

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

ANÁLISE NUMÉRICA DA GEOMETRIA DE ALETAS INSERIDAS EM CAVIDADES  
DIRIGIDAS EM ESCOAMENTOS COM TRANSFERÊNCIA POR CONVECÇÃO FORÇADA

por

Eliciana Sias Aldrighi

Dissertação para obtenção do Título de  
Mestre em Modelagem Computacional

Rio Grande, julho de 2016.

ANÁLISE NUMÉRICA DA GEOMETRIA DE ALETAS INSERIDAS EM CAVIDADES  
DIRIGIDAS EM ESCOAMENTOS COM TRANSFERÊNCIA POR CONVECÇÃO FORÇADA

Por

Eliciana Sias Aldrighi

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional (PPGMC),  
da Universidade Federal do Rio Grande (FURG), como parte dos requisitos necessários para a  
obtenção do Título de

Mestre em Modelagem Computacional.

Área de concentração: Fenômenos de Transporte.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha

Coorientador: Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos

Examinadores da banca:

Prof. Dr. Bárbara Denicol do Amaral Rodriguez FURG

Prof. Dr. Jairo Valões de Alencar Ramalho UFPEL

Prof. Dr. Liércio André Isoldi FURG

Prof. Dr. Jeferson Avila Souza

Coordenador do PPGMC.

Rio Grande, julho de 2016.

“Descobrir consiste em olhar para o que todo mundo está vendo e pensar uma coisa diferente”. (Roger Von Oech)

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus... O que seria de mim sem a fé que eu tenho nele?

Meus pais amados (Ivo e Vera) se há algo que faz diferença na formação da personalidade e na vida de uma pessoa é o amor que ela recebe. Vocês fizeram de mim a pessoa que hoje sou, e eu só tenho motivos para agradecer.

Meu marido Jeferson pelo apoio, carinho e paciência.

Meus irmãos, sobrinhas e amigos, que nos momentos de minha ausência dedicados ao estudo, sempre fizeram entender que o futuro é feito a partir da constante dedicação no presente.

Ao meu orientador Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha e co-orientador Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos, pelo apoio e suporte no pouco tempo que lhes coube, pelas suas correções e incentivos que tornaram possível a conclusão deste trabalho.

A Capes pelo apoio financeiro.

## RESUMO

O presente trabalho apresenta um estudo numérico de escoamento laminar em três cavidades quadradas aletadas sob o efeito de convecção forçada. O escoamento proposto é assumido bidimensional, laminar e permanente. Objetiva-se através do Design Construtal a obtenção de geometria ótima da aleta de forma a maximizar a transferência de calor entre o fluido que escoar no interior da cavidade e a aleta aquecida, para alguns números de Reynolds ( $Re_H = 10; 50; 100$  e  $1000$ ). Para isto é fixada a relação das dimensões externas da cavidade ( $H/L = 1$ ) e variação da geometria da aleta entre seu comprimento e altura ( $H_1/L_1$ ) para a otimização da troca térmica. Todas as simulações são realizadas com número de *Prandtl* fixo ( $Pr = 0,71$ ). A relação entre a área da cavidade e a aleta é considerada fixa ( $\phi = 0,05$ ). As equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia foram resolvidas através de um código comercial de dinâmica dos fluidos computacional (CFD – do inglês: *Computational Fluid Dynamics*) baseado no método dos volumes finitos. O Design Construtal permitiu um significativo aumento de desempenho térmico, o maior número de Nusselt ( $Nu_H$ ) foi obtido para a aleta inserida na superfície lateral direita da cavidade com  $H_1/L_1 = 2,0$  com  $Re_H = 1000$ , mostrando que o desempenho térmico depende da geometria. Como esperado, a geometria tem forte influência sobre o  $Nu_H$  para todos os  $Re_H$  avaliados.

Palavras-chave: Design Construtal, Cavidade Dirigida, Convecção Forçada, Aletas Retangulares.

## ABSTRACT

The current work presents a numerical study of laminar flow in three finned square cavities under forced convection. The proposed flow is two-dimensional, laminar and steady. Using Constructal Design in order to obtain an optimal geometry of the fin to maximize the heat transference between the fluid that flows into the cavity and the heated fin, for some Reynolds numbers ( $Re_H = 10; 50; 100$  e  $1000$ ). For this, it is fixed the external dimension relation of cavity ( $H/L = 1$ ) and the fin geometry variation between the length and the height ( $H_1/L_1$ ) for optimization of the heat exchange. All the simulations are performed for a fixed Prandtl number ( $Pr = 0,71$ ). The relation between the cavity area and the fin is considered fixed ( $\phi = 0,05$ ). The conservation equations of mass, momentum and energy were resolved through a commercial code of computational fluid dynamics based in the finite volume methods. The Constructal Design allows a significant increasing of thermal performance, the Nusselt biggest number ( $Nu_H$ ) was obtained for the inserted fin on the right side surface of cavity with  $H_1/L_1 = 2,0$  with  $Re_H = 1000$ , showing that the thermal performance depends of the geometry. As expected, the geometry has a strong influence on  $Nu_H$  for all  $Re_H$  evaluated.

Keywords: Constructal Design, Directed Cavity, Forced Convection, Rectangular Fins.

# ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO .....	01
1.1. Motivação.....	01
1.2. Estado da Arte .....	04
1.3. Objetivos.....	08
1.3.1. Objetivos Específicos.....	09
1.4. Delineamento do Texto.....	09
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....	11
2.1. Fundamentos de Transferência de Calor .....	11
2.2. Fundamentos da Teoria Construtal.. .....	13
3. MODELAGEM MATEMÁTICA .....	18
3.1. Descrição do Problema .....	23
4. MODELAGEM NUMÉRICA .....	27
4.1. Modelagem Numérica dos Escoamentos.....	27
4.1.1. O Método de Volumes Finitos (FVM).....	27
Tratamento dos Termos Advectivos das Equações de Conservação.....	30
Esquema de Advecção <i>Upwind</i> .....	31
Acoplamento Pressão-Velocidade .....	32
Algoritmo SIMPLE .....	33
4.2. Procedimentos Numéricos .....	34
4.3. Geração da Malha .....	35
5. RESULTADOS E DISCUSSÕES ...	38
5.1. Otimização da aleta inserida na superfície inferior da cavidade.....	39
5.2. Otimização da aleta inserida na superfície lateral direita da cavidade .....	59
5.3. Otimização da aleta inserida na superfície lateral esquerda da cavidade .....	80
5.4. Comparações entre as geometrias ótimas .....	94
6. CONCLUSÕES .....	99
7. REFERÊNCIAS .....	101
Apêndices.....	110

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Exemplos de utilização de aletas.....	02
Figura 1.2: Exemplos de aleta em tubos longitudinais.....	02
Figura 1.3: Classificação do escoamento em cavidades.....	03
Figura 1.4: Geometria da Cavidade em Y.....	06
Figura 1.5: Cavidade em forma de retângulo.....	06
Figura 1.6: Cavidade proposta com aleta retangular inserida na superfície inferior da cavidade.....	08
Figura 2.1: Mecanismos de Transferência de Calor.....	11
Figura 2.2: Exemplo de transferência por convecção.....	12
Figura 2.3: Evolução de um fluxo através do tempo.....	14
Figura 2.4: Teoria Construtal no tempo.....	16
Figura 3.1: Domínio do fluxo de cavidade em forma de C na parte lateral direita.....	24
Figura 3.2: Domínio do fluxo de cavidade em forma de C na parte inferior.....	24
Figura 3.3: Domínio do fluxo de cavidade em forma de C na parte lateral esquerda.....	25
Figura 3.4: Fluxograma das simulações realizadas nas superfícies direita, inferior e esquerda da cavidade.....	26
Figura 4.1: Volume de controle empregado em FVM para um domínio bidimensional.....	29
Figura 4.2: Obtenção de $\phi_f$ em uma face do volume de controle usando o esquema <i>upwind</i> .....	31
Figura 4.3: Definição das variáveis $\phi$ empregando o esquema <i>upwind</i> de segunda ordem.....	32
Figura 4.4: Ilustrações das malhas geradas no <i>software</i> GAMBIT nas três superfícies.....	36
Figura 4.5: Perfis adimensionais por média de tempo para o fluxo de convecção forçada com $Re_H = 100$ e $Pr = 1.0$ para de velocidade em $x^*$ direção em $x^* = 0,5$ .....	37
Figura 4.6: Perfis adimensionais por média de tempo para o fluxo de convecção forçada com $Re_H = 100$ e $Pr = 1.0$ para temperatura em $x^* = 0,5$ .....	37
Figura 5.1: Efeito da razão $H_1/L_1$ sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com $S/A^{1/2} = 0,1$ e $H/L = 1,0$ da aleta inserida na superfície inferior da cavidade.....	39
Figura 5.2: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,1$ e $Re_H = 10$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 5,0$ .....	40
Figura 5.3: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,1$ e $Re_H = 10$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	41
Figura 5.4: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,1$ e $Re_H = 10$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	41

Figura 5.5: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,1$ , $Re_H = 10$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 5,0$ .....	42
Figura 5.6: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,1$ , $Re_H = 100$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	43
Figura 5.7: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,1$ , $Re_H = 1000$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	43
Figura 5.8: Efeito da razão $H_1/L_1$ sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com $S/A^{1/2} = 0,3$ e $H/L = 1,0$ da aleta inserida na superfície inferior da cavidade.....	44
Figura 5.9: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,3$ e $Re_H = 10$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,6$ ; b) $H_1/L_1 = 5,0$ .....	45
Figura 5.10: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,3$ e $Re_H = 100$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,6$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	45
Figura 5.11: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,3$ e $Re_H = 1000$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,3$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	46
Figura 5.12: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,3$ , $Re_H = 10$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,6$ ; b) $H_1/L_1 = 5,0$ .....	46
Figura 5.13: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,3$ , $Re_H = 100$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,6$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	47
Figura 5.14: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,3$ , $Re_H = 1000$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,3$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	47
Figura 5.15: Efeito da razão $H_1/L_1$ sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com $S/A^{1/2} = 0,5$ ; $Pr = 0,71$ e $H/L = 1,0$ da aleta inserida na superfície inferior da cavidade.....	48
Figura 5.16: Efeito da razão $H_1/L_1$ sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com $S/A^{1/2} = 0,7$ ; $Pr = 0,71$ e $H/L = 1,0$ da aleta inserida na superfície inferior da cavidade.....	49
Figura 5.17: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,7$ e $Re_H = 10$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,6$ ; b) $H_1/L_1 = 0,4$ .....	49
Figura 5.18: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,7$ e $Re_H = 100$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,6$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	50
Figura 5.19: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,7$ e $Re_H = 1000$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,4$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	50
Figura 5.20: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,7$ , $Re_H = 10$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,6$ ; b) $H_1/L_1 = 0,4$ .....	51
Figura 5.21: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,7$ , $Re_H = 100$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,6$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	51

Figura 5.22: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,7$ , $Re_H = 1000$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,4$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	52
Figura 5.23: Efeito da razão $H_1/L_1$ sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com $S/A^{1/2} = 0,9$ ; $Pr = 0,71$ e $H/L = 1,0$ da aleta inserida na superfície inferior da cavidade.....	53
Figura 5.24: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,9$ e $Re_H = 10$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 5,0$ .....	53
Figura 5.25: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,9$ e $Re_H = 100$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	54
Figura 5.26: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,9$ e $Re_H = 1000$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	54
Figura 5.27: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,9$ , $Re_H = 10$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 5,0$ .....	55
Figura 5.28: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,9$ , $Re_H = 100$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	55
Figura 5.29: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,9$ , $Re_H = 1000$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	56
Figura 5.30: Efeito da razão $S/A^{1/2}$ sobre o número de Nusselt máximo ( $Nu_{H,m}$ ) para um escoamento com vários números de Reynolds, $Pr = 0,71$ e $H/L = 1,0$ da aleta inserida na superfície inferior da cavidade.....	57
Figura 5.31: Efeito da razão $S/A^{1/2}$ sobre a relação uma vez otimizada $(H_1/L_1)_o$ para um escoamento com vários números de Reynolds, $Pr = 0,71$ e $H/L = 1,0$ da aleta inserida na superfície inferior da cavidade.....	58
Figura 5.32: Efeito da razão $H_1/L_1$ sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com $S/A^{1/2} = 0,1$ ; $Pr = 0,71$ e $H/L = 1,0$ da aleta inserida na superfície lateral direita da cavidade.....	59
Figura 5.33: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,1$ e $Re_H = 10$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 5,0$ .....	60
Figura 5.34: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,1$ e $Re_H = 100$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	60
Figura 5.35: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,1$ e $Re_H = 1000$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	61
Figura 5.36 Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,1$ , $Re_H = 10$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 5,0$ .....	61
Figura 5.37 Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,1$ , $Re_H = 100$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	62

Figura 5.38 Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,1$ , $Re_H = 1000$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	62
Figura 5.39: Efeito da razão $H_1/L_1$ sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com $S/A^{1/2} = 0,3$ ; $Pr = 0,71$ e $H/L = 1,0$ da aleta inserida na superfície lateral direita da cavidade.....	63
Figura 5.40: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,3$ e $Re_H = 10$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,5$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	64
Figura 5.41: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,3$ e $Re_H = 100$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,4$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	64
Figura 5.42: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,3$ e $Re_H = 1000$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,5$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	65
Figura 5.43 Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,3$ , $Re_H = 10$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	65
Figura 5.44 Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,3$ , $Re_H = 100$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,4$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	66
Figura 5.45 Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,3$ , $Re_H = 1000$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,5$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	66
Figura 5.46: Efeito da razão $H_1/L_1$ sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com $S/A^{1/2} = 0,5$ ; $Pr = 0,71$ e $H/L = 1,0$ da aleta inserida na superfície lateral direita da cavidade.....	67
Figura 5.47: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,5$ e $Re_H = 10$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,1$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	67
Figura 5.48: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,5$ e $Re_H = 100$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,3$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	68
Figura 5.49: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,5$ e $Re_H = 1000$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,7$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	68
Figura 5.50 Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,5$ , $Re_H = 10$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,1$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	69
Figura 5.51 Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,5$ , $Re_H = 100$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,3$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	69
Figura 5.52 Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,5$ , $Re_H = 1000$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,7$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	70
Figura 5.53: Efeito da razão $H_1/L_1$ sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com $S/A^{1/2} = 0,7$ ; $Pr = 0,71$ e $H/L = 1,0$ da aleta inserida na superfície lateral direita da cavidade.....	71
Figura 5.54: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,7$ e $Re_H = 10$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,2$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	71

Figura 5.55: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,7$ e $Re_H = 100$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,2$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	72
Figura 5.56: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,7$ e $Re_H = 1000$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,2$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	72
Figura 5.57 Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,7$ $Re_H = 10$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,2$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	73
Figura 5.58 Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,7$ $Re_H = 100$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,2$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	73
Figura 5.59 Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,7$ $Re_H = 1000$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,2$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	74
Figura 5.60: Efeito da razão $H_1/L_1$ sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com $S/A^{1/2} = 0,9$ ; $Pr = 0,71$ e $H/L = 1,0$ da aleta inserida na superfície lateral direita da cavidade.....	75
Figura 5.61: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,9$ e $Re_H = 10$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	75
Figura 5.62: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,9$ e $Re_H = 100$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	76
Figura 5.63: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,9$ e $Re_H = 1000$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	76
Figura 5.64: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,9$ $Re_H = 10$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	77
Figura 5.65: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,9$ $Re_H = 100$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	77
Figura 5.66: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,9$ $Re_H = 1000$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	78
Figura 5.67: Efeito da razão $S/A^{1/2}$ sobre o número de Nusselt máximo ( $Nu_{H,m}$ ) para um escoamento com vários números de Reynolds, $Pr = 0,71$ e $H/L = 1,0$ da aleta inserida na superfície lateral direita da cavidade.....	79
Figura 5.68: Efeito da razão $S/A^{1/2}$ sobre a relação uma vez otimizada $(H_1/L_1)_o$ para um escoamento com vários números de Reynolds, $Pr = 0,71$ e $H/L = 1,0$ da aleta inserida na superfície lateral direita da cavidade.....	79
Figura 5.69: Efeito da razão $H_1/L_1$ sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com $S/A^{1/2} = 0,1$ ; $Pr = 0,71$ e $H/L = 1,0$ da aleta inserida na superfície lateral direita da cavidade.....	81
Figura 5.70: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral esquerda, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,1$ e $Re_H = 10$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	81

Figura 5.71: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral esquerda, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,1$ e $Re_H = 100$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	82
Figura 5.72: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral esquerda, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,1$ e $Re_H = 1000$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	82
Figura 5.73: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral esquerda para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,1$ $Re_H = 10$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	83
Figura 5.74: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral esquerda para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,1$ $Re_H = 100$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	83
Figura 5.75: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral esquerda para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,1$ $Re_H = 1000$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	84
Figura 5.76: Efeito da razão $H_1/L_1$ sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com $S/A^{1/2} = 0,3$ ; $Pr = 0,71$ e $H/L = 1,0$ da aleta inserida na superfície lateral esquerda da cavidade.....	84
Figura 5.77: Efeito da razão $H_1/L_1$ sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com $S/A^{1/2} = 0,5$ ; $Pr = 0,71$ e $H/L = 1,0$ da aleta inserida na superfície lateral esquerda da cavidade.....	85
Figura 5.78: Efeito da razão $H_1/L_1$ sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com $S/A^{1/2} = 0,7$ ; $Pr = 0,71$ e $H/L = 1,0$ da aleta inserida na superfície lateral esquerda da cavidade.....	85
Figura 5.79: Efeito da razão $H_1/L_1$ sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com $S/A^{1/2} = 0,9$ ; $Pr = 0,71$ e $H/L = 1,0$ da aleta inserida na superfície lateral esquerda da cavidade.....	86
Figura 5.80: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral esquerda, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,5$ e $Re_H = 10$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,1$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	87
Figura 5.81: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral esquerda, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,5$ e $Re_H = 100$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,4$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	87
Figura 5.82: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral esquerda, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,5$ e $Re_H = 1000$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,3$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	88
Figura 5.83: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral esquerda para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,5$ $Re_H = 10$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,1$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	88
Figura 5.84: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral esquerda para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,5$ $Re_H = 100$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,4$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	89
Figura 5.85: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral esquerda para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,5$ $Re_H = 1000$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 0,3$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	89
Figura 5.86: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral esquerda, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,9$ e $Re_H = 10$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	90
Figura 5.87: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral esquerda, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,9$ e $Re_H = 100$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	90

Figura 5.88: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral esquerda, $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,9$ e $Re_H = 1000$ para diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	91
Figura 5.89: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral esquerda para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,9$ $Re_H = 10$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	91
Figura 5.90: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral esquerda para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,9$ $Re_H = 100$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	92
Figura 5.91: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral esquerda para $H/L = 1,0$ , $S/A^{1/2} = 0,9$ $Re_H = 1000$ e diferentes razões de $H_1/L_1$ : a) $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b) $H_1/L_1 = 10,0$ .....	92
Figura 5.92: Efeito da razão $S/A^{1/2}$ sobre o número de Nusselt máximo ( $Nu_{H,m}$ ) para um escoamento com vários números de Reynolds, $Pr = 0,71$ e $H/L = 1,0$ da aleta inserida na superfície lateral esquerda da cavidade.....	93
Figura 5.93: Efeito da razão $S/A^{1/2}$ sobre a relação uma vez otimizada $(H_1/L_1)_o$ para um escoamento com vários números de Reynolds, $Pr = 0,71$ e $H/L = 1,0$ da aleta inserida na superfície lateral esquerda da cavidade.....	94
Figura 5.94: Efeito da razão do número de Reynolds sobre o número de Nusselt máximo máximo ( $Nu_{H,mm}$ ) para um escoamento com $Pr = 0,71$ e $H/L = 1,0$ .....	95
Figura 5.95: Efeito da razão do número de Reynolds sobre a posição da aleta uma vez otimizada ( $S_0$ ) para um escoamento com $Pr = 0,71$ e $H/L = 1,0$ .....	95
Figura 5.96: Efeito da razão do número de Reynolds sobre a relação duas vezes otimizada $(H_1/L_1)_{oo}$ para um escoamento com $Pr = 0,71$ e $H/L = 1,0$ .....	96
Figura 5.97: Campos de Velocidades ótimos obtidos para $Re_H = 1000$ nas diferentes posições da aleta na cavidade: a) lateral direita, b) inferior, c) lateral esquerda.....	97
Figura 5.98: Campos de Temperaturas ótimos obtidos para $Re_H = 1000$ nas diferentes posições da aleta na cavidade: a) lateral esquerda, b) inferior, c) lateral direita.....	97

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1: Configurações e propriedades termofísicas adotadas para o escoamento em cada conjunto de simulações.....	25
Tabela 4.1: Valores de $\varphi$ , $\Gamma^\varphi$ e $S^\varphi$ usados na Eq. (4.1).....	28

# LISTA DE SÍMBOLOS

## Letras Romanas

$A$	área, $m^2$
$A_f$	área da aleta, $m^2$
$c_P$	calor específico a pressão constante, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
$k$	condutividade térmica do fluido, $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
$Nu_H$	número de Nusselt, $\partial T^*/\partial Y^*$
$Nu_{H,m}$	número de Nusselt uma vez maximizado
$Nu_{H,mm}$	número de Nusselt duas vezes maximizado
$P$	pressão, $N \cdot m^{-2}$
$Pr$	número de Prandtl, $\nu \cdot \alpha^{-1}$
$q''_c$	fluxo convectivo superficial, $W \cdot m^{-2}$
$q'''$	taxa de geração de energia por unidade de volume, $W \cdot m^{-3}$
$q''_j$	fluxo de calor difusivo ou por condução na direção $j$ , $W \cdot m^{-2}$
$Re_H$	número de Reynolds
$S_{ij}$	taxa de deformação do campo de velocidades, $S^{-1}$
$T$	temperatura, K ou $^{\circ}C$
$t$	tempo, s
$h$	coeficiente de transferência de calor por convecção, $(W/(m^2k))$
$H$	altura da cavidade, m
$L$	comprimento da cavidade, m
$H_1$	altura da aleta, m
$L_1$	comprimento da aleta, m
$S$	área da superfície de integração, $m^2$
$t^*$	tempo adimensional $(V \cdot t \cdot H^{-1})$
$S/A^{1/2}$	posição da aleta retangular em diferentes superfícies da cavidade, m
$x_i$	coordenada na direção $i$ , m
$(H_1/L_1)$	razão entre a altura e o comprimento de cada aleta
$u$	velocidade na direção x, m/s
$v$	velocidade na direção y, m/s

## Letras gregas

$\alpha$	difusividade térmica, $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
$\beta$	coeficiente de expansão térmica do fluido, $\text{K}^{-1}$
$\Gamma$	contorno do domínio
$\phi$	função de fase, $A_f/A$
$\Omega$	domínio, $\text{m}^3$
$\delta_{ij}$	delta de Kronecker
$\Delta_{xi}$	variação espacial na direção $i$ , m
$\Delta t$	passo de tempo crítico, s
$\lambda$	viscosidade volumétrica do fluido, $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$
$\mu$	viscosidade dinâmica do fluido, $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$
$\nu$	viscosidade cinemática do fluido, $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
$\rho$	massa específica do fluido, $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
$\sigma_{ij}$	forças de superfície normais ou tangenciais no volume de controle, $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$

## Super-índices

*	variáveis adimensionais
$n$	variável no passo de tempo $n$ ( $t$ )
$n + 1$	variável no passo de tempo $n + 1$ ( $t + \Delta t$ )
$\wedge$	variáveis primárias prescritas
$( )_o$	razão otimizada uma vez
$( )_{oo}$	razão otimizada duas vezes
m	maximizado uma vez
m,m	maximizado duas vezes
—	média
min	velocidade ou temperatura mínima dentro do domínio da cavidade
máx	velocidade ou temperatura máxima dentro do domínio da cavidade

## LISTA DE ABREVIATURAS

CFD	Dinâmica dos Fluidos Computacionais ( <i>Computational Fluid Dynamics</i> )
EDP	Equação diferencial Parcial
FVM	Método dos Volumes Finitos
LES	Simulação de Grande Escalas
FDM	Método de Diferenças Finitas
FEM	Método de Elementos Finitos
VC	Volume de Controle
SOU	Esquema <i>Upwind</i> de Segunda Ordem ( <i>Second Order Upwind</i> )
SIMPLE	<i>Semi-Implicit Linked Equations</i>

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. Motivação

A preocupação com a energia vem aumentando cada dia mais, e é fato que o desenvolvimento da sociedade como um todo exige uma maior disponibilidade de energia. A maneira como usamos e manuseamos a energia vem sendo abordada e discutida na sociedade e na comunidade acadêmica em geral, pois como usamos muitos recursos naturais nem sempre eles são fáceis de serem explorados e a grande maioria é finita, além de alguns prejudicarem o meio ambiente. Uma das formas de racionalizar os recursos naturais consiste em maximizar a transferência de calor nos diversos problemas térmicos existentes.

A ciência que explica e prediz a troca de energia na forma de calor é chamada de Transferência de Calor. É a ciência que integra as várias ferramentas analíticas e empíricas, um corpo de conhecimento para pesquisadores, construtores, operadores, projetistas e de forma mais apurada de estudar calor como uma troca de energia. Este trabalho visa otimizar o gasto de transferência de calor e massa, reduzindo assim o gasto de energia.

Existirá transferência de energia sempre que existir um gradiente de temperatura no interior de um sistema, ou que dois sistemas à diferentes temperaturas forem colocados em contato. Chama-se transmissão de calor o processo pelo qual a energia é transportada.

Superfície estendida é um caso especial envolvendo transferência de calor por condução no interior de um sólido e transferência de calor por convecção (e/ou radiação) entre as fronteiras do sólido e a vizinhança. Em uma superfície estendida, a direção da transferência de calor nas fronteiras é perpendicular à direção principal da transferência de calor no sólido (Bejan, 2013).

Convecção é o transporte de calor decorrente do escoamento de um fluido (Bejan, 2013). Logo, o processo de convecção é possível quando existe um deslocamento de um líquido ou um gás sobre uma superfície. Uma das formas de aumentar a transferência de calor por convecção consiste no aumento da velocidade do fluido com relação à superfície. Outra possibilidade consiste em estender a superfície de troca de calor com o emprego de aletas (superfícies estendidas).

Denomina-se aleta toda superfície estendida utilizada especificamente para elevar a taxa de transferência de calor entre um sólido e o fluido em contato. O desempenho de uma aleta então é definido como a razão entre a taxa de transferência de calor da aleta e a taxa de transferência de calor que existiria sem a presença da aleta Bejan (2013). Nas Figuras 1.1 (a) e (b) são mostrados

alguns exemplos de utilização de aletas. As Figuras 1.2 (a) e (b) apresentam alguns exemplos de aletas internas e externas em tubos longitudinais.

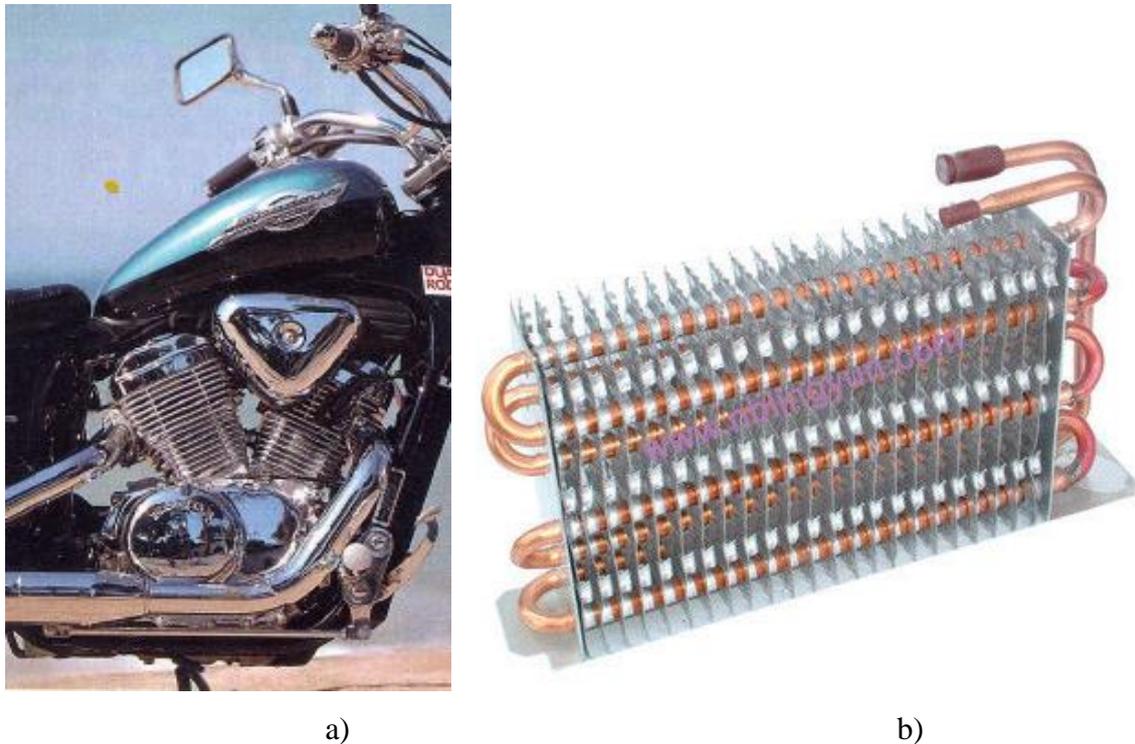


Figura 1.1: Exemplos de utilização de aletas; a) Motocicleta; b) Condensador de Geladeira.

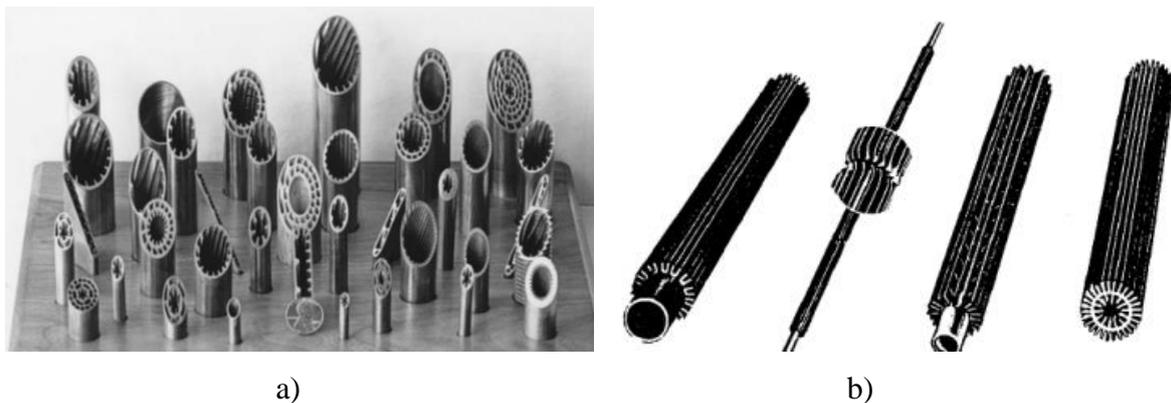


Figura 1.2: Aletas em tubos longitudinais a) Aletas internas e b) Aletas externas.

Fonte: [http://professor.unisinos.br/jcopetti/transcal\\_ppg/Aletas.pdf](http://professor.unisinos.br/jcopetti/transcal_ppg/Aletas.pdf)

O escoamento em cavidade dirigida é um dos problemas mais estudados na estrutura de dinâmica de fluidos computacionais. A Figura 1.3 mostra o comportamento do escoamento em três tipos de cavidades (cavidade aberta, semiaberta e fechada). A simplicidade da geometria faz o problema ser interessante para utilizar o método computacional. Independentemente da

simplicidade da geometria o escoamento em uma cavidade possui complexos fenômenos físicos como a formação do vórtice principal, descolamento e recolamento da camada limite e vórtices secundários para escoamento com altos números de Reynolds (Erturk, 2009).

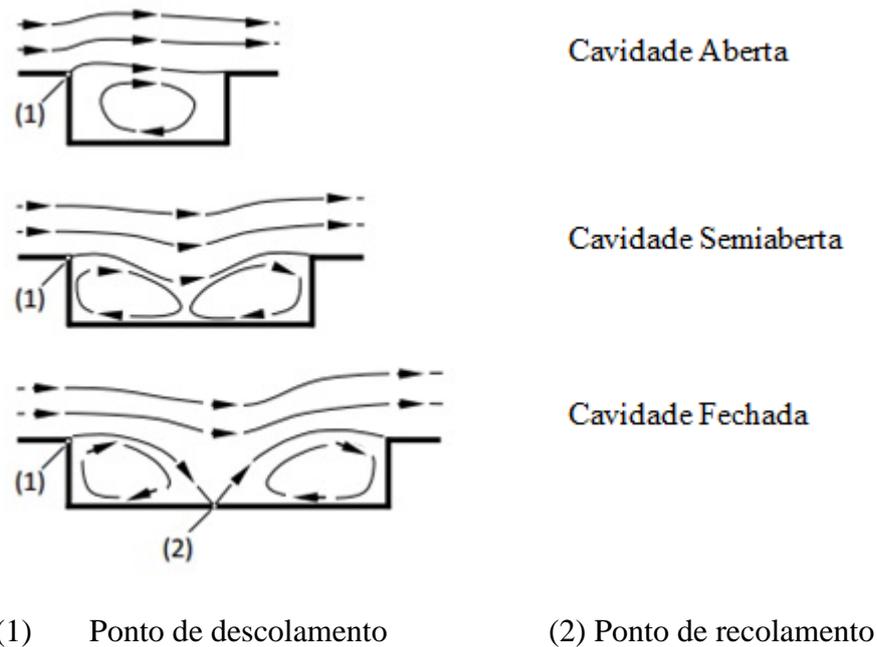


Figura 1.3: Classificação do escoamento em cavidades

Fonte: Rosim (2012)

Além disso, cavidades representam vários problemas ideais de engenharia. Os principais exemplos são vistos em espaços entre aletas de trocadores de calor, sistemas para armazenamento de energia solar e espaços entre componentes eletrônicos em placas integradas. Prasad e Koseff, (1989); Prasad e Koseff (1996); Dos Santos et al. (2011); Trias et al. (2013).

Nesse sentido, muitos trabalhos vêm se dedicando em melhorar a compreensão sobre o comportamento da dinâmica de fluidos em escoamento laminar isotérmico e retangular turbulento em uma cavidade: (Prasad e Koseff, 1989), (Ghia et al., 1982), Erturk e Gökçöl, (2006), Lin et al. (2011). Dentro do domínio da transferência de calor, os comportamentos térmicos de convecção forçada, mista e natural em cavidades retangulares dirigidas vêm sendo avaliadas Iwatsu e Hyun (1995), Dos Santos et al. (2013), Ismael et al. (2014), Peng e Davidson (2001). Outras formas diferentes de corte transversal tem recebido atenção, por exemplo, Cheng e Chen (2005) investigaram a distribuição da dinâmica dos fluidos e padrões térmicos para cavidades circulares e triangulares, enquanto Mercan e Atalik (2009) estudaram cavidades dirigidas para escoamento com altos números de Reynolds em forma de arco.

O presente trabalho propõe identificar quais configurações conduz a um melhor desempenho térmico do sistema, na qual uma determinada superfície estendida ou arranjo de aletas podem

melhorar sua transferência de calor a partir de uma superfície para o fluido em contato) para determinar a taxa de transferência de calor associada a uma aleta devemos obter a distribuição de temperatura ao longo da mesma); Avaliação da geometria de uma aleta em um escoamento por convecção forçada em cavidade dirigida; Aplicação do Design Construtal e abordagem numérica para esse tipo de problema.

A transferência de calor por convecção em sistemas aletados tem sido considerado um importante tema de estudo na literatura. A avaliação da influência da geometria nesse tipo de problema também é um importante tema de estudo.

## **1.2. Estado da Arte**

Na engenharia tem se estudado muito sobre transferência de calor por convecção com a utilização do Design Construtal sobre cavidades e aletas, com o objetivo de se obter uma melhor geometria. A literatura apresenta estudos sobre a maximização da transferência de calor em cavidades e aletas (Aziz 1992; Kraus 1999). Estas são muito utilizadas em dispositivos e equipamentos térmicos empregados na engenharia como, por exemplo, motores de combustão interna, geradores de vapor e, principalmente, trocadores de calor.

O estudo de aletas ou obstáculos dentro do escoamento de cavidades dirigidas tem aumentado recentemente. Por exemplo, Oztop et al. (2009) estudou um escoamento com transferência de calor por convecção mista com um corpo circular introduzido dentro de uma cavidade quadrada, enquanto Sun et al. (2011) introduziu aletas triangulares dentro da superfície de uma cavidade com o propósito de controlar a intensidade do escoamento do fluido dentro da cavidade. Shi e Khodadali (2005) avaliaram numericamente uma cavidade quadrada dirigida com uma aleta fina oscilante introduzida na superfície lateral da cavidade com escoamento convectivo forçado. Porém, nenhum dos trabalhos mencionados acima empregou o Design Construtal para avaliarem a geometria da aleta/obstáculo ou da cavidade.

Design Construtal é o método baseado em objetivos e restrições usado para avaliar o design do fluxo de um sistema (Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2008; Bejan e Zane, 2012). O princípio físico responsável pela geração do projeto em um sistema de fluxo é chamado Lei Construtal. A Lei Construtal afirma que um sistema de fluxo finito com liberdade para se transformar ao longo do tempo irá se desenvolver de forma a tornar mais fácil o acesso das correntes que fluem através do sistema (Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2008; Bejan e Zane, 2012). Este princípio físico é usado para explicar a geração e a evolução dos sistemas de fluxo em ambos sistemas animado ou inanimado (Bejan e Lorente, 2011). Recentemente, vários designs no campo de engenharia vêm

sendo estudados com a adição do Design Construtal, e.g., projeto de eletrônicos, células de combustíveis, turbinas, energia renovável, mecânica dos materiais, refrigeração e problemas fundamentais da transferência de calor, principalmente cavidades introduzidas em paredes condutoras, aletas e escoamentos internos convectivos (Rocha et al. 2011; Lorenzini et al. 2011; Rocha et al. 2005; Lorenzini et al. 2014; Xie et al. 2010; Rodrigues et al. 2015; Dos Santos et al. 2014; Hajmohammadi et al. 2015; Najafi et al. 2011).

A proposta de otimização de cavidades resfriadoras, baseada na Teoria Construtal tem sido muito estudada na literatura Bejan (2000). Um dos estudos nessa área foi desenvolvido por Biserni (2004) onde foi avaliada a otimização geométrica de uma cavidade retangular, em forma de C, inserida em um corpo retangular com geração e acúmulo de calor. Neste mesmo estudo, a otimização de uma cavidade em forma de T, demonstrou a influência do formato da cavidade ao apresentar um melhor desempenho térmico. A partir destes estudos outras propostas para o formato da cavidade foram avaliadas, como o formato H nos estudos de Biserni et al. (2007). Aumentando a complexidade do formato T o formato T-Y também foi otimizado em Lorenzini et al. (2009), mostrando que esta geometria, submetida as mesmas restrições, é 108% superior ao formato C. Em Lorenzini et al. (2012), o formato T-Y foi estudado com a adição de cavidades laterais em duas diferentes geometrias. A melhor geometria apresentou um desempenho até duas vezes melhor que a forma básica da cavidade em T-Y.

Lorenzini et al.(2011) utilizaram o mesmo método na obtenção da otimização geométrica em uma cavidade em forma de Y inserida em um sólido com geração de calor, visando a redução da resistência térmica global entre o sólido e a cavidade, mostrado na Fig. 1.4. Para o caso proposto foram avaliados quatro graus de liberdade. As cavidades em forma de Y aumentaram o desempenho térmico em 109,12%, 84,45%, 59,32% e 20,10% para  $H/L = 0,5, 1,0, 2,0$  e  $5,0$  em relação a cavidade em forma de C. E em relação as aletas em forma de T o formato em Y da aleta mostrou ser mais eficiente na troca térmica, tendo a resistência térmica global reduzida em torno de 66,61% para  $H/L = 1,0$ .

A Figura 1.5 mostra uma cavidade na forma de retângulo inserida em um sólido trapezoidal cuja geometria foi avaliada aplicando o Design Construtal por Rocha et al. (2005). A finalidade do trabalho foi otimizar a troca térmica minimizando a resistência térmica global entre o meio envolvente e o volume do sistema (cavidade e sólido). Os resultados mostraram que quando a relação  $H_0/L_0$  fica menor o desempenho se torna melhor.

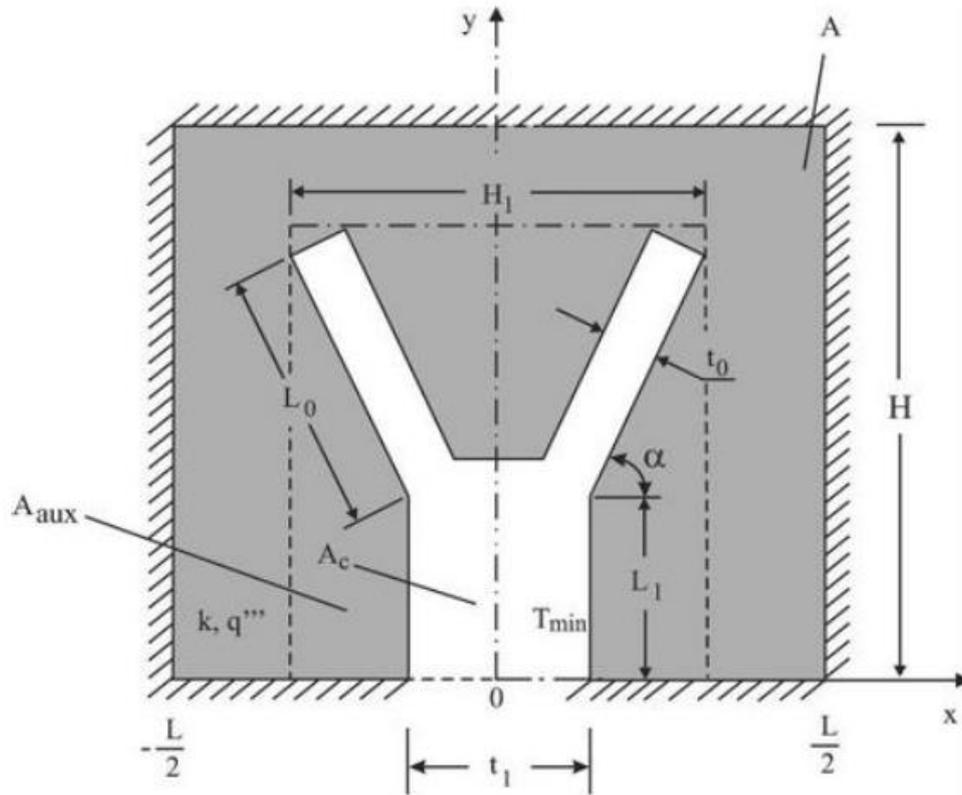


Figura 1.4: Geometria da Cavidade em Y (Fonte: Lorenzini et al., 2011).

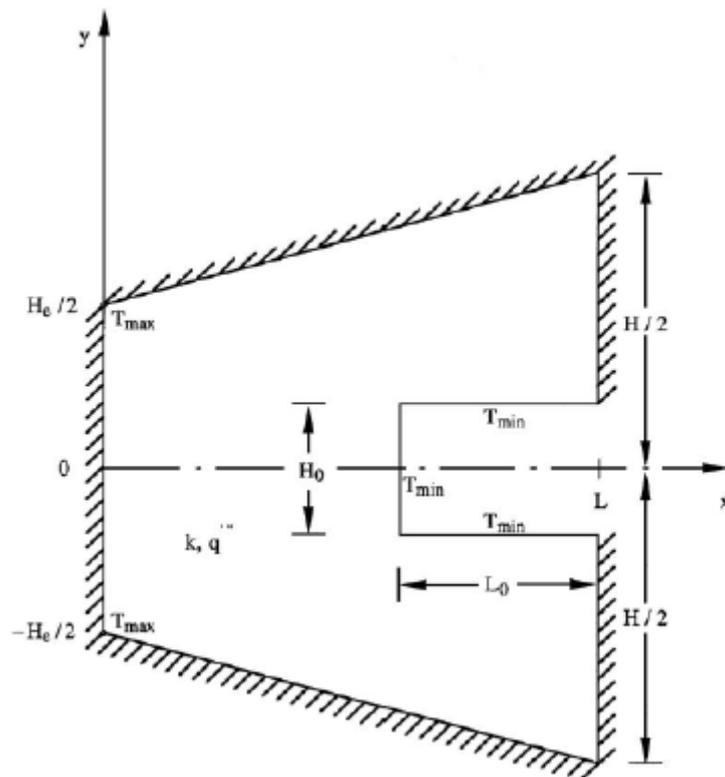


Figura 1.5: Cavidade em forma de retângulo (Fonte: Rocha et al., 2005)

Dos Santos et al. (2011) propuseram a simulação de convecção mista no interior de cavidade para escoamento transiente, bidimensional laminar e turbulento. Foi utilizado o modelo de Smagorinsky para tratamento sub- malha das equações filtradas espacialmente. Para a solução das equações foi empregado o método de elementos finitos. Foram estudados casos para número de Reynolds e Richardson variando de 400 a 1000 e 0,1 a 0,44, respectivamente. Foi concluído pelo estudo proposto que existe uma dependência muito significativa do tipo de estratificação com a transferência de calor e a dinâmica do fluido.

Muitos estudos numéricos e experimentais foram realizados para melhorar o conhecimento sobre o comportamento do fluido dinâmico de escoamentos laminares e turbulentos em cavidades isotérmicas (Ghia et al, 1982;. Erturk e Gökçöl, 2006; Lin et al, 2011). No âmbito da transferência de calor, os estudos foram realizados para melhorar o conhecimento sobre o comportamento térmico de escoamentos por convecção forçada, por convecção livre e mista (Iwatsu e Hyun 1995; Dos Santos et al. 2011; Trias et al. 2013).

É importante mencionar que diferentes técnicas de otimização tem sido empregadas em associação com Design Construtal, desde a busca exaustiva (quando todas as possibilidades são simuladas) até técnicas metaheurísticas como algoritmos genéticos e recozimento simulado. Recentemente, como mostra a Fig. 1.6, Dos Santos et al. (2013) empregaram o Design Construtal para investigar o efeito de uma aleta retangular introduzida em uma superfície inferior de um escoamento convectivo em uma cavidade dirigida quadrada. A geometria da aleta foi avaliada para diferentes números de Reynolds em um intervalo  $10 \leq Re_H \leq 1000$ . Para todas as simulações o número de *Prandl* foi mantido fixo ( $Pr = 0,71$ ).

O presente trabalho é diferente do trabalho realizado em Dos Santos et al. (2013), devido as novas simulações terem sido realizadas para avaliar aletas retangulares inseridas nas superfícies laterais direita, inferior e esquerda, na qual no conhecimento da autora não foram realizadas pesquisas. A principal proposta é avaliar a influência da localização da aleta retangular em diferentes superfícies da cavidade sobre o desempenho térmico de um escoamento com convecção forçada em uma cavidade dirigida e, também avaliar a geometria (relação  $H_1/L_1$ ) que maximiza o desempenho térmico. O efeito da geometria da aleta em relação ao número de Nusselt foi investigada para vários números de Reynolds:  $Re_H = 10, 50, 100$  e  $1000$ , isto é, a influência da força motriz do escoamento sobre o desempenho térmico e, principalmente, em relação aos efeitos da geometria também foram investigadas. Para todas as simulações o número de *Prandtl* é constante ( $Pr = 0,71$ ), o ar por exemplo, é um fluido que possui o mesmo número de *Prandtl* e pode representar outros fluidos refrigerantes. As equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia são numericamente resolvidas através de um código comercial de dinâmica

dos fluidos computacional (CFD – do inglês: *Computational Fluid Dynamics*) baseado no método dos volumes finitos (FLUENT, 2007).

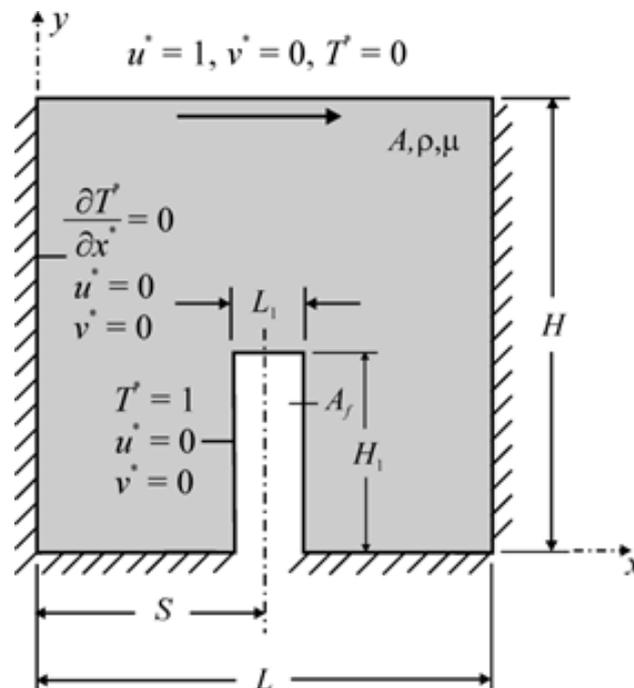


Figura 1.6: Cavidade proposta com aleta retangular inserida na superfície inferior da cavidade  
(Fonte: Dos Santos et al., 2013)

A abordagem numérica também tem sido usada para entender o comportamento de escoamentos com transferência de calor em mecanismos combinados de convecção e radiação térmica em meios transparentes e participantes Ibrahim e Lemonnier (2009); Dos Santos et al. (2013). A cavidade dirigida com superfície deslizante também tem sido avaliada com outras formas de secção transversal da cavidade, bem como, considerando as aletas ou obstáculos inseridos no domínio da cavidade também foram avaliados nos trabalhos de Cheng e Chen (2005); Oztop et al. (2009); Sun et al. (2011). No trabalho de Dos Santos et al. (2013 b) avaliou-se o efeito da relação entre a altura e comprimento de uma aleta retangular ( $H_1/L_1$ ) sobre o número de Nusselt entre as superfícies das aletas e fluxo cavidade circundante, por meio de projeto construtal. Também foi investigada a influência do número de Reynolds sobre as taxas de transferência de calor e sobre as formas geométricas ótimas para a aleta inserida.

### 1.3 Objetivos

O objetivo do trabalho é avaliar a influência da geometria de uma aleta retangular inserida

em uma cavidade dirigida sobre a transferência de calor em escoamentos com convecção forçada. A geometria do problema é variada de acordo com o método Design Construtal. No problema proposto, é assumido que o escoamento está em regime permanente, ou seja, será avaliado após tempo suficiente para que não haja mudança do campo de temperaturas em função do tempo.

Será avaliada a geometria da aleta, utilizando o método Design Construtal, com o objetivo de avaliar qual ou quais geometrias conduzem a maior taxa de transferência de calor, entre aquela que efetuar a maior troca térmica entre o fluido que circula na cavidade e a aleta introduzida na mesma. Neste problema proposto, serão fixadas as áreas da cavidade e da aleta. O problema possui três graus de liberdade, a razão  $H_1/L_1$ , a posição da cavidade ao longo das superfícies  $H/L$  e a posição da aleta retangular inserida na cavidade  $S/A^{1/2}$ . A geometria da cavidade terá uma razão entre a altura e o comprimento fixo ( $H/L=1,0$ ). Pretende-se também avaliar o efeito do número de Reynolds sobre a taxa de transferência de calor para as várias geometrias estudadas, bem como, avaliar o efeito do mecanismo motriz sobre as melhores geometrias do problema.

### 1.3.1. Objetivos Específicos

Tem-se como objetivos específicos para a proposta de trabalho:

- Avaliar o efeito da razão  $H_1/L_1$  da aleta sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para escoamentos no regime permanente;
- Avaliar o efeito da posição da aleta retangular na cavidade ( $S/A^{1/2}$ ) sobre o número de Nusselt uma vez maximizado ( $Nu_{H,m}$ ) para escoamentos no regime permanente;
- Avaliar o efeito de  $S/A^{1/2}$  sobre a razão  $H_1/L_1$  uma vez otimizada ( $(H_1/L_1)_o$ );
- Avaliar o efeito do número de Reynolds ( $Re_H = 10, 50, 100$  e  $1000$ ) sobre o número de Nusselt duas vezes maximizado ( $Nu_{H,mm}$ ) para um escoamento com  $Pr = 0.71$ ;
- Avaliar o efeito do número de Reynolds sobre a geometria ótima da aleta: razão  $H_1/L_1$  duas vezes otimizada,  $(H_1/L_1)_{oo}$ , e posição uma vez otimizada,  $(S/A^{1/2})_o$ .
- Avaliar o efeito da inserção das aletas retangulares nas diferentes superfícies da cavidade, mais precisamente na superfície lateral esquerda, superfície lateral direita e superfície inferior da cavidade.

## 1.4 Delineamento do texto

O texto deste estudo em seu capítulo 1 apresenta uma introdução ao problema de transferência de calor a ser pesquisado. Este capítulo ainda retrata um breve estado da arte dos

problemas de transferência de calor envolvendo cavidades, os objetivos, objetivos específicos desta pesquisa e a estrutura de texto deste trabalho.

O capítulo 2 aborda alguns fundamentos e conceitos relacionados com a Transferência de Calor e a Teoria Construtal empregado em problemas de otimização geométrica de cavidades, que serviu de base para desenvolver a dissertação.

O capítulo 3 apresenta a modelagem matemática do problema estudado. Sendo este um problema de transferência de calor no regime permanente, este capítulo apresenta as equações utilizadas para calcular e descrever a distribuição de temperatura no domínio investigado.

O capítulo 4 aborda a modelagem numérica dos escoamentos, o método de Volumes Finitos (FVM) na qual foi utilizado para as simulações e os procedimentos numéricos.

O capítulo 5 mostra os resultados da pesquisa a partir do processo de otimização geométrica para as variações geométricas. As conclusões do presente estudo são explanadas no capítulo 6. O capítulo 7 possui as referências bibliográficas que orientaram esta pesquisa.

Por fim, os apêndices apresentam os resultados das simulações otimizadas das aletas inseridas na superfície lateral direita, lateral esquerda e inferior da cavidade.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 Fundamentos de Transferência de Calor

Quando ocorre uma mudança de temperatura entre regiões ou quando dois corpos a diferentes temperaturas são colocados em contato ocorre uma transferência de energia. Esse processo é denominado transmissão de calor (Araújo, 1978).

Muitos problemas que envolvem troca térmica estão presentes em nosso cotidiano e na indústria. Desta forma é muito importante entender os mecanismos físicos que fundamentam os modos de transferência de calor. O calor é a forma de energia que pode ser transferida de um sistema para outro como consequência da diferença de temperatura entre eles. A Transferência de Calor possui três mecanismos, que são: condução, radiação, e convecção, mostradas na Fig. 2.1.

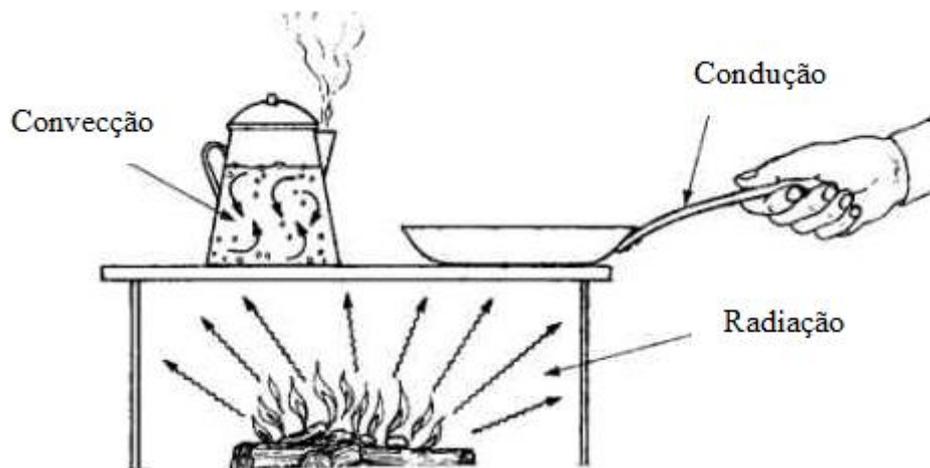


Figura 2.1: Mecanismos de Transferência de Calor

Fonte: <https://www.google.com.br/search?q=figura+de+mecanismos+de+transferência+de+calor&tbm=isch&imgil=78DM>

A transferência de calor por condução se dá de uma região de temperatura mais elevada para uma região de menor temperatura, devido à interação entre as moléculas. Como os átomos da região mais quente possuem em média uma energia cinética maior do que a energia cinética dos átomos da região mais fria ocorrem colisões entre eles e parte da energia é transferida em forma de calor, sem apresentar deslocamento de massa (Young e Freedman, 2008).

Na radiação o processo de transferência de calor ocorre por meio de ondas eletromagnéticas de um corpo de temperatura elevada para um corpo de temperatura menor, estando estes corpos

separados no espaço, mesmo que haja vácuo entre eles, até atingirem o equilíbrio térmico. Analogamente sentimos a energia em forma de calor proveniente das brasas de uma lareira. Essa forma de emissão de energia é comum a todos os objetos e a formação das ondas eletromagnéticas se deve à oscilação de cargas elétricas de átomos que os constituem (Knight, 2009).

A transferência de calor por convecção ocorre entre um fluido em movimento e uma superfície quando os dois se encontram a diferentes temperaturas, como mostrado na Fig. 2.2, quando aquecemos água em uma chaleira, pode-se observar que a água quente sobe e a água fria desce, formando uma corrente de água que carrega o calor e aquece a água por inteiro. Isto ocorre porque os fluidos, ao se aquecerem, ficam menos densos, conseqüentemente, mais leves, e tendem a subir. Este mecanismo é conhecido como “empuxo”. Esta movimentação do fluido denomina-se circulação natural, onde as setas azuis indicam a circulação da água fria (fluido frio) e as setas vermelhas indicam o movimento da água quente (fluido quente).

Numa superfície em que esteja a uma temperatura acima da temperatura do fluido envolvente, a transmissão de energia em forma de calor se dará, primeiro por condução, da superfície para as partículas do fluido próximas à mesma. Logo após, estas partículas se movimentarão até uma região de temperatura menor (correntes de convecção), devido às forças de empuxo ocasionadas por diferença de densidade ou por um agente externo, transferindo parte de sua energia para outras partículas do fluido. Esse fenômeno também é válido em situações onde essas partículas do fluido cedem energia em forma de calor (Kreith, 1977).

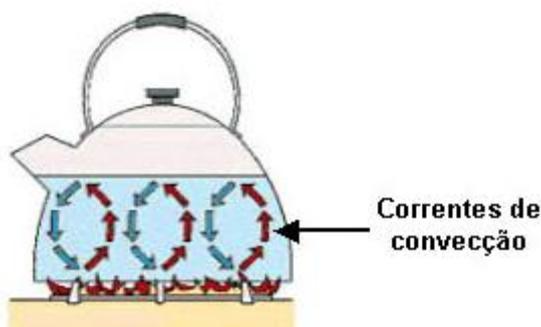


Figura 2.2: Exemplo de transferência por convecção.

Fonte: [https://www.google.com.br/search?q=figuras+de+transfer%C3%A2ncia+de+convec%C3%A7%C3%A3o&biw=1366&bih=599&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKEwikmNeC5evOAhUDfZAKHf45BOMQ\\_AUIBigB#tbn=isch&q=figuras+de+exemplo++transfer%C3%A2ncia+de+convec%C3%A7%C3%A3o&imgsrc=Ke-nbWKIK33GWM%3a](https://www.google.com.br/search?q=figuras+de+transfer%C3%A2ncia+de+convec%C3%A7%C3%A3o&biw=1366&bih=599&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKEwikmNeC5evOAhUDfZAKHf45BOMQ_AUIBigB#tbn=isch&q=figuras+de+exemplo++transfer%C3%A2ncia+de+convec%C3%A7%C3%A3o&imgsrc=Ke-nbWKIK33GWM%3a)

Quando a movimentação do fluido se dá por meios naturais, ou seja, pelo próprio aquecimento do fluido, chama-se Convecção Natural. E quando a força motriz para o escoamento é um agente externo como uma bomba, ventilador, o próprio movimento da superfície que está trocando calor, etc., chama-se Convecção Forçada.

Quando em um determinado ponto de uma parede ocorrer variação de sua temperatura com o passar do tempo, esta está em regime transitório. Quando a temperatura em um determinado ponto da parede se conserva ao longo do tempo, diz-se que a parede está em regime estacionário ou permanente. Segundo Araújo (1978), as definições de regime estacionário e regime transitório se dão em termos de fluxo de calor. Quando o fluxo (escoamento) de calor no interior da parede é constante, o regime é estacionário, ou seja, o fluxo que entra é igual ao que sai. Já no regime transitório acontece uma variação de fluxo de calor nas diferentes secções da parede, logo o fluxo de entrada é diferente do fluxo de saída.

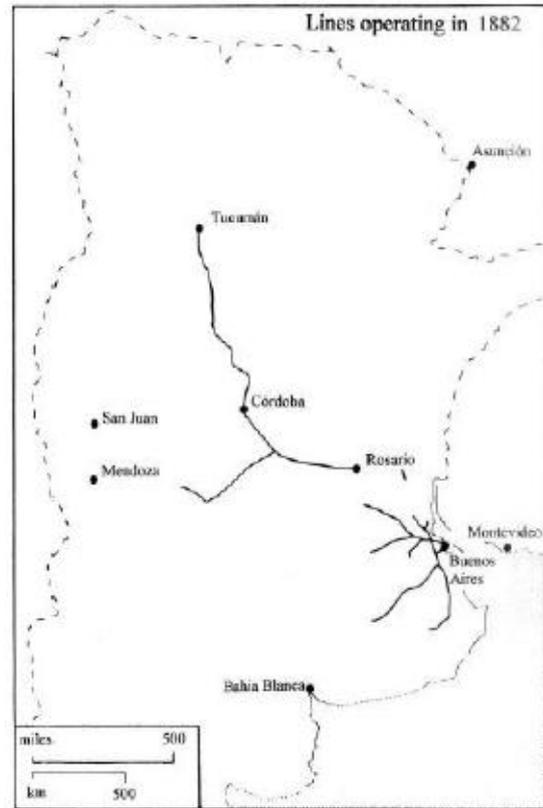
Este trabalho tem como objetivo investigar numericamente o efeito da geometria de um sistema aletado com uma aleta retangular sobre o escoamento permanente, por convecção forçada e no regime laminar em uma cavidade dirigida, onde a aleta será introduzida. O principal propósito aqui é avaliar quais geometrias conduzem a maximização da taxa de transferência de calor entre a aleta aquecida e o fluido circundante que encontra-se a uma temperatura mais baixa.

## **2.2. Fundamentos da Teoria Construtal**

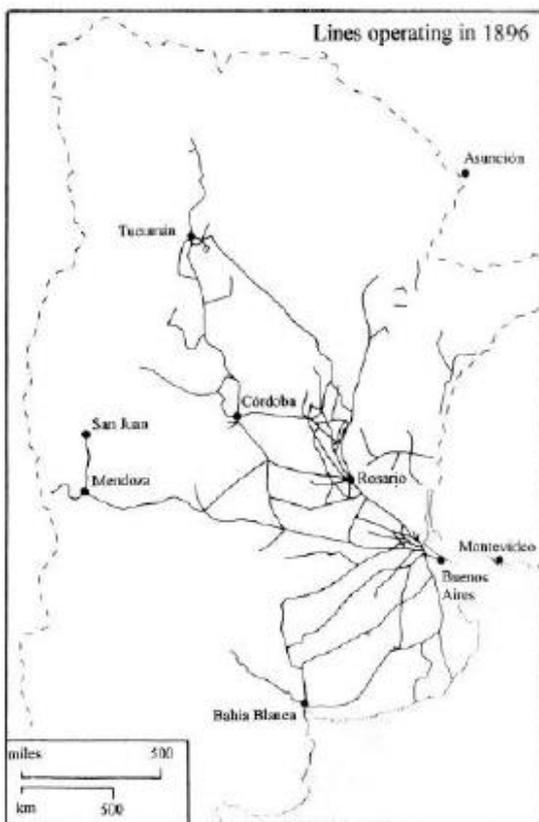
A Teoria Construtal possibilita a visualização de que os escoamentos que ocorrem na natureza são a razão da evolução de design visando o acesso mais rápido, simples e com o menor consumo de energia através da evolução no tempo. Para que haja esta evolução, é necessário que o sistema possua liberdade para evoluir e consiga solucionar as imperfeições impostas pelo sistema. Pode-se perceber a tendência dos rios em atingir o oceano, as veias em atingir o coração e até das pessoas em se deslocar para seus locais de trabalho gastando a menor energia (Pepe, 2008), esses são exemplos da evolução do design de maneira a facilitar o escoamento. Um exemplo é a criação das bifurcações dos trilhos de trem na Argentina, conforme ilustrado na Fig. 2.3, são demonstrações da evolução do sistema através do tempo de maneira a possibilitar o fluxo de pessoas e cargas no país. Estes fluxos são regidos por princípios físicos, como a 1ª e 2ª lei da termodinâmica, a lei da gravidade entre outros (Bejan e Merckx, 2007).



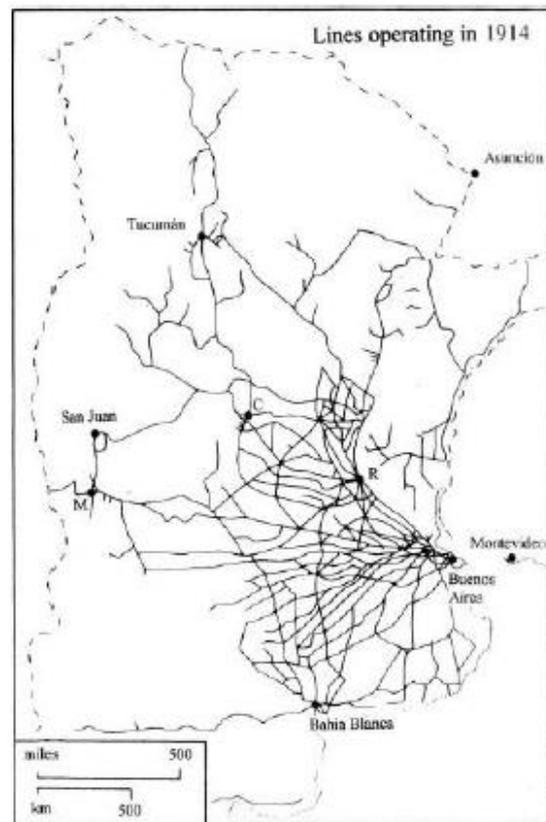
Ano de 1866



Ano de 1882



Ano de 1896



Ano de 1914

Figura 2.3: Evolução de um fluxo através do tempo (Fonte: Bejan e Merx, 2007).

Quanto à aplicação na engenharia, é possível citar uso da Teoria Construtal na forma geométrica do sistema de células de combustíveis, rede de árvores de transporte de pessoas, circuitos eletrônicos e outros. Ainda no domínio da engenharia, a literatura apresenta estudos sobre a maximização da transferência de calor em cavidades e aletas (Aziz, 1992; Kraus, 1999).

Em mecânica dos fluidos, redes em forma de árvore vêm sendo propostas para se obter mínimas perdas de pressão possíveis em sistemas de escoamento. Redes de condutores também em forma de árvore com seções transversais variáveis foram estudadas por Zhou et al. (2007).

A Teoria Construtal também pode ser empregada em outras áreas além da engenharia, como por exemplo, estudos voltados à economia (Bejan et al., 2008). Como por exemplo, a Teoria Construtal foi empregada para a diminuição de custos no transporte de mercadorias.

De acordo com a Teoria Construtal, a otimização da geometria começa na menor escala. Sua metodologia nos mostra como maximizar geometricamente a condutância global entre um volume e um ponto, quando o volume total do sistema e a fração de volume ocupada pelos “canais” de transporte é restringida (Aziz, 1992; Bejan e Almogbel 2000; Kraus, 1999).

Segundo Bejan (2008), o pensamento construtal vai contra a seta do tempo do empirismo. Como a Fig. 2.4 mostra (Bejan, 2000), primeiro a Lei Construtal é invocada e, com isso, teoricamente, a arquitetura é deduzida. Só mais tarde a configuração teórica que se obtém é relacionada com a dos fenômenos naturais e o acordo entre as duas geometrias valida a Lei Construtal.

A Lei Construtal aborda sistemas de escoamento, todo o tipo de sistema onde houver uma instabilidade, movimento, a estrutura deste sistema tenderá a adaptar-se no tempo de forma a potencializar este processo de movimento e reduzir a resistência ao escoamento. Como sistema de escoamento pode-se considerar vários exemplos onde a Teoria Construtal pode ser empregada, em geometria de rios, redes de transporte, árvores e a forma de uma descarga elétrica como apresentam os estudos de Bejan e Merkx (2007), Bejan e Lorente (2008), Miguel (2013) e Rocha et al. (2013). Cada árvore, cada arroio e cada estrada são componentes que possuem um sistema de escoamento e estão inseridos em estruturas maiores, como florestas, rios e redes de transporte. Os componentes de diferentes tamanhos se unem facilitando o escoamento global (Bejan, 2000; Bejan e Zane, 2012).

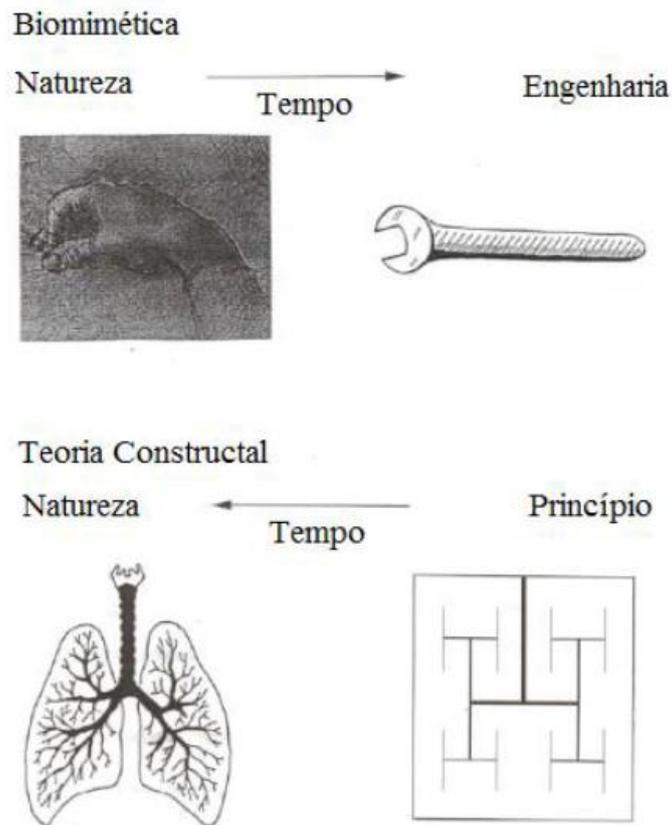


Figura 2.4: Teoria Construtal prossegue no tempo sem reproduzir a natureza Bejan (2000)  
Bejan (2008).

O método Design Construtal é o método de aplicação da Teoria Construtal em sistemas de fluxo. De acordo com Bejan e Lorente (2008) o método não é a otimização em si do problema mas sim a definição dos objetivos e restrições do mesmo, visando a melhor distribuição das imperfeições. De acordo com esse método, o fluxo é maleável e a geometria é deduzida a partir de um princípio de maximização do desempenho global. Além disso, a geometria deve ser submetida a restrições globais e variada de acordo com seus graus de liberdade (Bejan, 2000). Para aplicar o Design Construtal na otimização geométrica de um sistema físico é necessário, basicamente, um objetivo, graus de liberdade e restrições geométricas.

Nos problemas de engenharia, a aplicabilidade do Design Construtal tem sido amplamente abordado em diversos problemas de engenharia como trocadores de calor, geradores de vapor, turbinas e otimização com base na expectativa econômica para construção de equipamentos térmicos. Alguns exemplos são apresentados nos trabalhos de Azad e Amidpour (2011), Beyene e Peffley (2009), Kang et al. (2010), Kim et al. (2010) e Kim et al. (2011). Esse método foi utilizado nesses estudos, principalmente nas áreas de mecânica dos fluidos e transferência de calor. Entretanto, no trabalho de Isoldi et al. (2013) o Design Construtal foi utilizado na área de mecânica

dos sólidos, para otimizar o comportamento mecânico de placas finas perfuradas sujeitas à tração e à flambagem.

No trabalho de Frigo, et al. (2004) foram realizadas simulações numéricas com o objetivo de validar as modificações implementadas no código computacional Fluids\_2D, que o tornaram apto a resolver escoamentos incompressíveis, isotérmicos tridimensionais. Os testes foram realizados, resolvendo-se o problema da cavidade com tampa deslizante (*lid-driven cavity*) 2D e 3D. Apesar de possuir uma geometria bem simples, o escoamento no interior da cavidade é relativamente complexo, possuindo uma ampla zona de recirculação e outras instabilidades menores, características desse tipo de escoamento. As equações da continuidade e de Navier-Stokes foram discretizadas espacialmente pelo método dos volumes finitos, com uma formulação temporal totalmente implícita. Foi utilizado o algoritmo SIMPLEC, para o acoplamento pressão-velocidade, e o esquema de Diferenças Centrais, para o tratamento dos termos advectivos. Os resultados apresentaram boa concordância com dados da literatura, mostrando o bom desempenho do programa.

Cheng e Hung (2005) Utilizaram o método (LBM) Lattice Boltzmann Method, que é uma alternativa ao convencional método computacional para fluido- dinâmica, na solução das equações de Navier-Stokes. Diferente dos métodos tradicionais que se baseiam na velocidade e na densidade, este se baseou na integração dos momentos da função de distribuição das partículas. O caso estudado apresentou a circulação de dois diferentes escoamentos em uma cavidade retangular, que possui a parede superior em deslocamento com velocidade constante. Foram avaliadas cavidade com razão de aspecto variando entre 0,1 e 7,0 e com  $0,01 < Re_H < 5000$ . Foi visto claramente a influência do número de Reynolds na vorticidade do fluido no interior da cavidade. Para valores com Reynolds entre  $1 < Re_H < 100$  o centro da célula de circulação do fluido coincide com o centro da cavidade estudada. Quando  $Re_H < 100$  perceberam a tendência do deslocamento da célula do centro para a direita, ou seja, na direção do sentido de deslocamento da parede superior, seus resultados foram comparados com outros trabalhos numéricos previamente estudados na literatura.

### 3. MODELAGEM MATEMÁTICA

As equações diferenciais que descrevem os escoamentos laminares, incompressíveis, transiente e com transferência de calor, pelo ponto de vista teórico, são escritas da seguinte forma (Bejan, 2013):

Equação de conservação de massa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial v_j}{\partial x_j} + v_j \frac{\partial \rho}{\partial x_j} = 0 \quad (j = 1, 2 \text{ e } 3) \text{ em } t \times \Omega \quad (3.1)$$

Equação da conservação da quantidade de movimento:

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_i v_j)}{\partial x_j} - \frac{\partial (\sigma_{ij} - P \delta_{ij})}{\partial x_j} = f_i \quad (i, j = 1, 2, 3) \text{ em } t \times \Omega \quad (3.2)$$

Equação da conservação da energia:

$$\frac{\partial \rho c_p T}{\partial t} + \frac{\partial (\rho c_p v_j T)}{\partial x_j} = - \frac{\partial}{\partial x_j} (q_j'') + \mu \phi + q''' \quad (j = 1, 2, 3) \text{ em } t \times \Omega \quad (3.3)$$

onde  $\rho$  é a massa específica do fluido ( $kg/m^3$ ),  $t$  é o domínio do tempo (s) e  $c_p$  é o calor específico para escoamentos incompressíveis ( $J/(kgK)$ ).

Inserir-se a equação constitutiva para os termos das forças de superfície na Eq. (3.2) para complementar a modelagem matemática das equações de conservação da quantidade de movimento, dado pela seguinte expressão:

$$\sigma_{ij} = \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \left( \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \quad (i, j, k = 1, 2, 3) \quad (3.4)$$

Então, a equação do balanço da quantidade de movimento fica da seguinte forma:

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i v_j)}{\partial x_i} + \frac{\partial P}{\partial x_j} \delta_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \left( \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \right] - f_i = 0 \quad (3.5)$$

$(i, j, k = 1, 2, 3)$  em  $t \times \Omega$

É possível ver a existência de forças de campo em um escoamento induzido pelo empuxo, pois são decorrentes da variação dos valores da massa específica, que é influenciada pelo campo de temperaturas. A Eq. (3.5) pode ser reescrita com o auxílio da forma estendida da aproximação de Boussinesq, que permite que as propriedades do fluido sejam do estado termodinâmico. Serão reescritas as forças de campo conforme Eq. (3.6):

$$f_i = (\rho - \rho_0) g_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3.6)$$

onde a aproximação realizada por Boussinesq pode ser escrita:

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (3.7)$$

E substituindo a Eq. (3.7) na Eq. (3.6) obtém-se os termos de força de campo:

$$f_i = -\rho_0 g_i \beta (T - T_0) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3.8)$$

E substituindo as forças de campo, Eq. (3.8) na Eq. (3.5) obtém-se a equação do balanço da quantidade de movimento com os termos de empuxo inseridos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_0 v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_0 v_i v_j)}{\partial x_i} + \frac{\partial P}{\partial x_j} \delta_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \left( \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \right] + \rho_0 g_i \beta (T - T_0) \\ = 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

$(i, j, k = 1, 2, 3)$  em  $t \times \Omega$

No estudo realizado no presente trabalho, as forças de campo foram consideradas nulas, ou seja, a força de campo representa a força do empuxo do escoamento que acontece por diferença de temperatura, essa força de campo explica o movimento do fluido devido a convecção natural (força de empuxo), este termo é bastante usado para representar as forças de empuxo quando se trata de escoamento com convecção natural ou quando a convecção natural é dominante.

Pode-se desprezar o termo referente à dissipação viscosa ( $\mu\phi$ ) quando comparado aos demais (variação local, advecção e difusão de energia térmica). No que tange à Eq. (3.3). Consequentemente, a equação da energia, Eq.(3.3) fica resumida a:

$$\frac{\partial \rho_0 c_p T}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_0 c_p v_j T)}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j}(q_j'') + q''' \quad (j = 1,2,3) \text{ em } t \times \Omega \quad (3.10)$$

Para complementar a equação da energia é necessário inserir a equação constitutiva de Fourier para o fluxo de calor por condução, Eq. (3.11), na equação da energia, Eq. (3.10), adquirindo assim uma nova equação para a modelagem do transporte de energia térmica (ou temperatura):

$$q_j'' = -k \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (j = 1,2,3) \text{ em } t \times \Omega \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial \rho_0 c_p T}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_0 c_p v_j T)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + q''' \quad (j = 1,2,3) \text{ em } t \times \Omega \quad (3.12)$$

Para os casos estudados no presente trabalho, ou seja, para escoamentos incompressíveis, laminares, com transferência de calor por convecção forçada no regime permanente em um domínio bidimensional, as equações de conservação são dadas por:

Equação da Conservação de massa:

$$\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (j = 1 \text{ e } 2) \text{ em } t \times \Omega \quad (3.13)$$

Equação da conservação da quantidade de movimento:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (v_i v_j) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_j} \delta_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ v \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right\} = 0 \quad (3.14)$$

$(i, j = 1 \text{ e } 2) \text{ em } t \times \Omega$

Equação da conservação da energia:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (v_j T) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \alpha \frac{\partial T}{\partial x_j} \right\} = 0 \quad (j=1 \text{ e } 2) \text{ em } t \times \Omega \quad (3.15)$$

onde a viscosidade cinemática do fluido ( $\nu$ ) é dada pela razão entre a viscosidade dinâmica do fluido ( $\mu$ ) e pela massa específica do fluido ( $\rho$ ), e a difusividade térmica ( $\alpha$ ) é dada pela razão entre a condutividade térmica do fluido ( $k$ ) e o calor específico ( $c_p$ ).

O método Design Construtal é aplicado para a obtenção das equações que definem as variáveis do problema. A cavidade é submetida a uma restrição, dada pela sua área, e possui um grau de liberdade, definido pela razão entre a altura e largura da cavidade ( $H/L$ ). As equações para a área,  $L$  e  $H$  são dadas respectivamente por:

$$A = HL \quad (3.16)$$

$$L = \left[ \frac{A}{\left(\frac{H}{L}\right)} \right]^{1/2} \quad (3.17)$$

$$H = \left(\frac{H}{L}\right) L \quad (3.18)$$

A área da aleta é submetida a uma restrição, pelo produto entre o comprimento e a altura da aleta. Como se tem duas variáveis ( $H_1$  e  $L_1$ ) e uma equação para a restrição, é necessário definir um novo grau de liberdade ( $H_1/L_1$ ) para fechar o problema e definir as equações das variáveis adimensionais de  $L_1$  e  $H_1$ . As equações das restrições e variáveis adimensionais são dadas por:

$$A_1 = H_1 L_1 \quad (3.19)$$

$$L_1 = \left[ \frac{A_1}{\left(\frac{H_1}{L_1}\right)} \right]^{1/2} \quad (3.20)$$

$$H_1 = \left(\frac{H_1}{L_1}\right) L_1 \quad (3.21)$$

$$A_f = H_1 L_1 \quad (3.22)$$

A fração entre as áreas da aleta e da cavidade é definida como:

$$\phi = \frac{A_f}{A} \quad (3.23)$$

E as variáveis adimensionais são:

$$x^*, y^*, H^*, L^*, H_1^*, L_1^* = \frac{x, y, H, L, H_1, L_1}{A^{1/2}} \quad (3.24)$$

$$u^*, v^* = \frac{u, v}{u_{max}} \quad (3.25)$$

$$T^* = \frac{(T - T_{min})}{(T_{max} - T_{min})} \quad (3.26)$$

onde  $H$  e  $L$  são a altura e a largura da cavidade (m) respectivamente,  $H_1$  e  $L_1$  são a altura e a largura da aleta (m),  $v_{1max}$  é a velocidade de deslizamento da superfície de topo (m/s); e  $T_{max}$  e  $T_{min}$  são as maiores e as menores temperaturas no domínio na cavidade (K).

No presente estudo é considerado para todas as simulações que a fração da área da aleta é mantida constante ( $\phi = 0,05$ ) e que possui três graus de liberdade:  $H/L$  (relação entre altura e comprimento da cavidade),  $H_1/L_1$  (relação entre a altura e o comprimento da aleta) e a posição da aleta retangular inserida na cavidade ( $S/A^{1/2}$ ). A relação entre a altura e o comprimento da cavidade é mantida constante  $H/L = 1,0$ . O objetivo principal é determinar a relação  $H_1/L_1$  que maximiza a transferência de calor entre a aleta e o fluxo envolvente (dada pelo número de Nusselt) para vários números de Reynolds variando no intervalo:  $10 \leq Re_H \leq 1000$ , e cinco posicionamentos diferentes ( $S/A^{1/2} = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$ ) em cada superfície da cavidade (superfície direita, inferior e esquerda).

O número de Nusselt indica a magnitude da transferência de calor entre a aleta e o escoamento circundante e é dado por:

$$Nu_H = \frac{hH}{k} = \frac{\partial T^*}{\partial n^*} \quad (3.27)$$

onde  $h$  é o coeficiente de transferência de convecção (W/(m<sup>2</sup>k)) e  $n$  representa uma coordenada normal à superfície da aleta.

$$\overline{Nu_H} = \frac{1}{S} \int_S Nu_H dS \quad (3.28)$$

onde  $S$  é a área da superfície de integração (m<sup>2</sup>).

### 3.1. Descrição do Problema

O trabalho consiste em analisar uma aleta  $N = 1$  inserida em três cavidades quadradas de dimensões  $H = 1\text{m}$  e  $L = 1\text{m}$ , as quais estão em um domínio bidimensional, sob escoamento laminar, permanente e com transferência de calor por convecção forçada, e propriedades termofísicas constantes. O escoamento do fluido é originado pelo deslocamento contínuo da placa superior, conforme ilustrado nas Figs. 3.1, 3.2 e 3.3 (casos que foram simulados neste trabalho).

A velocidade da placa superior é tomada como referência para o cálculo do número de Reynolds. Nas outras superfícies, as velocidades são adimensionais prescritas como nula ( $u^* = v^* = 0$ ), possuem as condições de contorno como antiderrapantes e impermeáveis (velocidades nulas nas direções  $x$  e  $y$ ). Para o campo térmico, o aquecimento do escoamento é um resultado da aplicação de uma temperatura adimensional de  $T^* = 1,0$  nas superfícies das aletas, enquanto que a temperatura da superfície superior é prescrito como  $T^* = 0,0$ . No que tange a transferência de calor, a superfície superior da cavidade (placa deslizante) está a uma temperatura  $T_s = 300\text{K}$  enquanto a temperatura da superfície aletada está a  $T_f = 320\text{K}$ . As demais superfícies são isoladas termicamente.

Em todos os casos será mantido um  $Pr = 0,71$  e também o escoamento será considerado permanente. Como condições iniciais, o fluido está em repouso e a uma temperatura média de  $T_i = 310\text{k}$ . O problema será considerado bidimensional, ou seja, a terceira dimensão ( $z$ ) perpendicular ao plano das Figs. 3.1, 3.2 e 3.3 não estão sendo resolvidas.

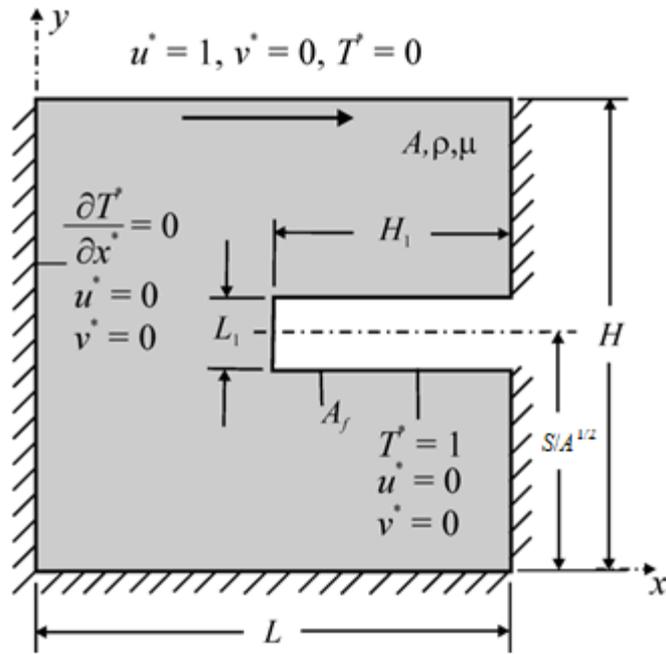


Figura 3.1: Domínio do fluxo de cavidade em forma de C na parte lateral direita.

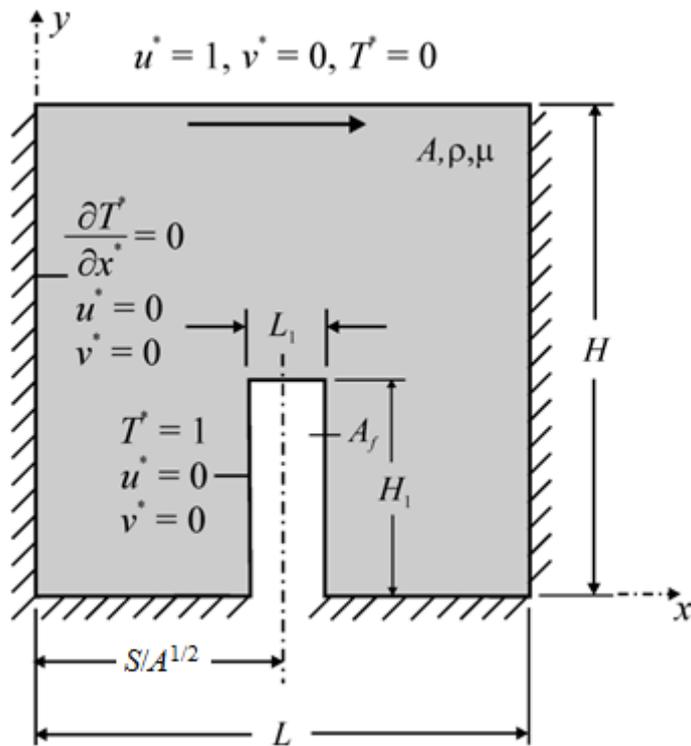


Figura 3.2: Domínio do fluxo de cavidade em forma de C na parte inferior.

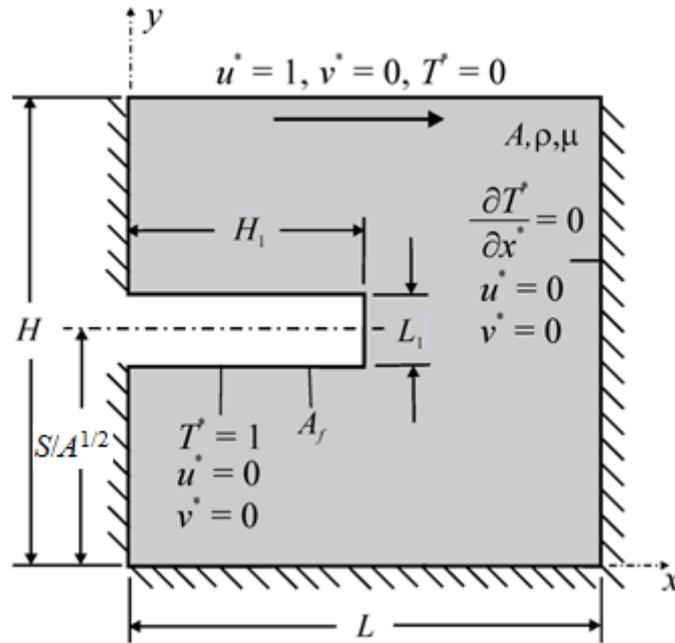


Figura 3.3: Domínio do fluxo de cavidade em forma de C na parte lateral esquerda.

Para cada conjunto de simulações conforme varia-se o número de Reynolds, deve-se variar a velocidade da placa deslizante. As velocidades a serem configuradas para cada conjunto de simulações e as propriedades termofísicas, podem ser vistas na Tab. 3.1.

Tabela 3.1: Configurações e propriedades termofísicas a serem adotadas para o escoamento em cada conjunto de simulações.

Parâmetro/Caso	$Re_H = 10$	$Re_H = 50$	$Re_H = 100$	$Re_H = 1000$
Massa Específica ( $kg/m^3$ )	1,0	1,0	1,0	1,0
Viscosidade Dinâmica ( $kg/ms$ )	0,05	0,05	0,05	0,05
Condutividade Térmica ( $W/mK$ )	1	1	1	1
Calor Específico ( $J/kgK$ )	14,2	14,2	14,2	14,2
Velocidade da placa ( $m/s$ )	0,5	2,5	5	50

A aplicação do método Design Construtal consiste em definir o espaço de busca em função das restrições do problema e de seus graus de liberdade. No presente trabalho, para cada uma das aletas inseridas em cada uma das superfícies laterais da cavidade há um conjunto de simulações que pode ser visualizado na Fig. 3.4. De acordo com o método o sistema de escoamento deve atender um objetivo, que neste caso é maximizar o número de Nusselt na superfície da aleta, para cada uma das superfícies onde a aleta é inserida na cavidade.

A maximização do número de Nusselt é realizada para o sistema submetido a duas restrições ( $A$  e  $\phi$ ).

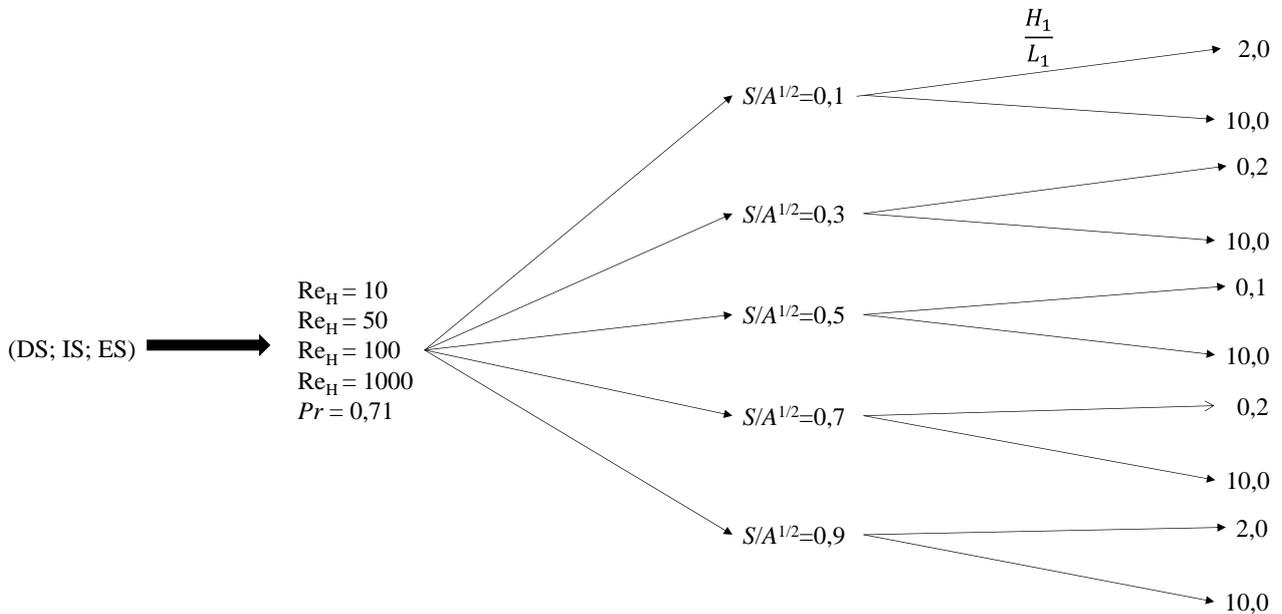


Figura 3.4: Fluxograma das simulações realizadas nas superfícies direita (DS), inferior (IS) e esquerda (ES) da cavidade.

A avaliação é dividida em quatro etapas, como mostra a Fig. 3.4. No primeiro passo a geometria é otimizada, variando as proporções ( $H_1/L_1$ ) mantendo fixo o outro grau de liberdade ( $H/L$ ) e o posicionamento da aleta dentro da cavidade. A maior magnitude do número de Nusselt é o número de Nusselt uma vez maximizado,  $Nu_{H,m}$  e a correspondente  $H_1/L_1$  é a razão uma vez otimizada,  $(H_1/L_1)_o$ .

No segundo passo, consiste na avaliação da razão de  $S/A^{1/2}$  ( $S/A^{1/2} = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$ ) variando a razão  $H_1/L_1$  e obtendo-se o número de  $Nu_{H,mm}$  (duas vezes maximizado) e a razão  $(H_1/L_1)_{oo}$  e  $(S/A^{1/2})_o$ .

No terceiro passo, o mesmo processo é repetido para vários valores de  $Re_H$  ( $10 \leq Re_H \leq 1000$ ) mantendo fixa a aleta. Este procedimento é repetido para as demais superfícies diferentes de cavidade (superfície direita, inferior e esquerda), que é o quarto e último passo no sentido do processo de avaliação.

As investigações das variações da relação de  $H_1/L_1$  para vários números de Reynolds e diferentes posicionamentos da aleta, em três superfícies da cavidade levaram a uma quantidade de 528 casos simulados.

## 4. MODELAGEM NUMÉRICA

### 4.1. Modelagem numérica dos escoamentos

Os Métodos de Diferenças Finitas (FDM), de Elementos Finitos (FEM) e Volumes Finitos (FVM) são os métodos tradicionais para a solução numérica das equações diferenciais que governam o problema no âmbito da transferência de calor por convecção Maliska (2004). Suas principais diferenças estão na maneira como as variáveis de interesse são aproximadas e o processo de discretização. Nesses métodos, após a discretização, é determinada a solução algébrica das equações do problema.

Em geral, o FVM e o FDM são confundidos em função da semelhança das duas metodologias para algumas situações Maliska (2004). No entanto, o FDM consiste na substituição do operador diferencial pelo seu correspondente numérico, enquanto o FVM realiza um balanço da propriedade para cada volume elementar de forma a obter a correspondente equação aproximada. Uma vez que o FVM é obtido a partir de um balanço de propriedades o mesmo é naturalmente conservativo, ao contrário dos outros dois métodos aqui apresentados (FDM e FEM). Em função desta característica, é possível, mesmo para malhas bastante grosseiras, avaliar se um código que emprega o FVM atende ao princípio de conservação de qualquer propriedade. Fato que não ocorre para os demais métodos, que requerem malhas refinadas para tal avaliação Maliska (2004); Versteeg e Malalasekera (1995).

FVM tem sido a metodologia mais empregada para a construção dos códigos CFD (dinâmica dos fluidos computacionais) disponíveis no contexto dos *softwares* comerciais, e principalmente naqueles com maior penetração industrial Maliska (2004). Entre eles é possível citar o código comercial FLUENT®, que é empregado neste estudo.

#### 4.1.1. O Método de Volumes Finitos (FVM)

As equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia para escoamentos incompressíveis, transientes e com transferência de calor por convecção são apresentadas por Maliska (2004), em uma forma geral com o intuito de simplificar a proposição da aplicação do Método de Volumes Finitos:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varphi) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i \varphi) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma^\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right) + S^\varphi \quad (4.1)$$

onde  $\varphi$  é o escalar que está sendo transportado,  $\Gamma^\varphi$  é o coeficiente de difusão e  $S^\varphi$  é o termo fonte ou sumidouro por unidade de volume. Os termos relacionados com o escalar  $\varphi$  são fonte ou sumidouro por unidade de volume. Os termos relacionados com o escalar  $\varphi$  são apresentados na Tab. 4.1 para cada equação de conservação.

Tabela 4.1: Valores de  $\varphi$ ,  $\Gamma^\varphi$  e  $S^\varphi$  usados na Eq. (4.1).

Equação de Conservação	$\varphi$	$\Gamma^\varphi$	$S^\varphi$
Massa	1	0	0
Quantidade de movimento	$v_i$	$\mu$	$-\frac{\partial P}{\partial x_i} \delta_{ij}$
Energia	$T$	$k$	0

De acordo com Maliska (2004), a Eq. (4.1) representa a conservação de massa, quando  $S_\varphi$  for igual a zero e  $\varphi = 1$ . As equações de conservação da quantidade de movimento nas três direções coordenadas são obtidas fazendo-se  $\varphi = v_1, v_2$  e  $v_3$  com o apropriado termo fonte, que, neste caso, inclui o gradiente de pressão.

Integrando-se as equações governantes, Eq. (4.1), sobre cada volume de controle (VC) e ao longo do tempo, para um passo de tempo  $\Delta t$ , a equação do transporte, Eq. (4.1), na forma integral é dada por Versteeg e Malalasekera (1995):

$$\int_{VC} \left( \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t}(\rho\varphi) dt \right) dV + \int_t^{t+\Delta t} \left( \int_A \mathbf{n} \cdot (\rho \mathbf{u} \varphi) dA \right) dt = \int_t^{t+\Delta t} \left( \int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{grad } \varphi) dA \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} S_\varphi dV dt \quad (4.2)$$

onde  $\mathbf{u}$  é o vetor do campo de velocidades,  $\mathbf{n}$  é o vetor unitário normal à superfície do volume de controle  $V$  e  $dA$  é a magnitude do elemento de área da superfície de controle. A Eq. (4.2) é empregada para cada volume de controle do domínio computacional.

Um exemplo de um volume de controle bidimensional é apresentado na Fig. 4.1.

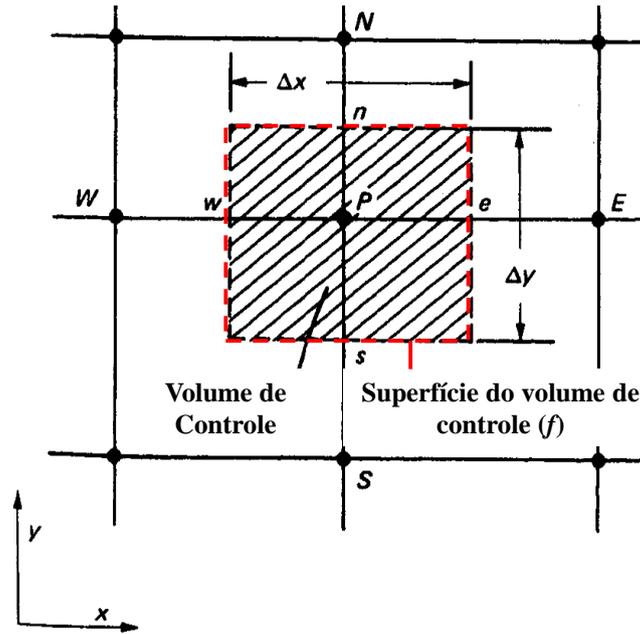


Figura 4.1: Volume de controle empregado em FVM para um domínio bidimensional (Adaptado de Patankar (1980)).

A discretização da Eq. (4.2) para um volume de controle qualquer envolvendo suas faces é dada por (FLUENT, 2007):

$$\frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} \forall + \sum_f \rho_f u_i |_f \varphi_f n_{fi} A_f = \sum_f \Gamma_\varphi \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right|_f n_{fi} A_f + S_\varphi \quad (4.3)$$

onde,  $\varphi_f$  é a variável obtida na face  $f$ ,  $u_i |_f$  é o campo de velocidades na direção  $i$  obtido na face  $f$ ,  $N_f$  é o número de faces que compõem o volume de controle,  $A_f$  é a área da face  $f$  e  $n_{fi}$  é o vetor unitário normal a face  $f$ . Na Fig. 4.3, a linha vermelha tracejada representa as faces do volume de controle bidimensional. É possível observar neste caso que  $f$  pode representar qualquer uma das faces: leste ( $e$ ), oeste ( $w$ ), norte ( $n$ ) ou sul ( $s$ ).

O primeiro termo do lado esquerdo da Eq. (4.3) representa o termo transiente, sendo necessário fazer alguma consideração quanto à evolução das variáveis das células vizinhas em função do tempo.

A Eq. (4.3), equação discretizada do transporte escalar, é usada para obter as variáveis escalares desconhecidas  $\varphi$  no centro da célula  $P$  ( $\varphi_P$ ) assim como os valores das incógnitas nas células vizinhas,  $\varphi_E$ ,  $\varphi_W$ ,  $\varphi_N$  e  $\varphi_S$  (no caso de um domínio bidimensional). É possível escrevê-la na

seguinte forma linear, apesar da não linearidade desta equação com respeito as variáveis das células vizinhas:

$$a_P \varphi_P = \sum_{nb} a_{nb} \varphi_{nb} + b \quad (4.4)$$

Na Eq. (4.4)  $a_P$  é o coeficiente principal,  $a_{nb}$  são os coeficientes das células vizinhas ( $E, W, N$  e  $S$ ), o subíndice  $nb$  refere-se às células vizinhas e  $b$  contabiliza o termo fonte e o produto entre o coeficiente e a variável escalar no ponto P no passo de tempo anterior. De acordo com Savicki (2007) os coeficientes  $a_P$ ,  $a_{nb}$  e  $b$  mudam de acordo com a função de interpolação usada (*upwind*, *power-law*, QUICK entre outros) e também pode variar de acordo com a linearização do termo fonte de cada equação.

### ***Tratamento dos Termos Advectivos das Equações de Conservação***

A discretização por diferenças finitas centrais para o tratamento dos termos advectivos com relação à estabilidade dos métodos para escoamentos advectivo-dominantes, produzem soluções que sofrem a ação de oscilações espúrias nos campos de temperaturas, velocidades e pressão. Estas oscilações podem ser reduzidas empregando um maior refinamento de malha. Segundo Maliska (2004), não é possível empregar este tipo de refinamento a problemas reais devido ao elevado esforço computacional oriundo deste refinamento. Em função disso, foram desenvolvidas técnicas para a abordagem deste problema.

As oscilações numéricas geradas estão relacionadas à negatividade dos coeficientes dos termos advectivos das equações de conservação, que ocorre quando é utilizada uma discretização por diferenças finitas centrais (não satisfação do critério de Scarborough). Para evitar a divergência emprega-se outra aproximação para os termos advectivos nas faces dos volumes de controle Maliska (2004); Patankar (1980).

Uma das primeiras formas de tratamento foi a partir do esquema de advecção *upwind*. Neste esquema a direção do escoamento é levada em consideração para a realização do cálculo do valor de uma determinada variável (velocidade, temperatura) na face do volume finito. As vantagens da função de interpolação *upwind* são que a positividade dos coeficientes dos termos advectivos é sempre garantida, sendo geradas soluções numéricas ausentes de oscilações numéricas (*wiggles*) e a outra é a simplicidade de sua aplicação em programas CFD. Vale destacar que este esquema pode

conduzir a resultados inadequados para discretização de primeira ordem (falsa difusão) Maliska (2004); Versteeg e Malalasekera (1995).

Uma outra função de interpolação empregada é a exponencial, que é obtida a partir da solução exata do problema unidimensional de advecção/difusão (Spalding, 1972). Uma dificuldade com o esquema exponencial é a baixa performance computacional.

### ***Esquema de Advecção Upwind***

No esquema de advecção *upwind* de primeira ordem, o valor de  $\varphi_f$  na interface é igual ao valor da célula que está a montante da face (Patankar, 1980). Por exemplo, conforme ilustra a Fig. 4.2, a variável  $\varphi_e$  (na face leste) se a velocidade principal do escoamento ocorre na direção  $x$ , será dada por:

$$\begin{aligned} \varphi_e &= \varphi_P \text{ se } F_e = (\rho v_1)_e > 0 \\ \varphi_e &= \varphi_E \text{ se } F_e = (\rho v_1)_e < 0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

O valor das variáveis nas outras faces, neste caso  $\varphi_f = \varphi_w$ , são definidas de forma similar.

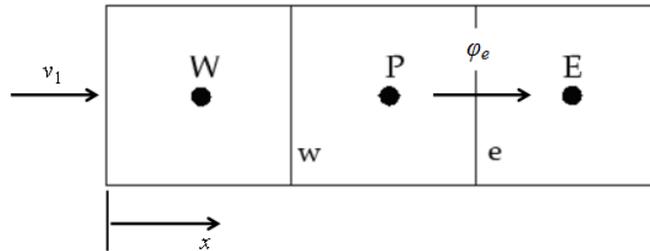


Figura 4.2: Obtenção de  $\varphi_f$  em uma face do volume de controle usando o esquema *upwind*.

Para o esquema *upwind* de primeira ordem em função do amortecimento numérico existente foi empregado o esquema *upwind* de segunda ordem (SOU, do inglês: *Second Order Upwind*). Nesta abordagem, a precisão de segunda ordem pode ser obtida interpolando  $\varphi_{f,SOU}$  através de uma expansão de Taylor da solução  $\varphi$  em torno do volume de controle central.

$$\varphi_{f,SOU} = \varphi_P + (\nabla\varphi \cdot r)_{up} \quad (4.6)$$

Na Eq. (4.6)  $r$  é o vetor deslocamento que liga o centro da célula a montante à face do volume de controle ( $r_0$  no escoamento da Fig. 4.3) e  $\varphi_P$  e  $(\nabla\varphi)_{up}$  são os valores da célula central e seu gradiente no volume de controle que está a montante da face relativa a direção do escoamento. A Figura 4.3 também ilustra que o esquema pode ser empregado mesmo para malhas não estruturadas.

Através do teorema de Green-Gauss, é estabelecido o gradiente de  $\varphi$  no ponto  $P$ ,  $\nabla\varphi_P$  (Fig. 4.5), que é descrito na seguinte forma discretizada:

$$\nabla\varphi_P = \frac{1}{\mathcal{V}} \sum_f \bar{\varphi}_f \vec{A}_f \quad (4.7)$$

onde o vetor  $A_f$  é a área na face e  $\mathcal{V}$  é o volume da célula  $P$ . O valor na face  $\bar{\varphi}_f$  é definido como a média aritmética dos valores dos centros dos volumes de controle vizinhos à face (Fig. 4.3):

$$\bar{\varphi}_f = \frac{\varphi_P + \varphi_E}{2} \quad (4.8)$$

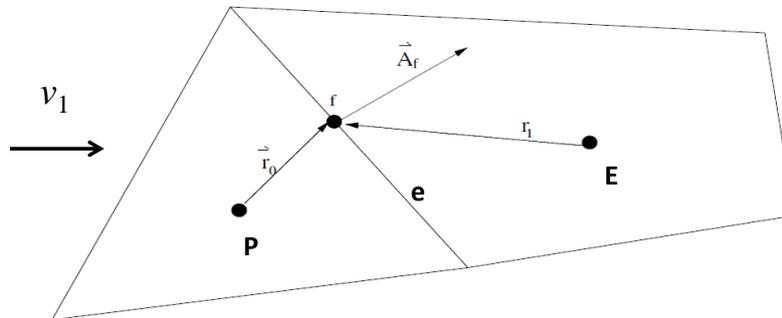


Figura 4.3: Definição das variáveis  $\varphi$  empregando o esquema *upwind* de segunda ordem.

### ***Acoplamento Pressão-Velocidade***

O acoplamento entre pressão e velocidade concentra grande parte dos esforços para solução de problemas de escoamentos de fluidos. A forma do acoplamento varia, pois o escoamento poder ser compressível ou incompressível. Na solução de escoamentos incompressíveis a pressão não possui uma equação própria para seu avanço no tempo e a equação de conservação de massa, por sua vez, não serve de equação evolutiva para nenhuma variável, sendo apenas uma restrição que deve ser obedecida pelo campo de velocidades (Maliska, 2004). Independente da metodologia

empregada (FEM, FDM ou FVM) dificuldades numéricas associadas à simulação de escoamentos incompressíveis tem sido relatadas na literatura (Kawahara e Hirano, 1983).

Alguns métodos como a solução da equação de Poisson e o método da pseudo-compressibilidade, com o objetivo de superar tais dificuldades têm sido propostos na literatura (Kawahara e Hirano, 1983; Reddy e Gartling, 1994; Zienkiewicz et al., 2005) e empregados na simulação de escoamentos isotérmicos (Petry e Awruch, 2006) e com transferência de calor (Dos Santos et al., 2011).

Um dos métodos de acoplamento pressão-velocidade mais conhecidos é o SIMPLE (do inglês: *Semi Implicit Linked Equations*), que foi desenvolvido por (Patankar e Spalding, 1972). Posteriormente, foram criados métodos derivados do SIMPLE como o SIMPLER (SIMPLE-Revisado), SIMPLEC (SIMPLE-Consistente) e o PISO (Patankar, 1980; Versteeg e Malalasekera, 1995). No presente trabalho para abordagem deste problema é empregado o algoritmo SIMPLE.

### ***Algoritmo SIMPLE***

Neste estudo são apresentados apenas os principais passos utilizados, descritos no trabalho de (Savicki, 2007), para a obtenção dos campos de velocidade e pressão empregando o algoritmo SIMPLE:

- 1) Estima-se um campo arbitrário de pressão  $p^*$ .
- 2) Resolvem-se as equações para as velocidades (domínio 3D):

$$a_e v_{1e}^* = \sum a_{nb} v_{1nb}^* + b + (p_P^* - p_E^*) A_e \quad (4.9)$$

$$a_n v_{2n}^* = \sum a_{nb} v_{2nb}^* + b + (p_P^* - p_N^*) A_n \quad (4.10)$$

$$a_t v_{3t}^* = \sum a_{nb} v_{3nb}^* + b + (p_P^* - p_T^*) A_t \quad (4.11)$$

onde  $A_e = \Delta y \Delta z$ ,  $A_n = \Delta x \Delta z$ ,  $A_t = \Delta x \Delta y$ . Os coeficientes  $a_e, a_n, a_t, a_{nb}$  e  $b$  mudam de acordo com a função de interpolação utilizada (*upwind*, *power-law*, etc). Ressaltando também que a pressão é no centro dos volumes de controle, enquanto que os campos de velocidades são avaliados nas faces do volume de controle.

3) Resolve-se a equação para a correção da pressão  $p'$ :

$$a_P p'_P = a_B p'_B + a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S + a_T p'_T + b \quad (4.12)$$

4) Resolve-se a equação da pressão:

$$p = p^* + p' \quad (4.13)$$

5) Calcula-se  $v_1$ ,  $v_2$  e  $v_3$  a partir das equações:

$$v_{1e} = v_{1e}^* + d_e(p'_P - p'_E) \quad (4.14)$$

$$v_{2n} = v_{2n}^* + d_n(p'_P - p'_N) \quad (4.15)$$

$$v_{3t} = v_{3t}^* + d_t(p'_P - p'_T) \quad (4.16)$$

onde  $d_e = A_e/a_e$ ,  $d_n = A_n/a_n$ ,  $d_t = A_t/a_t$ .

6) Usa-se  $p'$  como uma nova aproximação para  $p^*$  e aplica-se o processo iterativo entre os passos 2 e 6, até que a solução convergida seja alcançada.

## 4.2 Procedimentos numéricos

Vale recordar que para a simulação dos escoamentos laminares com transferência de calor por convecção, as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia foram resolvidas através de um código comercial de dinâmica dos fluidos computacional (CFD – do inglês: *Computational Fluid Dynamics*) baseado no método dos volumes finitos (FLUENT, 2007). Além disso, o acoplamento pressão velocidade foi realizado com o método SIMPLE.

No que se refere à convergência da solução numérica, no *software* FLUENT (FLUENT, 2007) o resíduo normalizado da equação do transporte é definido através da seguinte expressão:

$$R = \frac{\sum_{células} [\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_P \phi_P]}{\sum_{células} [a_P \phi_P]} \quad (4.17)$$

Na Eq. (4.17)  $\sum_{células}$  significa que o valor entre colchetes está sendo somado para todos os volumes de controle.

Neste estudo, as soluções foram consideradas convergidas quando os resíduos para a equação da conservação de massa, quantidade de movimento nas direções  $x$  e  $y$ , foram menores que  $R_{massa} < 10^{-6}$ ,  $R_{momento} < 10^{-6}$  e  $R_{energia} < 10^{-8}$ .

### 4.3 Geração da Malha

Para a geração da malha (pré- processamento), utilizou-se o *software* GAMBIT.

O GAMBIT é um programa computacional que auxilia na construção e discretização de modelos para CFD e outras aplicações científicas. É capaz de tornar mais compreensível as etapas de construção, discretização (geração da malha) e definição dos tipos de regiões do modelo, sendo suficientemente versátil para tratar uma ampla variedade de modelos (FLUENT, 2006).

Ao executar o *software*, primeiramente determinam-se os pontos externos da malha para posteriormente ligá-los com linhas. A partir das linhas desenvolve-se as superfícies e com essas superfícies, as faces, assim como mostra a Fig. 4.4.

Para a geração da malha utilizou-se recomendações de trabalhos anteriores da literatura (Dos Santos, 2013) com a utilização de volumes retangulares e cada malha com um total de 38000 volumes.

Após a geração da malha (processamento e pós-processamento), as simulações foram feitas através do *software* FLUENT. O FLUENT é um software comercial, baseado no FVM (Método de Volumes Finitos), para a modelagem de escoamento de fluidos em geometrias complexas. Apresenta flexibilidade de malha, incluindo a capacidade de resolver problemas de escoamento usando malhas não estruturadas, aplicadas em geometrias complexas com relativa facilidade. É compatível com malhas do tipo bidimensional (dos tipos triangular e quadrilátera) e tridimensional (dos tipos tetraédrica/hexaédrica/piramidal/híbridas) (FLUENT 6.3, 2006).

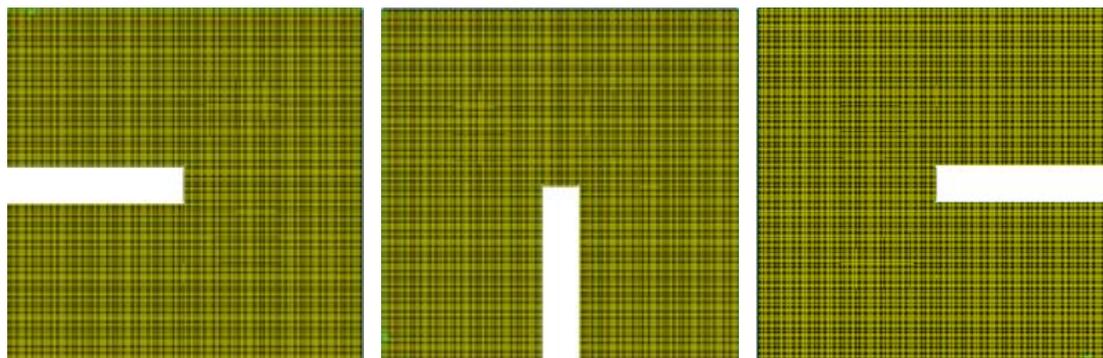


Figura 4.4: Ilustrações das malhas geradas no *software* GAMBIT nas três superfícies.

A fim de avaliar a presente metodologia numérica, realizou-se uma comparação entre o perfil de velocidade e temperatura previstas aqui com os obtidos na literatura para um escoamento de convecção forçada em uma cavidade dirigida quadrada sem aletas. Em outras palavras, é simulado o caso clássico de uma cavidade dirigida com transferência de calor por convecção forçada. Nesse problema, a movimentação do fluido é causada por uma imposição de uma velocidade causada na superfície da parte superior, enquanto as outras superfícies possuem velocidades nulas. Considerando o campo térmico, a transferência de calor é causada pela diferença de temperatura entre a superfície superior e as demais.

O perfil de velocidade e temperatura no centro da cavidade é para escoamento estável com  $Re_H = 100$  e  $Pr = 1,0$ , obtidos aqui e também previsto por Dos Santos et al. (2013) e Nalassamy e Prasad (1977), onde são apresentados nas Figs. 4.5 e 4.6, respectivamente. A Figura 4.5 mostra o perfil de velocidades  $v_1^* \times y^*$  para  $x^* = 0.5$  e a Fig. 4.6 exhibe o perfil de temperatura  $T^* \times y^*$  para  $x^* = 0.5$ . Os resultados mostraram que os perfis investigados estão de acordo. Portanto, o método numérico usado aqui é considerado válido para posterior avaliação da geometria de um escoamento por convecção forçada em cavidade dirigida com uma aleta inserida.

É importante mencionar que outras simulações foram realizadas para  $Re_H = 1000$  e também para perfis de velocidades e temperaturas horizontais no centro da cavidade ( $y^* = 0.5$ ). Os resultados para o presente modelo estável e os apresentados por Dos Santos et al. (2013) com um modelo transiente para  $Re_H = 100$  e  $1000$  (dentro do intervalo de  $Re_H$  avaliados no presente trabalho) estão todos em concordância. Para resumir estes resultados não serão apresentados aqui.

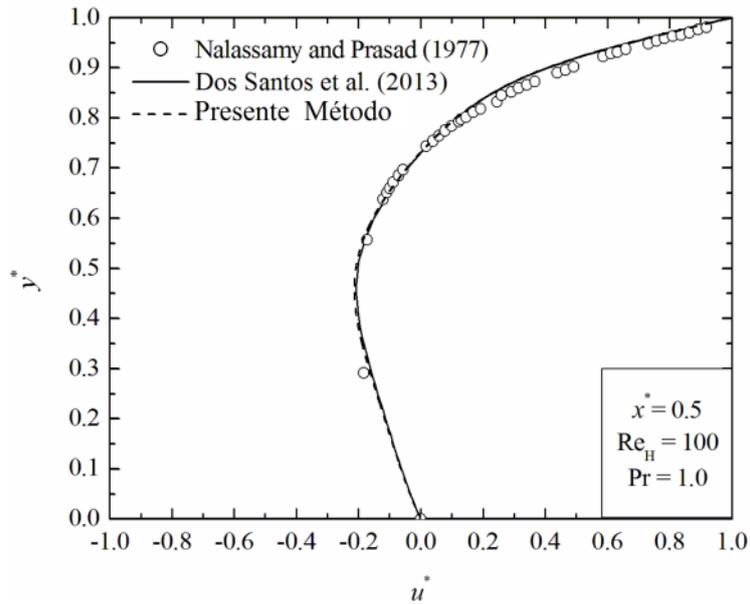


Figura 4.5: Perfis adimensionais por média de tempo para o fluxo de convecção forçada com  $Re_H = 100$  e  $Pr = 1.0$  para velocidade em  $x^*$  direção em  $x^* = 0.5$ .

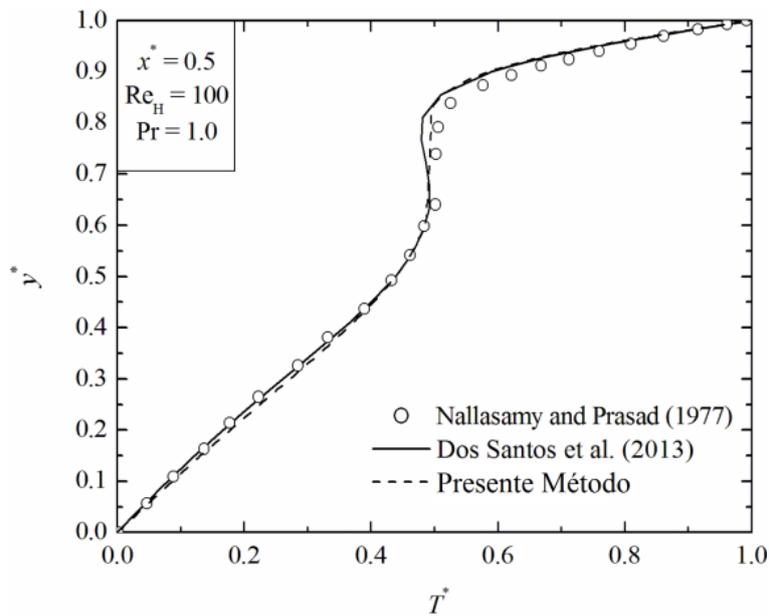


Figura 4.6: Perfis adimensionais por média de tempo para o fluxo de convecção forçada com  $Re_H = 100$  e  $Pr = 1.0$  para temperatura em  $x^* = 0.5$ .

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Segundo Çengel *et al.* (2012) a transferência de calor por convecção depende fortemente das propriedades termofísicas do fluido, geometria da superfície sólida, velocidade do escoamento, rugosidade da superfície e do regime de escoamento (laminar ou turbulento). É de grande dificuldade a determinação do coeficiente de transferência de calor por convecção com tantas variáveis dependentes, uma vez que se trata de um fenômeno físico de elevada complexidade.

Neste capítulo é apresentada uma análise do efeito da geometria de uma aleta retangular e do número de Reynolds no escoamento sobre o coeficiente de transferência de calor por convecção forçada. Para os casos estudados são investigados os campos de temperatura e de velocidade dos escoamentos no regime permanente.

No presente trabalho foram feitas 528 simulações no total. São considerados 4 diferentes números de Reynolds ( $Re_H = 10; 50; 100$  e  $1000$ ) com aletas inseridas nas superfícies lateral direita, inferior e lateral esquerda da cavidade. As aletas são inseridas em diferentes posições da superfície da cavidade, mais precisamente para  $0,1 \leq S/A^{1/2} \leq 0,9$ . Essa variação representa um grau de liberdade geométrica do problema. Para cada posição na cavidade, é realizada a variação da razão entre o comprimento e altura da aleta ( $H_1/L_1$ ). A faixa de variação de  $H_1/L_1$  muda para cada posição  $S/A^{1/2}$ . A menor faixa de variação ocorre para  $S/A^{1/2} = 0,1$  e  $0,9$  onde  $H_1/L_1$  é avaliado para  $2,0 \leq H_1/L_1 \leq 10,0$ , enquanto a maior variação ocorre para  $S/A^{1/2} = 0,5$ , onde  $0,1 \leq H_1/L_1 \leq 10,0$ . Para os casos limites de  $S/A^{1/2}$  o range de variação da geometria da aleta é limitado devido a aleta extrapolar o domínio da cavidade onde o escoamento ocorre.

A partir das variações de  $H_1/L_1$ , foi analisada a magnitude do número de Nusselt médio por convecção forçada em diversos pontos da superfície aletada, identificando a geometria ótima, ou seja, a geometria que conduz maior número de Nusselt, que é indicativo da taxa de transferência de calor por convecção entre a aleta e o escoamento. Além disso, avaliou-se a influência do aumento do número de Reynolds ( $Re_H$ ) sobre a taxa de transferência de calor entre a aleta e o escoamento e também sobre a geometria ótima das aletas, mais precisamente sobre  $(S/A^{1/2})_o$  e  $(H_1/L_1)_{oo}$ .

Conforme observado em outras geometrias estudadas na literatura CHEN *et. al* (2013); DAUNER *et. al* (2014); DUARTE *et. al* (2012); MANCIN *et. al* (2010), vale salientar que o comportamento da temperatura da aleta reflete o efeito físico esperado, que mostram o coeficiente de convecção como uma função da velocidade e da geometria das aletas destacando-se o espaçamento entre as mesmas.

## 5.1 Otimização da aleta inserida na superfície inferior da cavidade

Em primeiro lugar, é investigado o efeito da razão de  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt da aleta inserida na superfície inferior da cavidade. Somente esta avaliação conduziu a um total de 176 simulações.

A Figura 5.1 mostra o efeito da razão de  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt para  $S/A^{1/2} = 0,1$ ,  $H/L = 1,0$  e diferentes números de Reynolds = 10, 50, 100 e 1000. Para todos os casos o número de Prandtl é mantido constante ( $Pr = 0,71$ ). É possível observar que os resultados do número de Nusselt para os Reynolds de menor magnitude como  $Re_H = 10, 50$  e  $100$  conduziram a menores valores de  $Nu_H$  em comparação ao caso com  $Re_H = 1000$ , ou seja, quanto menor a intensidade do escoamento a tendência é que se tenha menores magnitudes para  $Nu_H$ . Entre os casos comparados, é possível observar que a razão  $(H_1/L_1)_o = 2,0$  é a que conduz a maior troca térmica entre a aleta e o escoamento da cavidade para todos os  $Re_H$  avaliados. O subscrito "o" significa uma vez otimizado a proporção de  $H_1/L_1$ . Vale destacar ainda que para  $Re_H = 10$ , apesar da baixa sensibilidade de  $H_1/L_1$  sobre  $Nu_H$ , há um ponto de máximo local para  $H_1/L_1 = 10,0$ .

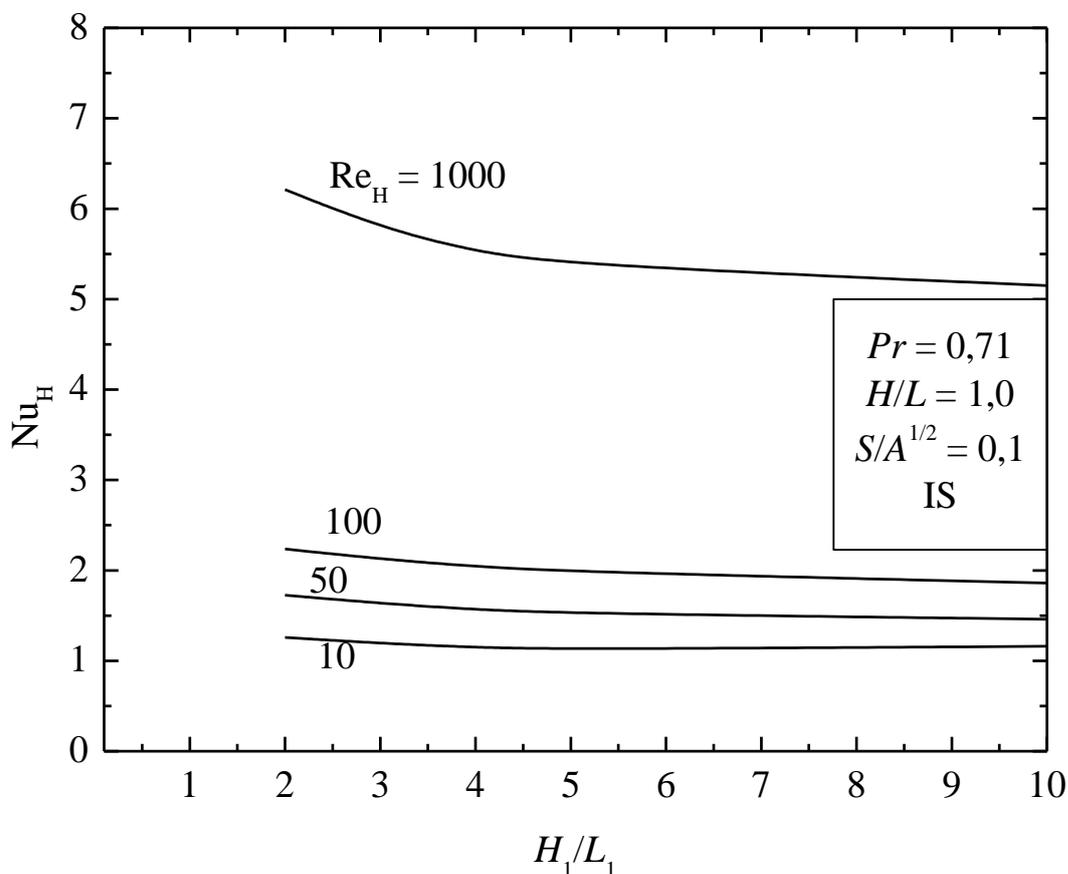


Figura 5.1: Efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com  $S/A^{1/2} = 0,1$  e  $H/L = 1,0$  da aleta inserida na superfície inferior da cavidade.

Os campos de velocidades obtidos para as melhores e as piores geometrias com  $Re_H = 10$ , 100 e 1000, para o escoamento no regime permanente, são apresentados nas Figs. 5.2 - 5.4, respectivamente. As geometrias ótimas são apresentadas nas Figs. 5.2(a) - 5.4(a), enquanto as piores são mostradas nas Figs. 5.2(b) - 5.4(b). Observa-se que quando a aleta é muito alta (possui maior penetração na cavidade) ela suaviza o escoamento na parte inferior da cavidade, minimizando a troca advectiva de calor nessa região. Conseqüentemente, o fluido tende a ser aquecido nessa região e o gradiente de temperatura na região da aleta decresce, conduzindo a uma redução do  $Nu_H$ .

Para o caso  $Re_H = 10$  a proporção  $H_1/L_1$  não tem uma sensibilidade considerável sobre o  $Nu_H$ . Para este caso, a razão ótima é alcançada para  $(H_1/L_1)_o = 2,0$  e obtém-se um  $Nu_{H,m} = 1,2585$ , que é aproximadamente 10 % superior a obtida para a pior geometria,  $H_1/L_1 = 5,0$ . Neste caso os efeitos não são muito sensíveis pois o escoamento não tem intensidade suficiente para deslocar o vórtice principal em direção a região central da cavidade dirigida.

Para a maior magnitude do número de Reynolds ( $Re_H = 1000$ ) a proporção  $H_1/L_1$  possui uma sensibilidade maior. Para este caso, o número de Nusselt uma vez maximizado é dado por  $Nu_{H,m} = 6,2109$  e a razão ótima é alcançada para  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ . Para a pior geometria, o número de Nusselt é 17 % inferior ao obtido com a melhor geometria. À medida que o número de Reynolds aumenta a magnitude do número de Nusselt também aumenta, como esperado. Isso fica bastante evidente quando os campos de velocidades são comparados, onde os maiores gradientes de velocidade são obtidos para os casos com maior número de  $Re_H$ .

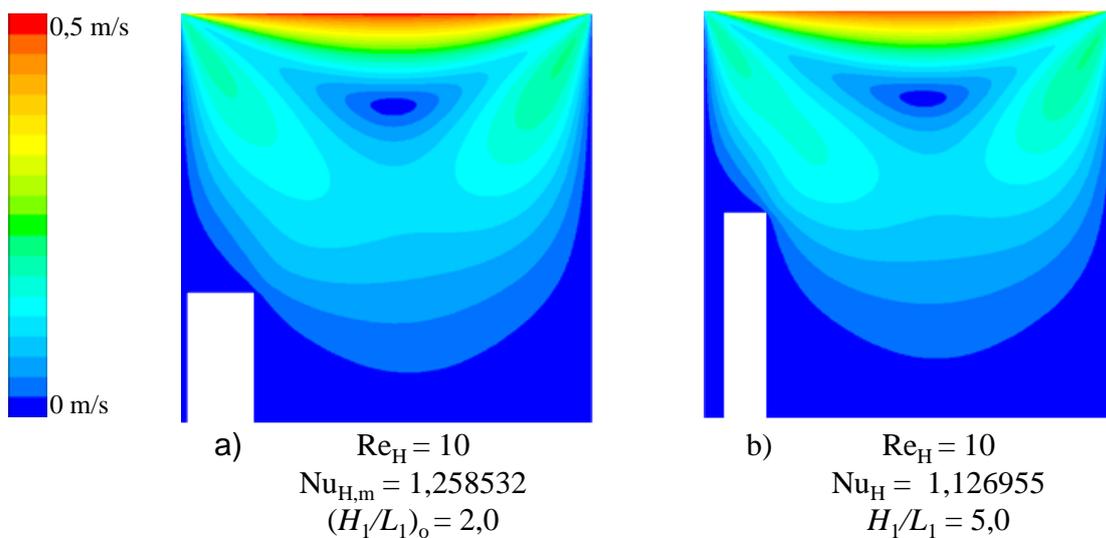


Figura 5.2: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,1$  e  $Re_H = 10$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 5,0$ .

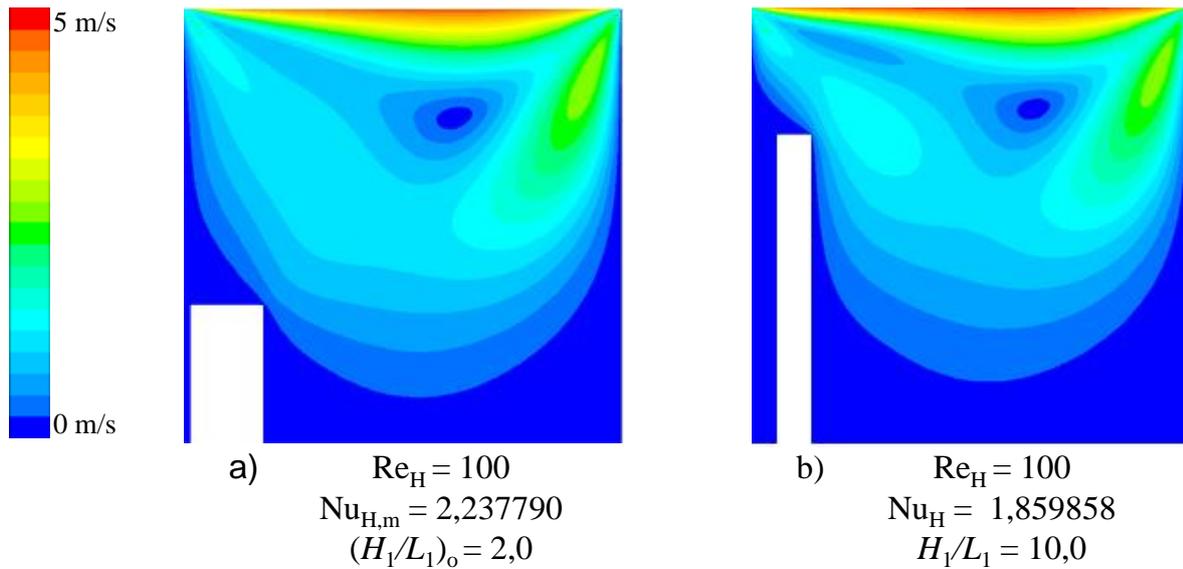


Figura 5.3: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,1$  e  $Re_H = 100$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

Para o caso  $Re_H = 1000$ , também é claramente observado que a geometria da aleta afeta o escoamento secundário na região do canto superior esquerdo da cavidade, ou seja, a presença da aleta também pode afetar o comportamento físico do escoamento.

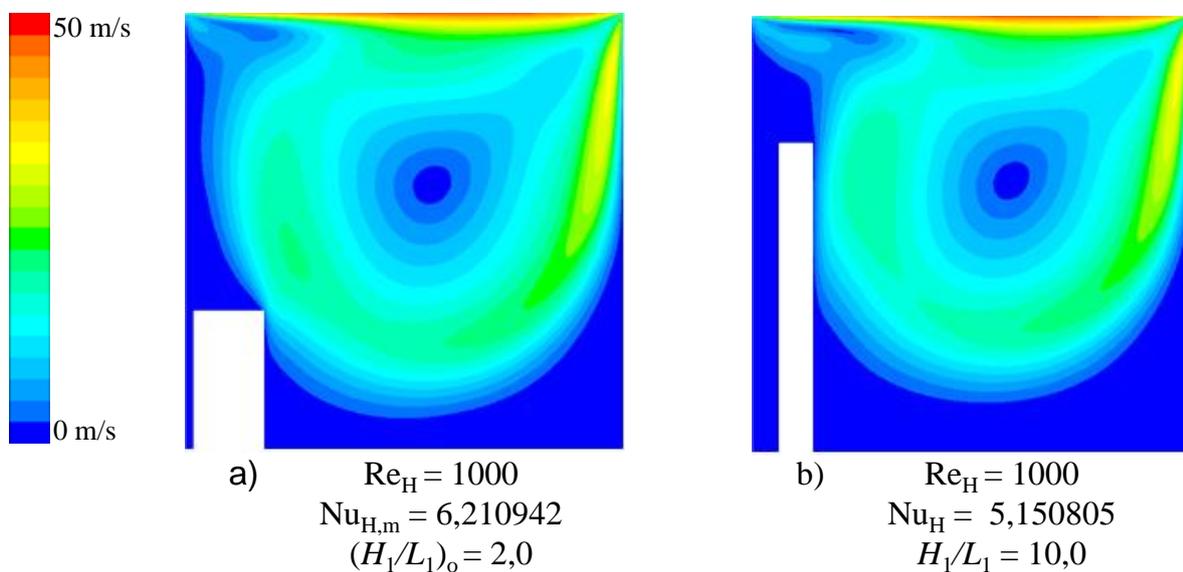


Figura 5.4: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,1$  e  $Re_H = 1000$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

Com o objetivo de avaliar qualitativamente o efeito da geometria da aleta retangular sobre a distribuição do campo de temperaturas em uma cavidade com aleta retangular inserida na parte

inferior, as Figs. 5.5, 5.6, 5.7 ilustram o campo de temperaturas para a geometria ótima e a pior geometria para os diferentes números de Reynolds avaliados:  $10 \leq Re_H \leq 1000$ . As Figuras 5.5 (a) e 5.5 (b) mostram as melhores e piores formas para  $Re_H = 10$ , respectivamente, enquanto as Figs. 5.6 (a) e 5.6 (b) mostram as melhores e as piores formas para  $Re_H = 100$  e as Figs. 5.7 (a) e 5.7 (b) mostram as melhores e os piores formas de  $Re_H = 1000$ . Nas figuras, a cor vermelha representa a temperatura mais elevada enquanto que a cor azul representa a temperatura mais baixa.

É possível observar uma distribuição do campo de temperaturas com maiores magnitudes na região lateral esquerda e inferior da cavidade, principalmente entre a aleta e a superfície lateral esquerda da cavidade, onde o fluido está estagnado. Para o menor Reynolds ( $Re_H = 10$ ) percebeu-se um comportamento mais difusivo, devido a característica das isoterms serem mais lineares. Conforme o número de Reynolds aumenta para  $Re_H = 100$  e  $1000$ , os gradientes de temperaturas aumentam, especialmente na região das aletas. Para todos os casos o aumento da altura da aleta conduziu a uma restrição de escoamento e um aumento na magnitude do campo de temperaturas, levando as dimensões de maiores razões  $H_1/L_1$  aos piores desempenhos. De uma forma geral, os campos de velocidades indicam que o aumento da área superficial de troca térmica não é uma condição suficiente para maximizar a troca térmica em um problema de convecção em escoamento interno. Isso só ocorrerá se não houver a imposição de uma restrição ao escoamento.

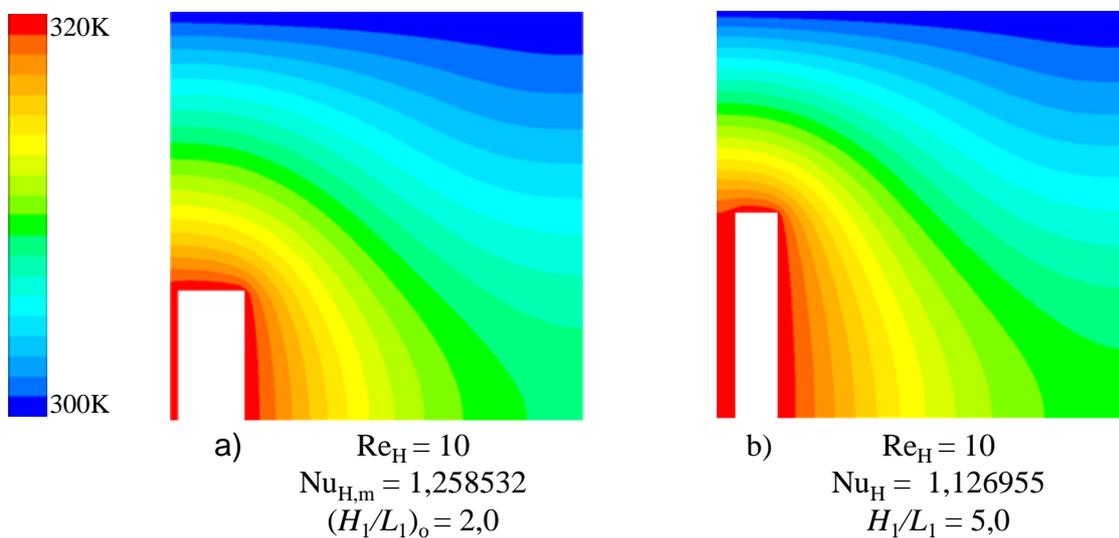


Figura 5.5: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,1$ ,  $Re_H = 10$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 5,0$ .

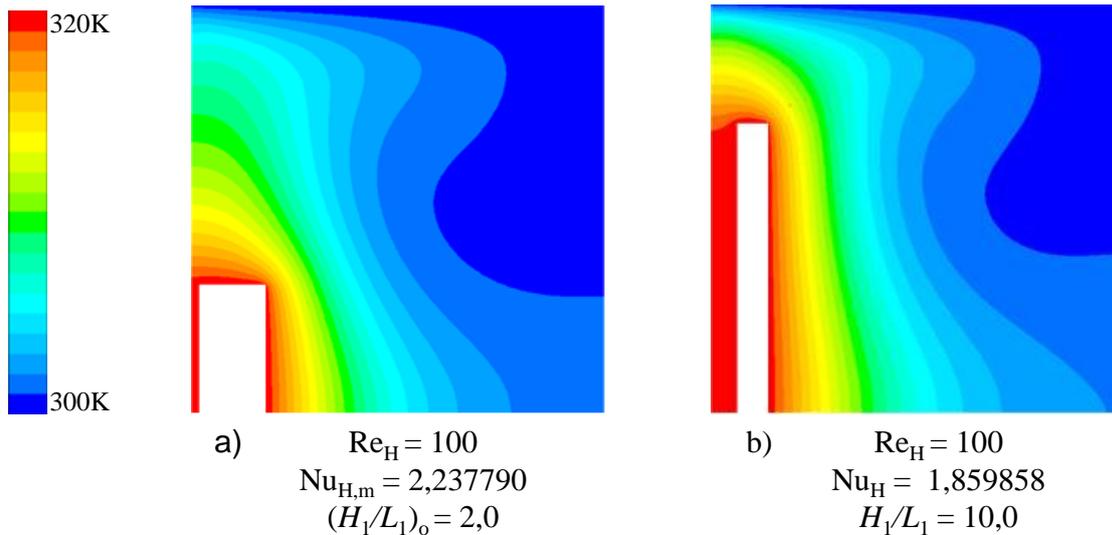


Figura 5.6: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,1$ ,  $Re_H = 100$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

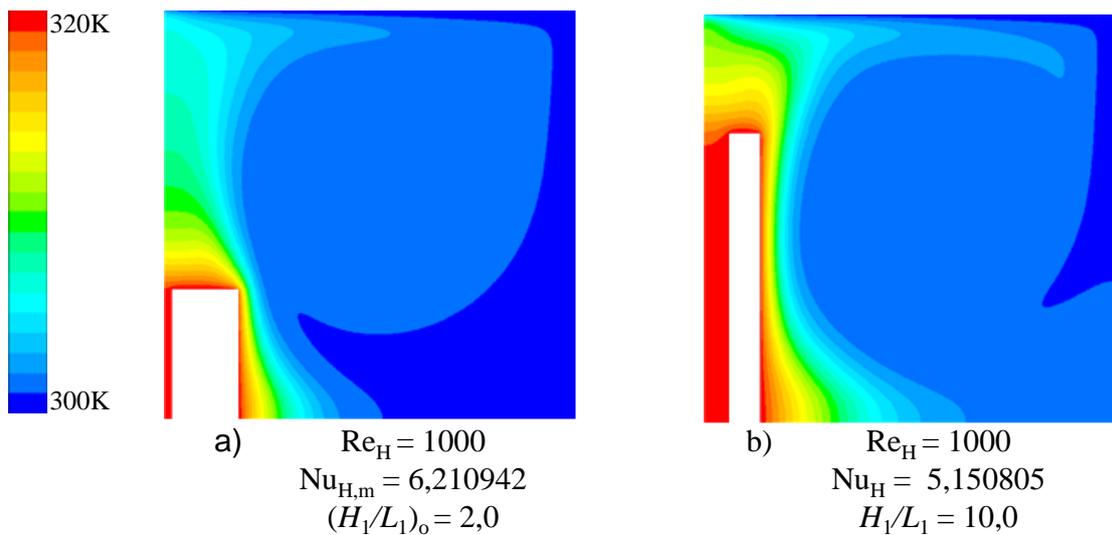


Figura 5.7: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,1$ ,  $Re_H = 1000$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

A mesma avaliação realizada na Fig. 5.1, é repetida para outras razões de  $S/A^{1/2}$ . A Figura 5.8 mostra o efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com  $S/A^{1/2} = 0,3$  e  $H/L = 1,0$  para os quatro diferentes números de  $Re_H$  estudados no presente trabalho. Em todos os casos, observou-se que há uma razão intermediária de  $H_1/L_1$  que conduz ao melhor desempenho do sistema. Apesar disso, é possível afirmar que há uma região (próximo ao extremo inferior) onde o desempenho é semelhante ao máximo obtido. Vale ressaltar ainda que, para o caso  $Re_H = 10$ , semelhantemente ao observado para  $S/A^{1/2} = 0,1$ , o número de  $Nu_H$  quase não possui

sensibilidade com a razão  $H_1/L_1$ . Para as maiores magnitudes de  $Re_H$ , observa-se que a diferença entre o  $Nu_{H,m}$  e os números de  $Nu_H$  obtidos para as piores geometrias (para as maiores razões de  $H_1/L_1$ ) aumenta em comparação com os casos com menores  $Re_H$ .

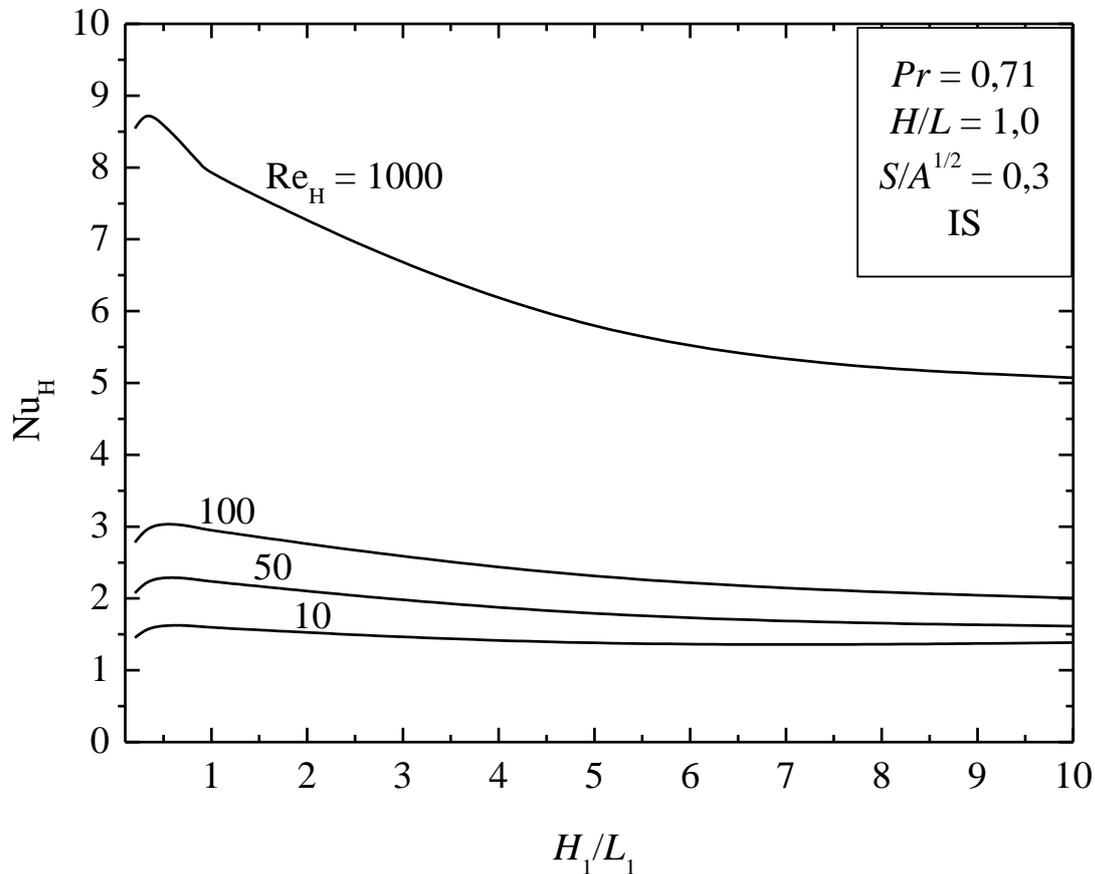


Figura 5.8: Efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com  $S/A^{1/2} = 0,3$  e  $H/L = 1,0$  da aleta inserida na superfície inferior da cavidade.

Para ilustrar o efeito da geometria sobre os campos de velocidades e temperaturas para os escoamentos no regime permanente, as Figs. 5.9 – 5.11 ilustram os campos de velocidades para as geometrias ótimas e para as piores razões geométricas com números de  $Re_H = 10$ ,  $100$  e  $1000$ , respectivamente. Com relação aos campos de temperaturas, as Figs. 5.12 – 5.14 ilustram os campos obtidos para as melhores e piores geometrias com os mesmos números de  $Re_H$  apresentados para os campos de velocidades. Como a aleta acaba sendo inserida mais na região central da cavidade, é possível observar que a inserção da aleta afeta significativamente os campos de velocidades e temperaturas. Essas diferenças são mais evidentes para os casos com  $Re_H = 100$  e  $1000$ . Nestes casos, é possível observar uma diferença considerável na formação do vórtice principal do escoamento. As maiores razões de  $H_1/L_1$  suprimem o vórtice principal na região superior da cavidade, diminuindo a troca térmica nas regiões inferior e lateral esquerda da cavidade. Também

pode ser observado que a presença da aleta também causa, para o caso  $Re_H = 100$  (Figs. 5.10 e 5.13) a formação de um dipolo (par de vórtices) acima da aleta é observada. Para  $Re_H = 1000$ , a aleta atua quase como uma superfície lateral da cavidade (similarmente ao observado em escoamentos em cavidades com razões de aspecto  $H/L$  maiores). A inserção da aleta (para  $5000 \leq Re_H \leq 10000$ ) pode ser um mecanismo de transição do escoamento do regime laminar para o turbulento ou de relaminarização do mesmo, caso o escoamento seja inicialmente turbulento.

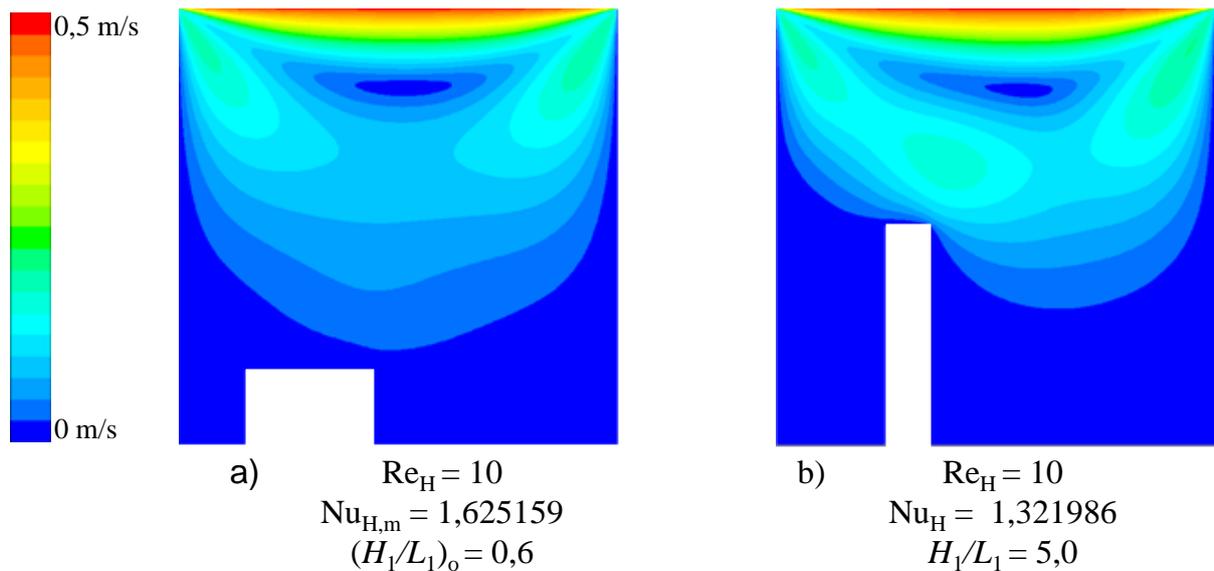


Figura 5.9: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,3$  e  $Re_H = 10$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,6$ ; b)  $H_1/L_1 = 5,0$ .

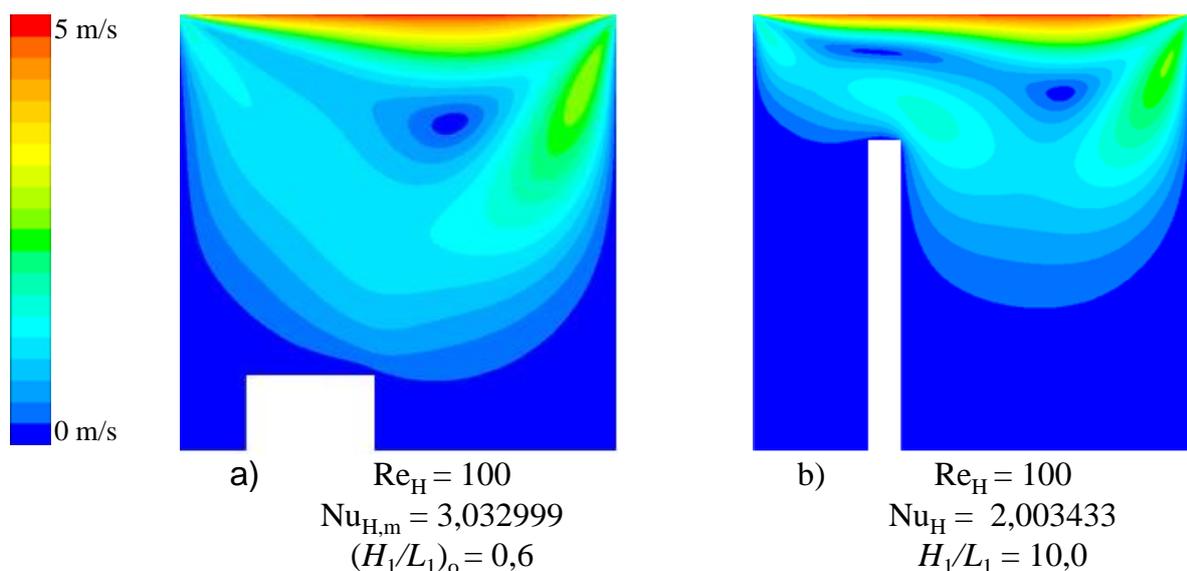


Figura 5.10: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,3$  e  $Re_H = 100$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,6$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

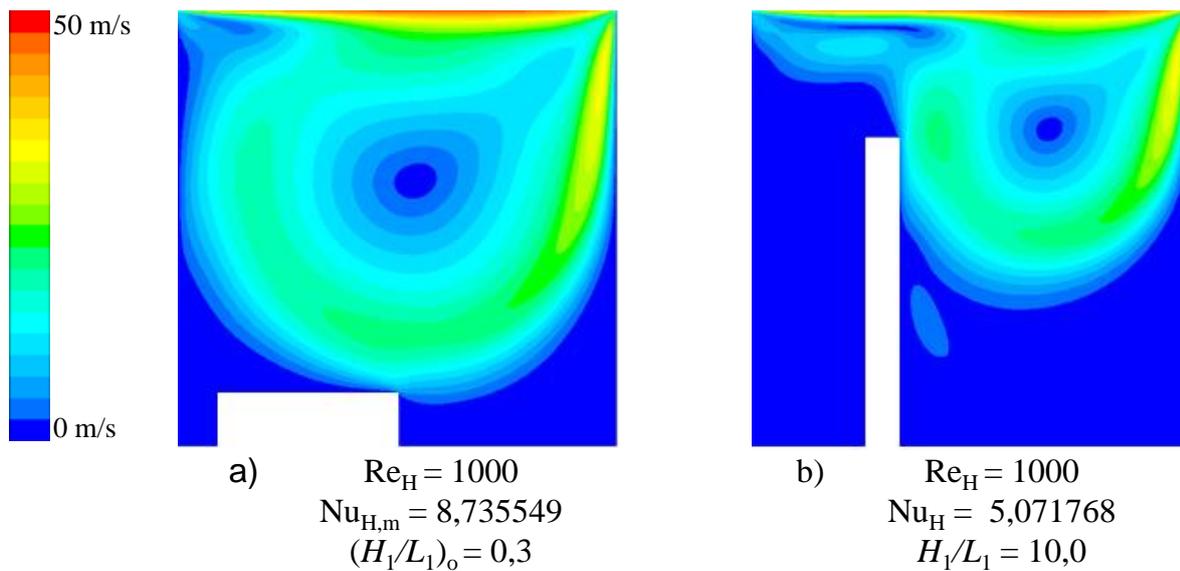


Figura 5.11: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,3$  e  $Re_H = 1000$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,3$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

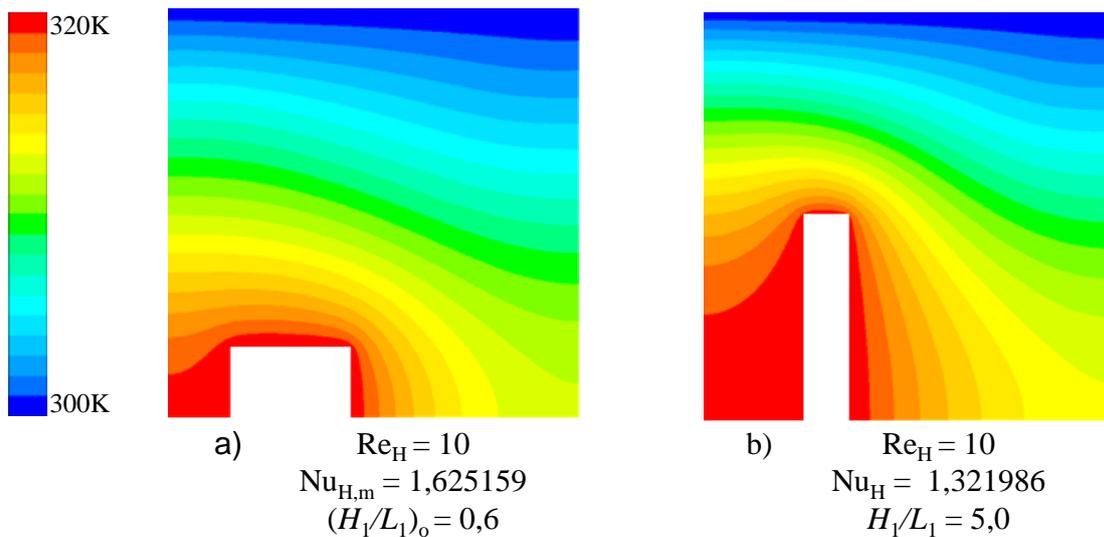


Figura 5.12: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,3$ ,  $Re_H = 10$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,6$ ; b)  $H_1/L_1 = 5,0$ .

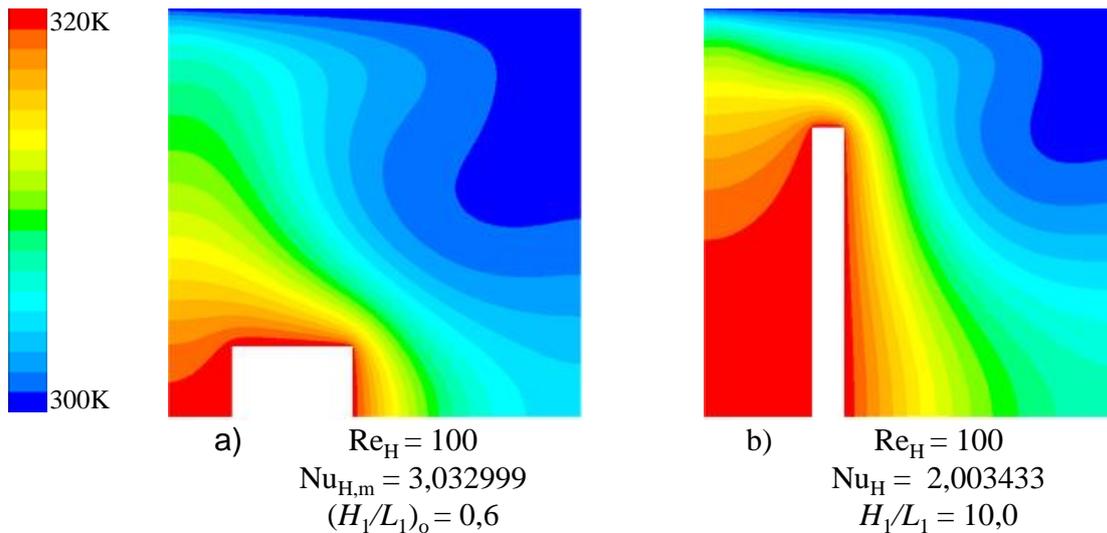


Figura 5.13: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,3$ ,  $Re_H = 100$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,6$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

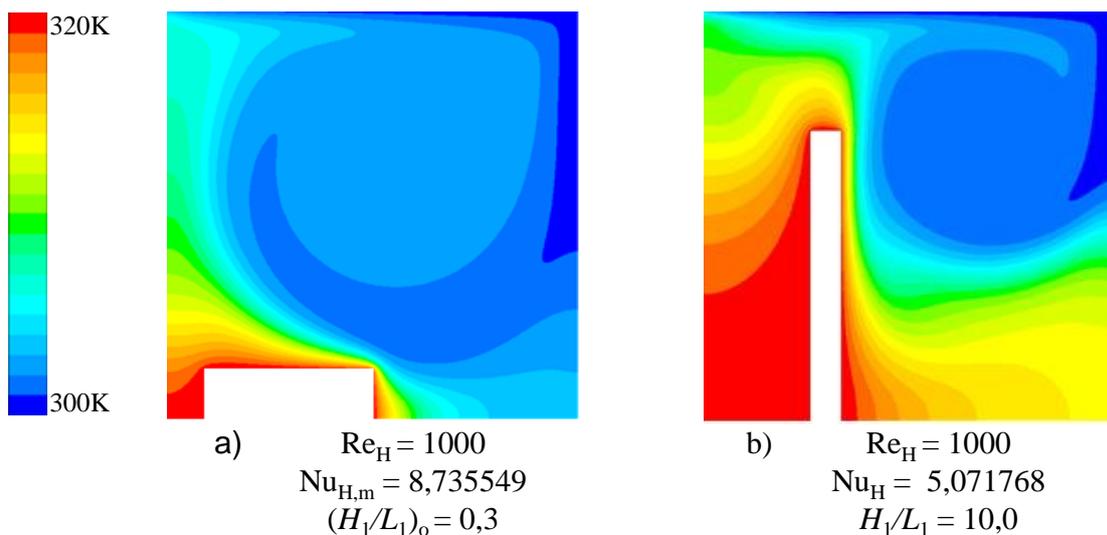


Figura 5.14: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,3$ ,  $Re_H = 1000$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,3$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

O mesmo estudo realizado anteriormente para  $S/A^{1/2} = 0,1$  e  $0,3$  é repetido para  $S/A^{1/2} = 0,5$ . A Figura 5.15 mostra o efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com  $S/A^{1/2} = 0,5$ ;  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$ . Primeiramente, o efeito de  $H_1/L_1$  sobre  $Nu_H$  é similar ao obtido para  $S/A^{1/2} = 0,3$ . Apesar do deslocamento da aleta para uma região central da cavidade, o comportamento do escoamento é semelhante ao observado para a razão anterior de  $S/A^{1/2} = 0,3$ . Esse comportamento foi semelhante ao obtido em Dos Santos et al. (2013) para o mesmo tipo de

problema. Por uma questão de simplicidade, os campos de velocidade e temperaturas para esse caso não serão reapresentados aqui.

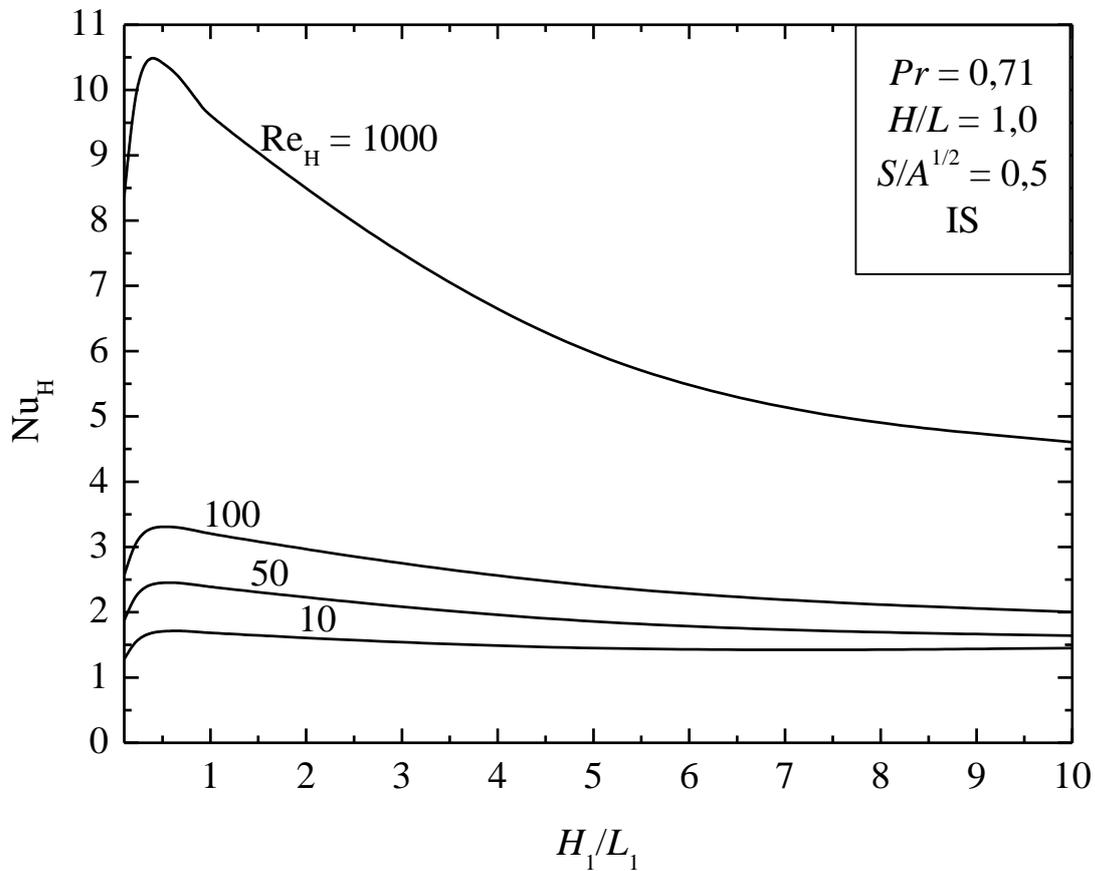


Figura 5.15: Efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com  $S/A^{1/2} = 0,5$ ;  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$  da aleta inserida na superfície inferior da cavidade.

Continuando a análise para  $S/A^{1/2} = 0,7$ , a Fig. 5.16 ilustra o efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ), o comportamento foi semelhante ao obtido para  $S/A^{1/2} = 0,3$ . Para os demais casos estudados o comportamento foi similar ao obtido nas simulações, mostrando que conforme  $Re_H$  aumenta melhor é a troca térmica.

As Figuras 5.17 – 5.19 mostram os campos de velocidades e as Figs. 5.20 – 5.22 ilustram os campos de temperatura para os números de  $Re_H = 10, 100$  e  $1000$  para as geometrias ótimas e as piores geometrias quando  $S/A^{1/2} = 0,7$ . Os resultados mostram que o vórtice principal é ainda mais suprimido para esse caso quando se tem as maiores razões de  $H_1/L_1$  impostas a aleta retangular. Esse fato ocorre devido à formação do vórtice principal ocorrer do canto superior direito em direção ao centro da cavidade. Esse comportamento é bastante visível nas Figs. 5.18(b), 5.19(b). Com relação ao campo de temperaturas, o comportamento do escoamento (com uma grande estagnação do vórtice principal) causa um aquecimento sensível nas regiões inferiores da aleta. De uma forma

geral, os resultados indicam que o aumento da área de troca térmica pode ser danoso ao sistema, desde que a sua configuração imponha uma restrição ao escoamento do fluido no domínio.

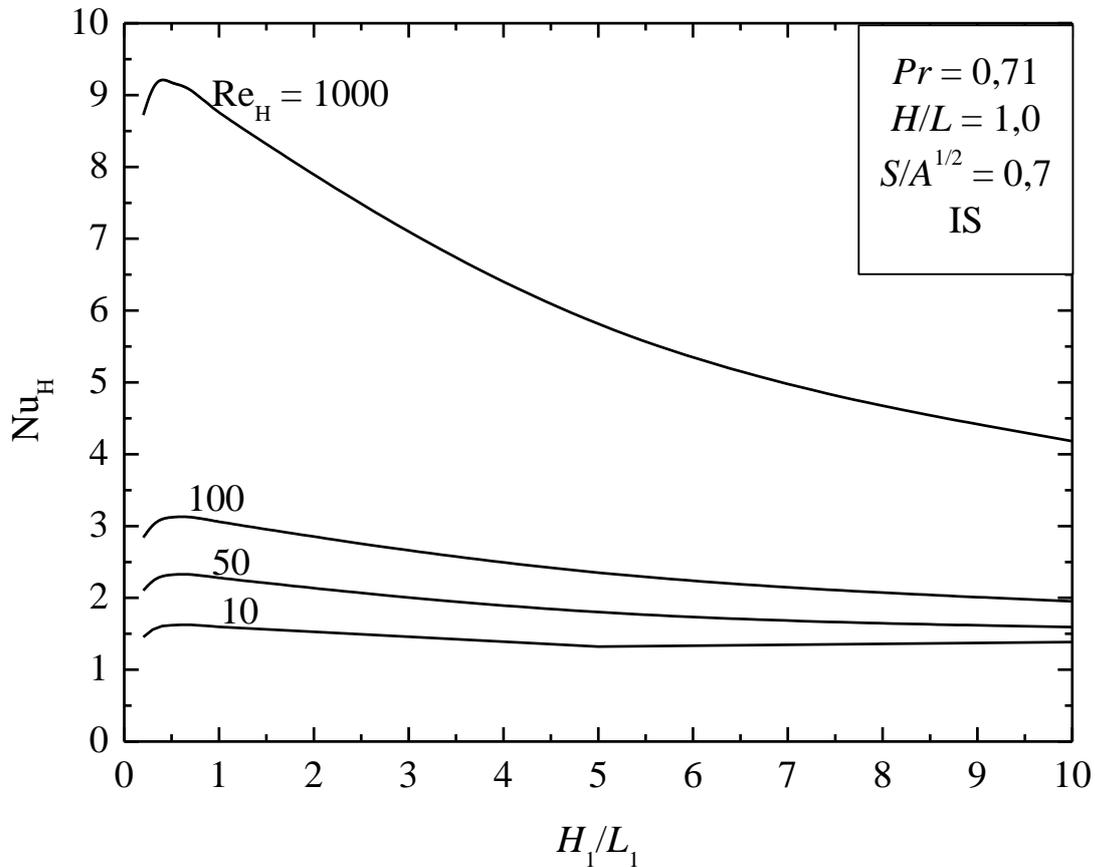


Figura 5.16: Efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com  $S/A^{1/2} = 0,7$ ;  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$  da aleta inserida na superfície inferior da cavidade.

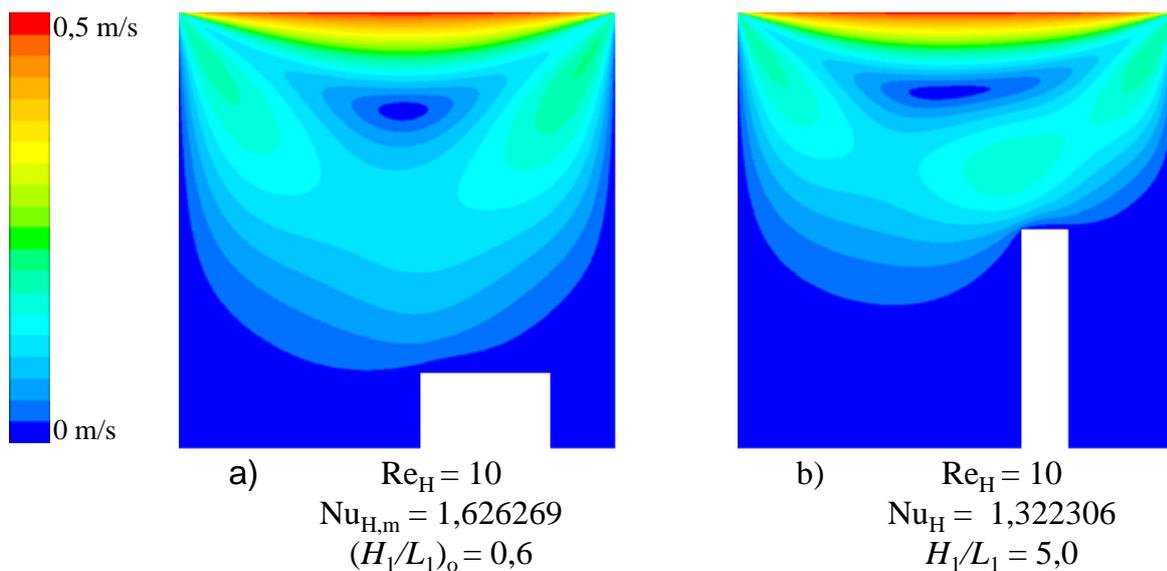


Figura 5.17: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,7$  e  $Re_H = 10$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,6$ ; b)  $H_1/L_1 = 0,4$ .

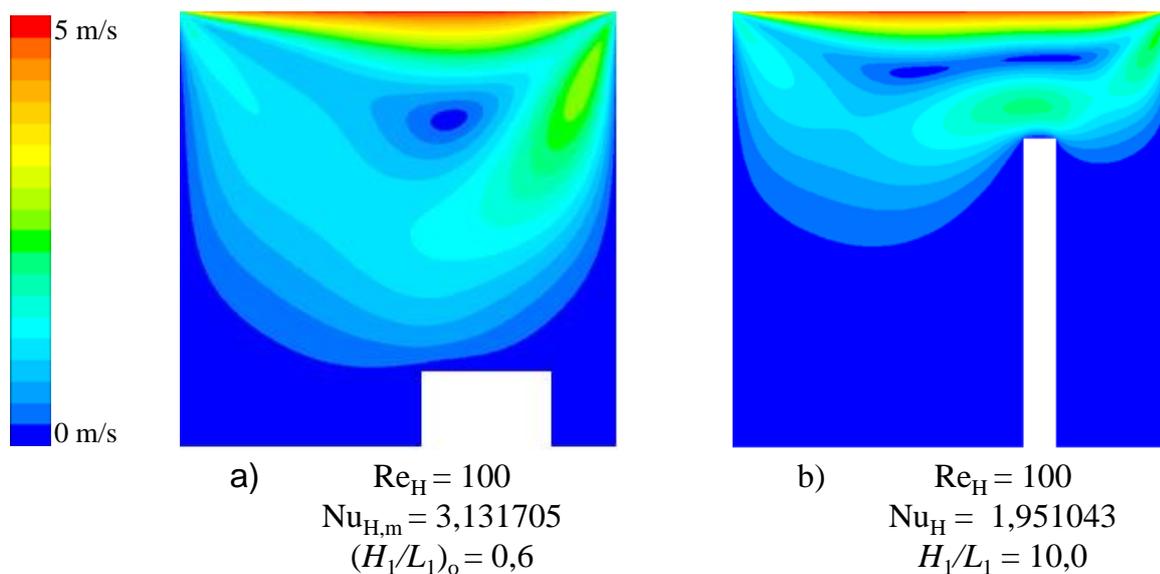


Figura 5.18: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,7$  e  $Re_H = 100$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,6$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

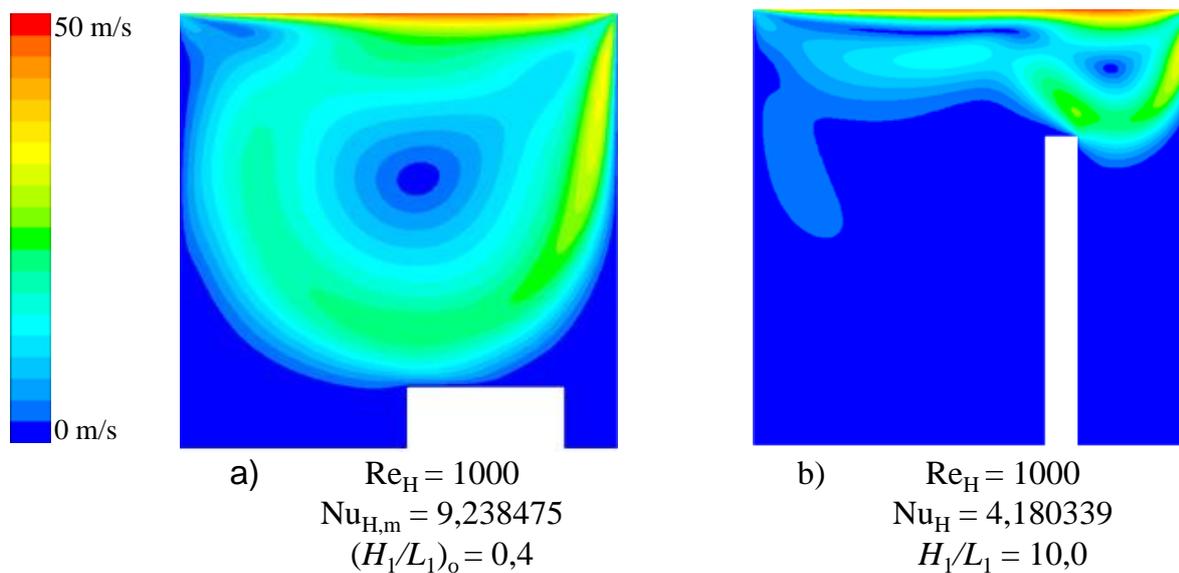


Figura 5.19: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,7$  e  $Re_H = 1000$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,4$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

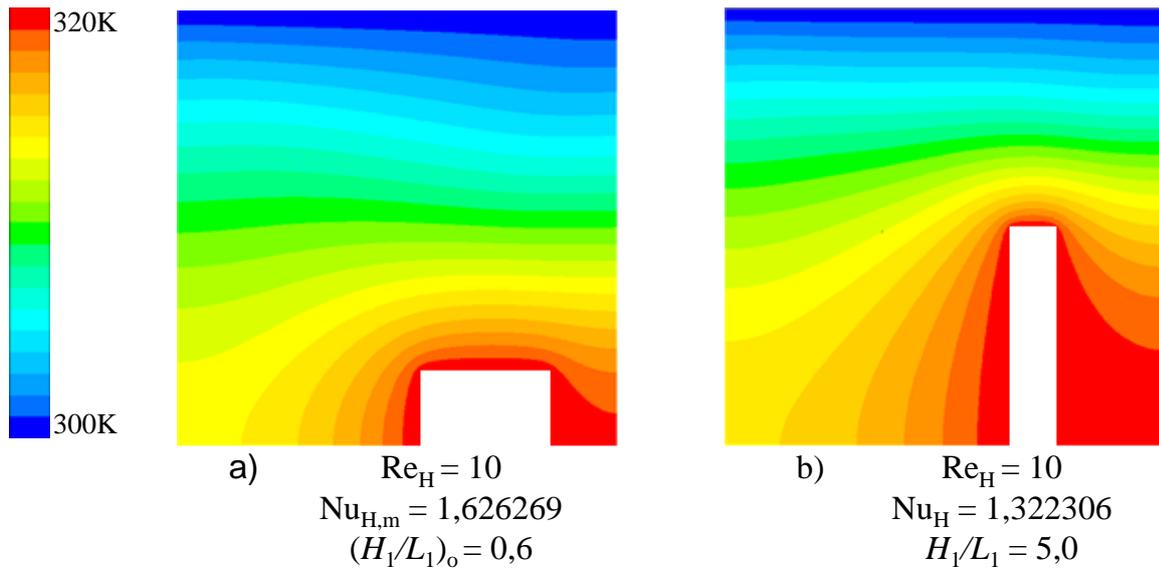


Figura 5.20: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,7$ ,  $Re_H = 10$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,6$ ; b)  $H_1/L_1 = 0,4$ .

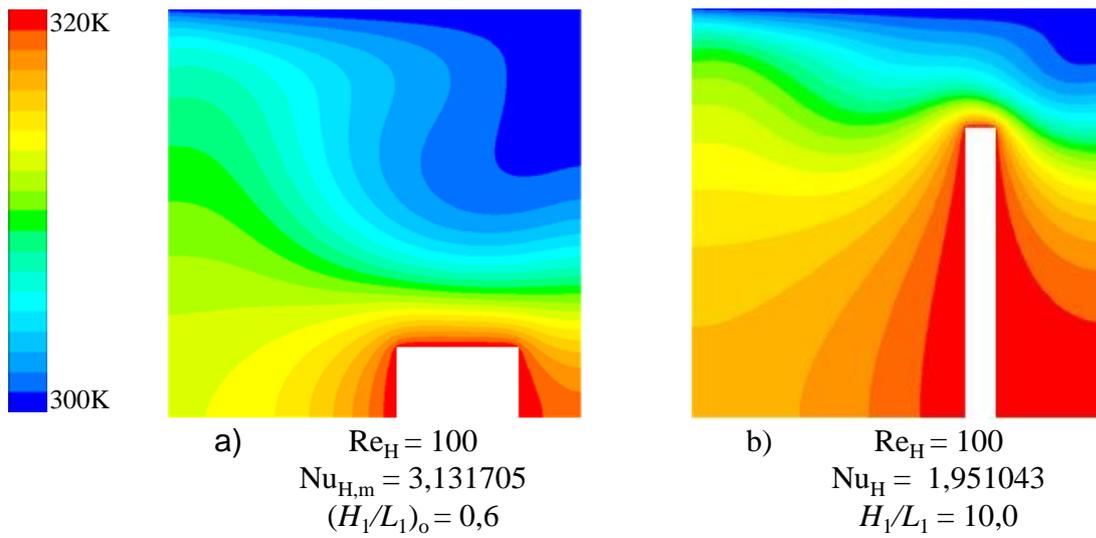


Figura 5.21: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,7$ ,  $Re_H = 100$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,6$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

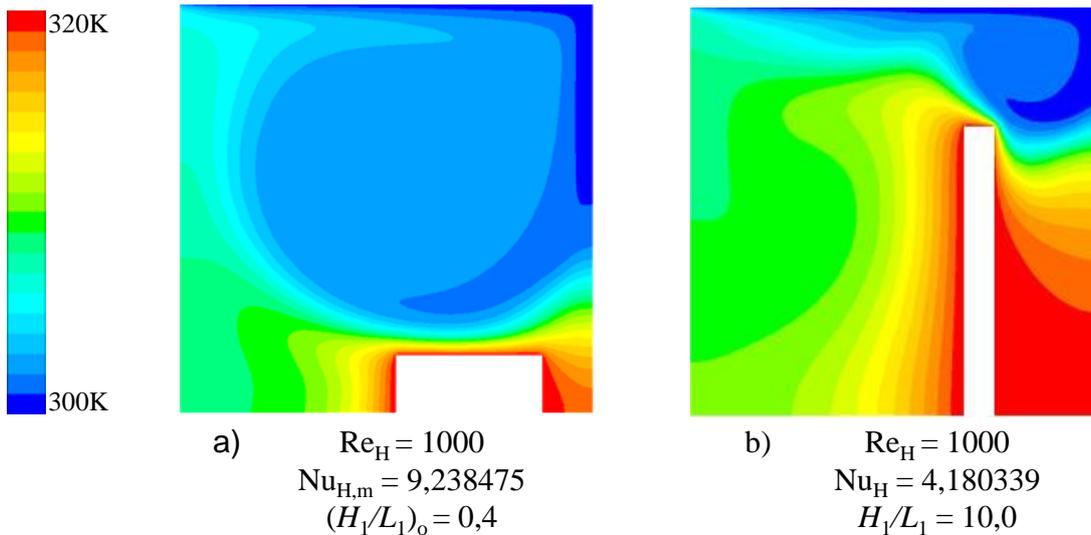


Figura 5.22: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,7$ ,  $Re_H = 1000$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,4$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

A Figura 5.23 mostra o efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com  $S/A^{1/2} = 0,9$ ;  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$ . Neste caso, observou-se um comportamento semelhante ao observado para o caso  $S/A^{1/2} = 0,1$ , onde há uma diminuição da magnitude de  $Nu_H$  com o aumento da razão  $H_1/L_1$ . Para esta posição da aleta a geometria ótima também foi obtida para a menor razão possível de  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ . Vale destacar que, o comportamento de  $H_1/L_1$  sobre  $Nu_H$  poderia ser diferente para os casos  $S/A^{1/2} = 0,1$  e  $0,9$  devido ao fato do escoamento não ter um comportamento simétrico, ou seja, a incidência do vórtice principal ocorre de forma diferente para os dois casos.

As Figuras 5.24 – 5.26 e as Figs. 5.27 – 5.29 mostram os campos de velocidades e temperaturas para as geometrias ótimas e para as piores geometrias para os escoamentos com  $Re_H = 10$ ,  $100$  e  $1000$  e  $S/A^{1/2} = 0,9$ . De uma forma geral, é possível observar que, semelhantemente aos casos anteriores, o vórtice principal é suprimido quando a aleta possui maior penetração na direção  $y$  da cavidade. Também pode ser visto que, ao contrário do que ocorre para o caso  $S/A^{1/2} = 0,7$ , o vórtice principal não consegue se expandir na região entre a aleta e a superfície lateral direita da cavidade nos casos com maior razão de  $H_1/L_1$ . Isso modifica um pouco a distribuição dos campos de velocidades e temperaturas ao longo da cavidade.

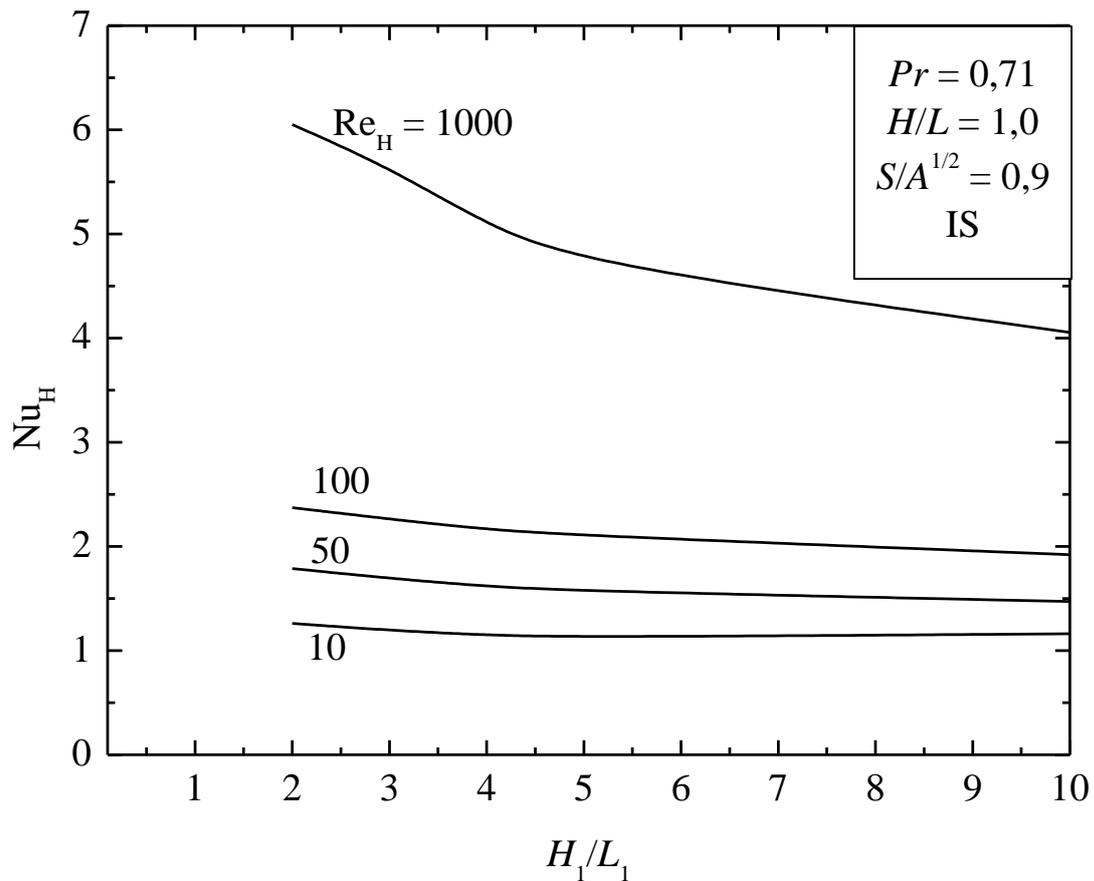


Figura 5.23: Efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com  $S/A^{1/2} = 0,9$ ;  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$  da aleta inserida na superfície inferior da cavidade.

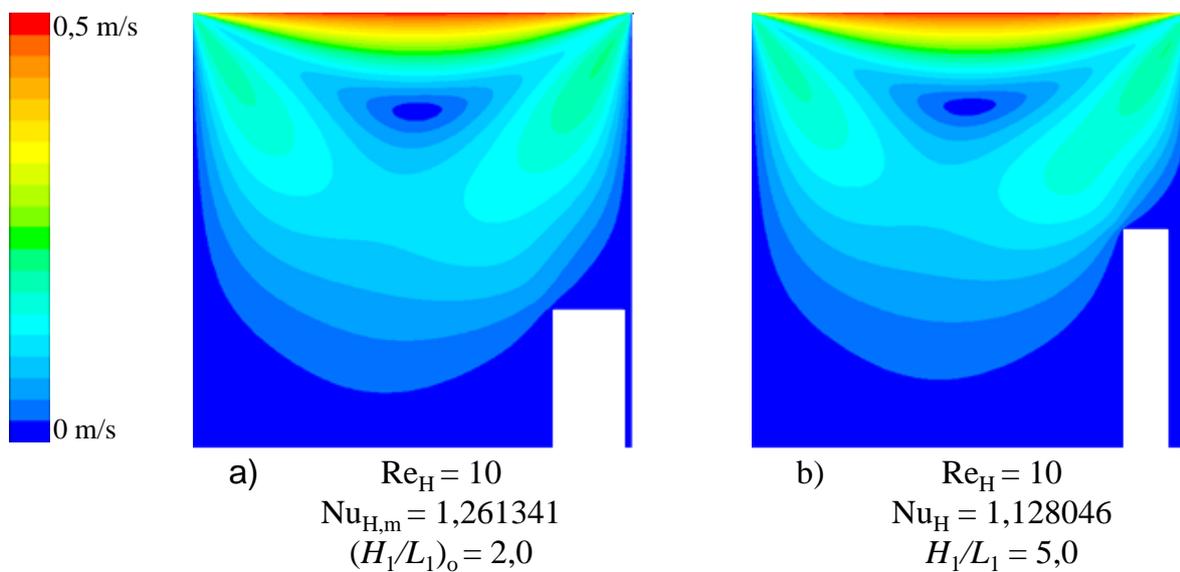


Figura 5.24: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,9$  e  $Re_H = 10$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 5,0$ .

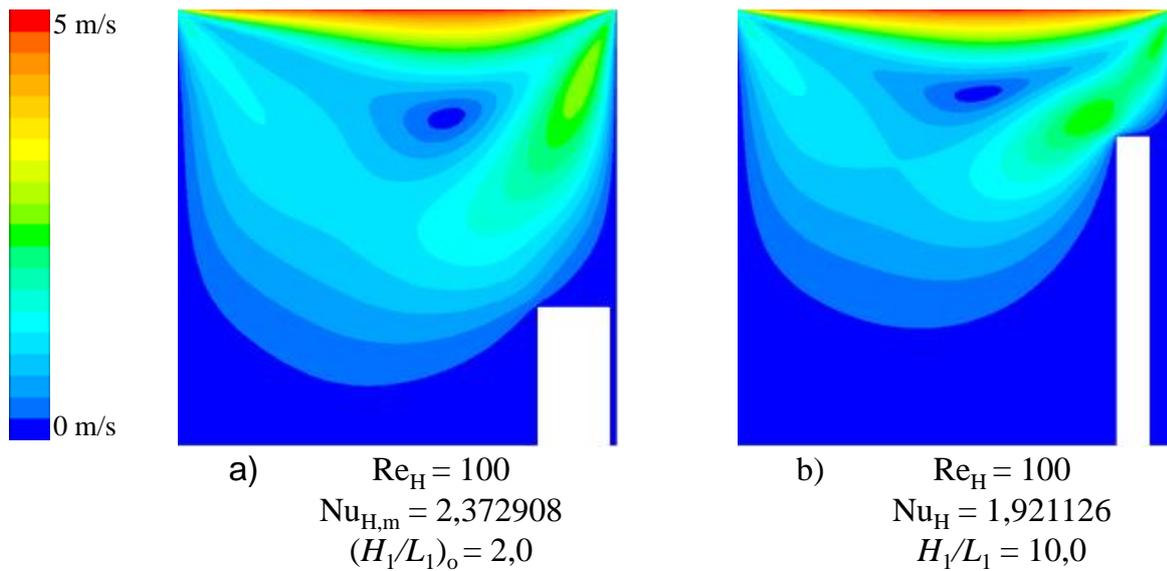


Figura 5.25: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,9$  e  $Re_H = 100$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

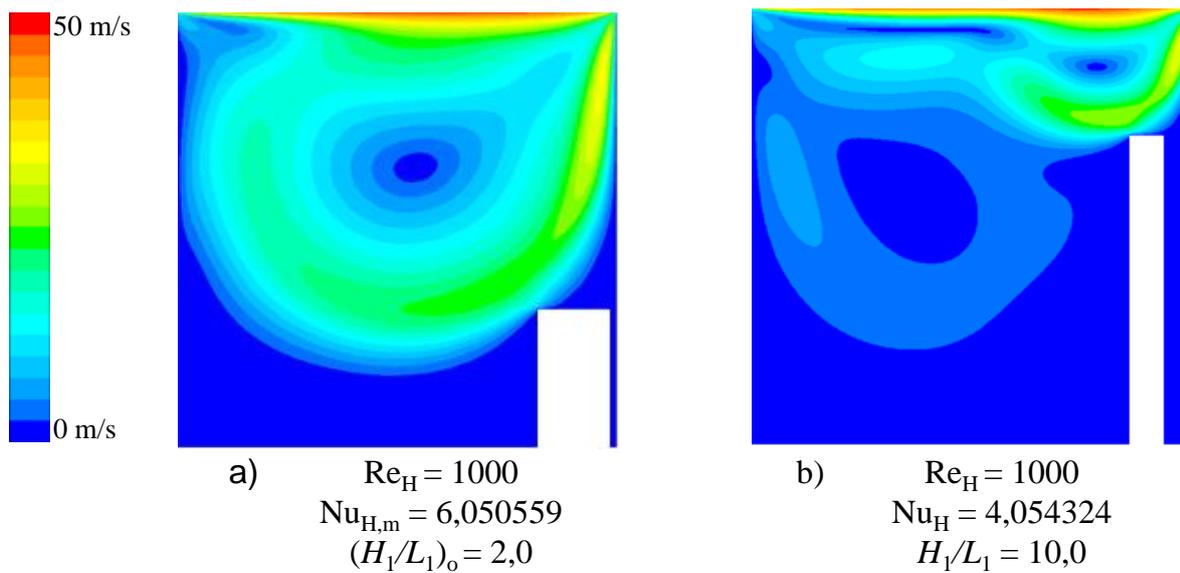


Figura 5.26: Campos de velocidades para aleta na superfície inferior,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,9$  e  $Re_H = 1000$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

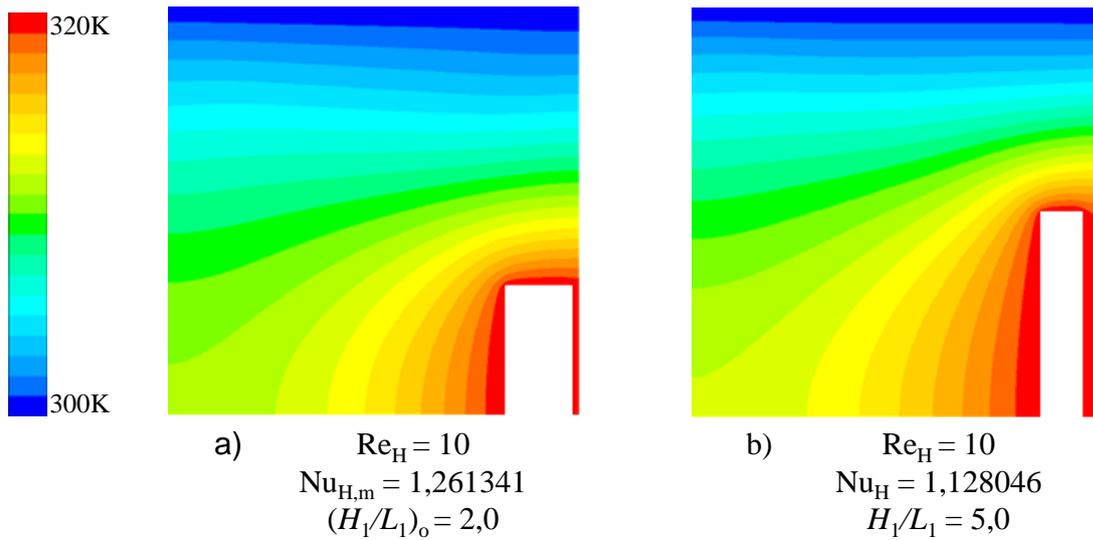


Figura 5.27: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,9$ ,  $Re_H = 10$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 5,0$ .

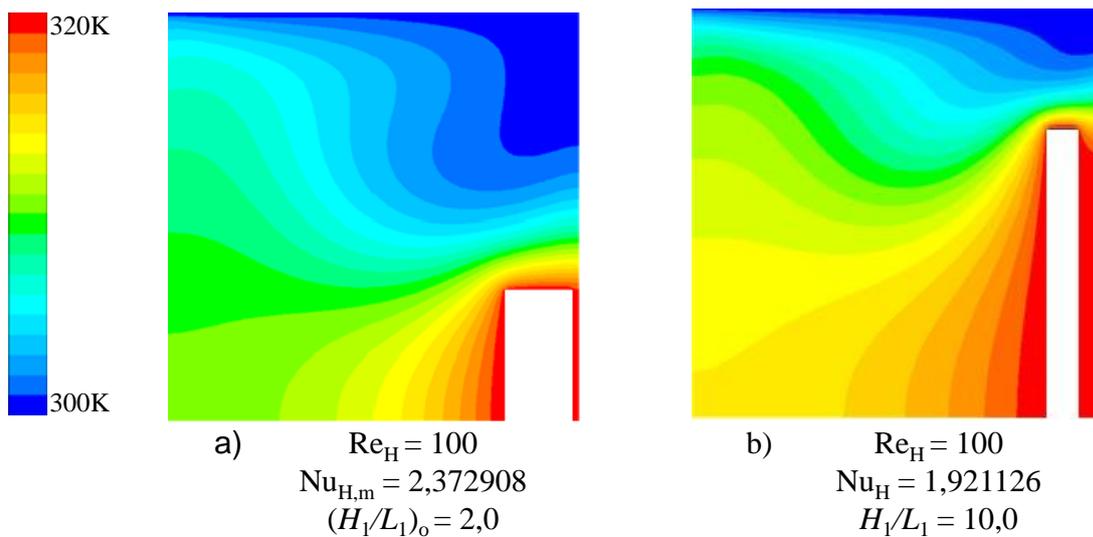


Figura 5.28: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,9$ ,  $Re_H = 100$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

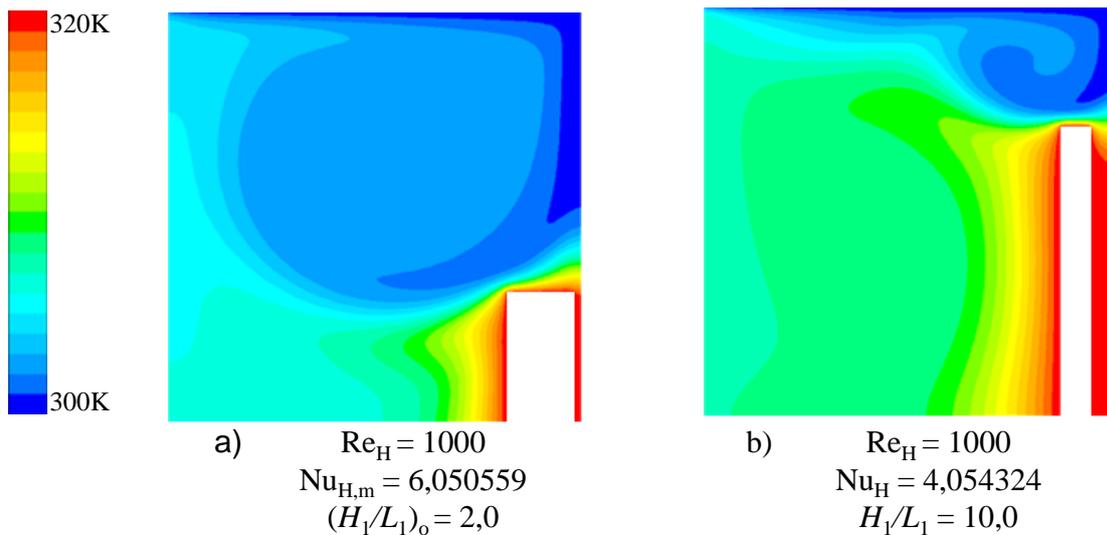


Figura 5.29: Campos de temperaturas para aleta na superfície inferior para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,9$ ,  $Re_H = 1000$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

Os resultados ótimos obtidos nas Figs. 5.1, 5.8, 5.15, 5.16, 5.23 podem ser compilados de forma a obter o efeito da razão  $S/A^{1/2}$  sobre o número de Nusselt uma vez maximizado ( $Nu_{H,m}$ ) e sobre a geometria ótima correspondente, neste caso  $(H_1/L_1)_o$ . A Figura 5.30 ilustra o efeito de  $S/A^{1/2}$  sobre  $Nu_{H,m}$  para os diferentes números de Reynolds avaliados no presente trabalho,  $Re_H = 10, 50, 100$  e  $1000$ . A Figura 5.30 mostra que para os extremos inferior e superior de  $S/A^{1/2}$  o desempenho foi inferior aos demais  $S/A^{1/2}$ , enquanto que para  $S/A^{1/2} = 0,5$  obteve-se o melhor desempenho para todos os casos analisados com diferentes números de Reynolds avaliados.

Para o maior número de  $Re_H = 1000$ , a geometria ótima obtida para  $(S/A^{1/2})_o = 0,5$  e  $(H_1/L_1)_{oo} = 0,4$  conduziu a um número de Nusselt duas vezes maximizado de  $Nu_{H,mm} = 10,5236$ . Essa magnitude é 42,5 % maior do que a obtida para o pior caso ótimo quando  $Re_H = 1000$ , ou seja,  $S/A^{1/2} = 0,1$  e  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ . Os resultados vistos aqui reforçam a importância do emprego do Design Construtal para a otimização geométrica de problemas de convecção forçada em escoamentos internos.

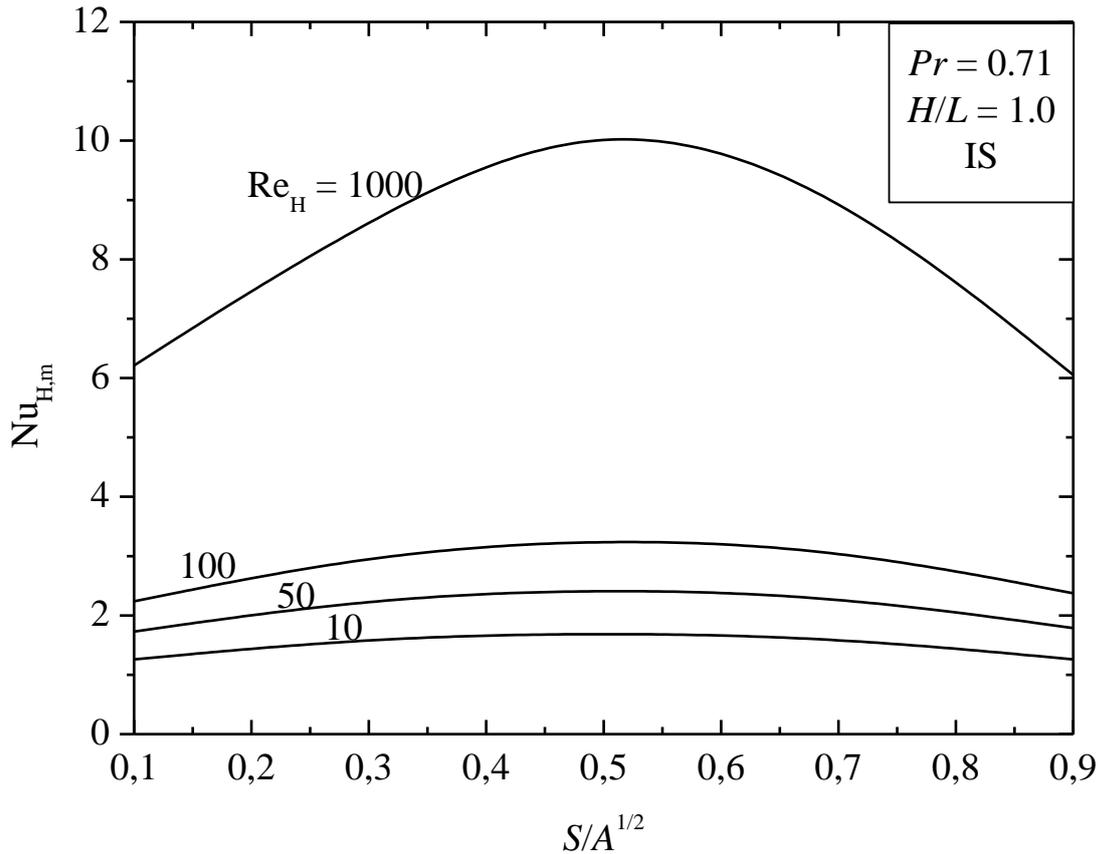


Figura 5.30: Efeito da razão  $S/A^{1/2}$  sobre o número de Nusselt máximo ( $Nu_{H,m}$ ) para um escoamento com vários números de Reynolds,  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$  da aleta inserida na superfície inferior da cavidade.

A Figura 5.31 mostra o efeito de  $S/A^{1/2}$  sobre a razão  $H_1/L_1$  uma vez otimizada,  $(H_1/L_1)_o$ . Os resultados mostram que a razão  $(H_1/L_1)_o$  é modificada com a variação da razão  $S/A^{1/2}$ . Nas extremidades de  $S/A^{1/2}$  tem-se as maiores magnitudes de  $(H_1/L_1)_o$  e para as razões intermediárias de  $S/A^{1/2}$  a razão ótima  $(H_1/L_1)_o$  sofre um decréscimo. Vale destacar também que na faixa  $10 \leq Re_H \leq 100$ , o comportamento de  $(H_1/L_1)_o$  é simétrico, ou seja, as geometrias ótimas obtidas para  $S/A^{1/2} = 0,1$  e  $0,9$  são iguais a  $(H_1/L_1)_o = 2,0$  e para  $S/A^{1/2} = 0,3$  e  $0,7$  também são iguais e  $(H_1/L_1)_o \sim 0,8$ . Para  $Re_H = 1000$ , esse comportamento já não é mais simétrico. Esse fato está ligado ao fato do vórtice principal ter uma maior intensidade e a incidência desse vórtice sobre a aleta para  $S/A^{1/2} < 0,5$  e  $S/A^{1/2} > 0,5$  é diferente, ou seja, a geometria ótima é uma consequência da assimetria do escoamento, onde o vórtice principal se desloca do canto superior direito em direção ao centro da cavidade.

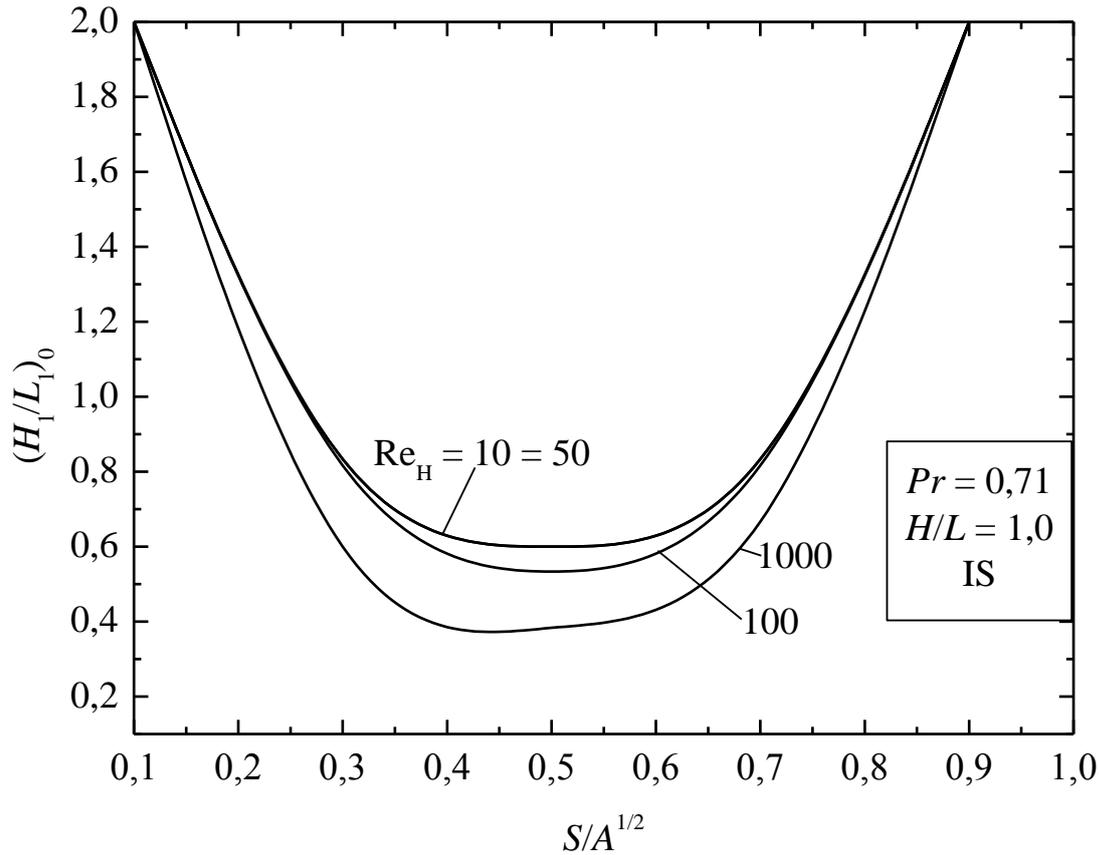


Figura 5.31: Efeito da razão  $S/A^{1/2}$  sobre a relação uma vez otimizada  $(H_1/L_1)_0$  para um escoamento com vários números de Reynolds,  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$  da aleta inserida na superfície inferior da cavidade.

## 5.2 Otimização da aleta inserida na superfície lateral direita da cavidade

O mesmo estudo realizado para a aleta retangular inserida na superfície inferior da cavidade foi repetido para o caso onde a aleta é inserida na superfície lateral direita da cavidade. Para este caso também são realizadas um total de 176 simulações.

A Figura 5.32 mostra o efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com  $S/A^{1/2} = 0,1$ ;  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$ , ou seja, tem-se uma aleta posicionada quase ao fundo da cavidade. É possível observar neste caso que a magnitude do  $Nu_H$  aumenta com o número de Reynolds, de uma forma geral. Para todos os valores de  $Re_H$  avaliados a geometria ótima é obtida para a razão  $(H_1/L_1)_0 = 2,0$  (no extremo inferior avaliado). Além disso, há um decréscimo de  $Nu_H$  com o aumento da razão  $H_1/L_1$  em todos os casos avaliados. Outra observação importante, que também ocorre em outros casos estudados, inclusive para a aleta inferior, é que os melhores resultados de um  $Re_H$  inferior conduz a uma magnitude do  $Nu_H$  similar a obtida para um número de  $Re_H$  superior. Por exemplo, para  $Re_H = 50$  obtém-se  $Nu_{H,m} = 1,7030$  ao passo que para  $Re_H = 100$  a

pior geometria,  $H_1/L_1 = 10$ , conduz a um número de  $Nu_H = 1,5397$ . Esse tipo de resultado salienta a importância da avaliação geométrica, visto que a racionalização da geometria pode compensar o uso de um mecanismo motriz mais intenso.

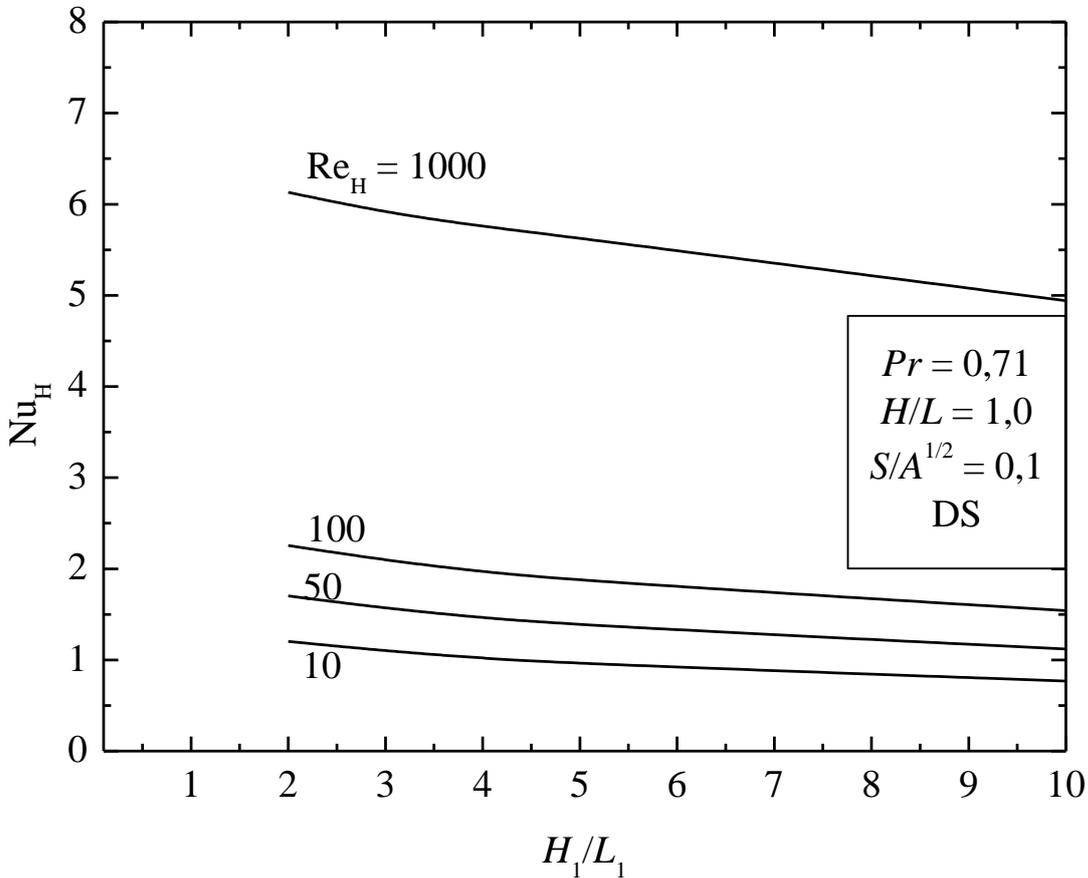


Figura 5.32: Efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com  $S/A^{1/2} = 0,1$ ;  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$  da aleta inserida na superfície lateral direita da cavidade.

Nas Figuras 5.33 - 5.35 são apresentados os campos de velocidades obtidos para as melhores e as piores formas com  $Re_H = 10$ , 100 e 1000, mostrando o efeito de  $H_1/L_1$  ao longo de vários números de Reynolds ( $10 \leq Re_H \leq 1000$ ), para um escoamento no regime estacionário, quando  $S/A^{1/2} = 0,1$ . As Figuras 5.36 - 5.38 ilustram os campos de temperaturas para  $Re_H = 10$ , 100 e 1000 para as geometrias ótimas e para as piores geometrias.

Para a menor magnitude do número de Reynolds ( $Re_H = 10$ ) a proporção  $H_1/L_1$  não tem uma sensibilidade considerável. Esse comportamento está relacionado com a baixa intensidade do vórtice principal associado ao posicionamento da aleta, que se encontra no fundo da cavidade. Conforme há um aumento do número de  $Re_H$ , a influência da geometria passa a ser maior. Para os casos ótimos, há apenas uma mudança de inflexão na camada limite na região do vórtice principal.

Com relação ao campo de temperaturas, apesar dos casos com maior  $H_1/L_1$  apresentarem um maior gradiente de temperaturas na superfície superior da aleta, a troca nas outras superfícies é muito restrita. Por outro lado, para as geometrias ótimas há troca é mais eficiente em duas superfícies da aleta.

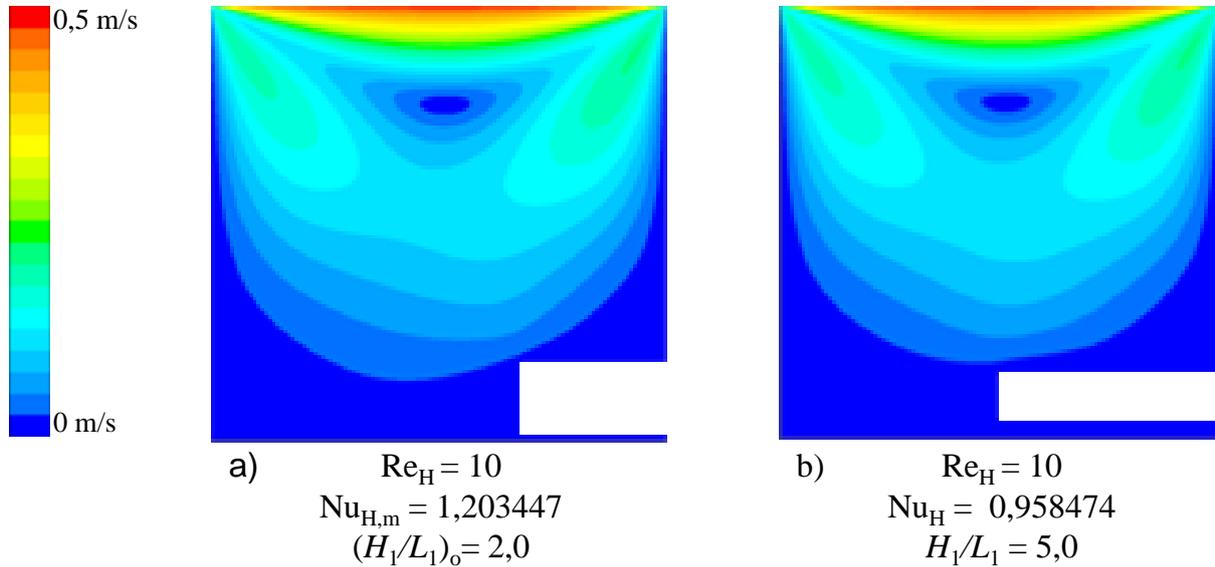


Figura 5.33: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,1$  e  $Re_H = 10$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 5,0$ .

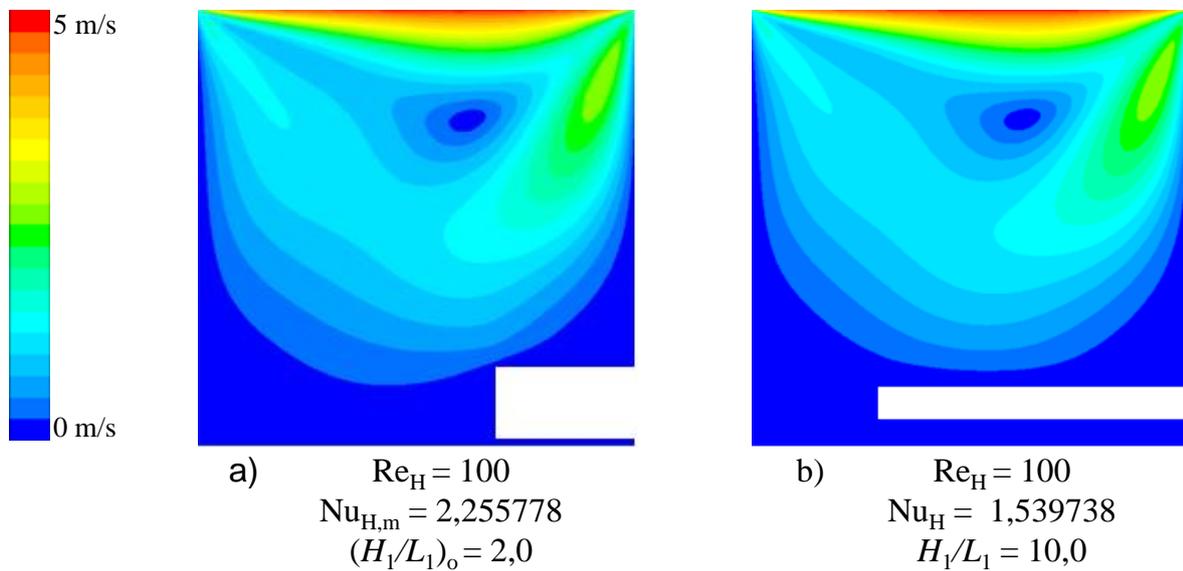


Figura 5.34: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,1$  e  $Re_H = 100$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

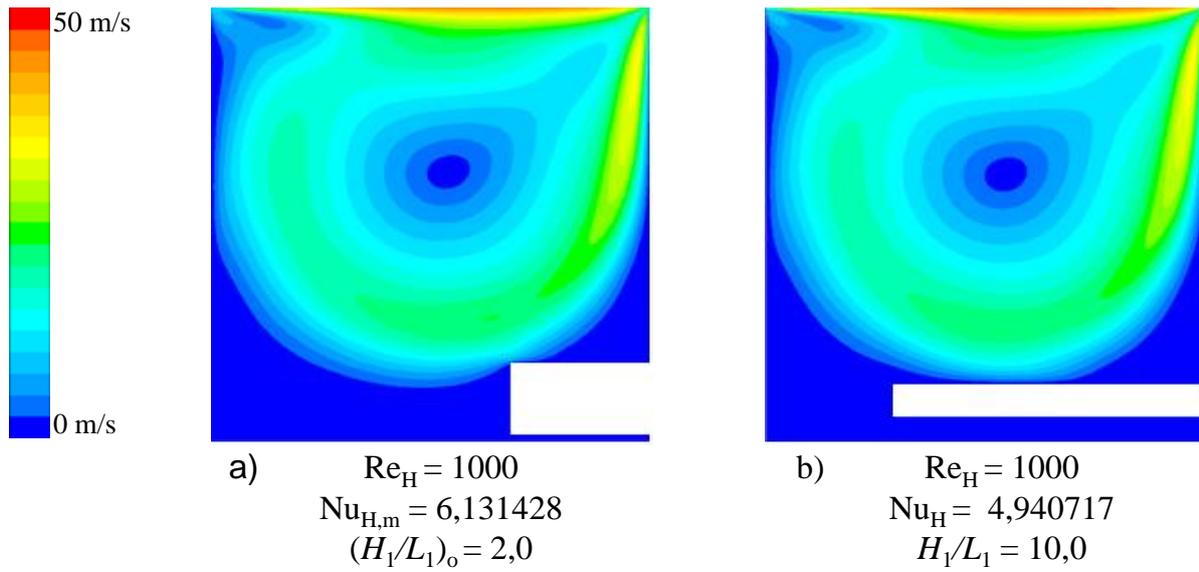


Figura 5.35: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,1$  e  $Re_H = 1000$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

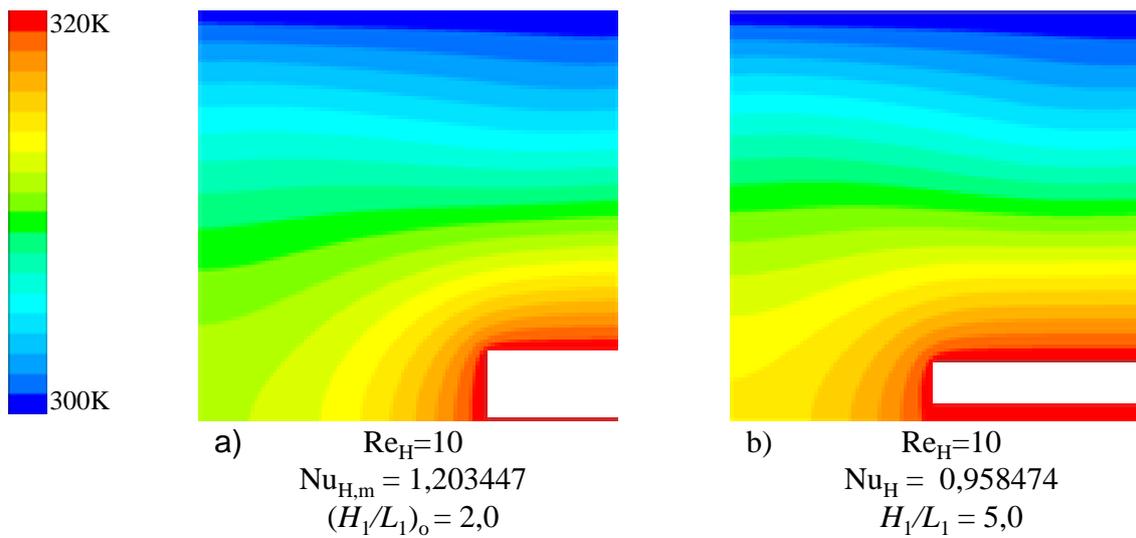


Figura 5.36: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,1$ ,  $Re_H = 10$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 5,0$ .

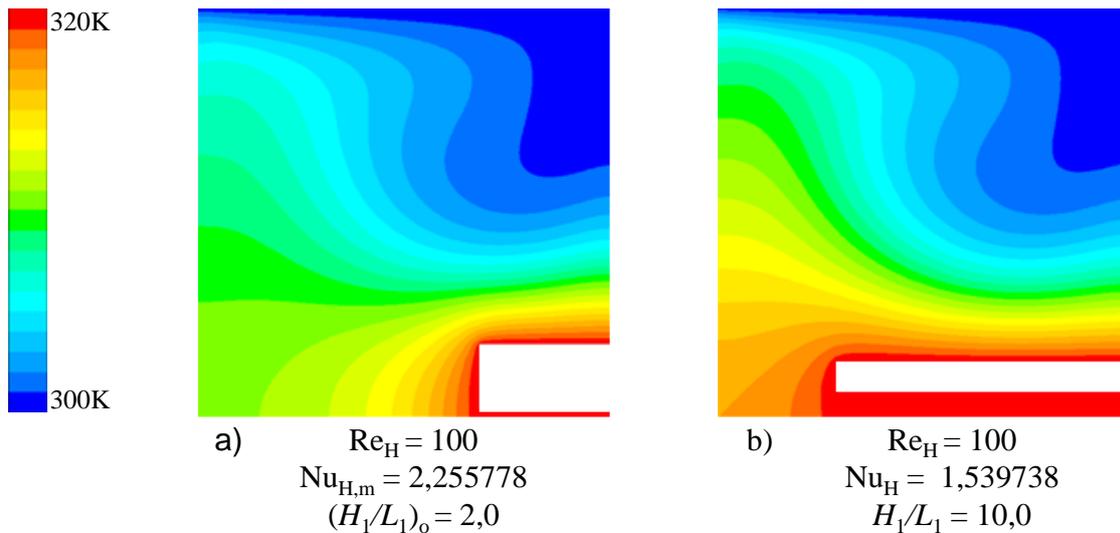


Figura 5.37: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,1$ ,  $Re_H = 100$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

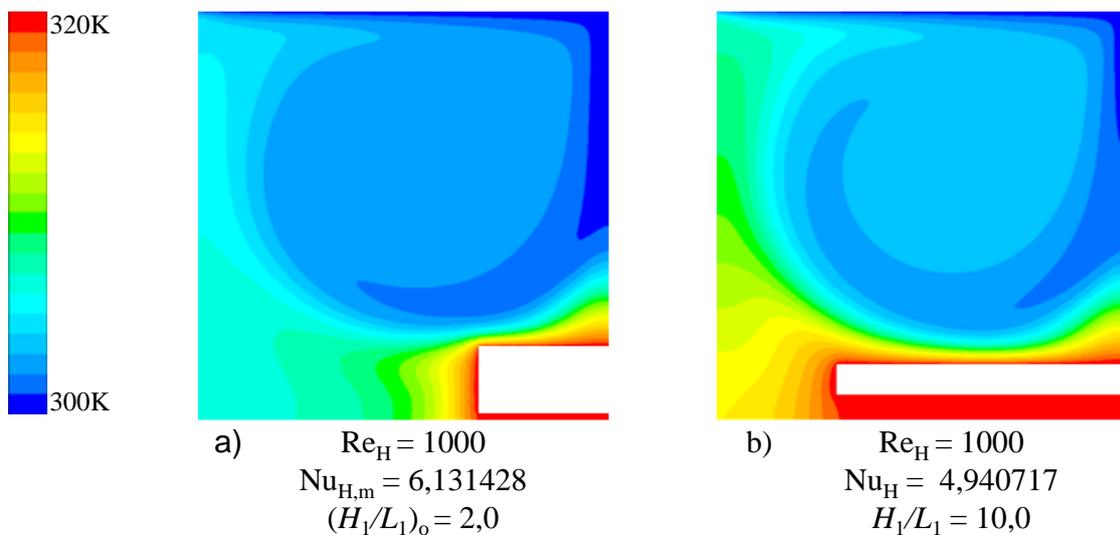


Figura 5.38: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,1$ ,  $Re_H = 1000$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

A Figura 5.39 mostra o efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com  $S/A^{1/2} = 0,3$ ;  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$ . O comportamento obtido aqui é semelhante ao observado na Fig. 5.8, mas a magnitude de  $Nu_H$  é levemente superior para a aleta inserida na superfície inferior da cavidade. Dessa forma, pode-se afirmar que a mudança de superfície onde a aleta é inserida afetou a magnitude do  $Nu_H$ .

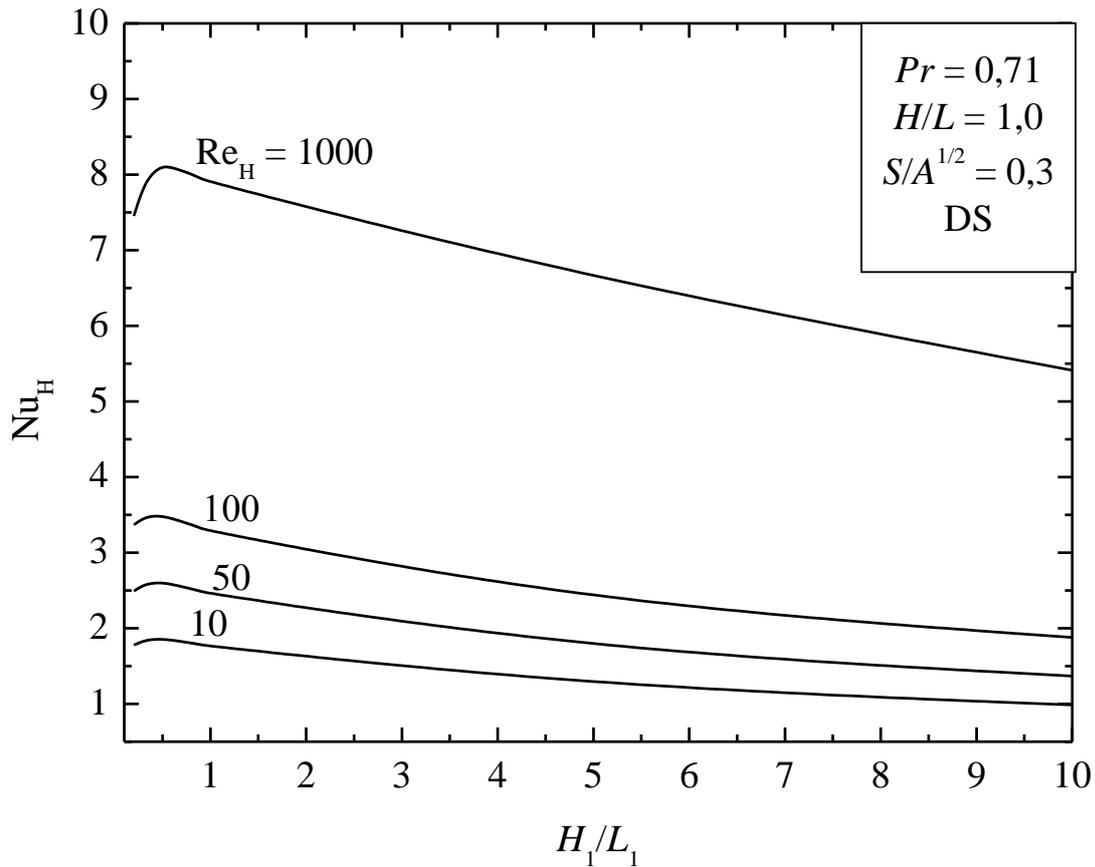


Figura 5.39: Efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com  $S/A^{1/2} = 0,3$ ;  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$  da aleta inserida na superfície lateral direita da cavidade.

As Figuras 5.40 – 5.42 ilustram os campos de velocidades para as melhores e piores geometrias para os  $Re_H = 10, 100$  e  $1000$  quando  $S/A^{1/2} = 0,3$  e a aleta retangular está inserida na superfície lateral direita da cavidade. As Figuras 5.43 – 5.45 ilustram os campos de temperaturas para as mesmas geometrias e números de Reynolds.

De uma forma geral, é possível observar que as aletas com geometrias ótimas não afetam significativamente o escoamento do vórtice principal, levando a campos de temperaturas com intensos gradientes de temperaturas nas superfícies superior e lateral esquerda da aleta. Por outro lado, quando tem-se elevadas razões de  $H_1/L_1$  o escoamento do vórtice principal fica retido na região superior da cavidade, lembrando os casos de escoamentos em cavidades com razões de aspecto  $H/L$  inferiores a  $1,0$ , denominados na literatura de escoamentos em cavidades rasas (*shallow cavity flows*).

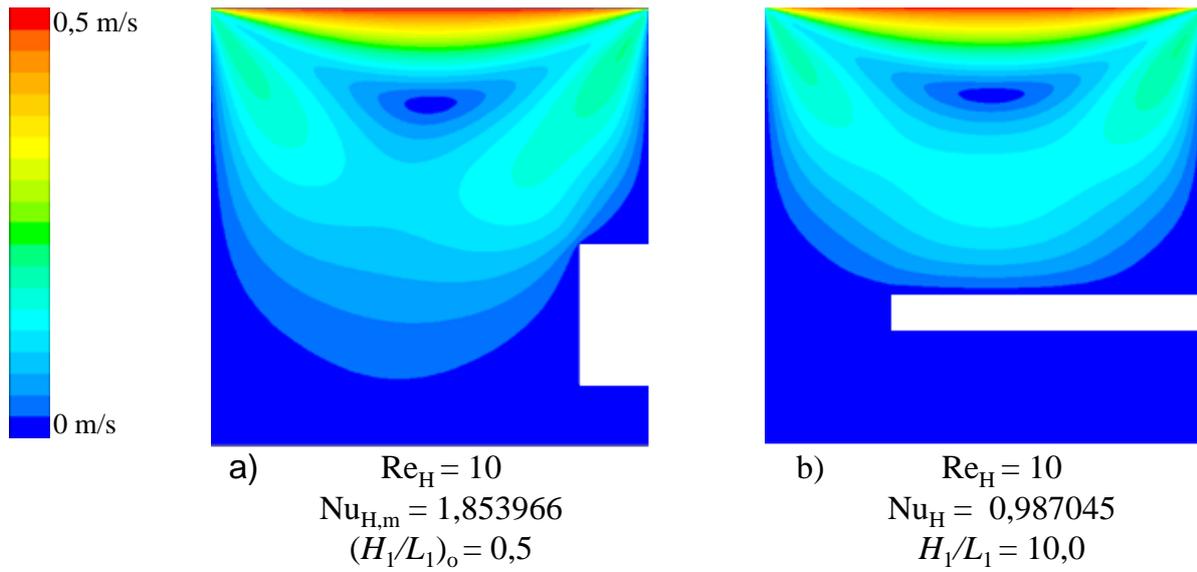


Figura 5.40: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,3$  e  $Re_H = 10$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,5$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

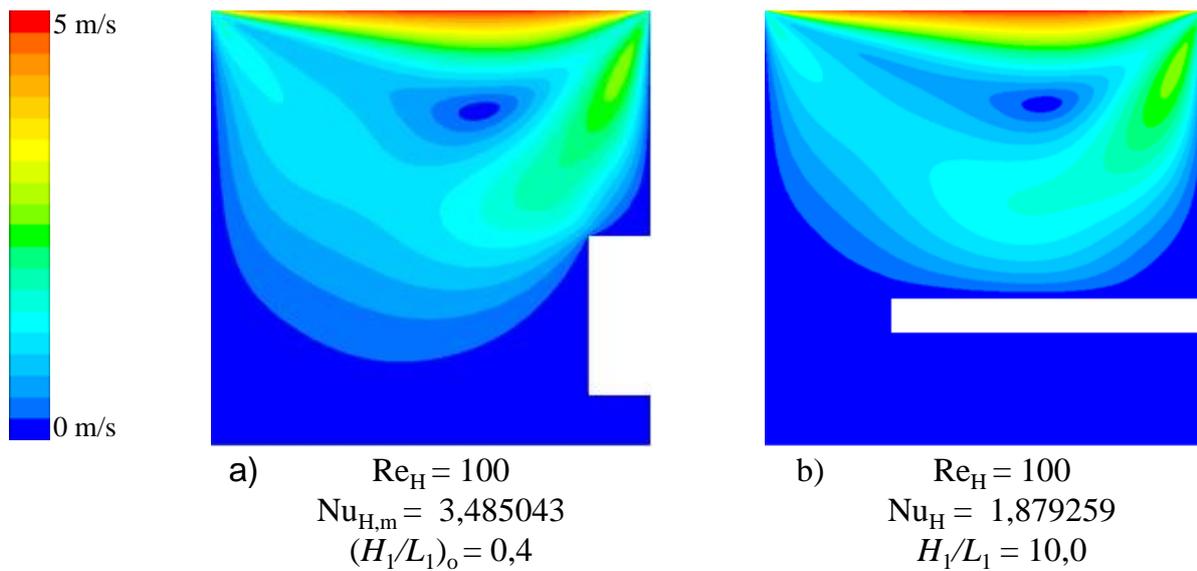


Figura 5.41: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,3$  e  $Re_H = 100$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,4$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

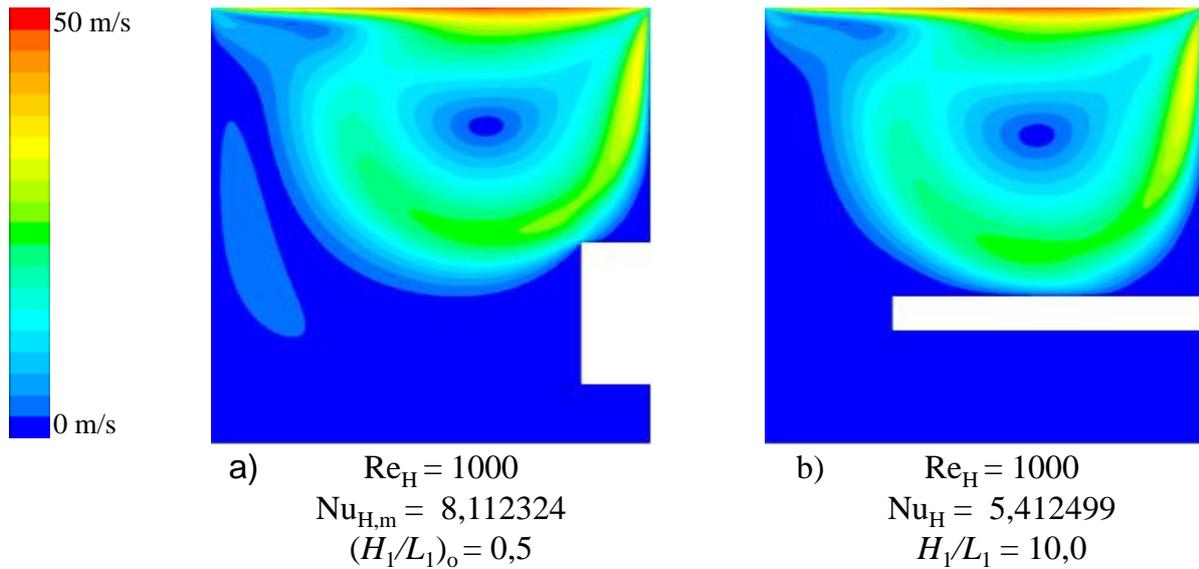


Figura 5.42: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,3$  e  $Re_H = 1000$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,5$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

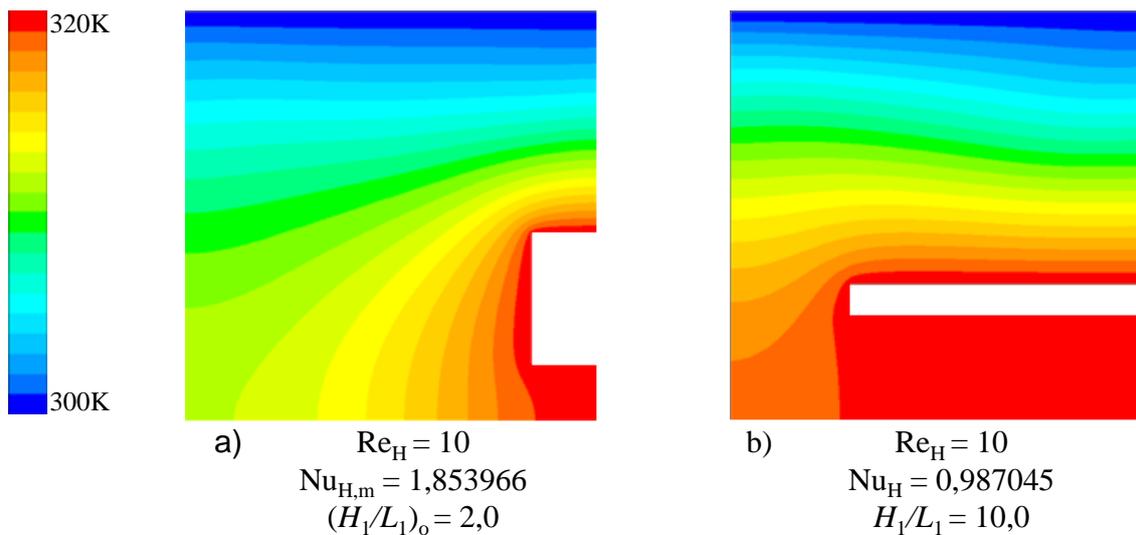


Figura 5.43 Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,3$ ,  $Re_H = 10$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

A Figura 5.46 mostra o efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com  $S/A^{1/2} = 0,5$ ;  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$ . Para o  $Re_H = 10$ , 50 e 100 o desempenho na aleta inserida na superfície lateral direita foi superior ao desempenho da aleta inserida na parte inferior da cavidade, já para o  $Re_H = 1000$  o desempenho foi contrário ao esperado, pois teve uma redução do número de Nusselt. Essa diferença na magnitude, principalmente para o caso com  $Re_H = 1000$ , deve-se a forma como o escoamento principal está incidindo sobre a aleta inserida na cavidade.

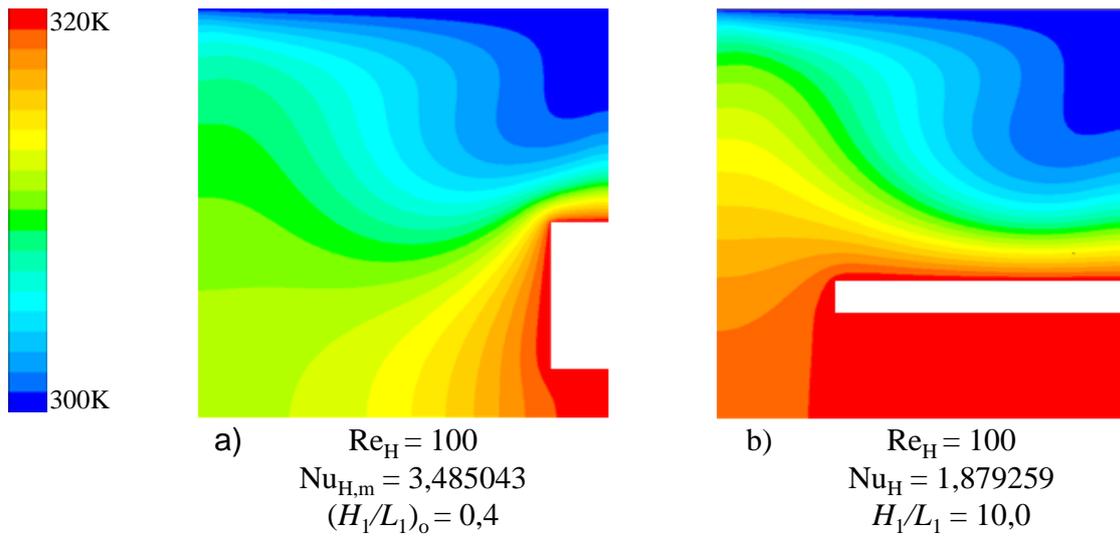


Figura 5.44 Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,3$ ,  $Re_H = 100$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,4$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

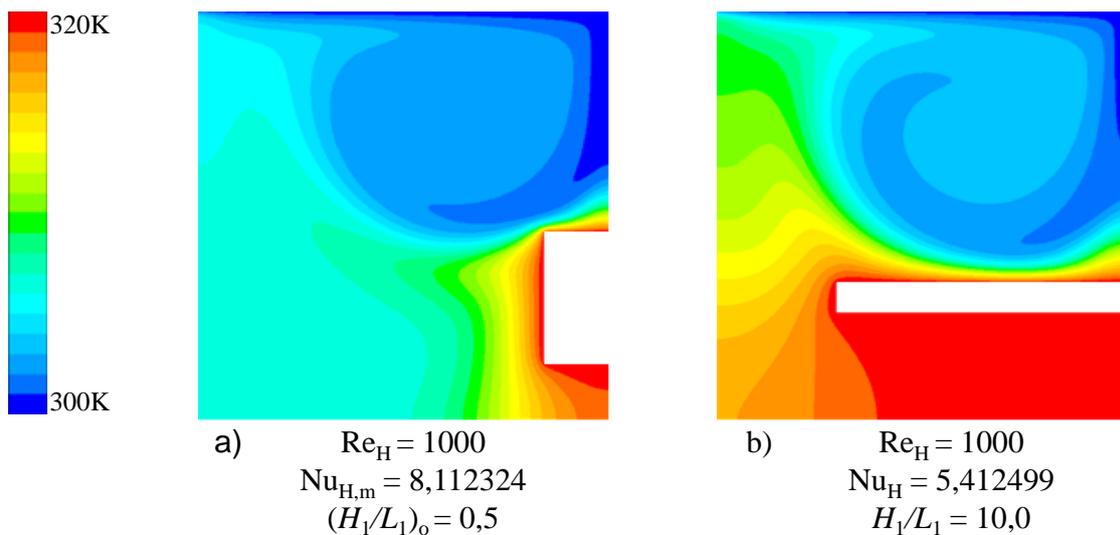


Figura 5.45 Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,3$ ,  $Re_H = 1000$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,5$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

As Figuras 5.47 – 5.49 e Figs. 5.50 – 5.52 mostram os campos de velocidades e temperaturas para as geometrias ótimas e piores geometrias para escoamentos a  $Re_H = 10$ , 100 e 1000 quando  $S/A^{1/2} = 0,5$ .

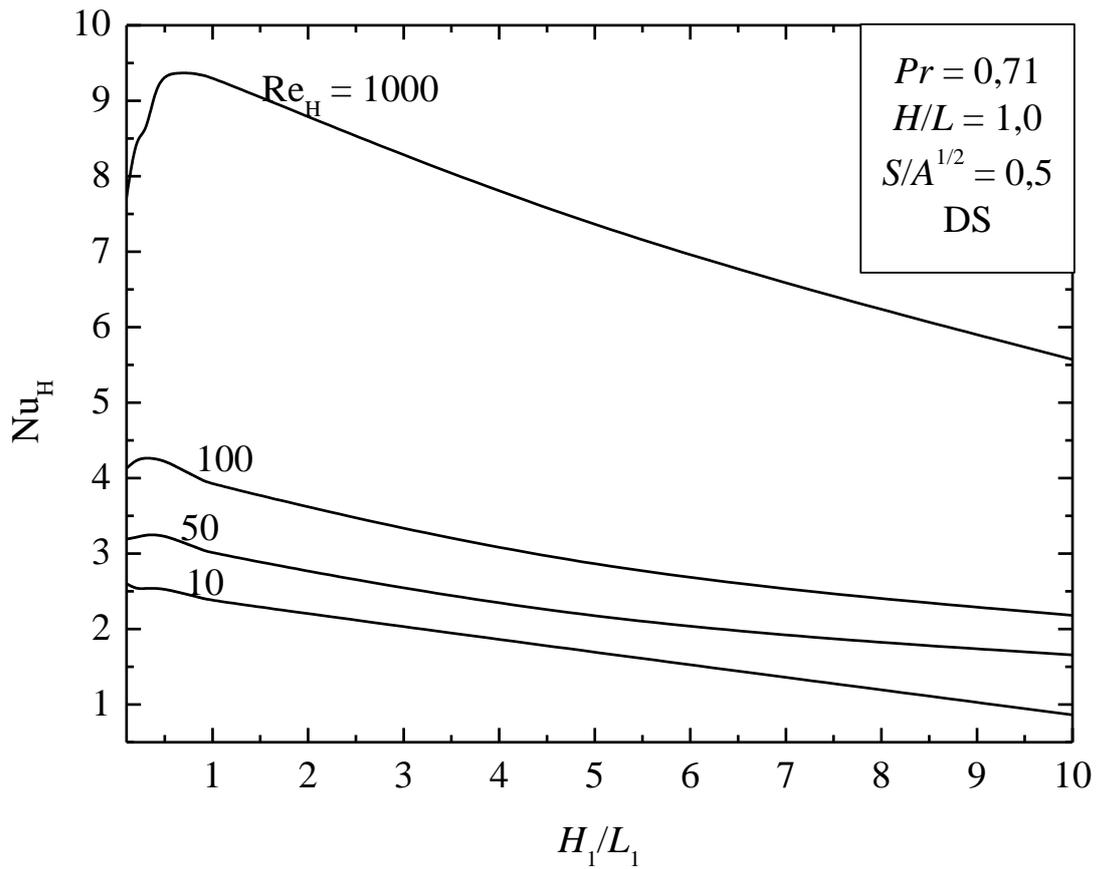


Figura 5.46: Efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com  $S/A^{1/2} = 0,5$ ;  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$  da aleta inserida na superfície lateral direita da cavidade.

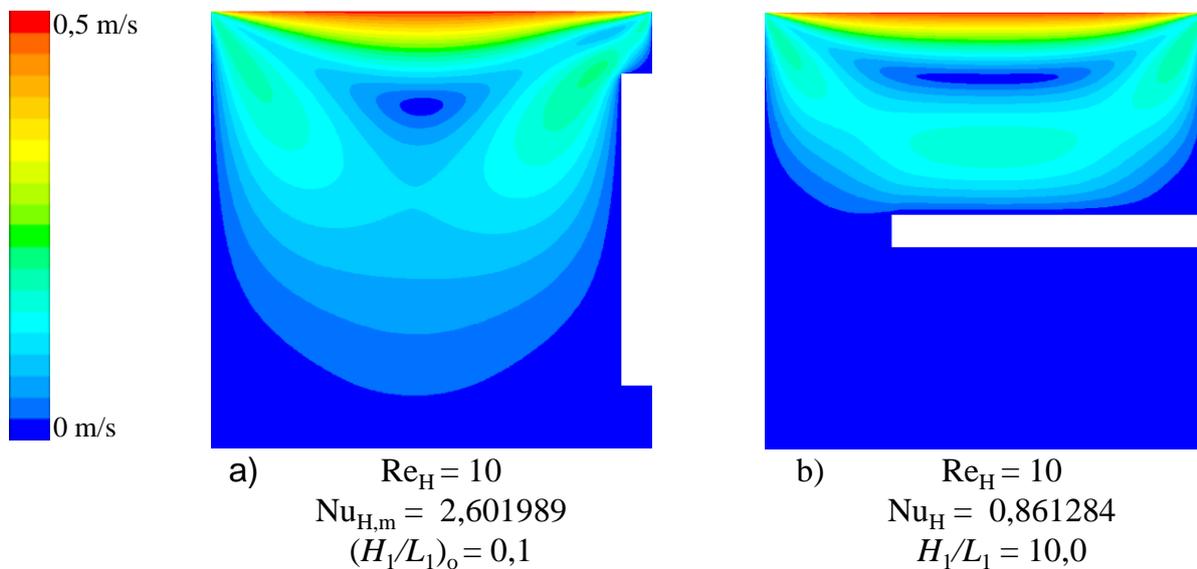


Figura 5.47: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,5$  e  $Re_H = 10$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,1$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

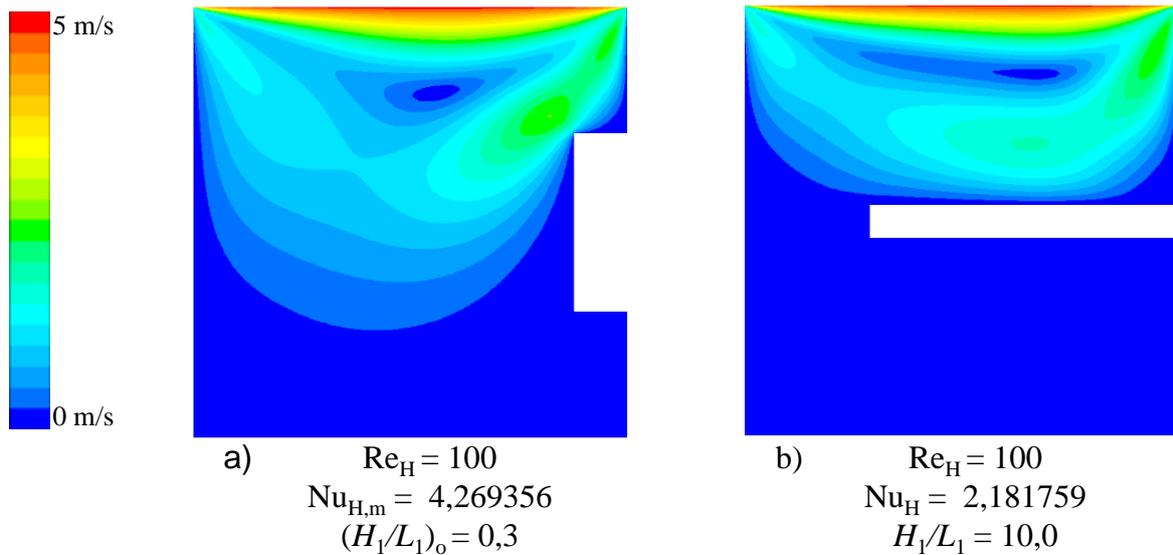


Figura 5.48: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,5$  e  $Re_H = 100$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,3$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

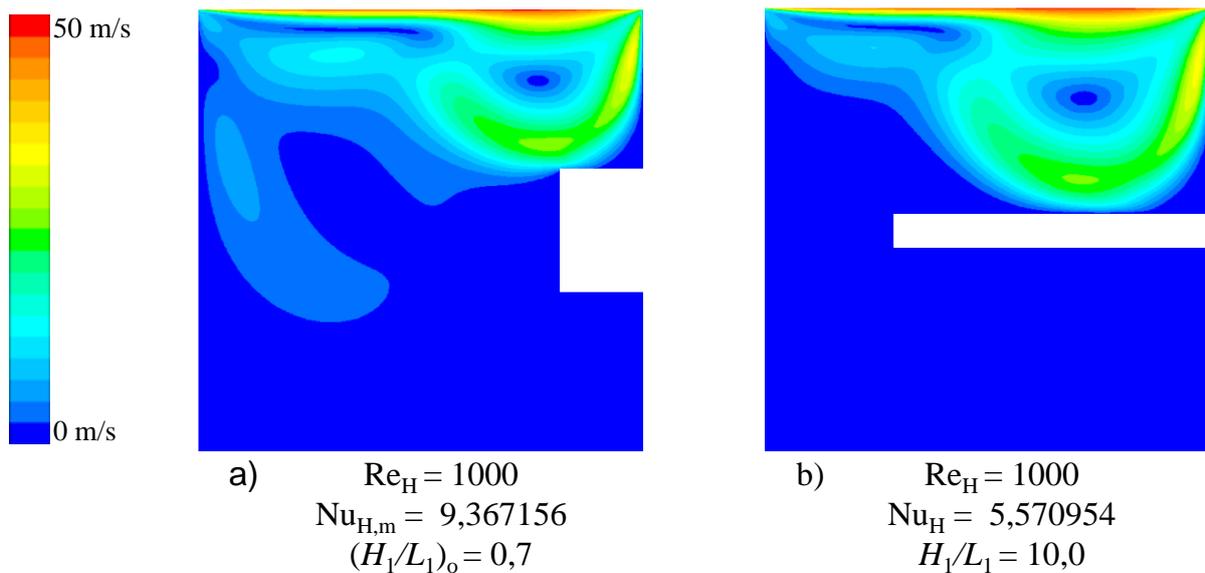


Figura 5.49: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,5$  e  $Re_H = 1000$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,7$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

As Figuras mostram que os campos de velocidades e temperaturas possuem uma tendência semelhante a observada para  $S/A^{1/2} = 0,3$ . A diferença está apenas na maior interação da aleta sobre o vórtice principal do escoamento, principalmente nos casos piores, devido a maior proximidade da aleta com a superfície superior onde é inserida a placa deslizante.

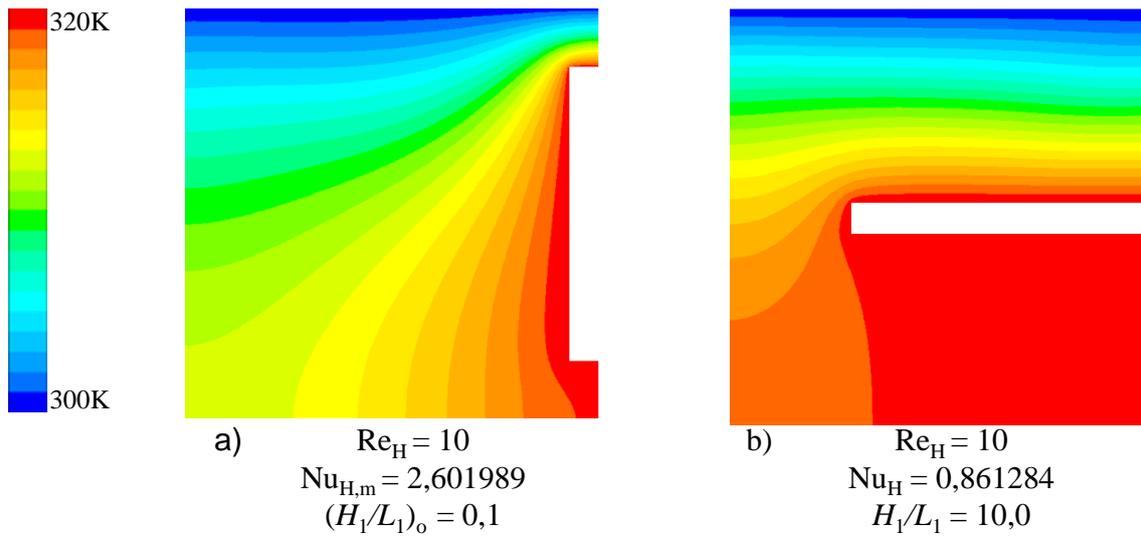


Figura 5.50 Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,5$ ,  $Re_H = 10$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,1$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

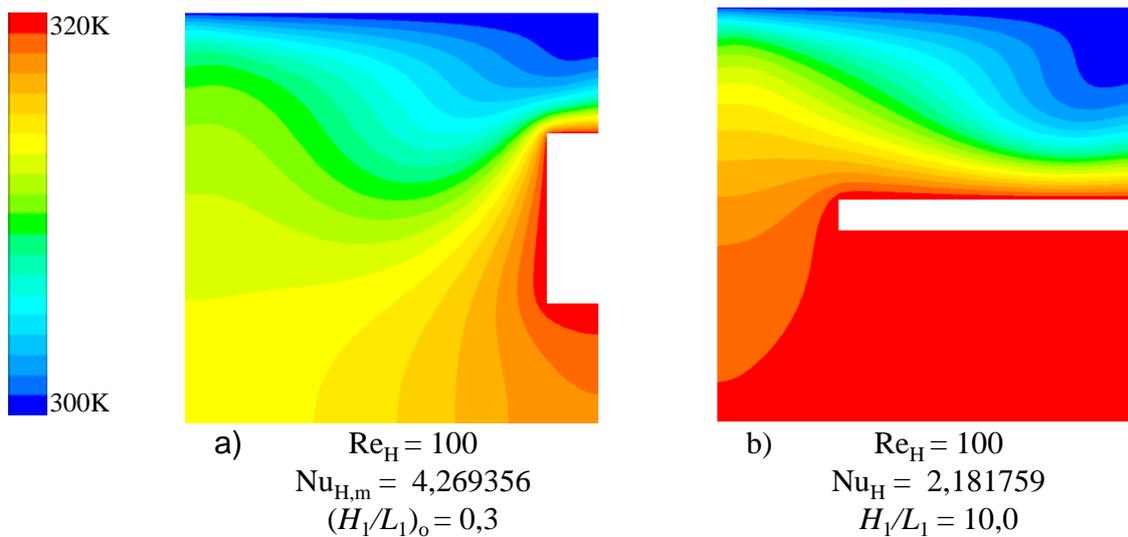


Figura 5.51 Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,5$ ,  $Re_H = 100$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,3$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

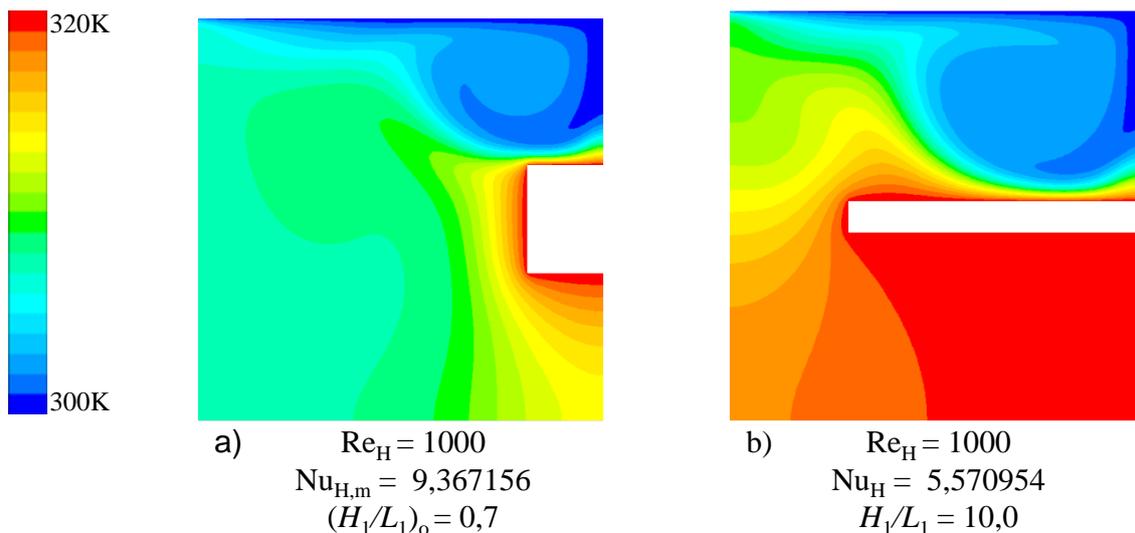


Figura 5.52 Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,5$ ,  $Re_H = 1000$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,7$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

A Figura 5.53 mostra o efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com  $S/A^{1/2} = 0,7$ ;  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$ . Este gráfico apresentou um comportamento bastante distinto, pois na maioria dos casos abordados (principalmente para razões intermediárias de  $S/A^{1/2}$ ) há um ponto de ótimo intermediário com os extremos conduzindo a um pior desempenho. Quando  $Re_H = 100$  e  $1000$ , ou seja, quando o escoamento possui maior intensidade, observa-se uma queda abrupta na magnitude de  $Nu_H$  para as menores razões de  $H_1/L_1$  até um ponto intermediário de  $H_1/L_1$  e, após esse ponto, a queda passa a ter um comportamento sensivelmente mais suave. Para os casos com  $Re_H = 10$  e  $50$ , há grande variação do  $Nu_H$  entre a razão  $(H_1/L_1)_o$  e a maior razão de  $H_1/L_1$ , mas não observa-se um ponto de inflexão para uma razão intermediária de  $H_1/L_1$ .

As Figuras 5.54 – 5.56 e Figs. 5.57 – 5.59 mostram os campos de velocidades e temperaturas para os casos com  $Re_H = 10$ ,  $100$  e  $1000$  para  $S/A^{1/2} = 0,7$  e uma aleta inserida na superfície lateral direita da cavidade. Pode ser observado que para as menores razões de  $H_1/L_1$  há uma intensa recirculação do escoamento entre a superfície superior da aleta e a superfície. A intensidade da recirculação é tão grande que faz com que ocorra a geração do vórtice principal, mesmo a aleta estando próxima da superfície superior da cavidade. O comportamento do escoamento nesse caso é semelhante ao encontrado em uma cavidade com uma razão de aspecto  $H/L$  superior a  $1,0$ . Para os casos onde a aleta possui alta penetração na cavidade (elevadas razões de  $H_1/L_1$ ) observa-se que o comportamento é similar ao observado anteriormente para  $S/A^{1/2} = 0,3$  e  $0,5$ , com uma maior restrição imposta ao escoamento devido a aproximação da aleta com a superfície superior da cavidade.

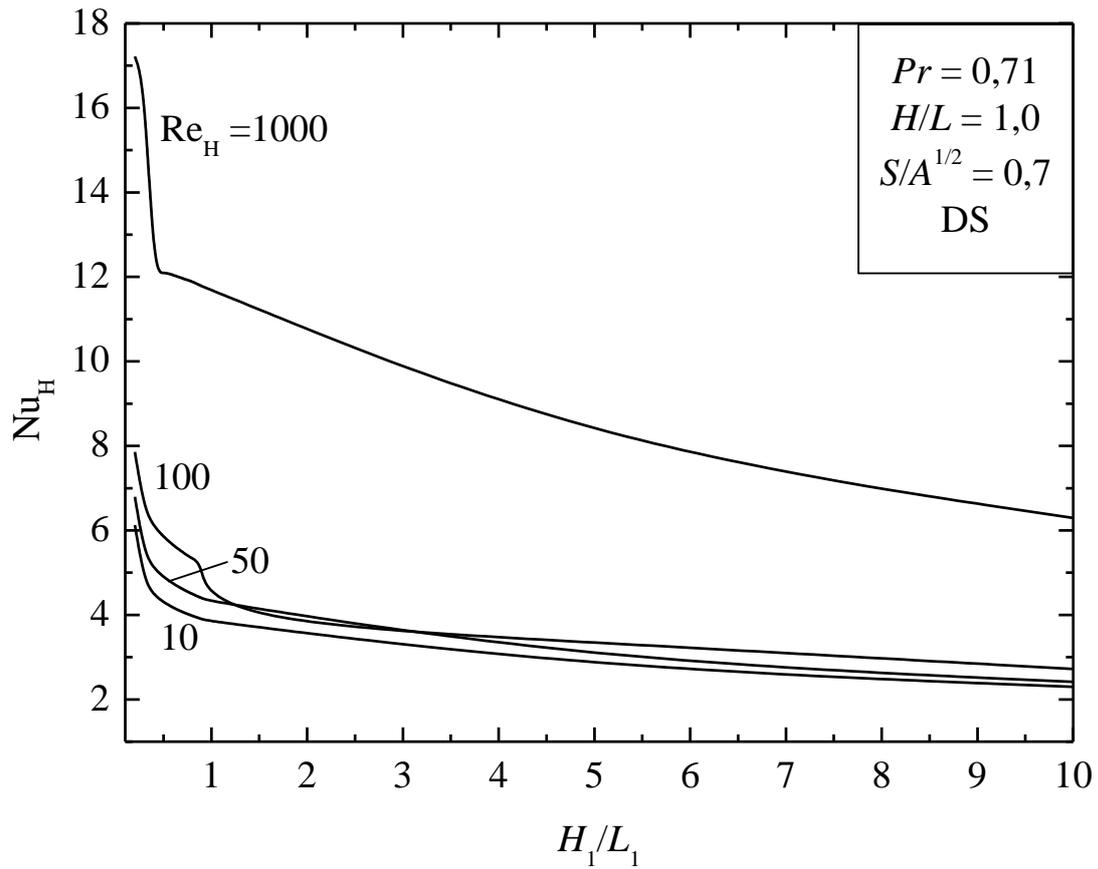


Figura 5.53: Efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com  $S/A^{1/2} = 0,7$ ;  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$  da aleta inserida na superfície lateral direita da cavidade.

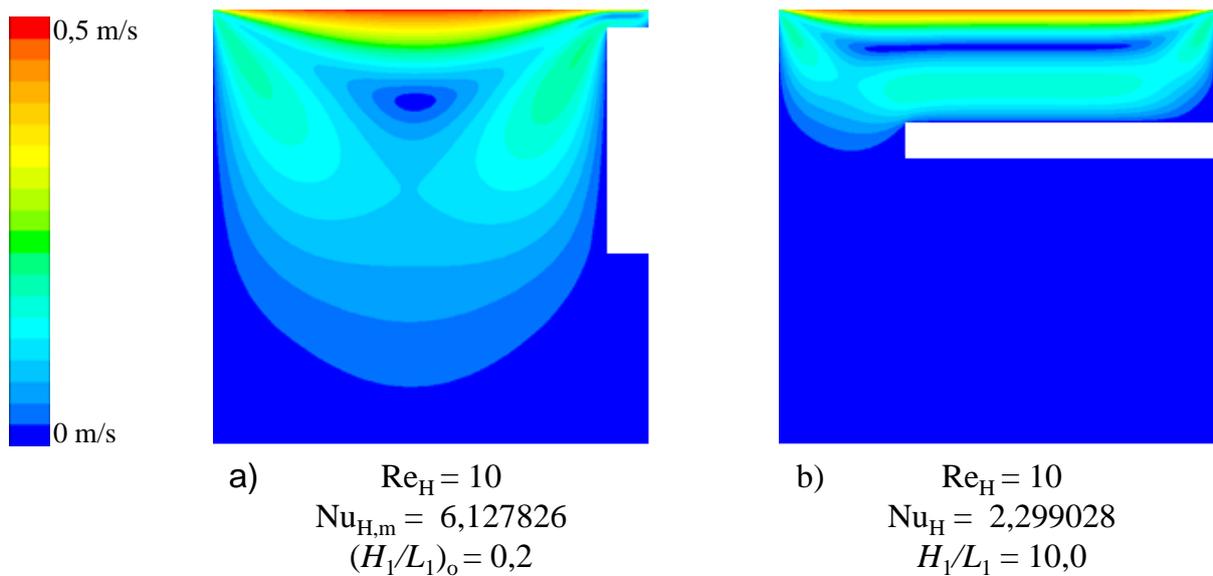


Figura 5.54: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,7$  e  $Re_H = 10$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,2$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

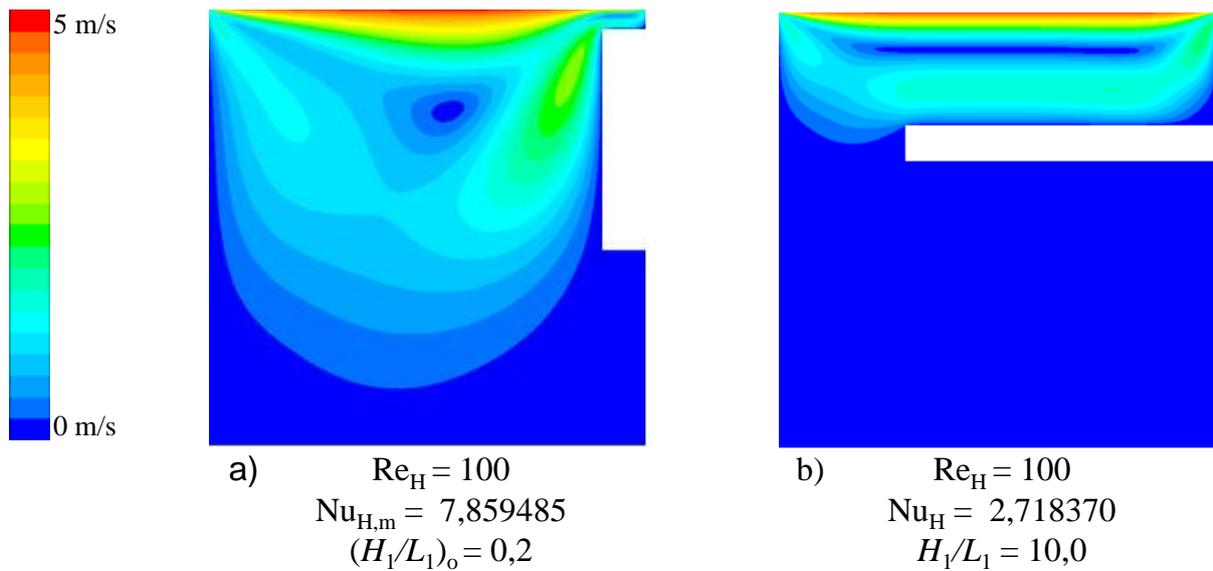


Figura 5.55: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,7$  e  $Re_H = 100$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,2$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

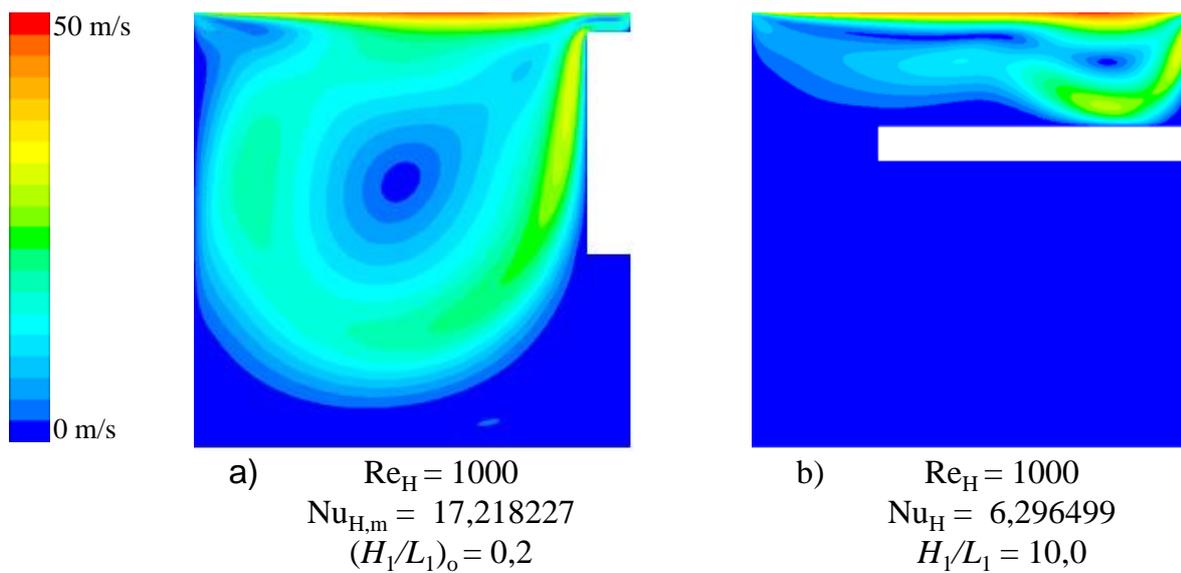


Figura 5.56: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,7$  e  $Re_H = 1000$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,2$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

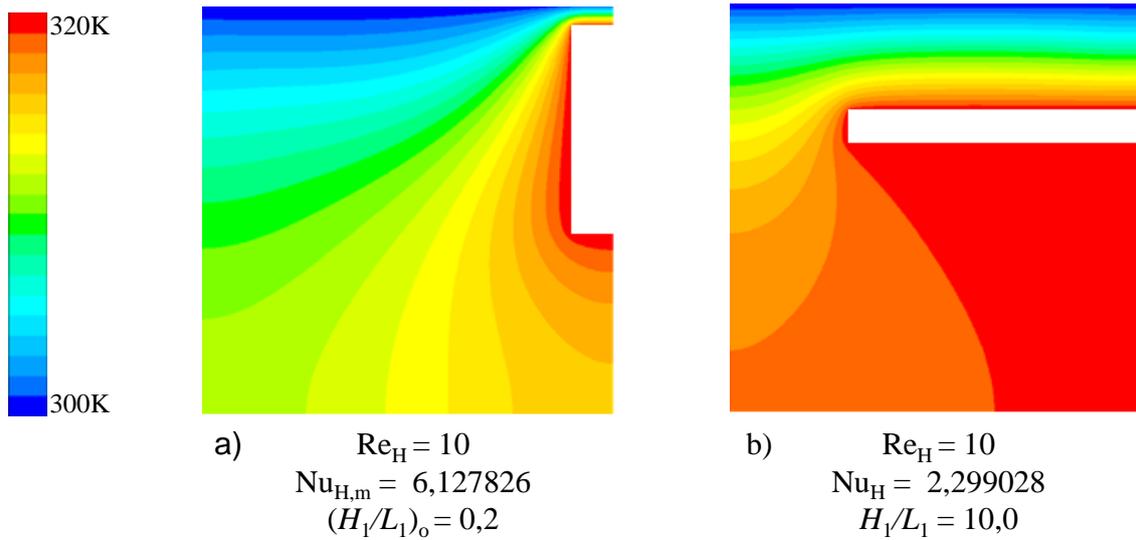


Figura 5.57: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,7$  e  $Re_H = 10$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,2$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

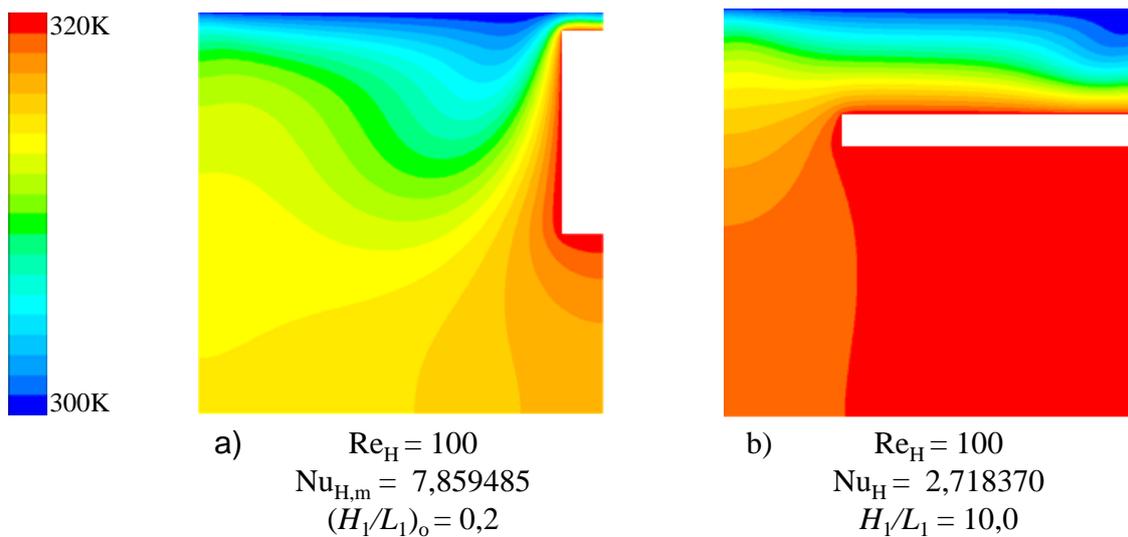


Figura 5.58: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,7$  e  $Re_H = 100$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,2$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

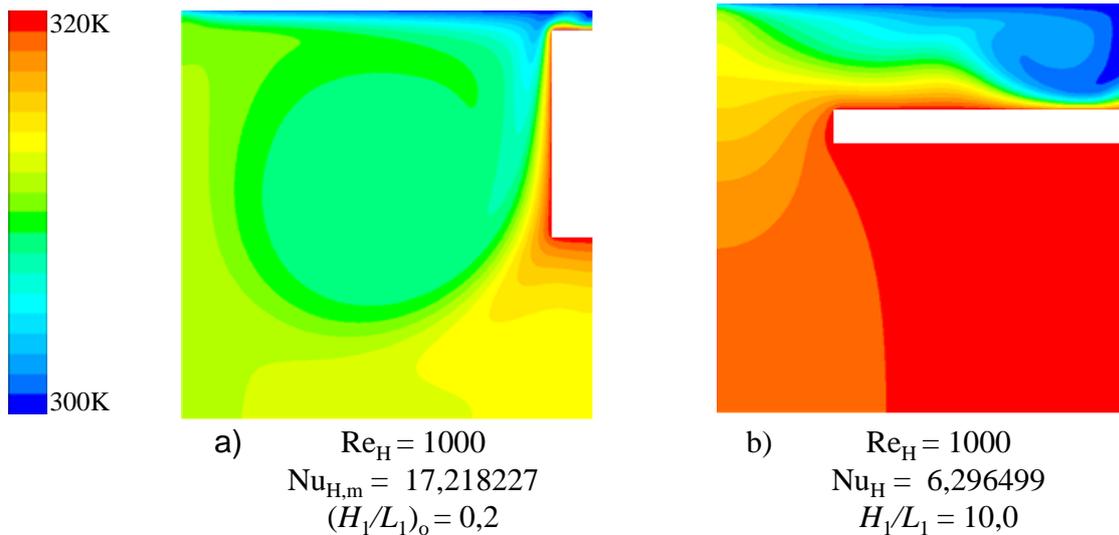


Figura 5.59: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,7$  e  $Re_H = 1000$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,2$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

A Figura 5.60 mostra o efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com  $S/A^{1/2} = 0,9$ ;  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$ . Para todos os  $Re_H$  a melhor razão obtida foi  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ . Para  $Re_H = 10, 50$  e  $100$  os valores são bem próximos e as curvas são semelhantes e decrescentes. Não nota-se uma grande vantagem em aumentar o número de Reynolds na faixa entre  $10 \leq Re_H \leq 100$ . Para o  $Re_H = 1000$  apesar do comportamento se manter semelhante o número de Nusselt é maior para todas as razões  $H_1/L_1$  analisadas.

As Figuras 5.61 – 5.66 ilustram os campos de velocidades e temperaturas para as melhores e piores geometrias no caso  $S/A^{1/2} = 0,9$  para  $Re_H = 10, 100$  e  $1000$ . Nota-se que os campos de velocidades e temperaturas sofrem uma influência significativa da superfície superior da aleta, causando um aumento da intensidade dos gradientes de velocidade e temperatura na fenda formada entre a aleta e a superfície superior da cavidade. Esse comportamento faz com que, após o escoamento entre a superfície lateral esquerda da aleta e a superfície lateral esquerda da cavidade o vórtice formado seja semelhante em todos os casos de  $Re_H$  estudados. Provavelmente, esse comportamento faz com que as magnitudes do  $Nu_H$  sejam muito semelhantes para números de  $Re_H$  na mesma escala de grandeza (neste caso na faixa  $10 \leq Re_H \leq 100$ ).

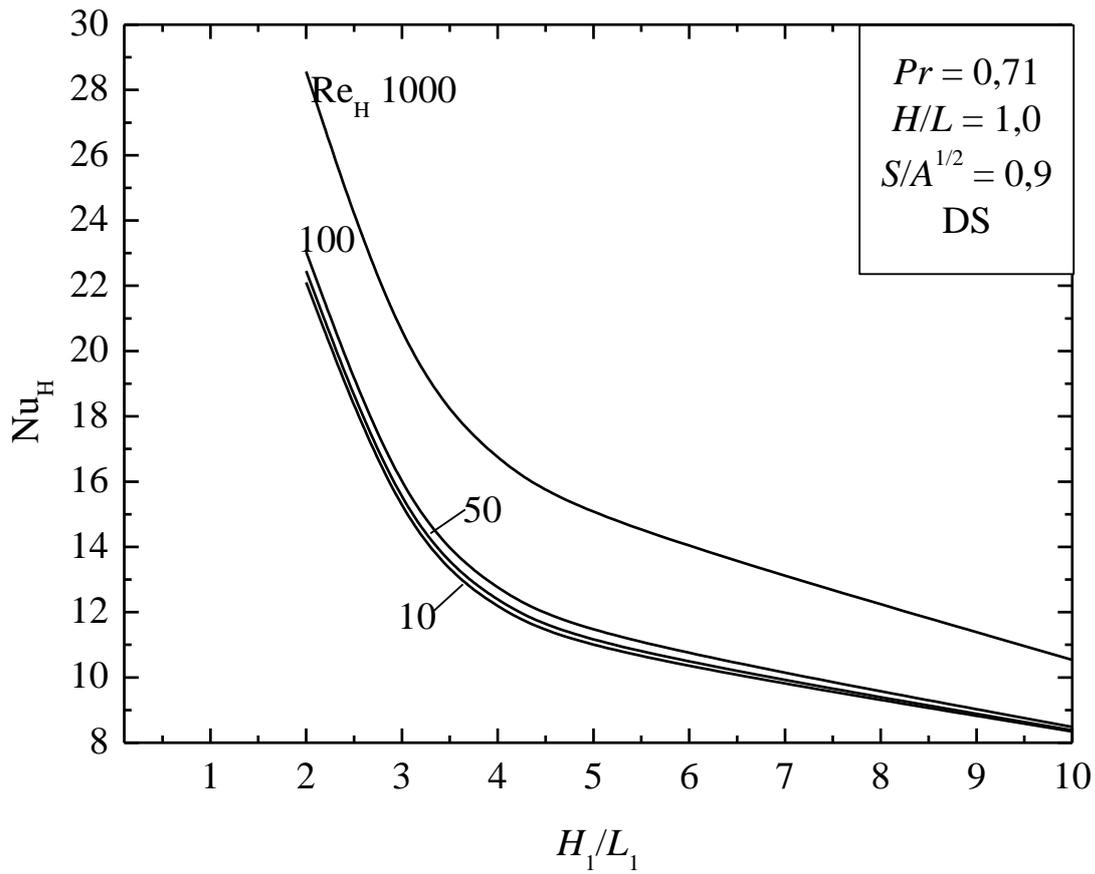


Figura 5.60: Efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com  $S/A^{1/2} = 0,9$ ;  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$  da aleta inserida na superfície lateral direita da cavidade.

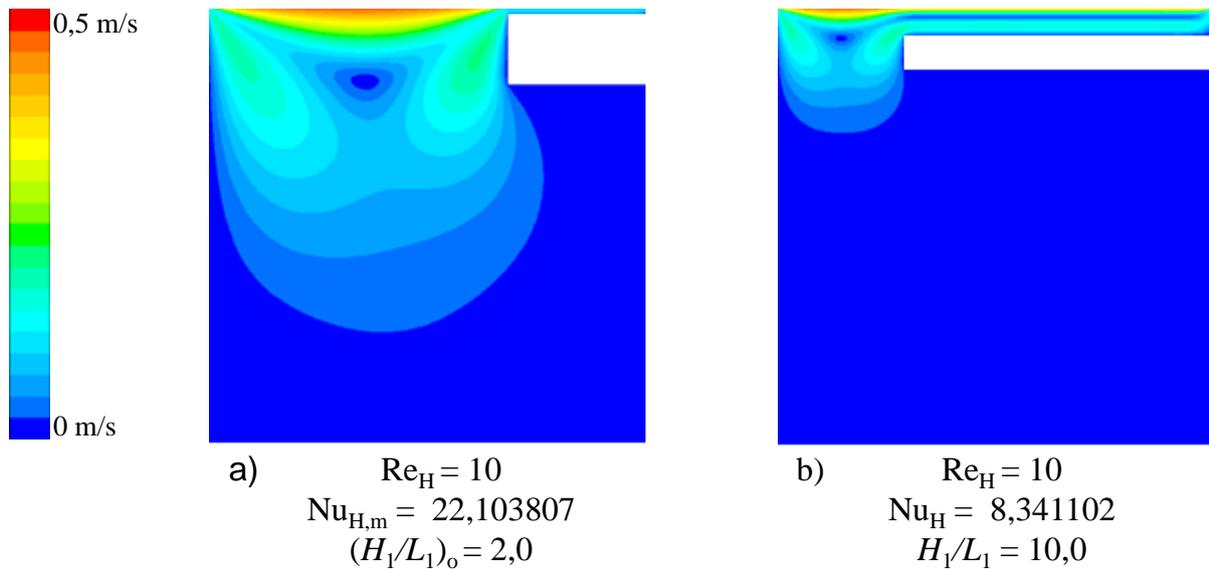


Figura 5.61: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,9$  e  $Re_H = 10$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

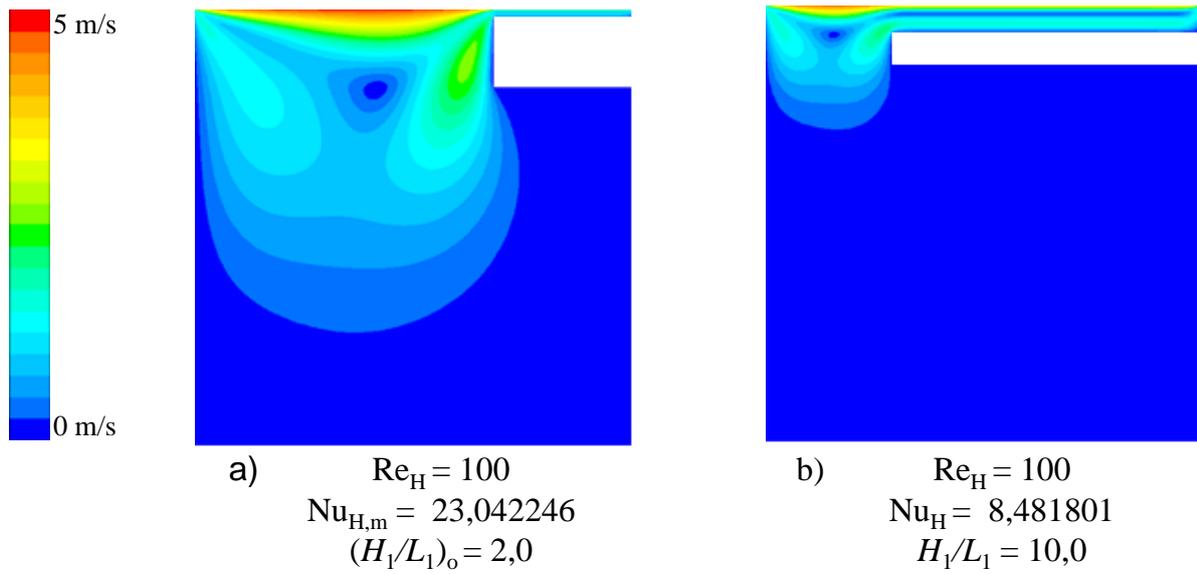


Figura 5.62: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,9$  e  $Re_H = 100$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

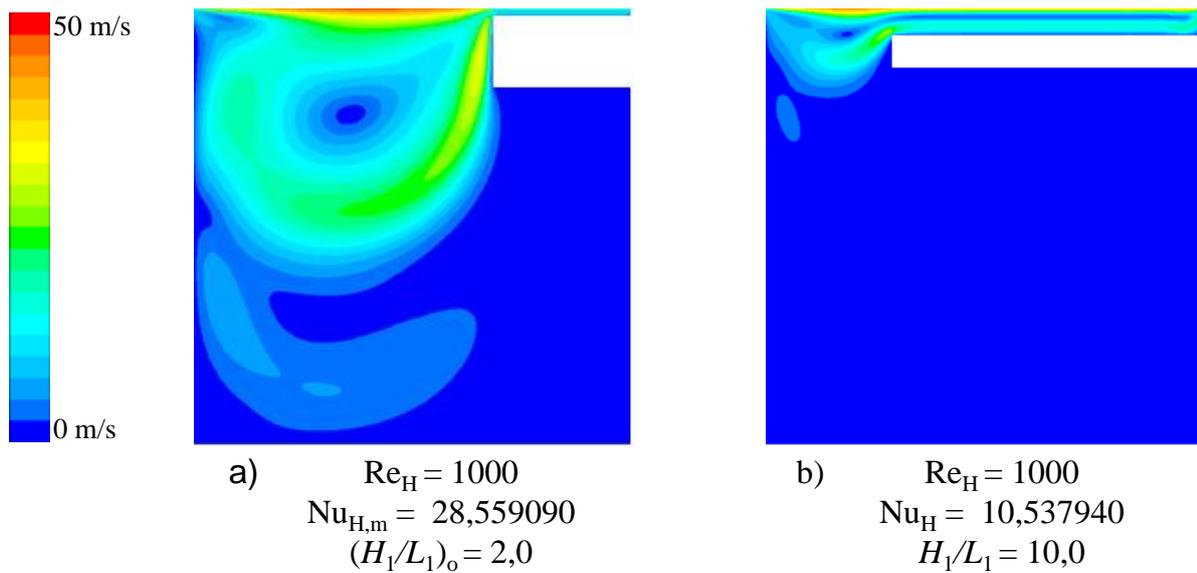


Figura 5.63: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral direita,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,9$  e  $Re_H = 1000$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

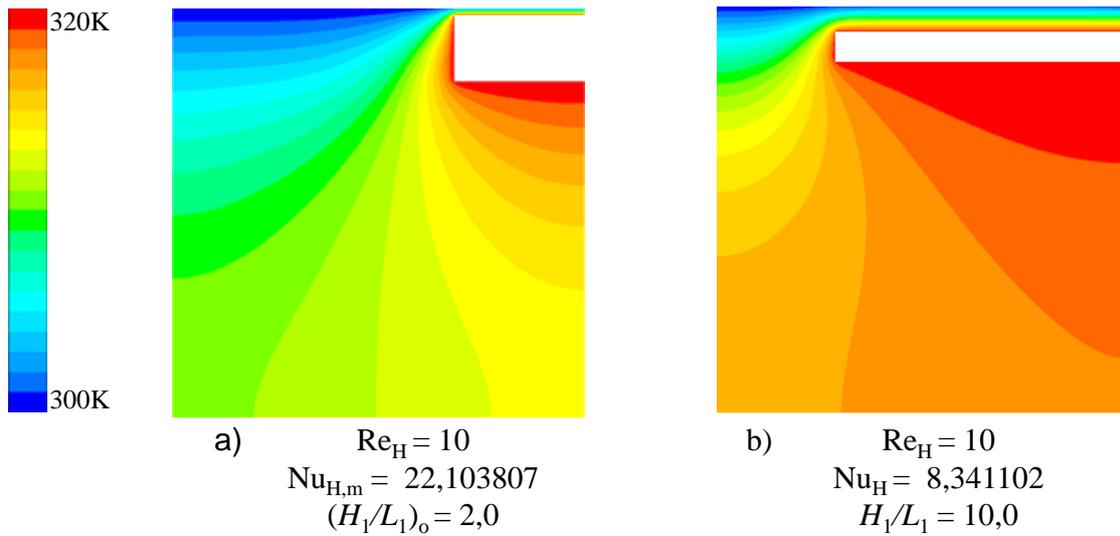


Figura 5.64: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,9$  e  $Re_H = 10$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

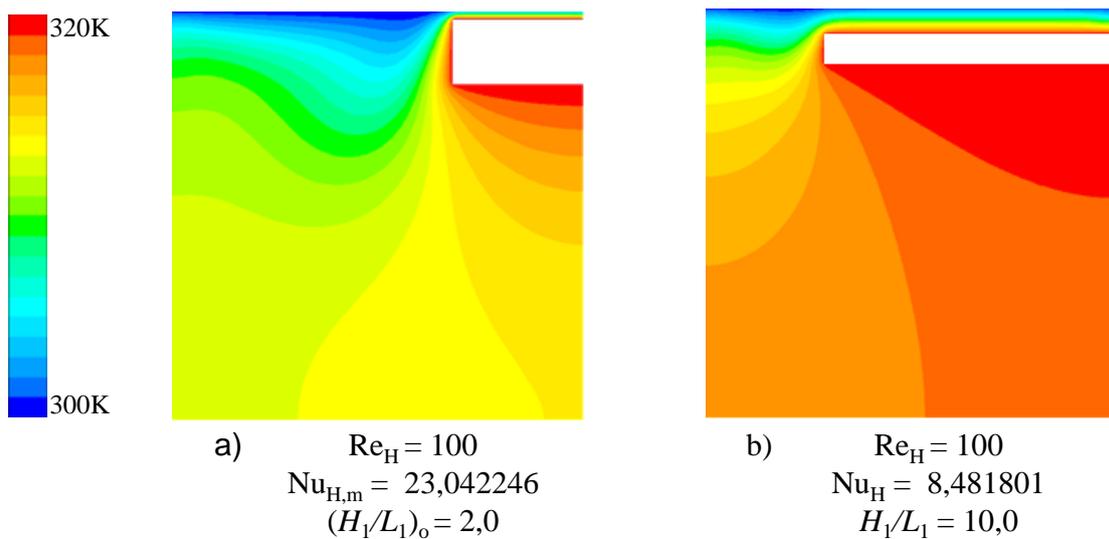


Figura 5.65: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,9$  e  $Re_H = 100$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

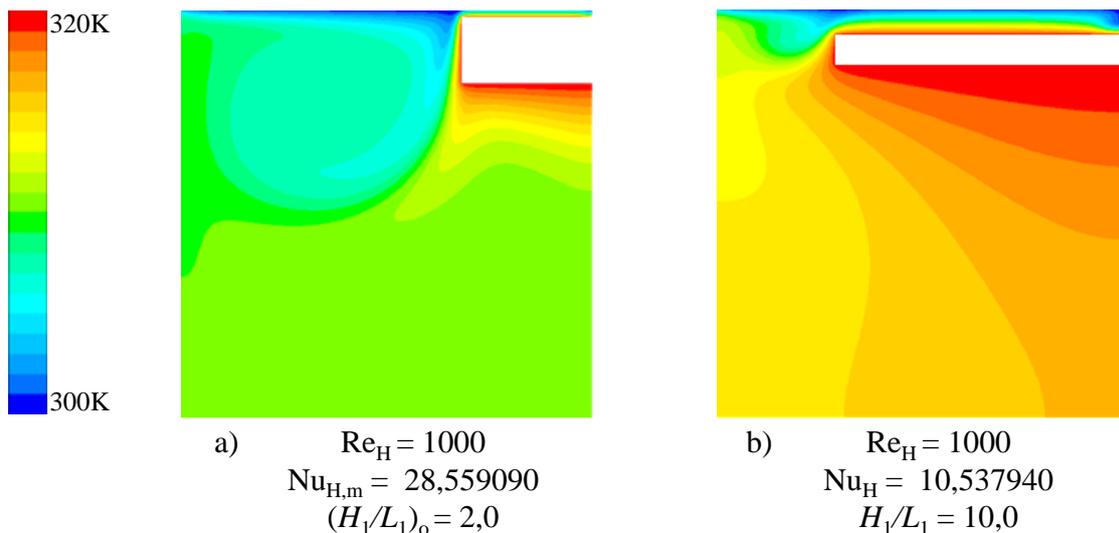


Figura 5.66: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral direita para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,9$  e  $Re_H = 1000$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

Os resultados ótimos obtidos nas Figs. 5.32, 5.39, 5.46, 5.53 e 5.60 são compilados e apresentados nas Fig. 5.67 e 5.68. Mais precisamente, a Fig. 5.67 mostra o efeito da razão  $S/A^{1/2}$  sobre o número de Nusselt uma vez maximizado ( $Nu_{H,m}$ ) e a Fig. 5.68 ilustra o efeito da razão  $S/A^{1/2}$  sobre a razão  $H_1/L_1$  uma vez otimizada,  $(H_1/L_1)_o$ . A Figura 5.67 mostra que o número de  $Nu_{H,mm}$  (duas vezes maximizado) é obtido para a razão  $(S/A^{1/2})_o = 0,9$ , ou seja, quando a aleta está mais próxima da superfície superior da cavidade motriz. Isso provavelmente ocorra porque o mecanismo motriz é imposto e não há uma restrição na imposição do movimento com a proximidade da aleta com a superfície superior da cavidade. Os resultados também mostram que diferenças consideráveis na magnitude do  $Nu_H$  são obtidas com a variação de  $S/A^{1/2}$ . Por exemplo, para  $Re_H = 1000$ , a geometria ótima  $(S/A^{1/2})_o = 0,9$  e  $(H_1/L_1)_{oo} = 2,0$  conduz a um número de Nusselt duas vezes maximizado de  $Nu_{H,mm} = 28,5591$ , o que é 4,66 vezes superior ao pior caso uma vez otimizado para o mesmo número de  $Re_H$ , ou seja,  $S/A^{1/2} = 0,1$  e  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ .

A Figura 5.68 mostra que o limite superior da razão ótima  $(H_1/L_1)_o$  foi inferior a 2,0. Isso acontece, pois para razões maiores o escoamento do vórtice principal acaba sendo suprimido no canto superior direito da cavidade, minimizando a troca térmica nas superfícies lateral esquerda e inferior da aleta. Vale destacar que, para a aleta inferior, a inserção de aletas com elevadas razões  $H_1/L_1$  também conduziram a desempenhos térmicos ruins do sistema. Esse comportamento deve-se ao fato de que, nos casos analisados, o aumento da área de troca térmica restringe a liberdade do sistema de fluxo (o escoamento). Dessa forma, a avaliação geométrica desse sistema de fluxo segue o princípio Construtal da “Ótima Distribuição das Imperfeições”.

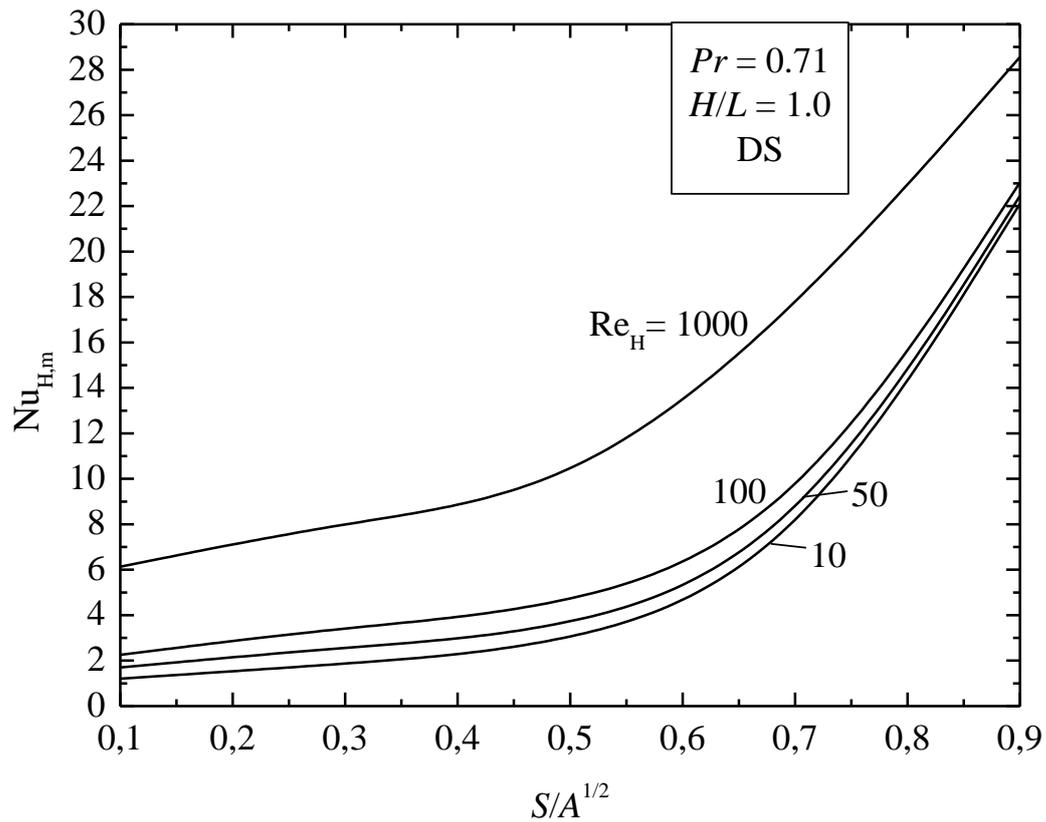


Figura 5.67: Efeito da razão  $S/A^{1/2}$  sobre o número de Nusselt máximo ( $Nu_{H,m}$ ) para um escoamento com vários números de Reynolds,  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$  da aleta inserida na superfície lateral direita da cavidade.

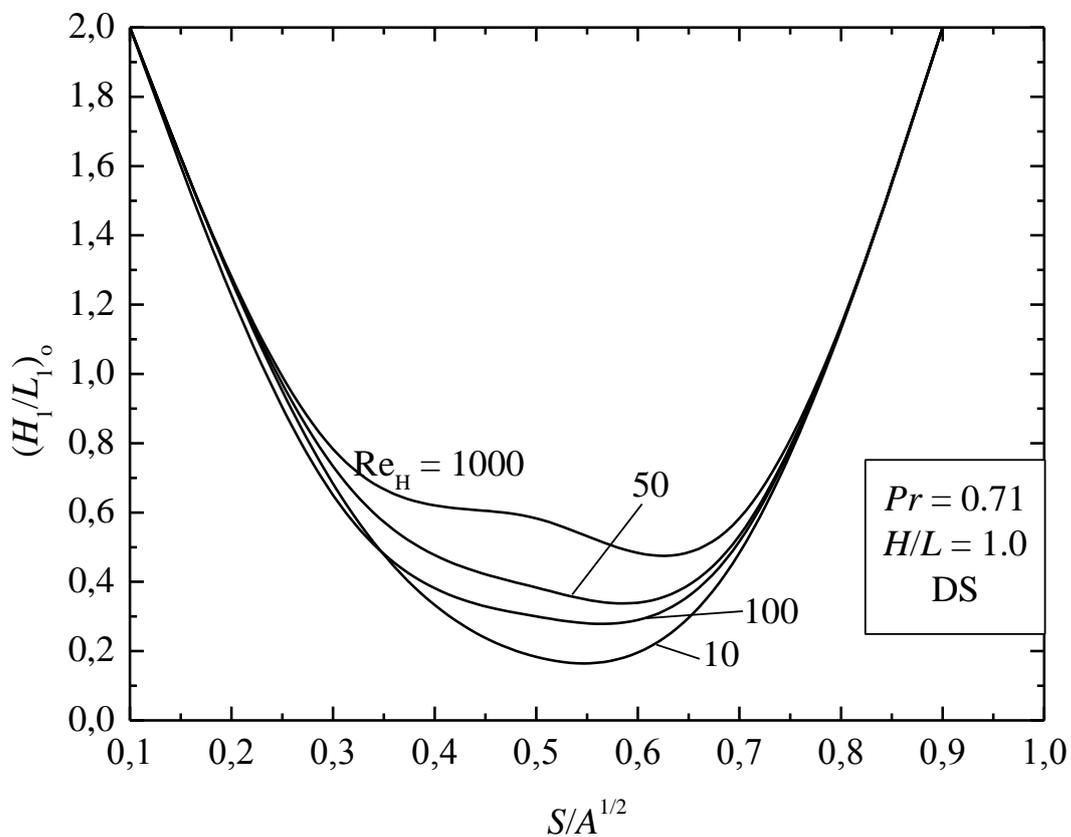


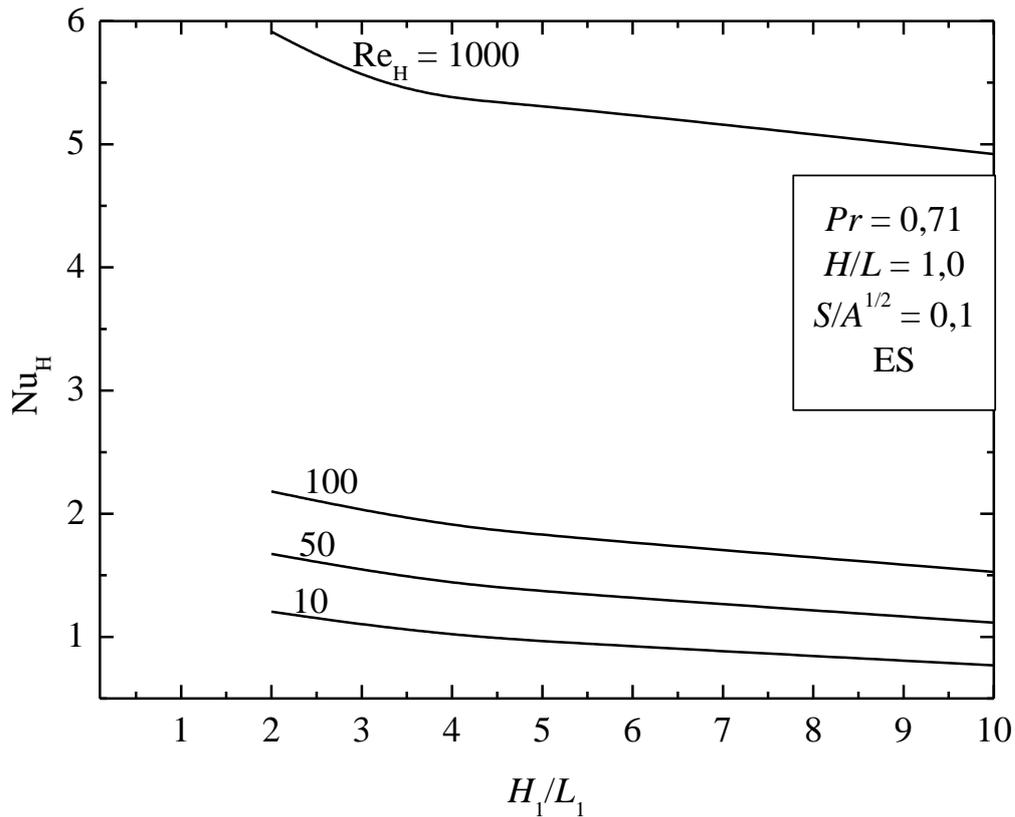
Figura 5.68: Efeito da razão  $S/A^{1/2}$  sobre a relação uma vez otimizada  $(H_1/L_1)_o$  para um escoamento

com vários números de Reynolds,  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$  da aleta inserida na superfície lateral direita da cavidade.

### 5.3 Otimização da aleta inserida na superfície lateral esquerda da cavidade

Para finalizar a avaliação sobre a forma e posicionamento de uma aleta retangular em uma cavidade dirigida com convecção forçada, o mesmo tipo de avaliação realizada nas duas seções anteriores é repetida para a aleta inserida na superfície lateral esquerda da cavidade. Consequentemente, são avaliados o efeito dos graus de liberdade  $S/A^{1/2}$  e  $H_1/L_1$  sobre o desempenho térmico do problema para quatro números de  $Re_H$  ( $Re_H = 10, 50, 100$  e  $1000$ ).

A Figura 5.69 ilustra o efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre  $Nu_H$  para vários  $Re_H$  e  $S/A^{1/2} = 0,1$  quando a aleta é inserida na superfície lateral esquerda da cavidade. Foi observado que há um decréscimo de  $Nu_H$  com o aumento da razão  $H_1/L_1$ , similarmente ao obtido para os estudos das seções anteriores, principalmente ao caso onde a aleta é inserida na superfície lateral da cavidade. Como a aleta está posicionada muito ao fundo da cavidade, há um indicativo de que independente da posição na cavidade não há grande influência sobre o comportamento geométrico no desempenho térmico. Apenas uma leve diferença na magnitude do  $Nu_H$  é observada na comparação entre os casos (superfície lateral direita e esquerda).



Figura

5.69: Efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com  $S/A^{1/2} = 0,1$ ;  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$  da aleta inserida na superfície lateral esquerda da cavidade.

As Figuras 5.70 – 5.75 ilustram os campos de velocidades e temperaturas para as formas ótimas e as piores geometrias para os casos com  $Re_H = 10$ , 100 e 1000 quando  $S/A^{1/2} = 0,1$  e a aleta é inserida na superfície lateral esquerda da cavidade.

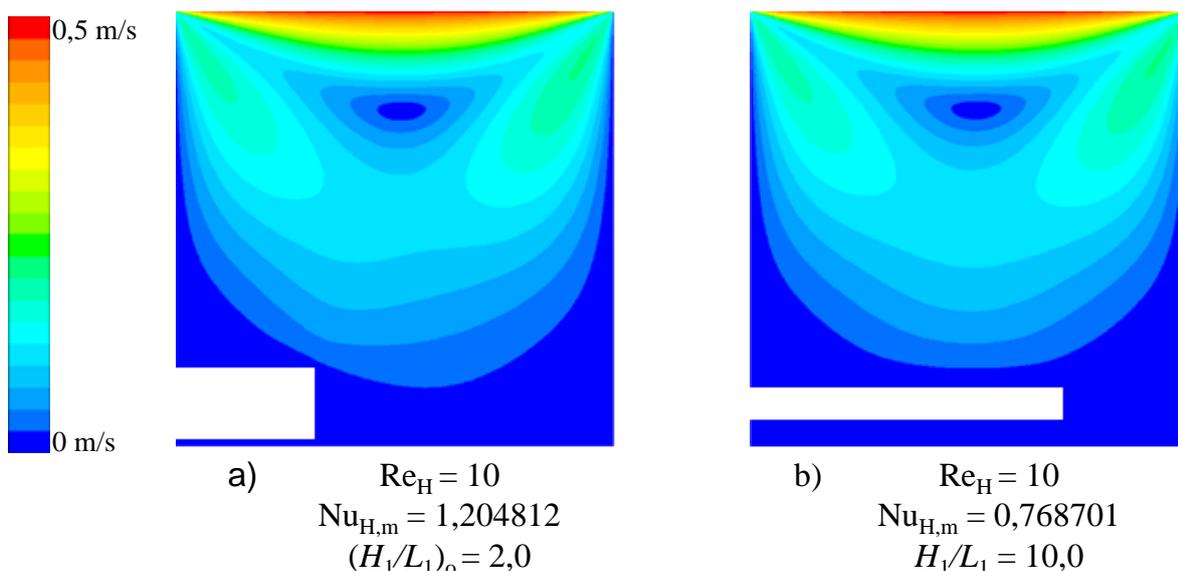


Figura 5.70: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral esquerda,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,1$  e  $Re_H = 10$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

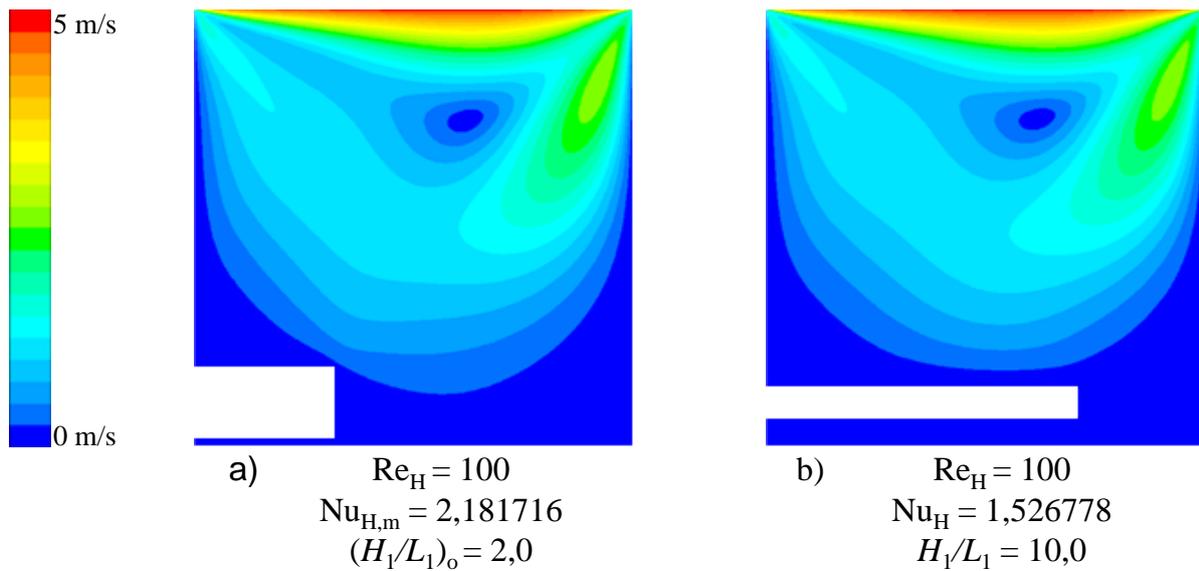


Figura 5.71: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral esquerda,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,1$  e  $Re_H = 100$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

Os campos de velocidade são bastante semelhantes aos obtidos para  $S/A^{1/2} = 0,1$  quando a aleta é inserida na superfície lateral direita da cavidade. Com relação ao campo de temperaturas, há uma mudança na distribuição do mesmo (em comparação com o caso da aleta na superfície lateral direita da cavidade) devido à aleta aquecida ser colocada em outra posição. Apesar disso, não se observam diferenças consideráveis nos gradientes de temperaturas próximos a aleta.

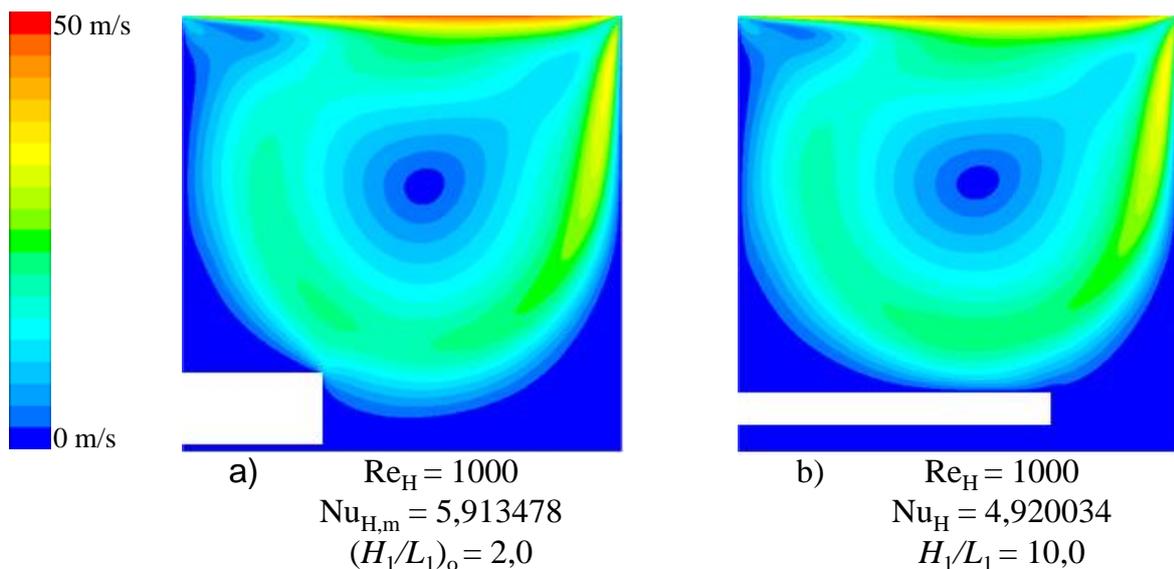


Figura 5.72: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral esquerda,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,1$  e  $Re_H = 1000$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

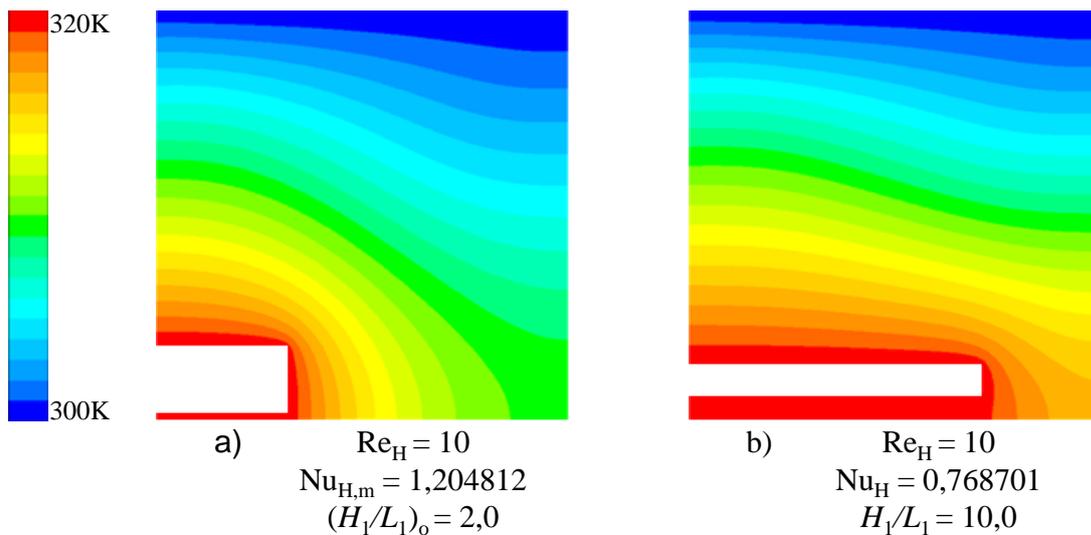


Figura 5.73: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral esquerda para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,1$ ,  $Re_H = 10$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

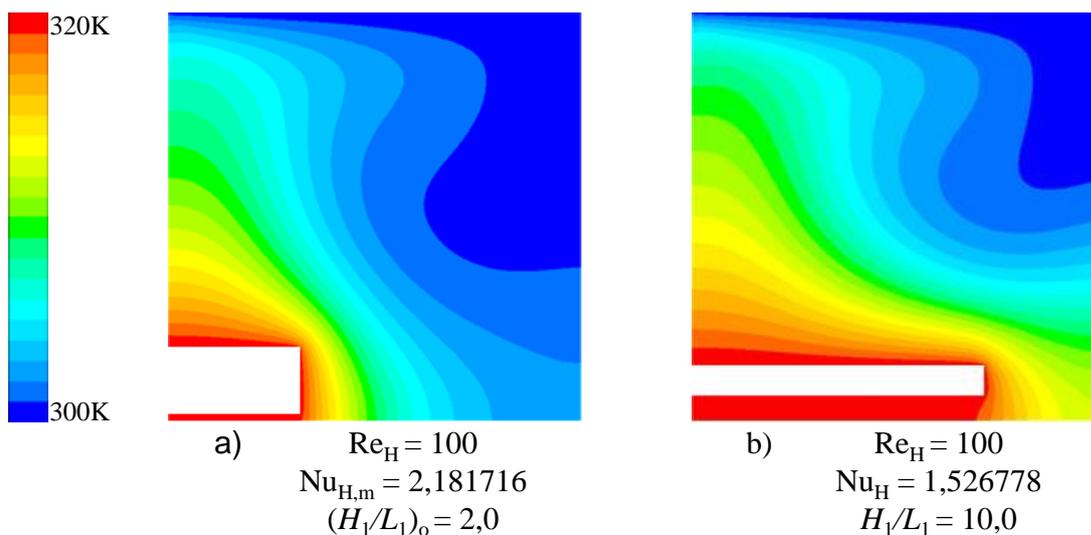


Figura 5.74: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral esquerda para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,1$ ,  $Re_H = 100$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

As Figuras 5.76 – 5.79 mostram o efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) em escoamentos a  $Re_H = 10, 50, 100$  e  $1000$  para as diferentes posições da aleta na superfície lateral esquerda da cavidade  $S/A^{1/2} = 0,3; 0,5; 0,7$  e  $0,9$ , respectivamente. Os comportamentos obtidos aqui são semelhantes aos obtidos para a aleta inserida na superfície lateral direita. Para evitar que o texto se torne repetitivo decidiu-se discutir em conjunto esses gráficos. Pode ser observado nas Figs. 5.76 e 5.77 que para a grande maioria dos  $Re_H$  investigados há uma razão intermediária ótima de  $(H_1/L_1)_o$  e as maiores razões razões de  $H_1/L_1$  conduzem aos piores desempenhos. Nas Figs. 5.78 –

5.79, que indicam os casos onde a aleta possui grande aproximação da superfície superior da cavidade, verifica-se que o limite inferior da razão  $H_1/L_1$  conduz ao melhor desempenho térmico do problema em análise.

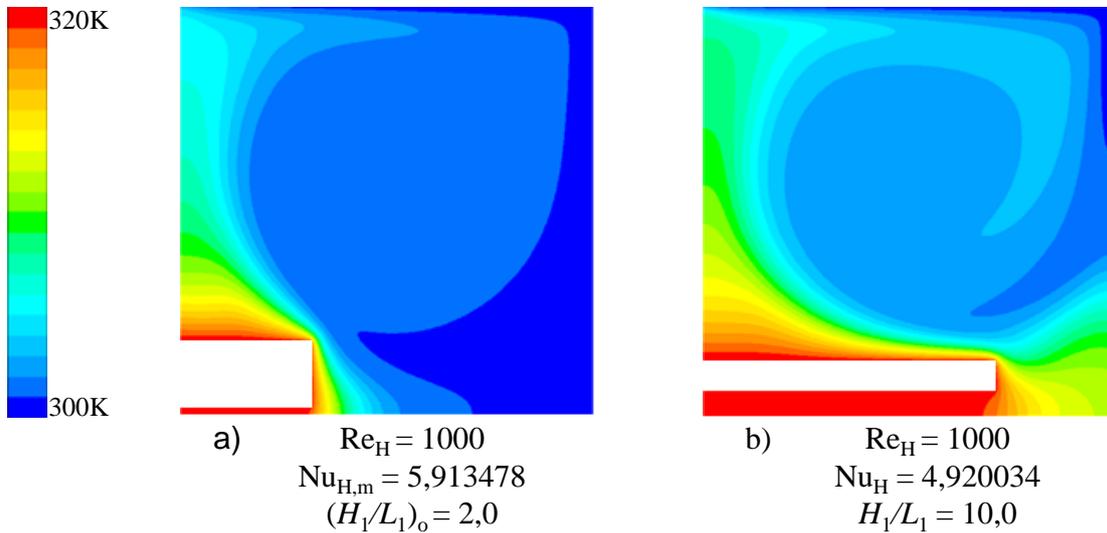


Figura 5.75: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral esquerda para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,1$ ,  $Re_H = 1000$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

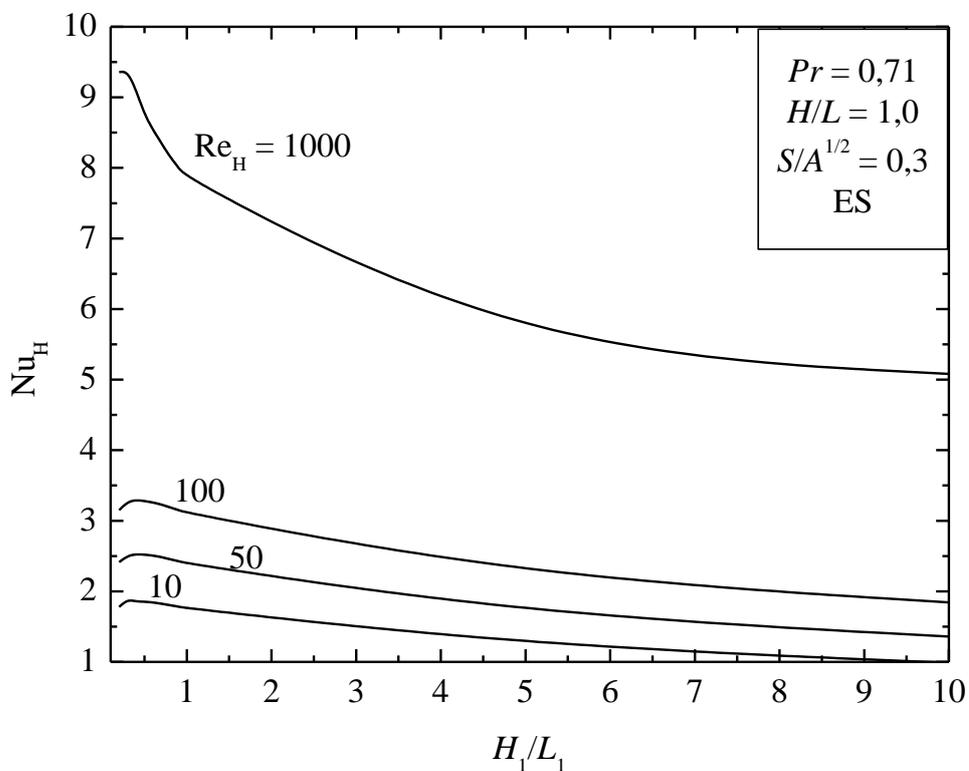


Figura 5.76: Efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com  $S/A^{1/2} = 0,3$ ;  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$  da aleta inserida na superfície lateral esquerda da cavidade.

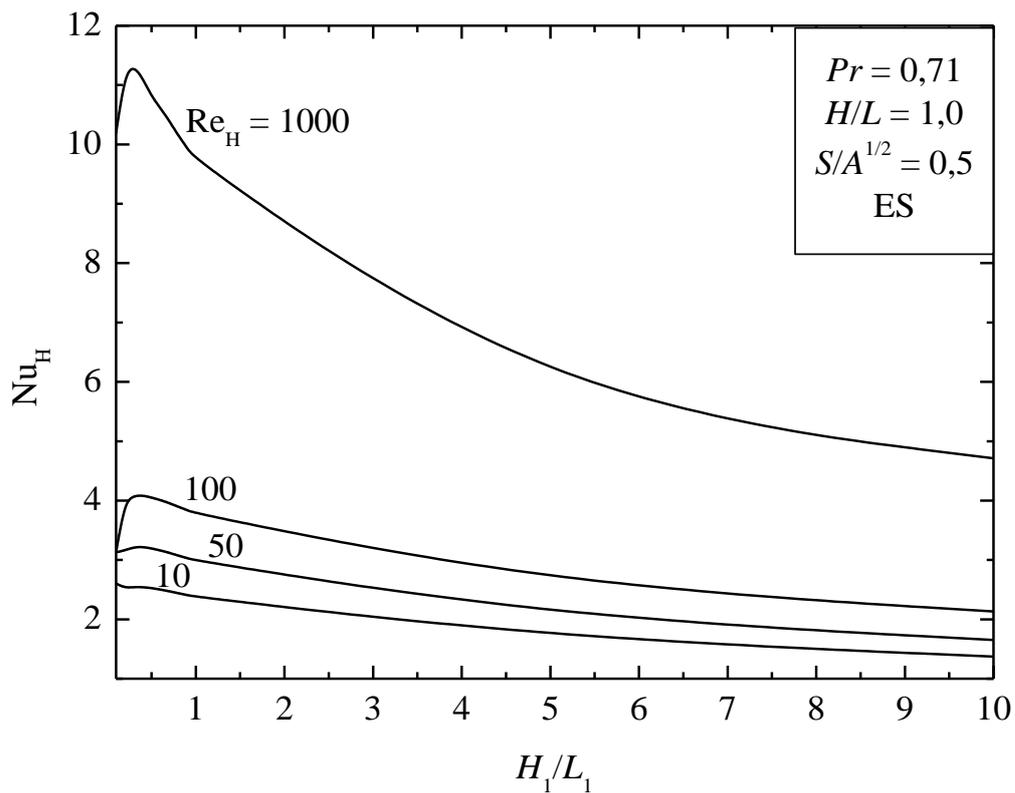


Figura 5.77: Efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com  $S/A^{1/2} = 0,5$ ;  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$  da aleta inserida na superfície lateral esquerda da cavidade.

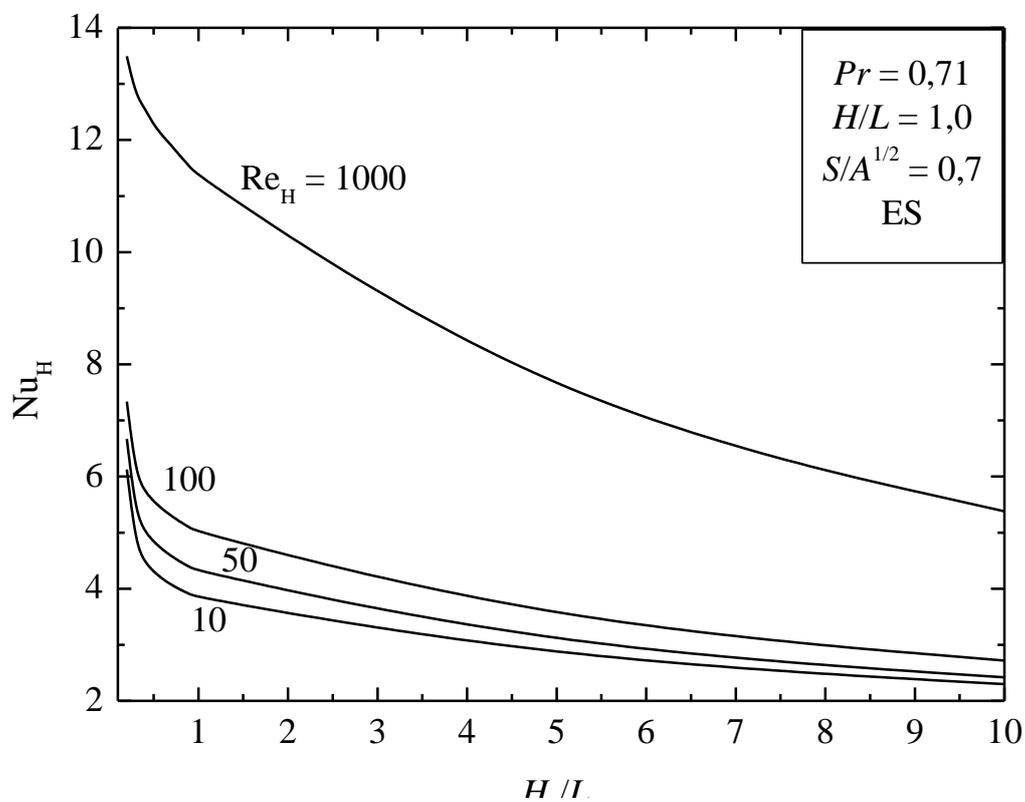


Figura 5.78: Efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com  $S/A^{1/2} = 0,7$ ;  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$  da aleta inserida na superfície lateral esquerda da cavidade.

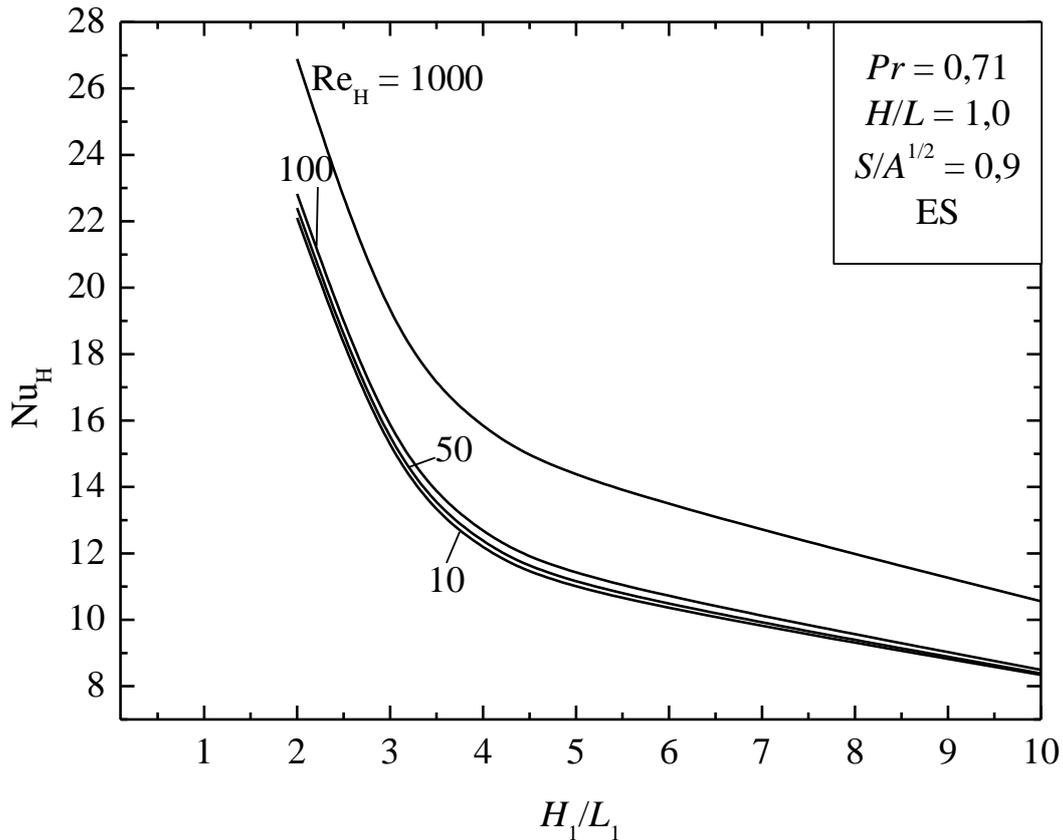


Figura 5.79: Efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre o número de Nusselt ( $Nu_H$ ) para um escoamento com  $S/A^{1/2} = 0,9$ ;  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$  da aleta inserida na superfície lateral esquerda da cavidade.

As Figuras 5.80 – 5.85 ilustram os campos de velocidades e temperaturas para as melhores e piores geometrias obtidas com  $Re_H = 10, 100$  e  $1000$  para  $S/A^{1/2} = 0,5$  e a aleta inserida na superfície lateral esquerda da cavidade. Os resultados para os campos de velocidades mostram que para as geometrias ótimas o escoamento na cavidade se comporta como uma cavidade com uma razão de aspecto levemente superior a  $H/L = 1,0$ . Uma vez que a aleta se posiciona na superfície lateral isso tende a ser uma vantagem pois não há necessariamente uma necessidade que o escoamento atinja o fundo da cavidade. Para as piores geometrias, percebe-se que a aleta restringe o vórtice principal na região superior da cavidade, semelhante ao que se observou com o aumento de  $S/A^{1/2}$  para a aleta inserida na superfície lateral direita da cavidade e semelhante ao que observa-se nos casos de cavidades com baixas razões de aspecto, ou seja,  $H/L \ll 1,0$ . Para os campos de temperaturas, observa-se que o comportamento do mesmo tende a ser assimétrico em comparação com o mesmo caso de  $S/A^{1/2} = 0,5$  visto na seção anterior para os casos com  $Re_H = 100$  e  $1000$ . Isso ocorre pois a formação do escoamento ocorre de forma assimétrica, ou seja, o vórtice principal se forma no canto superior direito e se desloca em direção ao centro da cavidade, fazendo com que a incidência seja

diferente sobre uma aleta ou outra. Para o caso com  $Re_H = 10$  isso não é notado pois a intensidade do escoamento é baixa.

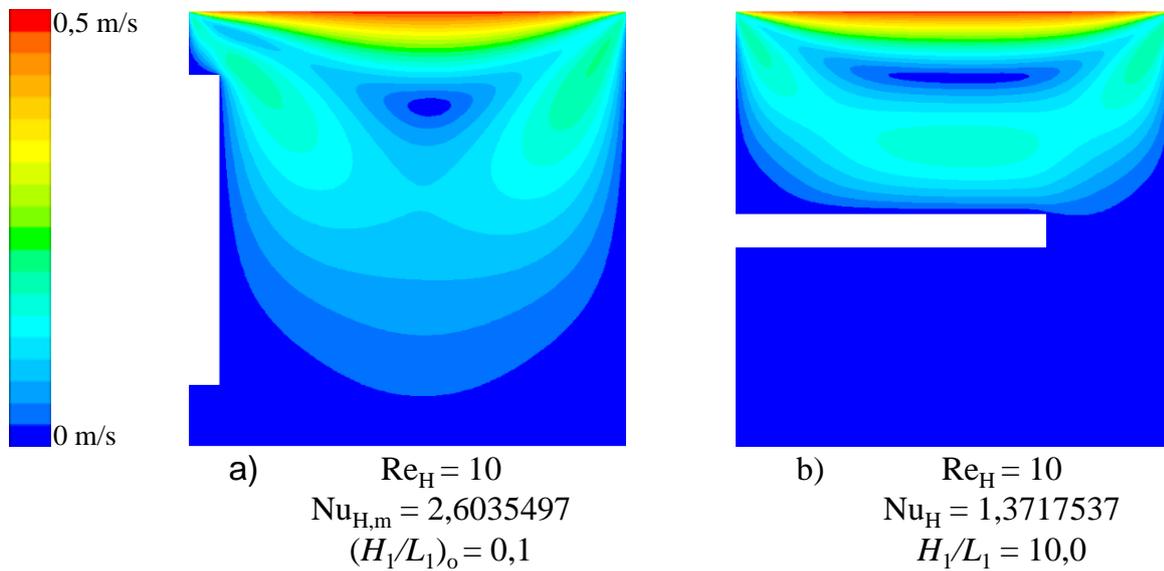


Figura 5.80: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral esquerda,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,5$  e  $Re_H = 10$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,1$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

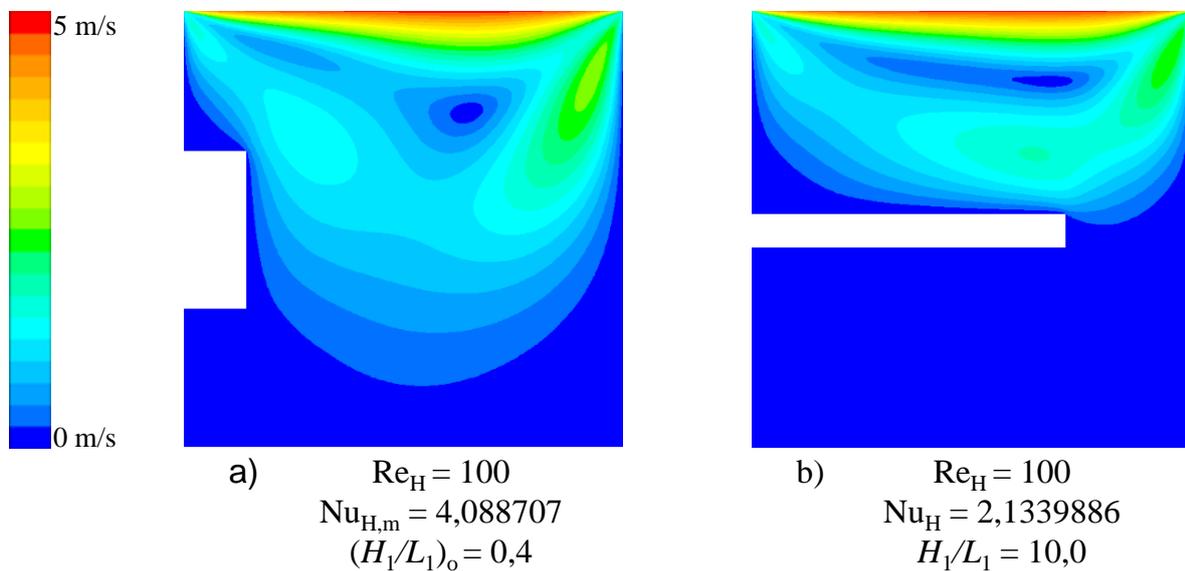


Figura 5.81: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral esquerda,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,5$  e  $Re_H = 100$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,4$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

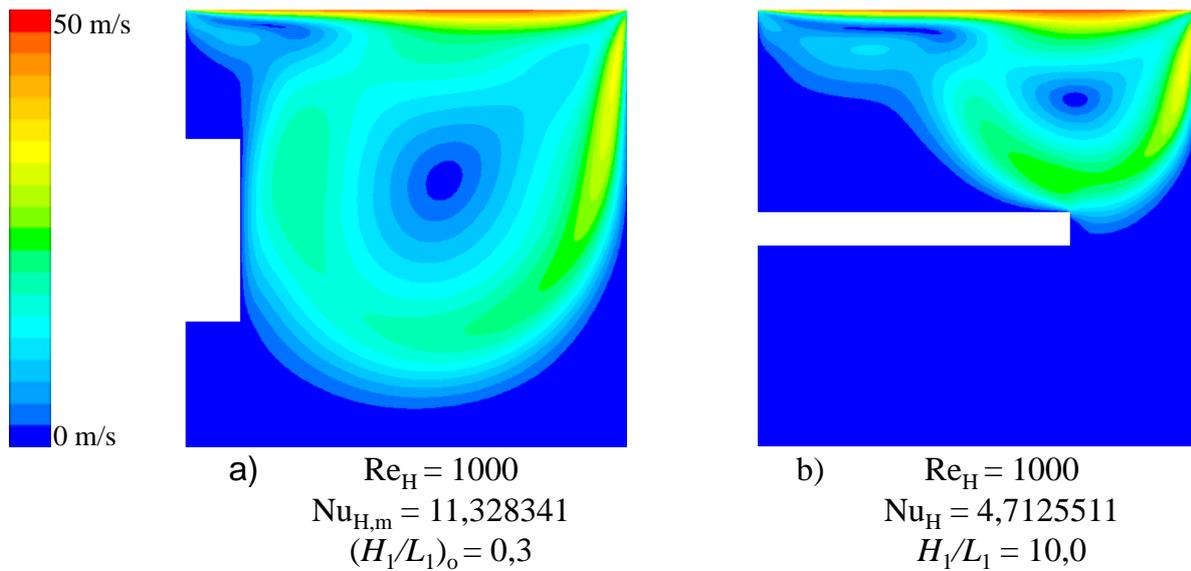


Figura 5.82: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral esquerda,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,5$  e  $Re_H = 1000$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,3$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

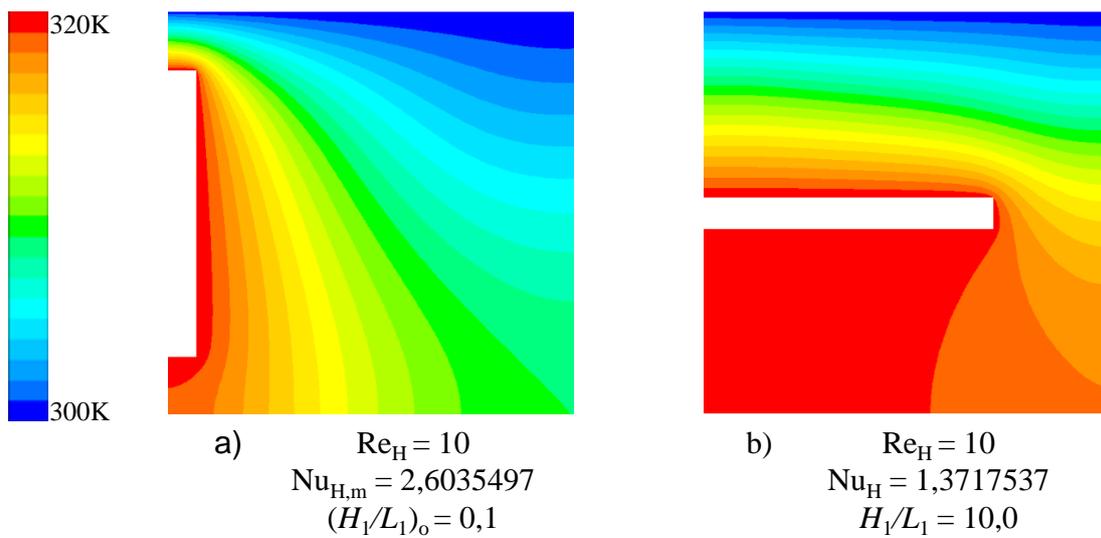


Figura 5.83: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral esquerda para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,5$   $Re_H = 10$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,1$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

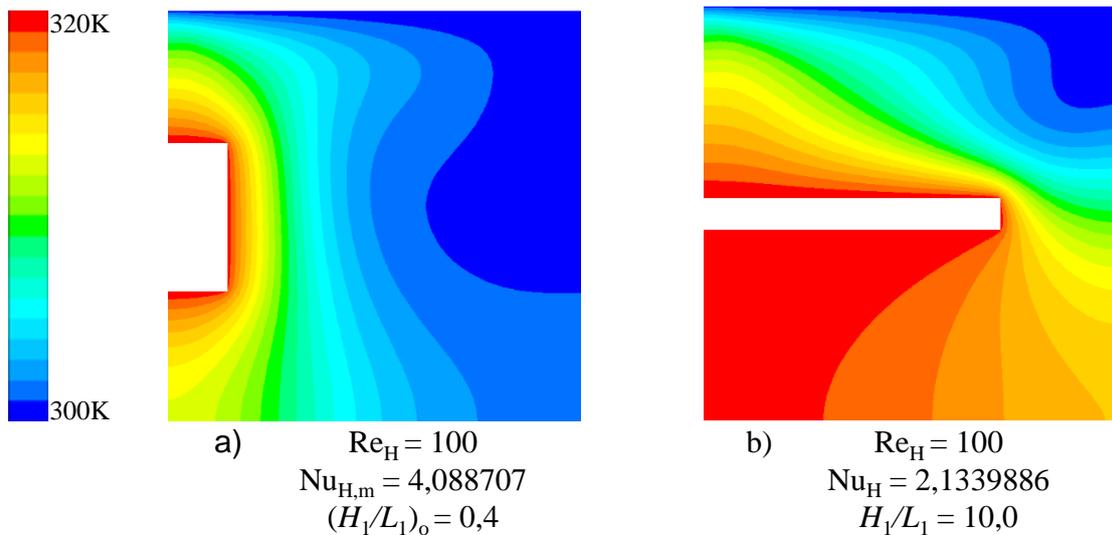


Figura 5.84: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral esquerda para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,5$   $Re_H = 100$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,4$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

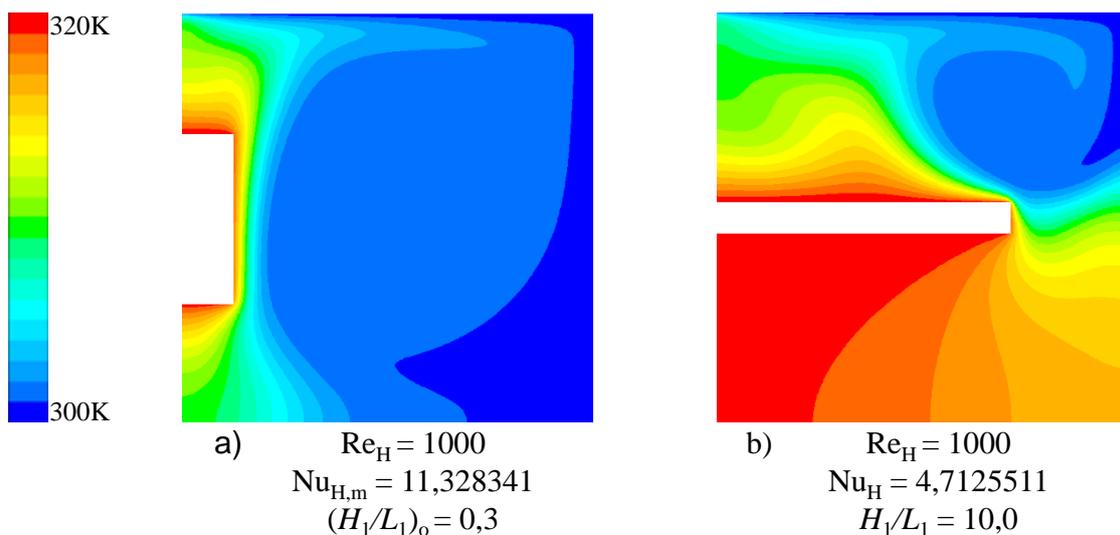


Figura 5.85: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral esquerda para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,5$   $Re_H = 1000$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 0,3$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

Com o intuito de mostrar o comportamento dos campos de velocidades e temperaturas com o aumento da posição da aleta retangular, ou seja, de  $S/A^{1/2}$ , as Figs. 5.86 – 5.91 mostram os campos de velocidades e temperaturas para  $Re_H = 10$ ,  $100$  e  $1000$  na posição  $S/A^{1/2} = 0,9$ . Pode ser observado que os campos de velocidades para os diferentes  $Re_H$  apresentam um comportamento semelhante ao obtido para a aleta inserida na superfície lateral direita da cavidade. No entanto, nota-se um espelhamento do vórtice principal formado. A forma como o campo de velocidades incide sobre a aleta, bem como, a inserção da aleta em uma nova superfície afetam a distribuição do

campo de temperaturas. Observou-se particularmente para o caso ótimo de  $Re_H = 1000$  uma diferença no gradiente de temperaturas na região inferior da aleta retangular. Essa diferença pode ser atribuída à incidência do vórtice principal sobre a superfície inferior da aleta no caso da aleta na superfície lateral esquerda da cavidade, enquanto no caso da aleta na superfície lateral direita o vórtice principal é gerado apenas a esquerda da aleta, não ocorrendo incidência significativa do vórtice sobre a superfície inferior da aleta.

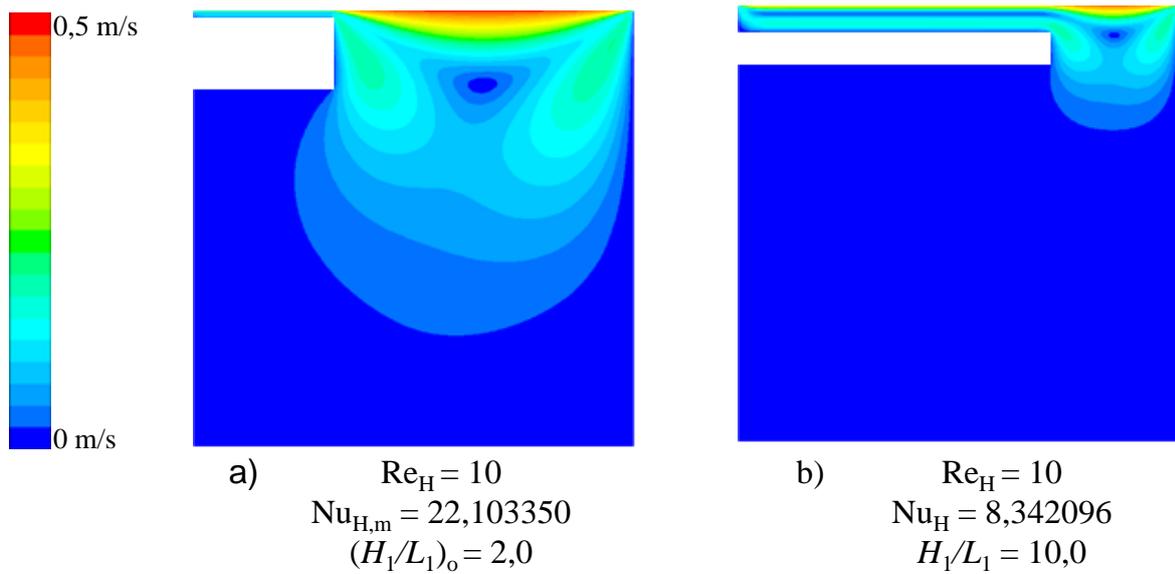


Figura 5.86: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral esquerda,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,9$  e  $Re_H = 10$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

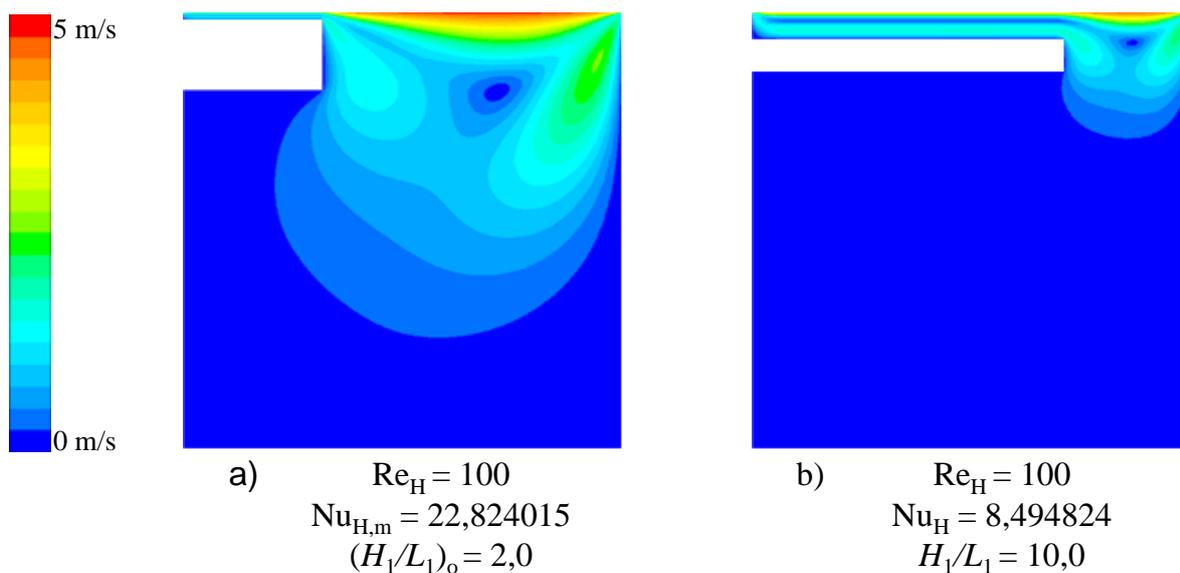


Figura 5.87: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral esquerda,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,9$  e  $Re_H = 100$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

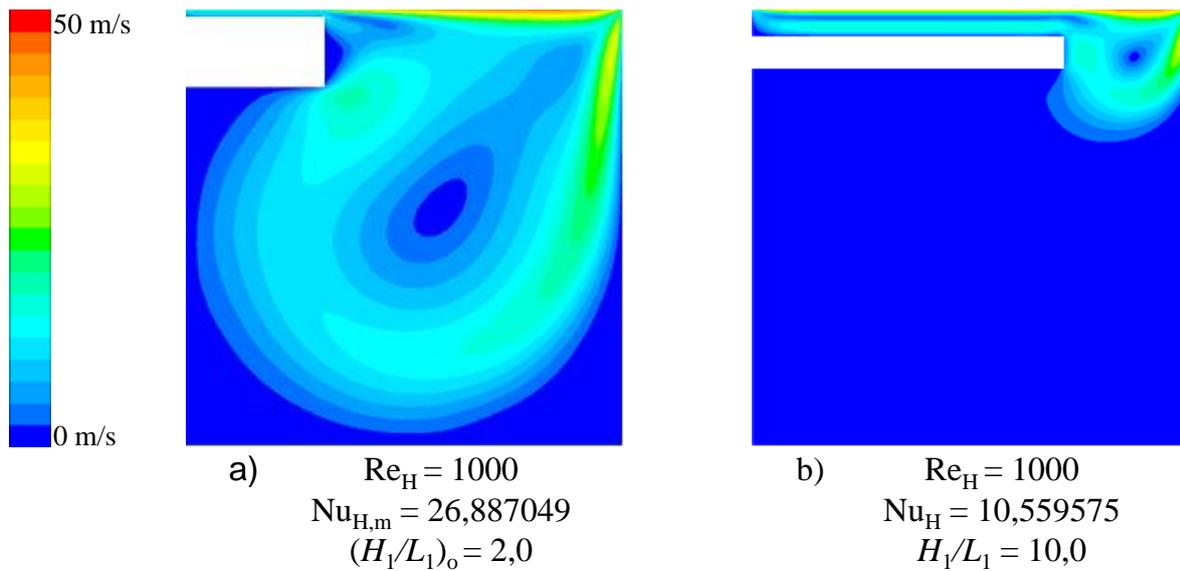


Figura 5.88: Campos de velocidades para aleta na superfície lateral esquerda,  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,9$  e  $Re_H = 1000$  para diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

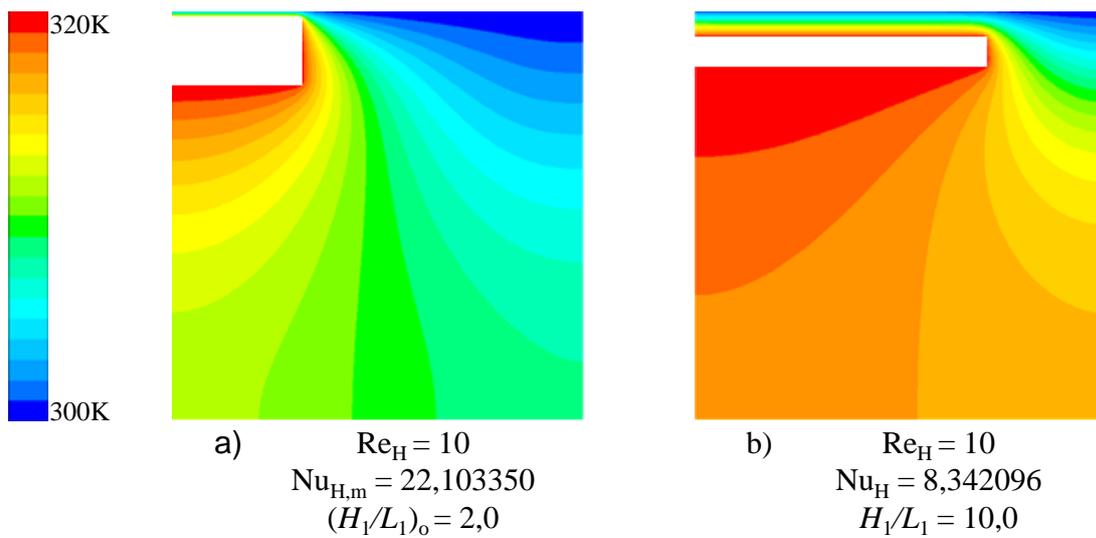


Figura 5.89: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral esquerda para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,9$   $Re_H = 10$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

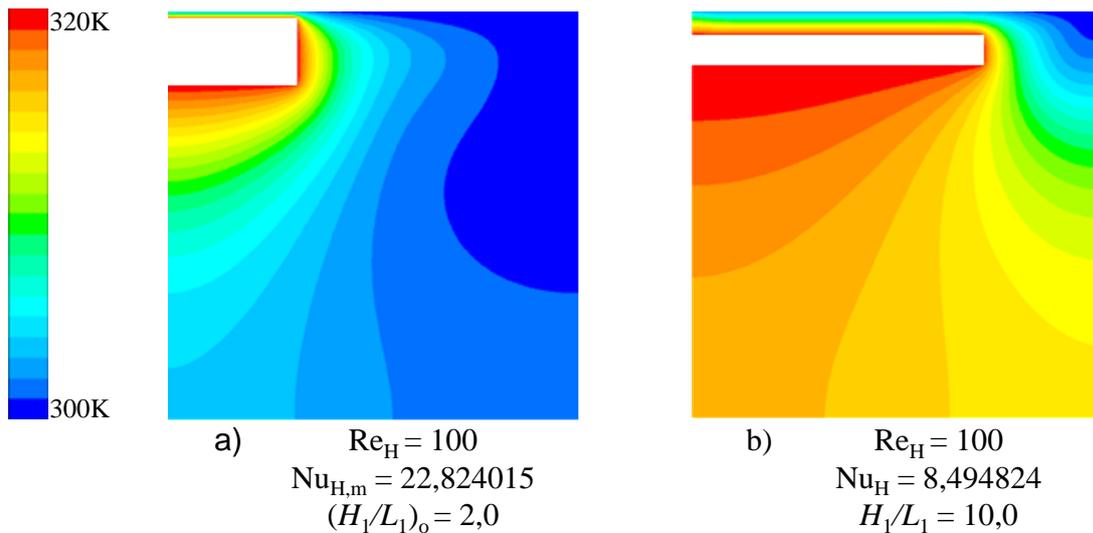


Figura 5.90: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral esquerda para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,9$   $Re_H = 100$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

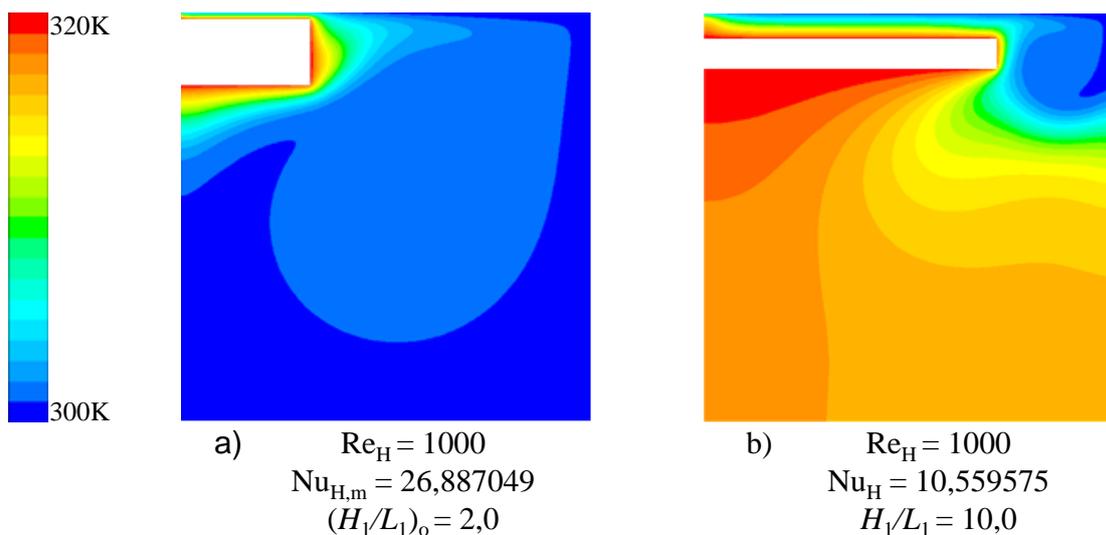


Figura 5.91: Campos de temperaturas para aleta na superfície lateral esquerda para  $H/L = 1,0$ ,  $S/A^{1/2} = 0,9$   $Re_H = 1000$  e diferentes razões de  $H_1/L_1$ : a)  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ ; b)  $H_1/L_1 = 10,0$ .

A Figura 5.92 mostra o efeito da razão  $S/A^{1/2}$  sobre o número de Nusselt uma vez maximizado ( $Nu_{H,m}$ ) para um escoamento com vários números de Reynolds,  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$ . Os melhores resultados foram obtidos para  $S/A^{1/2} = 0,9$ . Também foi observado que à medida que  $S/A^{1/2}$  aumentava o número de Nusselt também crescia. De uma forma geral, o comportamento quantitativo foi muito semelhante ao observado para o caso da aleta inserido na superfície lateral direita da cavidade, conforme mostra a Fig. 5.67. Em comparação com o caso da aleta na superfície inferior da cavidade, o comportamento foi diferente no ponto de ótimo e no efeito da razão  $S/A^{1/2}$

sobre  $Nu_{H,m}$ . Vale destacar ainda que, na forma geométrica ótima para o maior número de Reynolds ( $Re_H = 1000$ ) em que  $(H_1/L_1)_{oo} = 2,0$  e  $(S/A^{1/2})_o = 0,9$ , obteve-se um número de Nusselt uma vez maximizado de  $Nu_{H,m} = 26,8870$ , 4,55 vezes maior do que para o pior caso uma vez otimizado para o número de Reynolds ( $Re_H = 1000$ ), ou seja,  $(H_1/L_1)_o = 2,0$  e  $S/A^{1/2} = 0,1$ , onde o número de Nusselt foi de  $Nu_H = 5,913478$ .

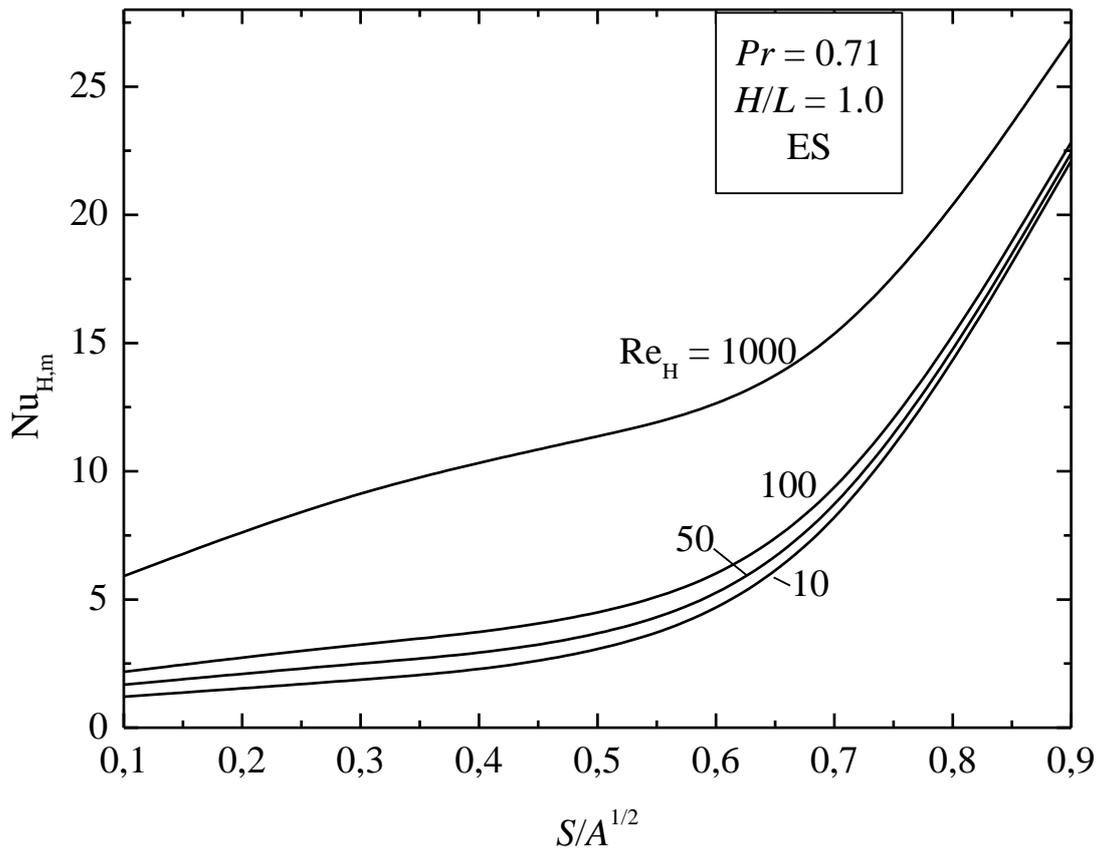


Figura 5.92: Efeito da razão  $S/A^{1/2}$  sobre o número de Nusselt máximo ( $Nu_{H,m}$ ) para um escoamento com vários números de Reynolds,  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$  da aleta inserida na superfície lateral esquerda da cavidade.

Com relação as geometrias ótimas, a Fig. 5.93 mostra o efeito da razão  $S/A^{1/2}$  sobre a razão  $(H_1/L_1)_o$ . Pode ser percebido que o comportamento aqui também é bastante semelhante ao observado para o caso da aleta inserida na superfície lateral direita da cavidade. Cabe ressaltar que as magnitudes para um mesmo número de  $Re_H$  não foram as mesmas para os dois casos. Observou-se também que para  $Re_H = 10$  houve um comportamento simétrico de  $(H_1/L_1)_o$  com  $S/A^{1/2}$ , enquanto que para números de  $Re_H > 10$ , o comportamento torna-se assimétrico, devido a maior influência do vórtice principal sobre o escoamento.

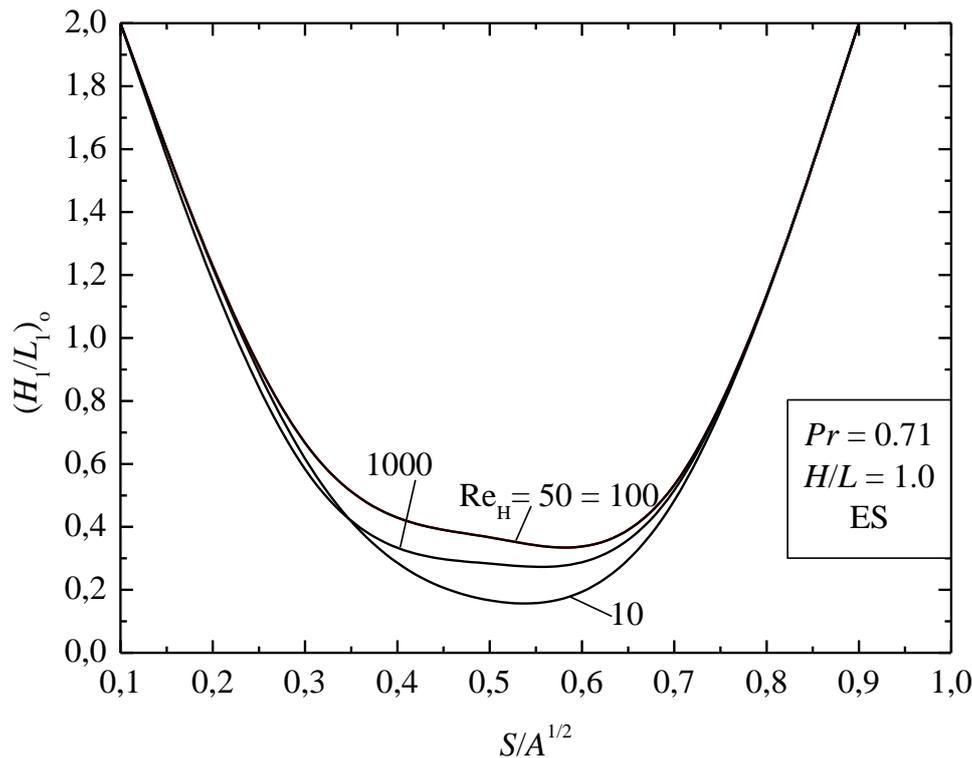


Figura 5.93: Efeito da razão  $S/A^{1/2}$  sobre a relação uma vez otimizada  $(H_1/L_1)_o$  para um escoamento com vários números de Reynolds,  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$  da aleta inserida na superfície lateral esquerda da cavidade.

#### 5.4 Comparações entre as geometrias ótimas

As Figuras 5.94, 5.95 e 5.96 ilustram o efeito das melhores geometrias obtidas no trabalho para todas as superfícies das aletas inseridas na cavidade.

A Figura 5.94 mostra a relação do número de Nusselt máximo com os números de Reynolds, conforme o número de  $Re_H$  aumenta o número de  $Nu_H$  duas vezes maximizado também aumenta. Os números de Nusselt avaliados na aleta da superfície lateral direita e esquerda da cavidade possuem comportamentos semelhantes pois eles possuem pouca variação. Já na aleta inserida na parte inferior da cavidade o número de Nusselt cai quase pela metade. É possível observar também que a taxa de crescimento do  $Nu_{H,max}$  com o  $Re_H$  é maior quando insere-se a aleta na superfície lateral direita da cavidade do que na superfície lateral esquerda.

Na Figura 5.95 os resultados mostram que a melhor posição nas aletas inseridas na lateral direita e esquerda da cavidade são iguais, ou seja o melhor posicionamento é em  $(S/A^{1/2})_o = 0,9$ , quase na borda da parte superior da cavidade, já a melhor posição para a aleta inserida na parte inferior da cavidade é em  $(S/A^{1/2})_o = 0,5$ , ou seja, bem no meio da cavidade. Novamente mostrando a importância da avaliação geométrica.

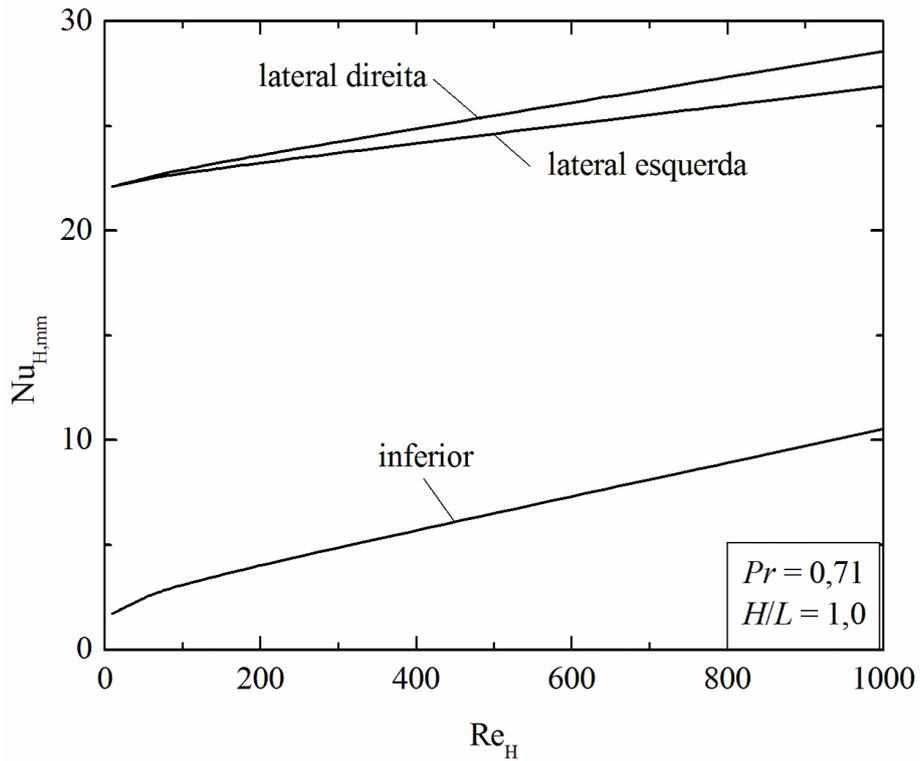


Figura 5.94: Efeito da razão do número de Reynolds sobre o número de Nusselt máximo máximo ( $Nu_{H,mm}$ ) para um escoamento com  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$ .

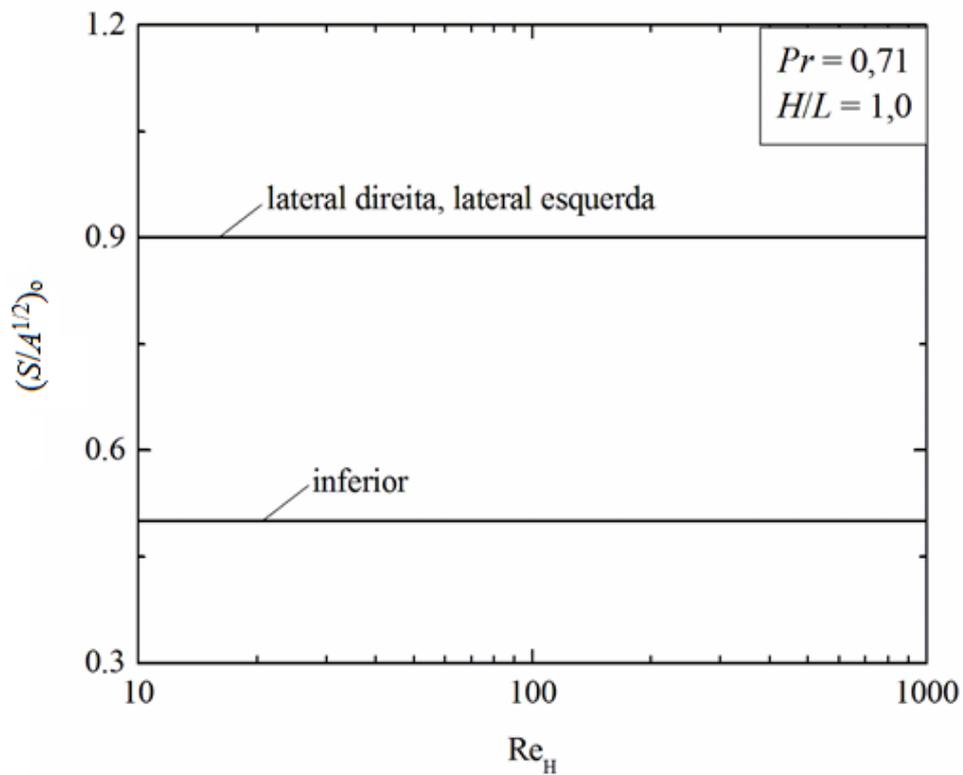


Figura 5.95: Efeito da razão do número de Reynolds sobre a posição da aleta uma vez otimizada  $(S/A^{1/2})_o$  para um escoamento com  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$ .

A Figura 5.96 mostra o efeito da razão duas vezes otimizada  $(H_1/L_1)_{oo}$  sobre os números de Reynolds  $10 \leq Re_H \leq 1000$  para um escoamento  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$ . Neste caso, observou-se o mesmo comportamento das aletas inseridas na superfície lateral direita e esquerda da cavidade para a geometria ótima pois elas se mantiveram constante com  $(H_1/L_1)_o = 2,0$ . Para a aleta inserida na parte inferior da cavidade houve um declínio, quanto mais o número de Reynolds aumentava mais a razão  $(H_1/L_1)$  diminuía, para a geometria ótima se obteve uma menor razão de  $(H_1/L_1)_o = 0,4$ .

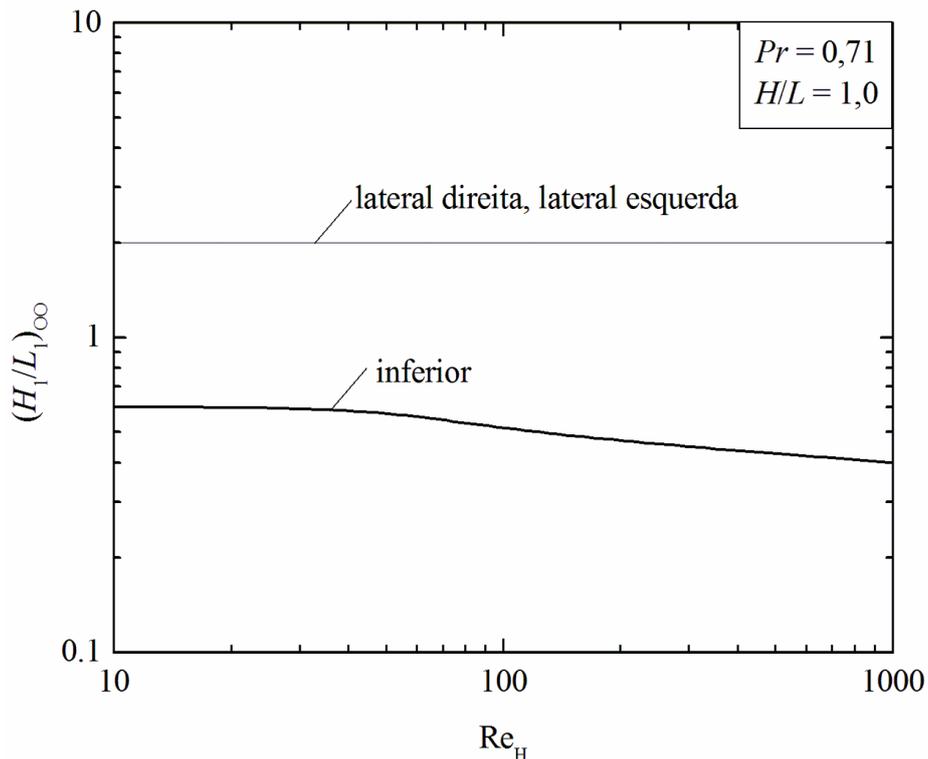


Figura 5.96: Efeito da razão do número de Reynolds sobre a relação duas vezes otimizada  $(H_1/L_1)_{oo}$  para um escoamento com  $Pr = 0,71$  e  $H/L = 1,0$ .

As melhores geometrias são apresentadas nas Figs 5.97 e 5.98, onde na Fig. 5.97 mostra os campos de velocidades ótimas obtidas para  $Re_H = 1000$  nas diferentes posições da aleta na cavidade: (a) lateral direita, (b) inferior e (c) lateral esquerda e a Fig. 5.98 mostra o campo térmico para as geometrias ótimas obtidas para  $Re_H = 1000$  nas diferentes posições da aleta na cavidade: (a) lateral direita, (b) inferior e (c) lateral esquerda.

A Figura 5.98 (a) com  $Re_H = 1000$  e  $(S/A^{1/2})_o = 0,9$  mostra a melhor geometria obtida para a relação de  $(H_1/L_1)_o = 2,0$  com  $Nu_H = 28,559090$ , a Fig. 5.98 (b) para  $Re_H = 1000$  e  $(S/A^{1/2})_o = 0,5$  mostra a melhor geometria obtida para a relação de  $(H_1/L_1)_o = 0,4$  com  $Nu_H = 10,523626$  e a Fig. 5.98 (c) para  $Re_H = 1000$  e  $(S/A^{1/2})_o = 0,9$  mostra a melhor geometria obtida para a relação de

$(H_1/L_1)_o = 2,0$  com  $Nu_H = 26,887049$ . A Figura. 5.98 (a) obteve um percentual de 63,15% maior que em relação a Fig. 5.98 (b) e obteve um percentual de 5,85% a mais que em relação a Fig. 5.98 (c).

Portanto para  $Re_H = 1000$ , a magnitude do número de Nusselt uma vez maximizada é claramente mais elevado para a aleta inserida na lateral direita da cavidade. Em geral, os resultados mostraram que não há qualquer colocação universal da inserção da aleta que conduz ao melhor desempenho do sistema. Além disso, a melhor colocação depende da força orientada no interior da cavidade (no presente caso depende do  $Re_H$ ).

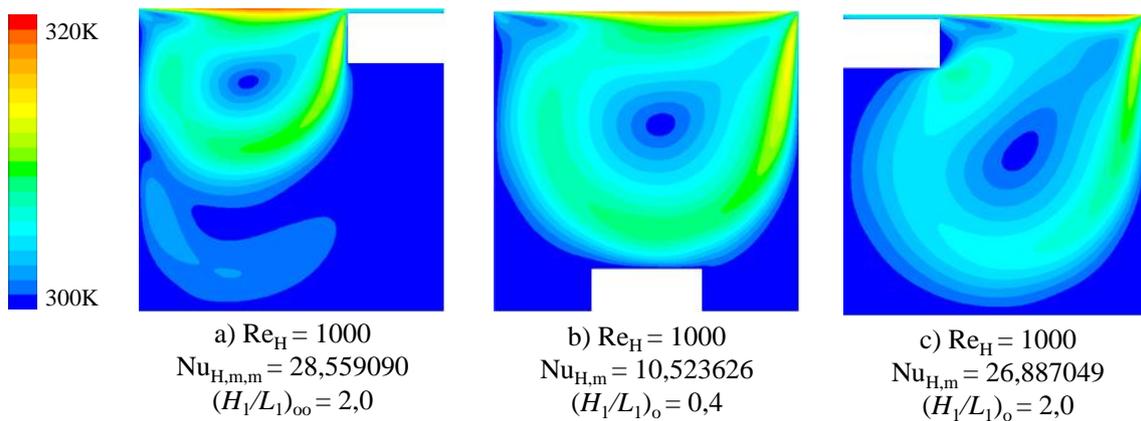


Figura 5.97 – Campos de Velocidades ótimos obtidos para  $Re_H = 1000$  nas diferentes posições da aleta na cavidade: a) lateral direita, b) inferior, c) lateral esquerda.

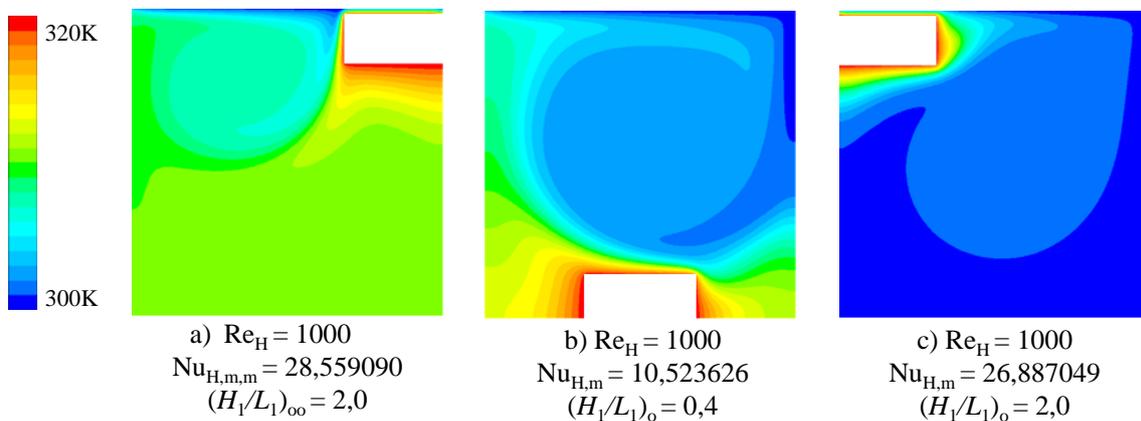


Figura 5.98 – Campos de Temperaturas ótimos obtidos para  $Re_H = 1000$  nas diferentes posições da aleta na cavidade: a) lateral esquerda, b) inferior, c) lateral direita.

Os resultados obtidos reforçam a importância do emprego do Design Construtal para otimização de problemas com convecção forçada. Apesar da área superficial para a aleta com  $(H_1/L_1) = 10,0$  ser maior do que para a forma óptima,  $(H_1/L_1)_{oo} = 2,0$  a melhor geometria é

conseguido por uma forma de aleta com área superficial inferior. Em outras palavras, o aumento da área superficial, não necessariamente conduz ao melhor desempenho térmico.

## 6. CONCLUSÕES

O presente trabalho avaliou numericamente a influência da geometria em três cavidades dirigidas quadradas aletadas sob o efeito de convecção forçada em que foram inseridas uma aleta retangular na superfície lateral direita outra na superfície lateral esquerda e outra na superfície inferior uma de cada cavidade, por meio do Design Construtal. As simulações foram feitas para quatro números de Reynolds:  $Re_H = 10, 50, 100$  e  $1000$  sobre o número de Nusselt para um escoamento com número de *Prandtl* fixo ( $Pr = 0,71$ ) para as várias geometrias, com aletas retangulares se deslocando ao longo das superfícies inferior, lateral esquerda e direita das cavidades. Quanto à avaliação geométrica, a relação entre a aleta e a área da cavidade foram consideradas fixas ( $\phi = 0,05$ ) e a geometria possui três graus de liberdade:  $H/L$  (que se manteve constante,  $H/L = 1,0$ ),  $H_1/L_1$  (que variou de  $0,1$  à  $10$ ) e  $S/A^{1/2}$  (com valores de  $0,1; 0,3; 0,5; 0,7$  e  $0,9$ ). As equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia foram resolvidas com o método dos volumes finitos (FVM).

Os resultados deste estudo e anteriores da literatura mostraram a aplicabilidade do Design Construtal para esse tipo de problema. A variação geométrica de aletas inseridas em cavidades dirigidas para diferentes posições das aletas em diferentes superfícies da cavidade é uma contribuição inédita do presente trabalho.

Os resultados mostraram que a geometria da aleta retangular inserida na cavidade teve um efeito significativo sobre o número de Nusselt, independentemente do escoamento simulado. Para todos os casos estudados, o Design Construtal conduziu a uma melhoria significativa do desempenho térmico do sistema. Para  $Re_H = 1000$ , a geometria ideal obtida na aleta inserida na lateral direita da cavidade com  $(H_1/L_1)_{oo} = 2,0$  obteve um percentual de  $63,15\%$  maior que em relação a aleta inserida na superfície inferior e obteve um percentual de  $5,85\%$  a mais que em relação a aleta inserida na lateral esquerda.

Os resultados também mostram que a razão  $(H_1/L_1)_{oo}$  é igual para as aletas inseridas nas superfícies laterais, mesmo que a incidência do escoamento (principalmente do vórtice principal) seja diferente nas superfícies laterais da cavidade. Além disso, a razão  $(H_1/L_1)_{oo}$  obtida para a aleta inserida na superfície inferior é diferente das obtidas nas superfícies laterais, indicando que a geometria da aleta se adapta a superfície da cavidade onde a mesma é inserida. Melhores geometrias foram obtidas quando o campo de temperaturas possuíram a distribuição mais homogênea, isto é, de acordo com o princípio Construtal de "distribuição ótima das imperfeições". Design Construtal

permitiu um forte aumento no rendimento térmico do escoamento com transferência de calor por convecção.

Os resultados permitiram verificar também que a posição da aleta afetou o efeito da razão  $H_1/L_1$  sobre  $Nu_H$  independente da superfície onde a cavidade estava inserida. Para aletas na superfície inferior verificou-se que o melhor desempenho foi obtido para  $S/A^{1/2}$  intermediário e pequenas razões de  $H_1/L_1$ , ao passo que para as superfícies laterais as maiores razões de ambos graus de liberdade conduziram aos melhores desempenhos térmicos para o sistema. Também observou-se que o efeito de  $S/A^{1/2}$  sobre  $(H_1/L_1)_o$  também perde a simetria, principalmente para mais elevados números de  $Re_H$ , indicando que a geometria ótima depende da incidência do escoamento, que neste caso possui um comportamento assimétrico.

Analisando o campo de velocidades e temperaturas do fluido ao redor da aleta, é possível concluir que a aleta que possui o maior número de Nusselt apresenta menor zona de recirculação de fluido no interior da cavidade. O estudo realizado atingiu os objetivos propostos.

As próximas aplicações deste estudo podem ser escoamentos com convecção mista, estudo de aletas semi- elipses ou triangulares inseridas em cavidades dirigidas em escoamento com transferência por convecção forçada.

## 7. REFERÊNCIAS

Araújo, Celso de. **Transmissão de Calor**. Livros técnicos e científicos editora S.A., 1978.

Azad, A. V., Amidpour, M., 2011, "**Economic optimization of shell and tube heat exchanger based on constructal theory**", *Energy*, Vol. 36, pp. 1087-1096.

Aziz, A., 1992, "**Optimum Dimensions of Extended Surfaces Operating in a Convective Environment**," *Appl. Mec. Rev.*, **45**, pp. 155-173.

Bejan, A., 2000, "**Shape and Structure, from Engineering to Nature**", Cambridge University Press, Cambridge, UK.

Bejan, A. Almogbel, M. (2000) *Constructal T-Shape Fins*, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 2101–2115.

Bejan, A., e Merckx, G. W. **Constructal Theory of Social Dynamics**, John Wiley, Durham, 2007.

Bejan, A., e Lorente, S. ( 2008 ) **Design With Constructal Theory**, New Jersey: John Wiley & Sons, Hoboken, p. 529.

Bejan, A., e Lorente, S., (2011) **The Constructal Law and the Evolution of Design in Nature**, *Phys. Life Rev.*, 8, pp. 209–240.

Bejan, A., e Zane,J.P.( 2011). **Design in nature: how the constructal law governs evolution in biology, physics, technology, and social organization**. (1<sup>a</sup>. ed.) New York: Doubleday, v. III, 2011.

Bejan, A., e Zane,J.P.( 2012). **Design in nature: how the constructal law governs evolution in biology, physics, technology, and social organization** (1<sup>a</sup> ed.) Doubleday, USA.

Bejan, A., 2013. "**Convection Heat Transfer**", 4<sup>th</sup> Edition, Wiley, Durham, USA.

Beyene, A., e Peffley, J., 2009. "**Constructal Theory, Adaptive Motion, and Their Theoretical Application to Low-Speed Turbine Design**", J. Energy Eng. ASCE, 135(4), pp. 112–118.

Biserni, C., Rocha, L. A. O., Bejan, A., 2004, "Inverted Fins: Geometric Optimization of the Intrusion Into a Conducting Wall" **Int. J. Heat Mass Transfer**, 47, pp. 2577–2586.

Biserni, C., Rocha, L. A. O., Stanescu, G., Lorenzini, E., 2007. "Constructal H-shaped cavities according to Bejan's theory", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, vol. 50, pp.2132–2138.

Çengel, Y.A., Ghajar, A.J.; adaptado por Kanoglu, M.; tradução: Lino, F.A.M.; revisão técnica: Ismail, K. A.R. **Transferência de calor e massa: uma abordagem prática**. 4th edição. Porto Alegre, AMGH 2012.

Chen, H.T., Lai, S.T., Haung, L.Y. **Investigation of heat transfer characteristics in plate-fin heat sink**. Applied Thermal Engineering, Vol. 49, 2013. Pp. 514-521.

Cheng, C.-H. & Chen, C.-L., 2005. Buoyancy-induced Periodic Flow and Heat Transfer in Lid-driven Cavities with Different Cross-sectional Shapes, **International Communications in Heat and Mass Transfer**, vol. 32, No. 3-4, pp. 483–490.

Cheng, M.; Hung, K. N., (2005). "Vortex structure of steady flow in a rectangular cavity" – Computers & Fluids, Vol 35, pp. 1046-1062.

Dauner, F.A.L. **Simulação numérica da troca de calor conjugada condução/ convecção em superfícies aletadas**. TCC, UDESC, Joinville 2014.

Dos Santos, E.D., Isoldi, L.A., Petry, A.P. & França, F.H.R., 2013 a. Numerical Investigation of Turbulent Internal Flow with Combined Convective and Radiative Heat Transfer in a Participant Medium, 22nd International Congress of Mechanical Engineering, **COBEM 2013**, Ribeirão Preto - SP, vol. 1, pp. 941–951.

Dos Santos, E.D., Isoldi, L.A., Souza, J.A., Goulart, M.M., Rodrigues, M.K., Seibt, F.M., Souza, R.V. & Rocha, L. A. O, 2013 b. Constructal Design of a Rectangular Fin Intruded into Forced

Convective Lid-Driven Cavity Flows, Proceedings of Constructal Law Conference, **CLC 2013**, Nanjing, Vol. 1, pp. 126–134.

Dos Santos, E. D., Petry, A. P., Rocha, L. A. O. and França, F. H. R., (2013) Numerical Study of Forced Convection Lid-driven Cavity Flows using Large Eddy Simulation (LES), *J. Energy Power Eng.*, 7, pp. 1669–1680.

Dos Santos, E.D., Piccoli, G.L., França, F.H.R. & Petry, A.P., 2011. Analysis of Mixed Convection in Transient Laminar and Turbulent Flows in Driven Cavities, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, vol. 54, No. 21-22, pp. 4585–4595.

Dos Santos, E. D., Machado, B. N., Zanella, M. M., Gomes, M. das N., Souza, J. A., Isoldi, L. A. and Rocha, L. A. O., (2014) Numerical Study of the Effect of the Relative Depth on the Overtopping Wave Energy Converters According to Constructal Design, *Defect Diffus. Forum*, 348, pp. 232–244.

Duarte, D.F., Novaes, A., Nogueira, E. **Solução analítica em aleta de perfil retangular: comparação de desempenho térmico entre alumínio e ferro fundido em motores elétricos.** UniFOA, n.20, 2012.

Erturk, E., (2009) Discussions On Driven Cavity Flow, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 60, pp. 275 – 294.

Erturk, E. & Gökçöl, C., 2006. Fourth-order compact formulation of Navier-Stokes Equations and Driven Cavity Flow at High Reynolds Numbers, **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, vol. 50, No. 4, pp. 421–436.

FLUENT 6.3, 2006. “**Documentation Manual**”. Disponível em <<http://www.fluent.com/software/fluent/index.htm>>FLUENT 6.4, 2007. “User’s Guide”.Fluent Inc.

FLUENT (version 6.3.16), ANSYS, Inc., 2007.

**FRIGO, L. M.; MANSUR, S. S., (2004).** “Simulação numérica 2D e 3D de uma cavidade com tampa deslizante a baixos números de Reynolds” – *Anais di 30 Congresso Temático de Dinâmica e Controle da SBMAC*, Ilha Solteira.

Gresho, P. M., Sani, R. L., 1999, “**Incompressible Flow and the Finite Element Method. Advection-diffusion and Isothermal Laminar Flow**”, Sussex, UK: John Wiley & Sons Ltda.

Ghia, U., Ghia, K.N. and Shin, C.T., 1982. High-Re Solutions for Incompressible Flow Using the Navier–Stokes Equations and a Multigrid Method, **Journal of Computational Physics**, vol. 48, No. 3, pp. 387–411.

Hajmohammadi, M. R., Lorenzini, G., Shariatzadeh, O. J. and Biserni, C. (2015) Evolution in the Design of V-Shaped Highly Conductive Pathways Embedded in a Heat-Generating Piece, **J. Heat Transf.**, 137, pp. 061001-1 – 061001-7.

Horbach, C. dos S., 2013. Constructal Design de Materiais de Alta Condutividade em Forma de “Y” para Refrigeração de Corpo Gerador de Calor, **Dissertação de Engenharia Mecânica**, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Ibrahim, A. & Lemonnier, D., 2009. Numerical study of coupled double-diffusive natural convection and radiation in a square cavity filled with A N<sub>2</sub>–CO<sub>2</sub> mixture, **International Communications in Heat and Mass Transfer**, vol. 36, No. 3, pp. 197–202.

Ismael, M. A., Pop, I., Chamkha, A. J., (2014) Mixed Convection in a Lid-Driven Square Cavity with Partial Slip, **Int. J. Therm. Sci.**, 82, pp. 47–61.

Isoldi, L. A. ; Real, M. V. ; Correia, A. L. G. ; Vaz, J. ; Santos, E. D. Dos ; Rocha, L. A. O., 2013. **"Flow of Stresses: Constructal Design of Perforated Plates Subjected to Tension or Buckling"**. In: L. A. O. Rocha; S. Lorente; A. Bejan. (Org.). *Understanding Complex Systems*. 1ed.: Springer New York, V. 1, P. 195-217.

Iwatsu, R. & Hyun, J.M., 1995. Three-dimensional Driven-Cavity Flows with a Vertical Temperature Gradient, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, vol. 38, No. 18, pp. 3319–3328.

Kang, D. H.; Lorente, S.; Bejan, A., 2010. "**Constructal Dendritic Configuration for the Radiation Heating of a Solid Stream**". J. Appl. Phys. Vol 107.

Kays, W. M.; Crawford, M. E. **Convective Heat and Mass Transfer**, McGraw-Hill, New York, 1993.

Kawahara, M.; Hirano, H., 1983, "**A Finite Element Method for High Reynolds Number Viscous Fluid Flow Using Two Step Explicit Scheme**", Int. J. Numer. Meth. Fluids, vol. 3, pp. 137-163.

Kim, Y., Lorente, S., and Bejan, A., 2010. "**Constructal multi-tube configuration for natural and forced convection in cross-flow**", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 53, pp. 5121-5128.

Kim, Y., Lorente, S., and Bejan, A., , 2011. "**Steam generator structure: continuous model and constructal design**", Int. J. Energy Res., Vol. 35, pp., 336-345.

Knight, R. D. **Física: uma abordagem estratégica**. Vol.2. Porto Alegre, Bookman. 2009.

Kraus, A. D., 1999, "**Developments in the Analysis of Finned Arrays**," International Journal of Transport Phenomena, **1**, pp. 141-164.

Kreith, Frank. **Princípios da Transmissão de Calor**. Tradução da 3a. ed. Americana. São Paulo, Edgard Blücher, 1977.

Lin, L.-S., Chen, Y.-C. & Lin, C.-A., 2011. Multi Relaxation Time Lattice Boltzmann Simulations of Deep Lid Driven Cavity Flows at Different Aspect Ratios, **Computers and Fluids**, vol. 45, No. 1, pp. 233–240.

Lorenzini, G. ; Rocha L. "Geometric optimization of T-Y-shaped cavity according to constructal design". **Int J Heat Mass Transfer** 2009; 52:4675-4683.

Lorenzini, G., Biserni, C., Isoldi, L. A., Dos Santos, E. D. and Rocha, L. A. O. (2011) Constructal Design Applied to the Geometric Optimization of Y-shaped Cavities Embedded in a Conducting Medium, *J. Electron. Packag.*, 133, pp. 041008-1 – 041008-8.

Lorenzini, G.; Garcia, F.L.; dos Santos, E.D.; Biserni, C.; Rocha, L.A.O. 2012 “Constructal design applied to the optimization of complex geometries: T-Y-shaped cavities with two additional lateral intrusions cooled by convection”. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 55, p. 1505-1512.

Lorenzini, G., Biserni, C., Estrada, E. da S. D., Isoldi, L. A., Dos Santos, E. D. and Rocha, L. A. O., (2014) Constructal Design of Convective Y-Shaped Cavities by Means of Genetic Algorithm, *J. Heat Transf.*, 136, pp. 071702-1 – 071702-10.

Lorenzini, G. e Moretti, S., (2014) Bejan’s Constructal Theory and Overall Performance Assessment: The Global Optimization for Heat Exchanging Finned Modules, *Therm. Sci.*, 18, pp. 339–348.

Maliska, C. R., 2004, “**Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**”, Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., 2ª Ed.

Mancin, S., Zilio, C., Cavallini, A., Rossetto, L. **Heat transfer during air flow in aluminum foams**. International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 50, 2010. Pp. 4976-4984.

Mercan, H. and Atalık, K., (2009) Vortex Formation in Lid-driven Arc-shape Cavity Flows at High Reynolds Numbers, *Eur. J. Mech. – B Fluids*, 28, pp. 61–71.

Miguel, A.F., 2013, “The Emergence of Design in Pedestrian Dynamics: Locomotion, Self-Organization, Walking Paths and Constructal Law”, **Phys Life Rev.**

Najafi, H., Najafi, B. and Hoseinpoori, P., (2011) Energy and Cost Optimization of a Plate and Fin Heat Exchanger using Genetic Algorithm, *Appl. Therm. Eng.*, 31, pp. 1839–1847.

Nallasamy, M. and Prasad, K. K., (1977) On Cavity Flow at High Reynolds Numbers, *J. Fluid Mech.*, 79 (2), pp. 391 – 414.

Oztop, H.F., Zhao, Z. & Yu, B., 2009. Fluid flow due to combined convection in lid-driven enclosure having a circular body, **International Journal of Heat and Fluid Flow**, Vol. 30, No. 5, pp. 886 – 901.

Patankar, S. V. and Spalding, D.B. 1972, "**A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows**", Int. J. of Heat and Mass Transfer, Volume 15, pp. 1787-1806.

Patankar, S.V., 1980. "**Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**", McGraw-Hill, New York, USA.

Peng, S.-H and Davidson, L., (2001) Large eddy simulation for turbulent buoyant flow in a confined cavity, *Int. J. Heat Fluid Flow*, 22, pp. 323–331.

Pepe, V. R., 2008. Estudo de Redes Vasculares Aplicadas aos Materiais Multifuncionais, **Projeto de Graduação em Engenharia Mecânica**, Escola de Engenharia FURG.

Petry, A. P., Awruch, A. M., 2006, "**Large eddy simulation of three-dimensional flows by finite element method**", J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng., Vol. 28, pp. 224 – 232.

Prasad, A. K. and Koseff, J. R., (1989) Reynolds Number and End-Wall Effects on a Lid-driven Cavity Flow, *Phys. Fluids A*, 1, pp. 208 – 218.

Prasad, A. K. and Koseff, J. R., (1996) Combined Forced and Natural Convection Heat Transfer in a Deep Lid-driven Cavity Flow, *Int. J. Heat Fluid Flow*, 17, pp. 460 – 467.

Reddy, J.N., Gartling, D.K., 1994, "**The Finite Element Method in Heat Transfer and Fluid Dynamics**", CRC, Boca Raton, Florida, USA.

Rezende, A. L. T., 2009, "**Análise numérica da bolha de separação do escoamento turbulento sobre placa plana fina inclinada**", Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.

Rocha, L. A. O., Lorenzini, E. and Biserni, C., (2005) Geometric Optimization of Shapes on the Basis of Bejan's Constructal Theory, *Int. Commun. Heat Mass Transf.*, 32, pp. 1281–1288.

Rocha, L.A.O., Lorente, S., and Bejan, A.,2013, **Constructal Law and the Unifying Principle of Design**, Eds., Springer-Verlag.

Rodrigues, M. K., Brum, R. da S., Vaz, J., Rocha, L. A. O., Dos Santos, E. D. and Isoldi, L. A. (2015) Numerical Investigation About the Improvement of the Thermal Potential of an Earth-Air Heat Exchanger (EAHE) Employing the Constructal Design Method, *Renew. Energy*, 80, pp. 538–551.

Rosim, E.L.B., (2012) **Estudo Experimental do Escoamento em Cavidades Retangulares: Padrões de Escoamento e Instabilidades Hidrodinâmicas na Camada Cisalhante.**

Savicki, D. L., 2007. “**Análise numérica tridimensional e investigação experimental do comportamento térmico e hidrodinâmico de reservatórios térmicos cilíndricos**”. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.

Shi, X., Khodadadi, J.M., 2005. “Periodic State of Fluid and Heat Transfer in a Lid- Driven Cavity due to an Oscillating Thin Fin”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 48, pp. 5323-5337.

Spalding, D. B., 1972, “A novel finite- difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives”, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 4, pp. 551- 559.

Sun, C., Yu, B., Oztop, H.F., Wang, Y. & Wei, J., 2011. Control of mixed convection in lid-driven enclosures using conductive triangular fins, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 54, No. 4, pp. 894–909.

Trias, F.X., Gorobets, A., Oliva, A. and Pérez-Segarra, C.D., 2013. DNS and Regularization Modeling of a Turbulent Differentially Heated Cavity of Aspect Ratio 5, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 57, No. 1, pp. 171–182.

Versteeg, H. K., Malalasekera, W., 1995, “**An Introduction to Computational Fluid Dynamics – The Finite Volume Method**”, Longman, England.

Wang, K. M, Lorente, S. and Bejan, A., 2006. “Vascularized Networks with Two Optimized Channels Size”, **Journal of Physics D: Applied Physics**, Vol. 39, pp. 3086 - 3096.

Xie, Z., Chen, L. and Sun, F., (2010) Geometry Optimization of T-shaped Cavities According to Constructal Theory, *Math. Comput. Model.*, 52, pp. 1538–1546.

Young & Freedman. Física II: **Termodinâmica e Ondas**. 12a ed. São Paulo. 2008.

Zienkiewicz, O.C. Taylor, R.L., Nithiarasu, P., 2005, “**The Finite Element Method for Fluid Dynamics**”, 6th Ed., Butterworth-Heinemann, Oxford.

Zhou, S. Chen, L. Sun, F. *Optimization of constructal volume-point conduction with variable cross section conducting path*, Energy Conversion and Management, 48, 1, pp. 106-111. 2007.

## APÊNDICES

### A1: Simulações otimizadas da aleta inserida na parte inferior da cavidade

$S/A^{1/2}$	$Re_H = 10$		$Re_H = 50$		$Re_H = 100$		$Re_H = 1000$	
	$Nu_{H,m}$	$(H_1/L_1)_o$	$Nu_{H,m}$	$(H_1/L_1)_o$	$Nu_{H,m}$	$(H_1/L_1)_o$	$Nu_{H,m}$	$(H_1/L_1)_o$
0,1	1,258532	2,0	1,726868	2,0	2,237790	2,0	6,210942	2,0
0,3	1,625159	0,6	2,291561	0,6	3,032999	0,6	8,735549	0,3
0,5	1,715625	0,6	2,456149	0,6	3,311134	0,5	10,523626	0,4
0,7	1,626269	0,6	2,329916	0,6	3,131705	0,6	9,238475	0,4
0,9	1,261341	2,0	1,787800	2,0	2,372908	2,0	6,050559	2,0

### A2: Simulações otimizadas da aleta inserida na lateral direita da cavidade

$S/A^{1/2}$	$Re_H = 10$		$Re_H = 50$		$Re_H = 100$		$Re_H = 1000$	
	$Nu_{H,m}$	$(H_1/L_1)_o$	$Nu_{H,m}$	$(H_1/L_1)_o$	$Nu_{H,m}$	$(H_1/L_1)_o$	$Nu_{H,m}$	$(H_1/L_1)_o$
0,1	1,203447	2,0	1,702957	2,0	2,255778	2,0	6,131428	2,0
0,3	1,853966	0,5	2,601402	0,5	3,485043	0,4	8,112324	0,5
0,5	2,601989	0,1	3,249787	0,4	4,269356	0,3	9,367156	0,7
0,7	6,127826	0,2	6,796059	0,2	7,859485	0,2	17,218227	0,2
0,9	22,103807	2,0	22,453196	2,0	23,042246	2,0	28,559090	2,0

**A3: Simulações otimizadas da aleta inserida na lateral esquerda da cavidade**

$S/A^{1/2}$	$Re_H = 10$		$Re_H = 50$		$Re_H = 100$		$Re_H = 1000$	
	$Nu_{H,m}$	$(H_1/L_1)_o$	$Nu_{H,m}$	$(H_1/L_1)_o$	$Nu_{H,m}$	$(H_1/L_1)_o$	$Nu_{H,m}$	$(H_1/L_1)_o$
0,1	1,204812	2,0	1,674348	2,0	2,181716	2,0	5,913478	2,0
0,3	1,855545	0,4	2,528872	0,4	3,295631	0,4	9,373582	0,3
0,5	2,6035497	0,1	3,2198198	0,4	4,088707	0,4	11,328341	0,3
0,7	6,127144	0,2	6,671215	0,2	7,336218	0,2	13,493269	0,2
0,9	22,103350	2,0	22,403700	2,0	22,824015	2,0	26,887049	2,0