Ministério da Educação
Universidade Federal do Rio Grande

Disciplina: Matemática Básica para Ciências Sociais II

Profª Denise Maria Varella Martinez

Exercícios Resolvidos: (alguns retirados do livro Cálculo funções de uma e de várias variáveis, de Pedro Morettin, Samuel Hazzan e Wilton Bussab).

1) Chama-se custo médio de fabricação de um produto ao custo de produção dividido pela quantidade produzida. Indicando o custo médio correspondente a x unidades produzidas por $C_{med}(x)$, teremos: $C_{med}(x) = \frac{C(x)}{x}$. O custo de fabricação de x unidades de um produto é $C(x) = 500 + 4x$.

a)Qual o custo médio de fabricação de 20 unidades?

$$C_{med}(20) = \frac{C(20)}{20} = \frac{500+4(20)}{20} = \frac{580}{20} = 29{,}00$$

b)Qual o custo médio de fabricação de 40 unidades?

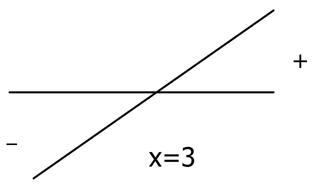
$$C_{med}(40) = \frac{C(40)}{40} = \frac{500+4(40)}{40} = \frac{660}{20} = 16{,}50$$

2) Obtenha o domínio das funções:

a) $y = x + 7$ D= $\{x \in R\} = (-\infty, +\infty)$, qualquer valor de x satisfaz a equação.

b) $y = \frac{1}{x-2}$ $D = \{x \in R / x \neq 2\}$, Se x=2 torna o denominador igual a zero e não existe um número real divido por zero.

c) $y = \sqrt{x-3}$ $D = \{x \in R / x \geq 3\}$, a condição é que $x - 3 \geq 0$. Ora, graficamente, a função x-3 é uma reta crescente e tem imagem positiva a direita de x=3.



d) $y = \frac{\sqrt{x+3}}{x-1}$, $x + 3 \geq 0 \ e \ x - 1 \neq 0$. Logo, $x \geq -3 \ e \ x \neq 1$ e |

D= $\{x \in R / x \geq -3 \ e \ x \neq 1\} = [-3, 1) \cup (1, +\infty)$.

3) Dada a função $f(x) = x^2$, obtenha:

a) $f(2) = 4$ **b)** $f(2+h) = (2=h)^2 = 4 - 2h + h^2$

c) $f(2+h) - f(2) = (2=h)^2 - 2^2 = 4 - 2h + h^2 - 4 = 2h - h^2$

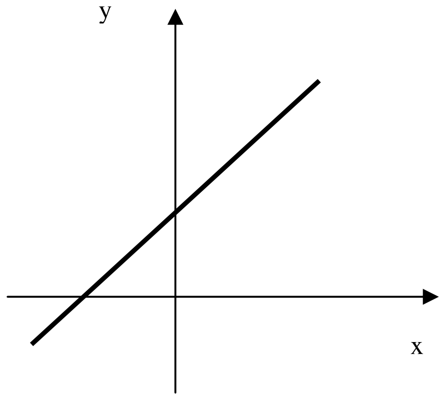
4) Esboce o gráfico de:

a) y=x+1

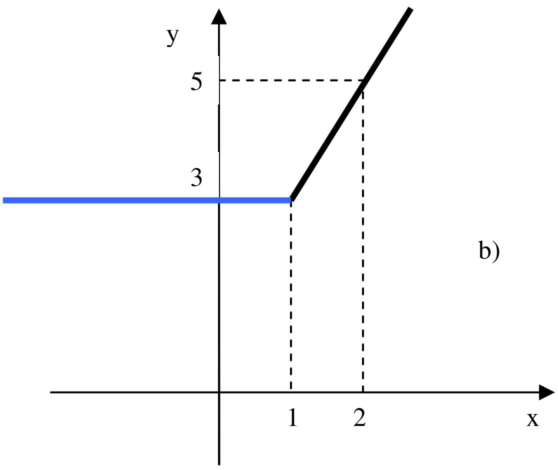
b) $\begin{cases} y = 2x+1, \ se \ x \geq 1 \\ y = 3 \ se \ \ x < 1 \end{cases}$

a) Se x=0, y=1 e se y=0, x=-1, então temos os pontos (0,1) e (-1,0), então marcando os pontos no plano cartesiano temos o gráfico da função:

b) Neste caso temos duas funções, uma para todos os valores de x maiores ou iguais a 1 (x≥1) e outra para os valores de x maiores do que 1 (x<1). Então se x=1 em $y = 2x+1$, y=3, temos o ponto P(1,3) e se x=2 y=5, temos outro ponto (2,5). E se x<1 y=3.

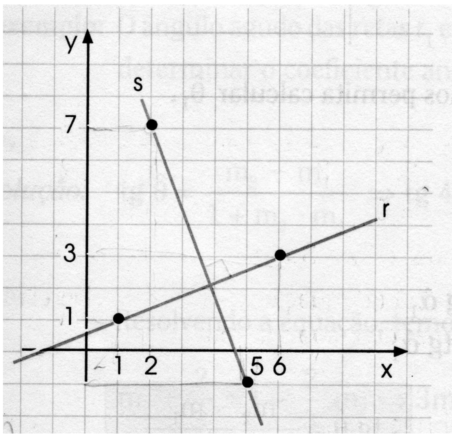


(a)



b)

5) Dado o gráfico abaixo obtenha as funções representadas por r e s:



Solução: **Primeiro** vamos determinar a função representada pela reta **s**:

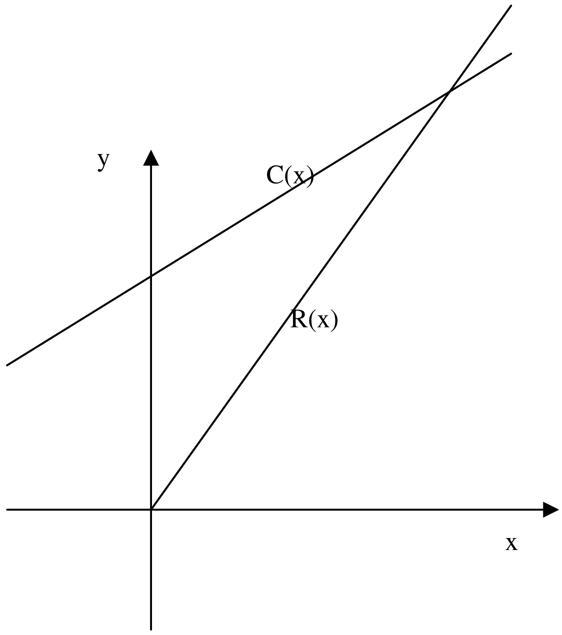
A reta s passa pelos pontos (2,7) e (5,-1). Podemos resolver o determinante $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 7 & 1 \\ 5 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ e encontrar a equação geral da reta dada por 8x+3y-37=0, e isolando y obtém-se $y = -\frac{8}{3}x + \frac{37}{3}$. Esta função, como mostra o seu gráfico, é uma função decrescente, ou seja, à medida que x cresce o y decresce. A reta tem coeficiente angular negativo. A outra forma de determinar a função (ou a equação da reta que a representa) é usar a expressão y=ax+b, na qual substituímos os pontos (2,7) e (5,-1) e resolvemos o sistema $\begin{cases} 7 = 2a + b \\ -1 = 5a + b \end{cases}$, assim podemos determinar o valor de a e b, $a = -\frac{8}{3}$ e $b = -\frac{37}{3}$.

De maneira semelhante determinamos a reta **r** que passa por (-1,1) e (6,3), cuja função é dada por $y = \frac{2}{7}x + \frac{9}{7}$. Sendo uma função crescente, ou seja, à medida que x cresce o y também cresce. A reta que representa a função tem coeficiente angular positivo (2/7) e linear igual a 9/7.

6) Determine o ponto de nivelamento (ou ponto crítico), e esboce os gráficos da função receita $R(x) = 4x$ e função custo $C(x) = 10 + 2x$.

Solução: O ponto de nivelamento é o ponto onde R(x)=C(x). Então, fazemos $4x = 10 + 2x$, e encontramos $x = 5$, substituindo x=5 em uma das equações obtemos R(5)=C(5)=20, logo o ponto onde a receita e o custo são iguais é (5, 20). Podemos fazer uma tabela para construir os gráficos:

x	R(x)	C(x)
0	0	10
1	4	12
2	8	14



7) Sabendo que a margem de contribuição por unidade (a diferença entre o preço de venda e o custo variável por unidade) é \$3,00, o preço de venda é \$10,00 e o custo fixo é \$150,00 por dia, obtenha:

a) a função receita. b) a função custo total unitário. c) O ponto de nivelamento.

d) A função lucro diário. e) A quantidade que deverá ser vendida para que haja lucro de \$180,00 por dia.

Solução:

a) A função receita é dada pela quantidade vendida (x) multiplicada pelo preço de venda, logo R(x)=10x.

b) A função custo total unitário é dada por $C(x)=C_F+C_V$, onde C_F é a função custo fixo e C_V a função custo variável. Como a margem de contribuição (MC)=\$3,00, o preço de venda (PV)= \$10,00 e sabendo que **MC=PV-CV,** o custo variável (CV) é =\$7,00. Se o custo fixo é \$150,00, então a função custo é C(x)=150+7x.

c) O ponto de nivelamento é o ponto onde a receita e o custo se igualam. Então, R(x)=C(x)

$10x=150+7x \Rightarrow 3x=150 \quad \Rightarrow x=50$ e o ponto é (50, 500).

d) A função lucro é dada por L(x)=R(x)-C(x), então $L(x)=10x-(150+7x) \Rightarrow L(x)=3x-150$.

e) A quantidade é x. Se L(x)=180, então $180=3x-150 \Rightarrow 3x=230 \Rightarrow x=330/3 \Rightarrow x=110$.

8) O preço de venda de um produto é \$25,00. O custo variável por unidade é dado por: matéria-prima: \$6.00 por unidade e mão-de-obra direta: \$8,00 por unidade. Sabendo-se que o custo fixo mensal é de \$2500,00: a) Qual o ponto crítico? B) Qual a margem de contribuição por unidade? Qual o lucro se a empresa produzir e vender 1000 unidades por mês? d) De quanto aumenta percentualmente o lucro, se a produção aumentar de 1000 para 1500 unidades por mês?

Solução:

Pv=25,00, $C_V=(6+8)x=14x$, $C_F=2500,00$: **C=2500+14x**, a receita é PV (preço de venda multiplicado pela quantidade (x)) $\Rightarrow$ **R(x)=25x.**

a) o ponto de nivelamento $\Rightarrow R(x)=C(x)$

$25x=2500+14x \quad \Rightarrow 11x=2500 \quad \Rightarrow$ **x=2500/11=227,27**

b) Margem de contribuição **(MC=PV-CV)= 25-14=11,00**

c)Lucro=R(x)-C(x)=25x-2500-14x=11x-2500.

Se x=1000 L(1000)=11000-2500=8500,00

d)L(1500)=11(1500)-2500=16500-2500=14000; então 14000-8500=5500;

Se $\begin{array}{c} 100\% \rightarrow 8500 \\ x\% \rightarrow 5500 \end{array} \Rightarrow x = \dfrac{5500(100)}{8500} = 64,7\%$

9) Em certo mercado as funções oferta e demanda são dadas por:

oferta: P=0,3x+6

demanda: P=15-0,2x

Se o Governo tabelar o preço de venda em $9,00 por unidade, em quantas unidades a demanda excederá a oferta?

Solução: Se P=9,00 e substituindo na equação da oferta P=0,3x+6, x=(9-6)/0,3=10. Se P=9,00 e substituindo na equação da demanda P=15-0,2x, x=(9-15)/(-0,2)=30. Logo, a demanda excederá a oferta em 20 unidades.

10) A quantidade de um produto demandada no mercado é função de várias variáveis: preço por unidade do produto, preço de bens substituídos, renda do consumidor, gostos etc. Supondo todas as variáveis constantes, exceto o seu preço unitário, verifica-se que esse preço (P) relaciona-se à quantidade demandada (x). Chama-se a função de demanda a relação P = f(x). O conceito de função de oferta é análogo ao de demanda. Mantidas constantes certas condições, a quantidade (x) de um produto colocado no mercado pelos produtores relaciona-se com o preço unitário do produto (P). Chama-se ponto de equilíbrio de mercado, o ponto de intersecção entre a curva de oferta e de demanda.

Considerando o preço de demanda dado pela função P = 10000 - 2x e o preço de oferta por $P = \frac{2}{7}x + 2000$, é correto afirmar que preço, no ponto de equilíbrio, é:

Solução: Para calcular o ponto de equilíbrio, igualamos Demanda=Oferta

$10000 - 2x = \frac{2}{7}x + 2000 \Rightarrow -2x - \frac{2}{7}x = 2000 - 10000 \Rightarrow \frac{-14x - 2x}{7} = -8000 \Rightarrow$

$\frac{-16x}{7} = -8000 \Rightarrow -16x = -8000(7) \Rightarrow x = -56000/-16 \Rightarrow x = 3500$ quantidade e o preço é P=10000-2(3500)=10000-7000=3000,00.