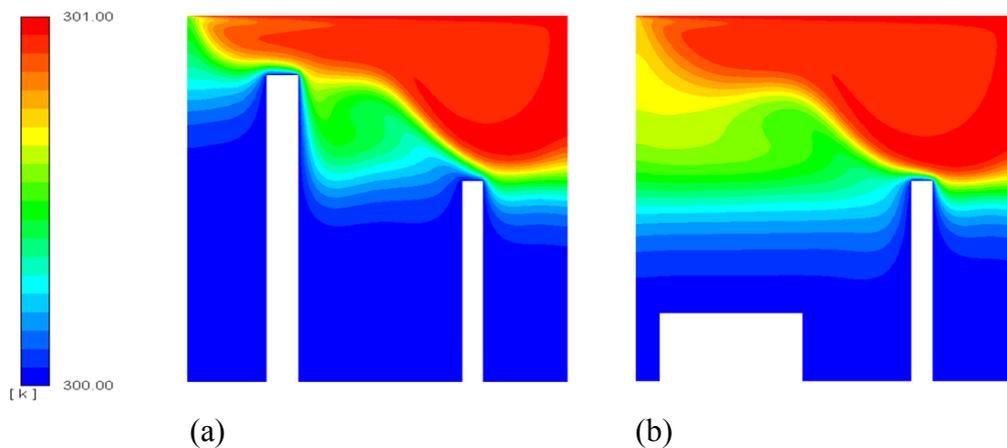


Figura 5.29. Campos de temperatura para $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$, $Pr = 6.0$, $t_{adm} = 2.0$, $\phi_1 = 0.07$ e $\phi_2 = 0.03$ e $H_2/L_2 = 10.0$: (a) $(H_1/L_1)_o = 10.0$, $Nu_{H,m} = 2.1950$; (b) $H_1/L_1 = 0.5$, $Nu_H = 1.5938$.

A Figura 5.30 apresenta o efeito de H_2/L_2 sobre o $Nu_{H,m}$ e $(H_1/L_1)_o$. Consta-se que a razão ótima nesta situação é constante em $(H_1/L_1)_o = 10.0$ para todas as razões H_2/L_2 estudadas. Outra observação importante é que o valor de $Nu_{H,m}$ varia pouco. No entanto, é possível ter um ganho de aproximadamente 13.5% no valor de Nu_H analisando as razões ótimas de H_1/L_1 . Além disso, percebe-se que o valor do $Nu_{H,m}$ decresce com o aumento da razão H_2/L_2 .

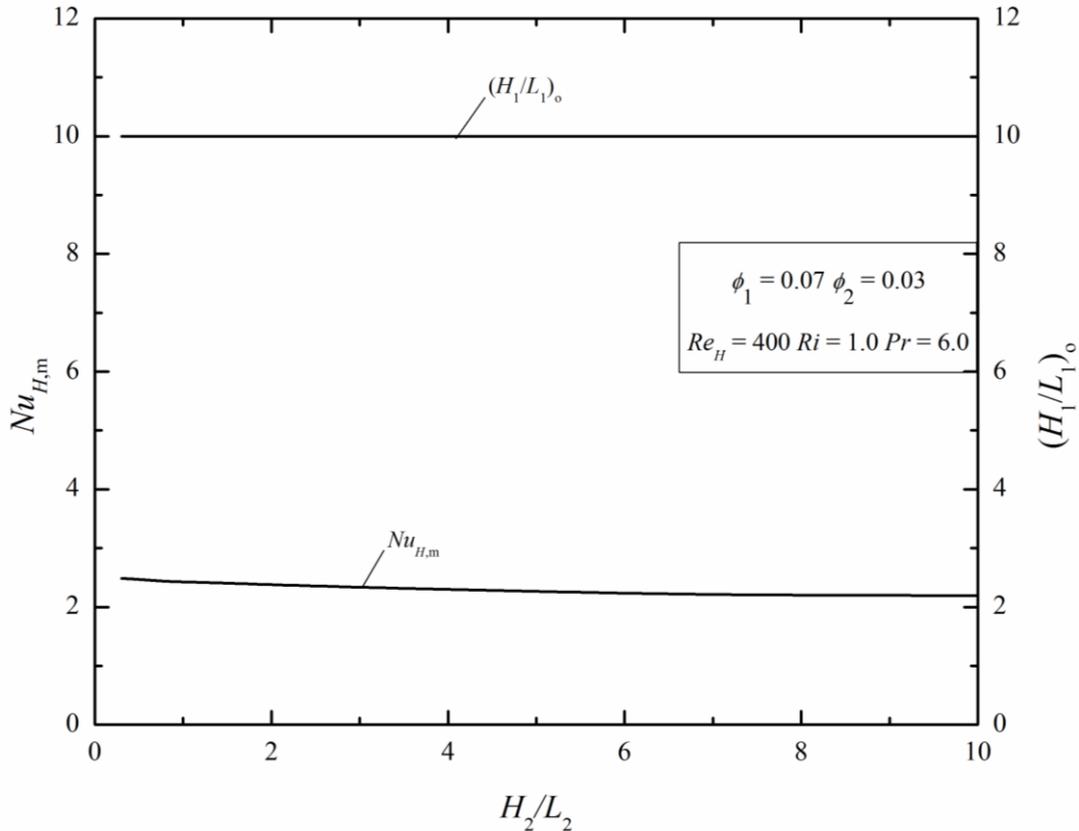


Figura 5.30. Efeito da razão H_2/L_2 sobre o $Nu_{H,m}$ e as respectivas geometrias ótimas $(H_1/L_1)_o$ para $\phi_1 = 0.07$, $\phi_2 = 0.03$, $Re_H = 400$, $Ri = 1.0$ e $Pr = 6.0$.

5.7. Avaliação da influência de ϕ_1 e ϕ_2 para $Ri = 0.1$ e 1.0

A Fig. 5.31 apresenta a comparação entre as três configurações de relações de área definidas para o número de Richardson = 0.1. Visando a melhor visualização dos resultados as geometrias ótimas estão apresentadas apêndice.

Para $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$, obtém-se um $Nu_{H,m} = 3.0724$. Observa-se que a razão H_2/L_2 uma vez otimizada encontra-se na menor razão ($(H_2/L_2)_o = 0.3$) e a razão H_1/L_1 duas vezes otimizada encontra-se em uma razão intermediária ($(H_1/L_1)_{oo} = 1.0$). É possível notar que para $\phi_1 = 0.05$ e $\phi_2 = 0.05$ encontra-se o menor valor do $Nu_{H,m} = 3.0277$. Neste caso, as razões uma vez otimizada e duas vezes otimizadas são iguais a menor razão ($(H_2/L_2)_o = (H_1/L_1)_{oo} = 0.3$).

Para $\phi_1 = 0.07$ e $\phi_2 = 0.03$, tem-se o maior valor do $Nu_{H,m} = 3.3509$. Além disso, a razão H_2/L_2 uma vez otimizada é $(H_2/L_2)_o = 0.5$ e a razão H_1/L_1 duas vezes otimizada é a razão mínima ($(H_1/L_1)_{oo} = 0.3$).

Conforme observado na Fig. 5.31, para diferentes frações de ϕ_1 e ϕ_2 obtém-se configurações assimétricas das aletas. O número de Nusselt teve uma variação de aproximadamente 11%, comparando essas três configurações para o mesmo número de Richardson. Os resultados também

indicam que o aumento de ϕ_1 conduziu a um aumento do número de $Nu_{H,mm}$, ou seja, recomenda-se que a maior área seja colocada na aleta 1.

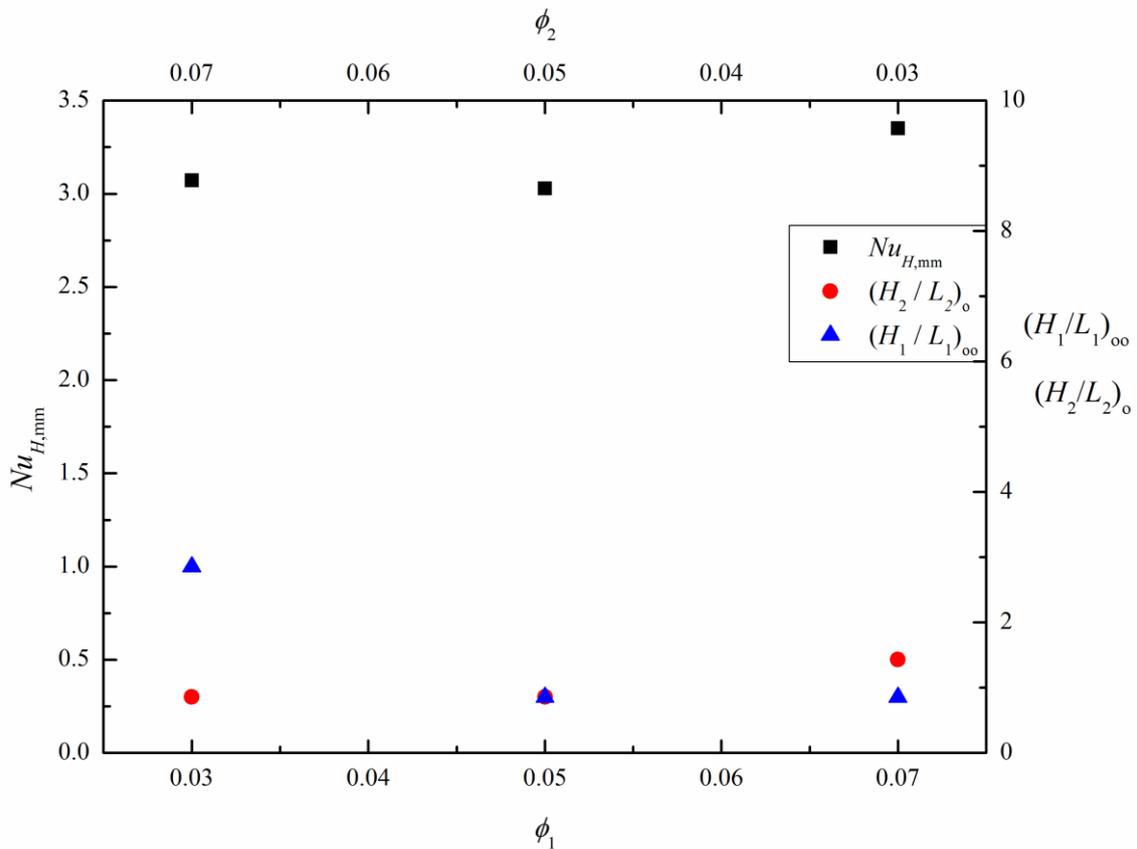
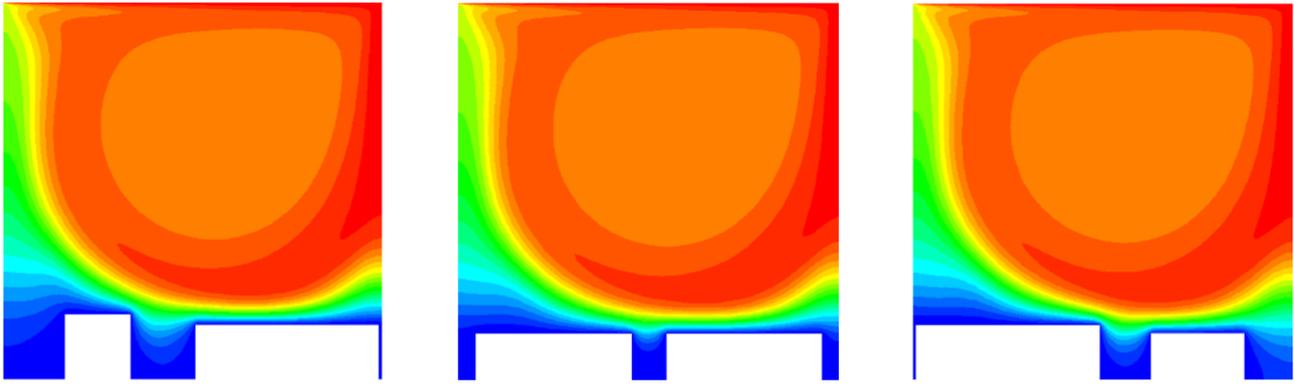


Figura 5.31. Comparação entre ϕ_1 e ϕ_2 para $Ri = 0.1$.

A Figura 5.32 apresenta os campos de temperaturas referente a Fig. 5.31. Nesta figura são apresentados os casos ótimos de cada relação de área analisada. De modo geral, as duas aletas têm o melhor desempenho para as pequenas razões de H_1/L_1 . Nota-se que o escoamento consegue escoar livremente dentro da cavidade, pois as alturas das aletas quase não influenciam no comportamento do escoamento circundante, conforme pode ser observado na Fig. 5.32 (a) – (c).



(a)

(b)

(c)

Figura 5.32. Campos de temperatura para $Ri = 0.1$. (a) $\phi_1 = 0.03$, $\phi_2 = 0.07$, $H_2/L_2 = 0.3$, $(H_1/L_1)_o = 1.0$ e $Nu_{H,m} = 3.0724$; (b) $\phi_1 = 0.05$, $\phi_2 = 0.05$, $H_2/L_2 = 0.3$, $(H_1/L_1)_o = 0.3$ e $Nu_{H,m} = 3.0277$; (c) $\phi_1 = 0.07$, $\phi_2 = 0.03$, $(H_2/L_2)_o = 0.5$, $(H_1/L_1)_{oo} = 0.3$ e $Nu_{H,mm} = 3.3508$.

A Fig. 5.33 apresenta a comparação entre as três configurações de relações de área definidas para o número de Richardson igual à 0.1. Visando a melhor visualização dos resultados as geometrias ótimas estão apresentada no apêndice.

Para $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$ obtém-se o maior valor de $Nu_{H,mm} = 2.4879$. Observa-se que a razão H_2/L_2 uma vez otimizada encontra-se na maior razão ($(H_2/L_2)_o = 10.0$) e a razão H_1/L_1 duas vezes otimizada encontra-se em uma razão intermediária ($(H_1/L_1)_{oo} = 3.0$).

É possível notar que para $\phi_1 = 0.05$ e $\phi_2 = 0.05$ encontra-se o menor valor do $Nu_{H,m} = 1.9556$. Neste caso, a razão H_2/L_2 uma vez otimizada encontra-se na razão ($(H_2/L_2)_o = 7.0$) e a razão H_1/L_1 duas vezes otimizada encontra-se na maior razão ($(H_1/L_1)_{oo} = 10.0$).

Para $\phi_1 = 0.07$ e $\phi_2 = 0.03$, tem-se o valor de $Nu_{H,mm} = 2.4864$. E a razão H_2/L_2 uma vez otimizada $(H_2/L_2)_o = 0.3$ e a razão H_1/L_1 duas vezes otimizada é a razão máxima ($(H_1/L_1)_{oo} = 10.0$).

Ainda sobre a Fig. 5.33, observa-se que para diferentes razões de ϕ_1 e ϕ_2 as razões ótimas de H_1/L_1 e H_2/L_2 são distintas. É interessante notar que para as relações de áreas com ϕ diferentes tem-se valores de número de Nusselt praticamente iguais. Para a relação de área com ϕ igual tem-se uma redução considerável no valor do número de Nusselt. Assim, conclui-se que o comportamento e o valor do número de Nusselt sofre uma alteração de considerável, visto que os valores comparados neste gráfico são os máximos para cada configuração avaliada. Para ambos Richardson, os resultados indicam que o melhor é montar aletas com configurações assimétricas. O número de Nusselt teve uma variação de aproximadamente 27%, comparando essas três configurações para o mesmo número de Richardson. Além disso, as configurações ótimas para cada caso são diferentes.

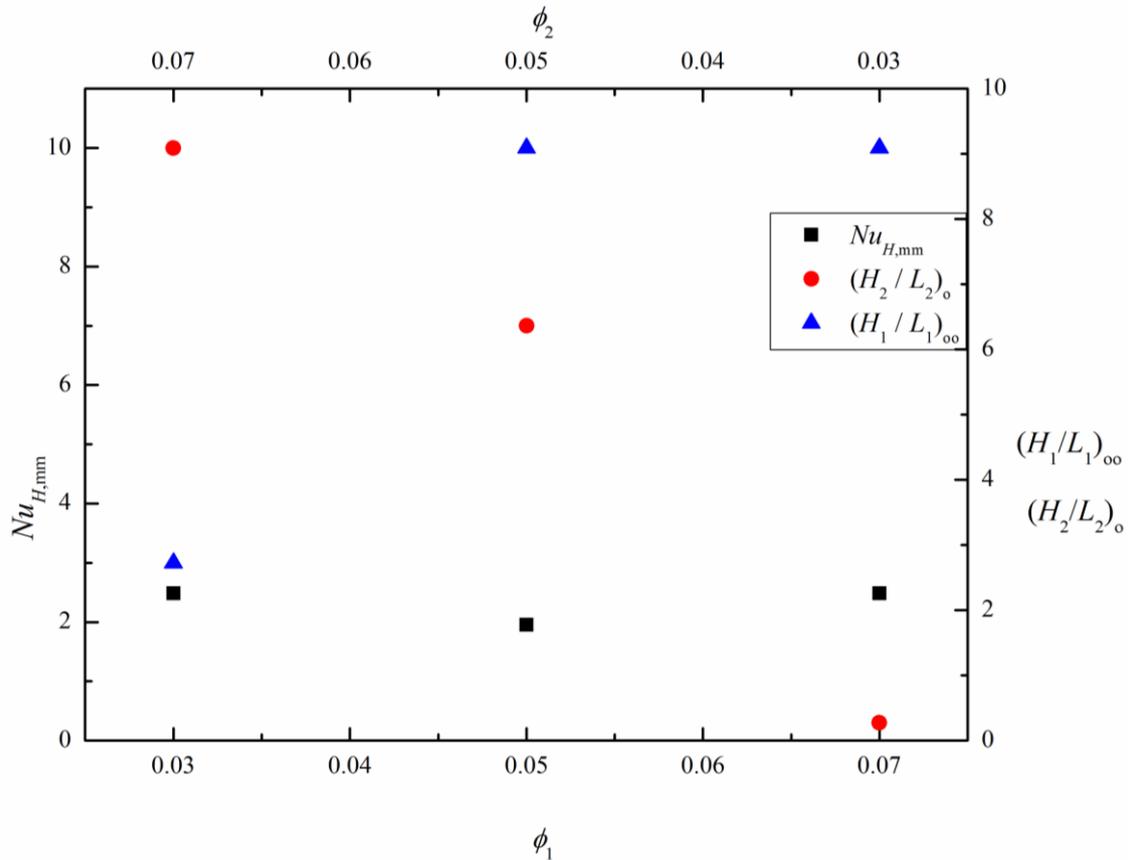
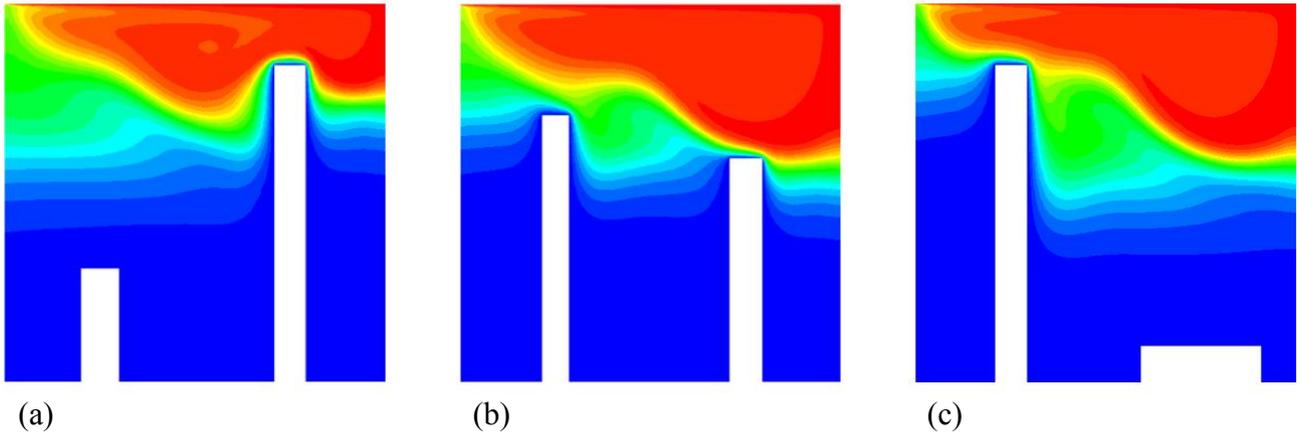


Figura 5.33. Comparação entre ϕ_1 e ϕ_2 para $Ri = 1.0$.

A Figura 5.34 apresenta os campos de temperaturas referente a Fig. 5.33. Nesta figura são apresentados os casos ótimos de cada relação de área analisada. Percebe-se que para $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$ e $\phi_1 = 0.05$ e $\phi_2 = 0.05$ os melhores resultados encontram-se na razão $H_2/L_2 = 10$ e as razões $(H_1/L_1)_{oo}$ são 3.0 e 7.0, respectivamente. Para $\phi_1 = 0.07$ e $\phi_2 = 0.03$, a melhor razão $H_2/L_2 = 0.3$ e $(H_1/L_1)_{oo} = 10.0$. Para as Figs. 5.34 (a) e (b), a razão H_2/L_2 suprime o escoamento na parte superior da cavidade. No caso da Fig. 5.34 (c), a aleta 1 se comporta como uma parede o que acaba diminuindo a área de circulação do escoamento.

Observa-se que quando $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$, a melhor configuração é obtida quando a aleta 2 possui a maior penetração na cavidade. Para $\phi_1 = 0.05$ e $\phi_2 = 0.05$, apesar da mesma distribuição de área ocorrer para as duas aletas, o padrão assimétrico do escoamento faz com que as configurações ótimas também sejam assimétricas. Quando $\phi_1 = 0.07$ e $\phi_2 = 0.03$, a troca térmica é dominada pela aleta 1 e a aleta 2 quase não tem contribuição, o que justifica a inversão da configuração geométrica quando comparado com o caso de $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$ (Fig. 5.34(a)).



(a) (b) (c)
 Figura 5.34. Campos de temperatura para $Ri = 1.0$. (a) $\phi_1 = 0.03$, $\phi_2 = 0.07$, $(H_2/L_2)_o = 10.0$, $(H_1/L_1)_{oo} = 3.0$ e $Nu_{H,mm} = 2.4879$; (b) $\phi_1 = 0.05$, $\phi_2 = 0.05$, $H_2/L_2 = 10.0$, $(H_1/L_1)_o = 7.0$ e $Nu_{H,m} = 1.9555$; (c) $\phi_1 = 0.07$, $\phi_2 = 0.03$, $H_2/L_2 = 0.3$, $(H_1/L_1)_o = 10.0$ e $Nu_{H,m} = 2.4864$.

Para diferentes regimes de escoamento (observado na comparação entre $Ri = 0.1$ e 1.0) o efeito das razões geométricas sobre o desempenho térmico também é afetado, ou seja, o design depende do tipo de escoamento presente na cavidade dirigida.

6. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi estudado numericamente a geometria de uma cavidade dirigida com duas aletas retangulares, sujeita a escoamentos com transferência de calor por convecção mista e estratificação estável. O problema abordado tem como finalidade maximizar o número de Nusselt através do Design Construtal e da busca exaustiva. Para isto, o problema foi simulado numericamente utilizando o método dos volumes finitos através do *software* FLUENT®.

Foi reproduzido um caso de convecção mista da literatura semelhante ao que foi estudado com a finalidade de verificar o modelo numérico empregado. Para isto, foi realizado o teste de independência de malha para definir a malha que atende as necessidades do problema. Para as simulações foi encontrado um desvio considerado aceitável. A topologia do campo de temperatura apresentada no presente é muito semelhante ao encontrado por Dos Santos et al. (2011) e Ji et al. (2007). Em comparação com a literatura abordada, os campos de temperatura transientes apresentam boa concordância com os resultados numéricos e experimentais da literatura. Sendo assim, é possível concluir que o modelo desenvolvido é adequado para as avaliações geométricas realizadas.

A avaliação geométrica permite recomendar a construção do melhor design para cada Ri . Para $Ri = 0.1$, o melhor caso possui a razão $(H_1/L_1)_{oo} = 0.3$, $(H_2/L_2)_o = 0.5$, $\phi_1 = 0.07$ e $\phi_2 = 0.03$, encontrando-se $Nu_{H,mm} = 3.3508$. Para $Ri = 1.0$, a melhor configuração encontrada foi $(H_1/L_1)_{oo} = 3.0$, $(H_2/L_2)_o = 10.0$, $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$, encontrando-se $Nu_{H,mm} = 2.4879$.

Nota-se que o valor do número de Ri exerce uma forte influência no valor do número de Nusselt. Comparando os dois valores de Ri observou-se um ganho de 190.82% entre o melhor e o pior caso.

Foi observado que geometrias assimétricas são as que conduzem ao melhor desempenho térmico, muito devido ao comportamento assimétrico do escoamento. Para $Ri = 0.1$ há maior penetração do vórtice principal no domínio da cavidade, o que faz com que pequenas razões de H_1/L_1 e H_2/L_2 conduzam ao melhor desempenho térmico. Enquanto que, quando $Ri = 1.0$, a estratificação estável faz com que o vórtice principal fique restrito na porção superior da cavidade, o que obriga as aletas a terem maior penetração no domínio da cavidade para que se tenha uma melhor troca térmica.

Conclui-se também que para cada valor de Ri obteve-se uma relação de área ótima diferente e inversa. Para $Ri = 0.1$, obteve-se o maior $Nu_{H,mm}$ para $\phi_1 = 0.07$ e $\phi_2 = 0.03$. Já para $Ri = 1.0$, obteve-se a relação de área ótima para $\phi_1 = 0.03$ e $\phi_2 = 0.07$.

Por fim, observou-se que para o $Ri = 0.1$, o menor valor investigado, as geometrias ótimas possuem razões geométricas parecidas. Para $Ri = 1.0$, as geometrias ótimas variam pouco. Isto mostra

a importância da avaliação geométrica e do emprego do Design Construtal com o auxílio da busca exaustiva.

6.1. Proposta de Continuidade

Com os resultados obtidos neste trabalho, tem-se como proposta de continuidade:

- Avaliar diferentes números de Reynolds;
- Avaliar outras posições para as aletas;
- Avaliar outras geometrias;
- Avaliar o efeito de diferentes valores de ϕ_1 (razão entre a A_1 sobre a A_T);
- Avaliar o efeito de diferentes valores de ϕ_2 (razão entre a A_2 sobre a A_T);
- Avaliar o efeito de uma aleta;
- Avaliar o efeito de mais uma aleta.

7. REFERÊNCIAS

- ALDRIGHI, E.; RODRIGUES, P.; RODRIGUEZ, B. d. A.; ISOLDI, L.; ROCHA, L. A. O.; DOS SANTOS, E. **Constructal Design of Rectangular Fin Intruded into Different Surfaces of Forced Convective Lid-Driven Cavity Flow**, International Journal of Fluid Mechanics Research, v. 43, n. 5-6, 2016.
- BEJAN, A. **Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume**, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 40, n. 4, p. 799-816, 1996.
- BEJAN, A. **Shape and Structure, from Engineering to Nature**, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2000.
- BEJAN, A.; KRAUS, A. D. **Heat Transfer Handbook**, John Wiley, Durham, 2003.
- BEJAN, A.; LORENTE, S. **Design with Constructal Theory**, Wiley, Hoboken, 2008.
- BEJAN, A.; LORENTE, S. **The constructal law and the evolution of design in nature**, Physics of Life Reviews, v. 8, n. 3, p. 209-240, 2011.
- BEJAN, A.; ZANE, J. P. **Design in nature: how the constructal law governs evolution in biology, physics, technology, and social organization** (1^a ed.) Doubleday, USA, 2012.
- BELLO-OCHEDE, T.; LIEBENBERG, L.; MALAN, A.G.; BEJAN, A.; MEYER, J. P. **Constructal Conjugate Heat Transfer in Three-Dimensional Cooling Channels**, Journal of Enhanced Heat Transfer, v. 14, n. 4, p. 279-293, 2007.
- BISERNI, C.; ROCHA, L. A. O.; BEJAN, A. **Inverted fins: geometric optimization of the intrusion into a conducting wall**, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 47, n. 12-13, p. 2577-2586, 2004.
- BURGOS, J.; CUESTA, I.; SALUEÑA, C. **Numerical study of laminar mixed convection in a square open cavity**, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 99, p. 599-612, 2016.
- CHENG, C.-H.; CHEN, C.-L. **Buoyancy-induced Periodic Flow and Heat Transfer in Lid-driven Cavities with Different Cross-sectional Shapes**, International Communications in Heat and Mass Transfer, v. 32, n. 3-4, p. 483-490, 2005.
- CHENG, T. S.; LIU, W. H. **Effect of temperature gradient orientation on the characteristics of mixed convection flow in a lid-driven square cavity**, Computers & Fluids, v. 39, n. 6, p. 965-978, 2010.
- ÇENGEL, Y. A.; GHAJAR, A. J. **Transferência de Calor e Massa**, AMGH EDITORA LTDA, 2012.
- DOS SANTOS, E. D.; PICCOLI, G.L.; FRANÇA, F.H.R.; PETRY, A.P. **Analysis of Mixed Convection in Transient Laminar and Turbulent Flows in Driven Cavities**, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 54, n. 21-22, p. 4585-4595, 2011.

- DOS SANTOS, E. D.; MACHADO, B. N.; ZANELLA, M. M.; DAS NEVES GOMES, M.; SOUZA, J. A.; ISOLDI, L. A.; ROCHA, L. A. O. **Numerical study of the effect of the relative depth on the overtopping wave energy converters according to constructal design**, In Defect and Diffusion Forum Trans Tech Publications, p. 232-244, 2014.
- ESTRADA, E. D.; FAGUNDES, T. M.; ISOLDI, L. A.; DOS SANTOS, E. D.; XIE, G.; ROCHA, L. A. **Constructal design associated to genetic algorithm of asymmetric V-shaped pathways**, Journal of Heat Transfer, v. 137, n. 6, p. 061010, 2015.
- FLUENT. **Theory Guide**. ANSYS-FLUENT 14.1. Canonsburg: ANSYS Inc., 2011.
- FORTUNA, A. O. **Técnicas computacionais para dinâmica dos fluidos: conceitos básicos e aplicações**, Edusp, 2000.
- GANGAWANE, K. M.; MANIKANDAN, B. **Mixed convection characteristics in lid-driven cavity containing heated triangular block**, Chinese Journal of Chemical Engineering, 2017.
- GHIA, U.; GHIA, K. N.; SHIN, C. **High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method**, Journal of computational physics, v. 48, n. 3, p. 387-411, 1982.
- HATAMI, M.; ZHOU, J.; GENG, J.; SONG, D.; JING, D. **Optimization of a lid-driven T-shaped porous cavity to improve the nanofluids mixed convection heat transfer**, Journal of Molecular Liquids, v. 231, p. 620-631, 2017.
- HELBIG, D.; SILVA, C. C. C. D.; REAL, M. D. V.; SANTOS, E. D. D.; ISOLDI, L. A.; ROCHA, L. A. O. **Study About Buckling Phenomenon in Perforated Thin Steel Plates Employing Computational Modeling and Constructal Design Method**, Latin American Journal of Solids and Structures, v. 13, n. 10, p. 1912-1936, 2016.
- INCROPERA, F.P.; DEWITT, D. P. **Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa**, 7ª ed., LTC-Livros Técnicos e Científicos Editora S/A, Rio de Janeiro, 2014.
- ISLAM, A. W.; SHARIF, M. A.; CARLSON, E. S. **Mixed convection in a lid driven square cavity with an isothermally heated square blockage inside**, International journal of heat and mass transfer, v. 55, n. 19-20, p. 5244-5255, 2012.
- ISMAEL, M. A.; POP, I.; CHAMKHA, A. J. **Mixed convection in a lid-driven square cavity with partial slip**, International Journal of Thermal Sciences, v. 82, p. 47-61, 2014.
- IWATSU, R.; HYUN, J. M.; KUWAHARA, K. **Mixed convection in a driven cavity with a stable vertical temperature gradient**, International Journal of Heat Mass Transfer, v. 36, p. 1601-1608, 1993.
- IWATSU, R.; HYUN, J. M. **Three-dimensional driven-cavity flows with a vertical temperature gradient**, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 38, n. 18, p. 3319-3328, 1995.
- JI, T. H.; KIM, S. Y.; HYUN, J. M. **Transient mixed convection in an enclosure driven by a sliding lid**, Heat and mass transfer, v. 43, n. 7, p. 629, 2007.

- KAWAHARA, M.; HIRANO, H. **A finite element method for high Reynolds number viscous fluid flow using two step explicit scheme**, International Journal for Numerical Methods in Fluids, v. 3, n. 2, p. 137-163, 1983.
- KAYS, W. M.; CRAWFORD, M. E. **Convective heat and mass transfer**, McGraw Hill, New York, USA, 1993.
- LORENZINI, G.; GARCIA, F. L.; DOS SANTOS, E. D.; BISERNI, C.; ROCHA, L. A. O. **Constructal design applied to the optimization of complex geometries: T-Y-shaped cavities with two additional lateral intrusions cooled by convection**, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 55, n. 5–6, p. 1505–1512, 2012.
- LORENZINI, G.; ROCHA, L. A. O. **Constructal design of Y-shaped assembly of fins**, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 49, n. 23, p. 4552-4557, 2006.
- LORENZINI, G.; ROCHA, L. A. O. **Geometric optimization of T-Y-shaped cavity according to Constructal design**, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 52, n. 21–22, p. 4683–4688, 2009.
- LORENZINI, G.; BISERNI, C.; ESTRADA, E. D. S. D.; DOS SANTOS, E. D.; ISOLDI, L. A.; ROCHA, L. A. O. **Genetic algorithm applied to geometric optimization of isothermal Y-shaped cavities**, Journal of Electronic Packaging, v. 136, n. 3, p. 031011, 2014.
- LORENZINI, G.; BISERNI, C.; CORRÊA, R. D. L.; DOS SANTOS, E. D.; ISOLDI, L. A.; ROCHA, L. A. O. **Constructal design of T-shaped assemblies of fins cooling a cylindrical solid body**. International Journal of Thermal Sciences, v. 83, p. 96-103, 2014.
- LORENZINI, G.; MACHADO, B. S.; ISOLDI, L. A.; DOS SANTOS, E. D.; ROCHA, L. A. O. **Constructal design of rectangular fin intruded into mixed convective lid-driven cavity flows**, Journal of Heat Transfer, v. 138, n. 10, p. 102501, 2016.
- MALISKA, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, 453 p., 2004.
- MOALLEMI, M. K.; JANG, K. S. **Prandtl number effects on laminar mixed convection heat transfer in a lid-driven cavity**, International Journal of Heat and Mass Transfer, 1992.
- ÖZTOP, H. F.; ZHAO, Z.; YU, B. **Fluid flow due to combined convection in lid-driven enclosure having a circular body**, International Journal of Heat and Fluid Flow, v. 30, n. 5, p. 886-901, 2009.
- PATANKAR, S. V., **Numerical heat transfer and fluid flow**, McGraw Hill, New York, USA, 1980.
- PATANKAR, S. V.; SPALDING, D. B. **A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows**, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 15, n. 10, p. 1787-1806, 1972.
- PRASAD, A. K.; KOSEFF, J. R. **Combined forced and natural convection heat transfer in a deep lid-driven cavity flow**, International Journal of Heat and Fluid Flow, v. 17, n. 5, p. 460-467, 1996.

- RABBI, K. M.; SAHA, S.; MOJUMDER, S.; RAHMAN, M. M.; SAIDUR, R.; IBRAHIM, T. A. **Numerical investigation of pure mixed convection in a ferrofluid-filled lid-driven cavity for different heater configurations**, Alexandria Engineering Journal, v. 55, n. 1, p. 127-139, 2016.
- RAZERA, A. L.; FONSECA, R. J. C.; ISOLDI, L. A.; DOS SANTOS, E. D.; ROCHA, L. A. O.; BISERNI, C. **Constructal design of a semi-elliptical fin inserted in a lid-driven square cavity with mixed convection**, INTERNATIONAL JOURNAL OF HEAT AND MASS TRANSFER, v. 126, p. 81-94, 2018.
- ROCHA, L.; LORENZINI, G.; BISERNI, C.; CHO, Y. **Constructal design of a cavity cooled by convection**, International Journal of Design & Nature and Ecodynamics, v. 5, n. 3, p. 212-220, 2010.
- ROCHA, L. A. O., GOMES, M. N., PORTE, A. F., GALARÇA, M. M., ACUNHA Jr, I.C., DA SILVA, F. M. V., ISOLDI, L. A. DOS SANTOS, E. D.; **Constructal Design of Turbulent Forced Convective Flows over a Pair of Circular cylinders**. In: Constructal Law Conference, Nanjing. Proceedings of Constructal Law Conference, 2013.
- RODRIGUES, M. K.; DA SILVA BRUM, R.; VAZ, J.; ROCHA, L. A. O.; DOS SANTOS, E. D.; ISOLDI, L. A. **Numerical investigation about the improvement of the thermal potential of an Earth-Air Heat Exchanger (EAHE) employing the Constructal Design method**, Renewable Energy, v. 80, p. 538-551, 2015.
- SAVICKI, D. L. **Análise numérica tridimensional e investigação experimental do comportamento térmico e hidrodinâmico de reservatórios térmicos cilíndricos**, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 2007.
- SELIMEFENDIGIL, F.; ÖZTOP, H. F. **Mixed convection of nanofluids in a three dimensional cavity with two adiabatic inner rotating cylinders**, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 117, p. 331-343, 2018.
- STINE, W. B.; HARRIGAN, R. W. **Solar energy fundamentals and design**, 1985.
- SUN, C.; YU, B.; ÖZTOP, H. F.; WANG, Y.; WEI, J. **Control of mixed convection in lid-driven enclosures using conductive triangular fins**, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 54, n. 4, p. 894-909, 2011.
- VAN DOORMAAL, J.; RAITBY, G. **Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows**, Numerical heat transfer, v. 7, n. 2, p. 147-163, 1984.
- VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method**, Longman Scientific & Technical, 1995.
- VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method**, Pearson Education, 2004.
- VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method**, Pearson, 2007.

- VIEIRA, R. S.; PETRY, A. P.; ROCHA, L. A. O.; ISOLDI, L. A.; DOS SANTOS, E. D. **Numerical evaluation of a solar chimney geometry for different ground temperatures by means of constructal design**, Renewable Energy, v. 109, p. 222-234, 2017.
- XIE, G.; SONG, Y.; ASADI, M.; LORENZINI, G. **Optimization of pin-fins for a heat exchanger by entropy generation minimization and constructal law**, Journal of Heat Transfer, v. 137, n. 6, p. 061901, 2015.
- YANG, G.; HUANG, Y.; WU, J.; ZHANG, L.; CHEN, G.; LV, R.; CAI, A. **Experimental study and numerical models assessment of turbulent mixed convection heat transfer in a vertical open cavity**," Building and Environment, v. 115, p. 91-103, 2017.
- YAPICI, K.; OBUT, S. **Laminar Mixed-Convection Heat Transfer in a Lid-Driven Cavity with Modified Heated Wall**, Heat Transfer Engineering, v. 36, n. 3, p. 303-314, 2015.

Apêndice: Tabelas

Tabela 1. Melhores configurações para $Ri = 0.1$.

$Ri = 0.1$				
ϕ_1	ϕ_2	$Nu_{H,mm}$	$(H_2/L_2)_o$	$(H_1/L_1)_{oo}$
0.03	0.07	3.07245	0.3	1.0
0.05	0.05	3.02774	0.3	0.3
0.07	0.03	3.35087	0.5	0.3

Tabela 2. Melhores configurações para $Ri = 1.0$.

$Ri = 1.0$				
ϕ_1	ϕ_2	$Nu_{H,mm}$	$(H_2/L_2)_o$	$(H_1/L_1)_{oo}$
0.03	0.07	2.48794	10.0	3.0
0.05	0.05	1.95557	10.0	7.0
0.07	0.03	2.48645	0.3	10.0